

## Несущая способность ортотропных пластин при сложном напряженном состоянии

© Е.И. Смагин<sup>1</sup>, В.А. Вестяк<sup>2</sup>, М.И. Мартиросов<sup>2</sup>, А.Г. Калинин<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ПАО «Яковлев», Москва, 125315, Российская Федерация

<sup>2</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, 125993, Российская Федерация

<sup>3</sup> Федеральное автономное учреждение «Центральный Аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского», г. Жуковский, 140180, Российская Федерация

*Представлен разработанный расчетно-экспериментальный подход к определению несущей способности ортотропных пластин с геометрическим концентратором напряжений при сложном напряженном состоянии. Рассмотрены проблемы, вызванные формой экспериментального образца и предложен новый геометрический образец, позволяющий проводить испытания ортотропных пластин толщиной до 8 мм с разрушением в рабочей зоне. Показано, как выглядят образцы и схемы нагружения при разных методах испытаний. Проведены экспериментальные исследования сложного напряженного состояния и определение несущей способности пластин из полимерного композиционного материала на основе эпоксидной матрицы и высокомодульного волокна (на углеродной основе) для разных комбинаций нагружающих усилий. Построены конечно-элементные модели и проведен численный эксперимент на несущую способность ортотропных пластин. Проведено сравнение экспериментальных данных для разных схем армирования с учетом совместного двухосного действия нагрузки. Показано, что расчетные и экспериментальные результаты удовлетворительно согласуются между собой.*

**Ключевые слова:** ортотропная пластина, статическая нагрузка, полимерные композиционные материалы, проходящая нагрузка в пластине, крестообразный образец со свободным отверстием, испытания, программный комплекс LS-DYNA, метод конечных элементов, критерии разрушения композитов, сложное напряженно-деформированное состояние

**Введение.** Полимерные композиционные материалы (ПКМ) нашли широкое применение в силовых ответственных и несилевых элементах конструкций в разных областях современной промышленности. Эти материалы могут успешно замещать металлы и их сплавы, активно используемые в машиностроении. Уникальное сочетание свойств ортотропных материалов, в частности ПКМ, способствует повышению прочности конструкции и весовой эффективности [1, 2], однако при проектировании следует учитывать факторы, препятствующие их широкому внедрению [3]. К примеру, для ПКМ на основе углеродных волокон характерно хрупкое разрушение, причем их особая чувствительность проявляется к таким концентраторам напряжений, как отверстия.

В разных отраслях промышленности панели из ПКМ, как правило, работают в условиях комбинированного нагружения, основными компонентами которого являются осевые и сдвиговые нагрузки. Величины этих нагрузок зависят как от места расположения панели в конструкции, так и от расчетного случая нагружения. Оценку несущей способности этих панелей удобно проводить с помощью диаграмм их прочности и общей устойчивости, построенных в координатах действующих погонных сжимающих и сдвиговых нагрузок [4]. Совмещая эти диаграммы, можно получить наглядное представление о несущей способности панели и причинах ее разрушения.

Если иметь такие диаграммы для ряда типовых панелей исследуемой конструкции и наносить на них точки конкретных комбинаций нагрузок, действующих на эти панели в разных расчетных случаях, можно выполнить оценку ее несущей способности и имеющихся запасов прочности.

На предварительных этапах проектирования построение таких диаграмм можно проводить, используя численно-аналитические методики расчета. Однако на этапах рабочего проектирования и поверочных расчетов желательно для этих целей использовать метод конечных элементов (МКЭ) в нелинейной постановке [5]. Для примера приведена диаграмма несущей способности панели из ПКМ, построенная по результатам нелинейного конечно-элементного анализа (рис. 1).

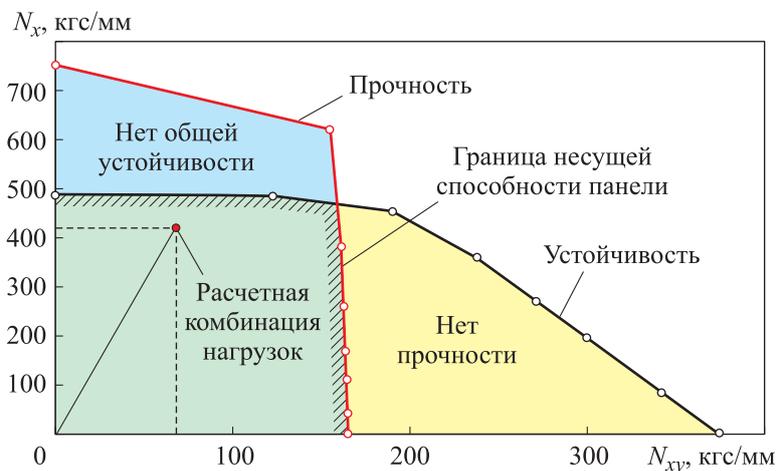


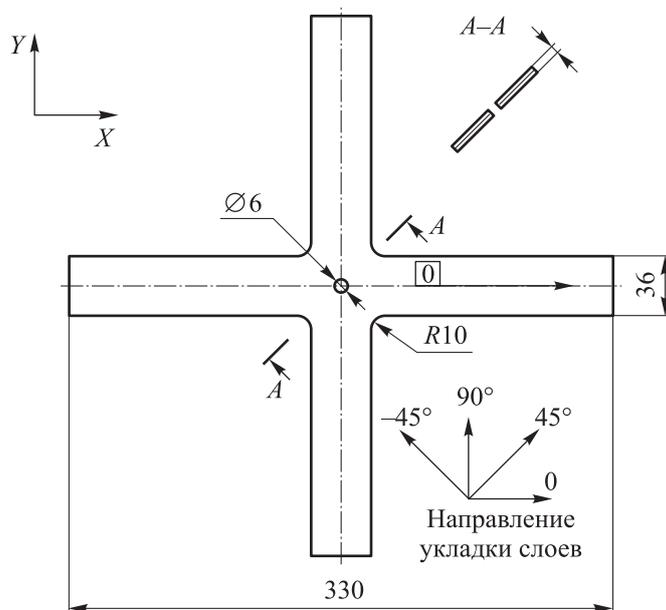
Рис. 1. Диаграмма несущей способности  $N$  панели из ПКМ

Цель работы — оптимизация геометрических параметров образцов из ПКМ толщиной более 7 мм для получения разрушений в их рабочей зоне при двусосном растяжении и разработка подхода по математическому моделированию виртуального эксперимента в программном

комплексе LS-DYNA для расширения области несущей способности исследуемой укладки слоистого ПКМ, а также прогнозирования мест разрушений.

**Экспериментальные исследования.** Объектами испытаний являются крестообразные образцы нескольких типов со свободным отверстием [6, 7], выполненные из такого материала, как ПКМ, с разными толщинами и схемами армирования: в процентном отношении слоев  $[0/\pm 45/90]$  соответствует  $[53/36/11]$ , т. е.  $[53\% \text{ слоев } 0/36 \text{ слоев } \pm 45^\circ/11 \text{ слоев } 90^\circ]$  (номинальной толщины  $\delta_1 = 7,875 \text{ мм}$ ), в процентном отношении слоев  $[0/\pm 45/90]$  соответствует  $[55/32/13]$  (номинальной толщины  $\delta_2 = 6,65 \text{ мм}$ ).

На первом этапе исследований была проведена серия испытаний образцов номинальной толщины  $\delta = 6,65 \text{ мм}$  со схемой армирования  $[55/32/13]$  (рис. 2).



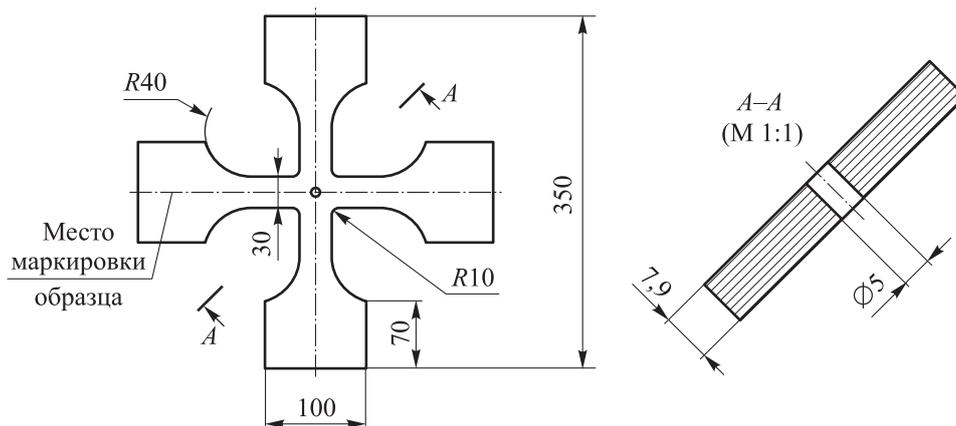
**Рис. 2.** Эскиз базового крестообразного образца толщиной  $\delta_1$  и  $\delta_2$  со свободным отверстием

Для образца базового типа из первой серии проведены испытания материала укладки для случаев нагружения по осям с соотношением сил  $X/Y$  образцов  $10/8$ ;  $10/3$ ;  $-10/4$  и  $-10/-3$ . В случае нагружения  $10/3$  произошли отрыв текстолитовых накладок, а также разрушение в виде проскальзывания (рис. 3) в захватной части испытательной машины. При нагрузке  $P_x = 184\,400 \text{ Н}$  и  $P_y = 69\,500 \text{ Н}$  накладки отклеивались по площади захватной части этой машины (Labtest 6.250H.11), для которой максимальная нагрузка составляет  $250 \text{ кН}$ .



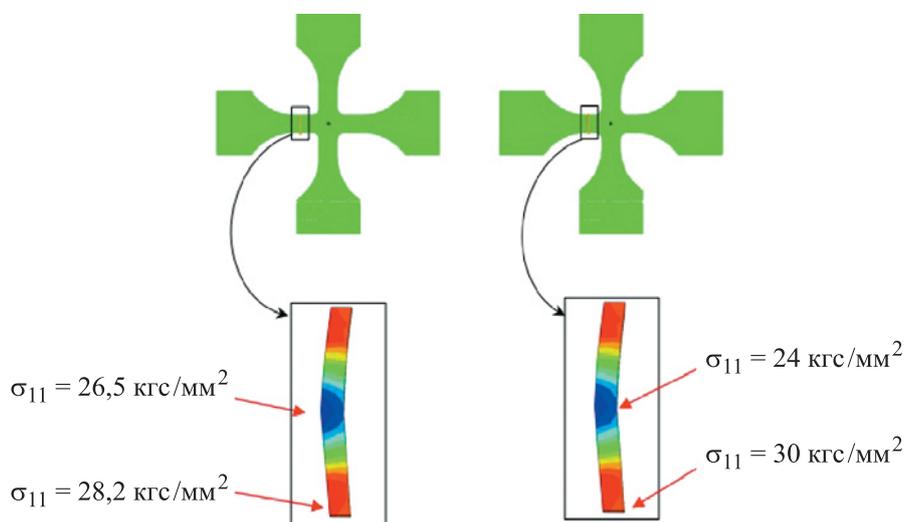
**Рис. 3.** Незачетные формы разрушения на крестообразном образце со свободным отверстием первой серии:  
*a* — отрыв текстолитовых накладок; *б* — проскальзывание

Ввиду получения серий результатов испытаний с незачетной формой разрушения для последующей серии крестообразных образцов со свободным отверстием была разработана новая форма с шириной захватной части, увеличенной до 100 мм, и с шириной регулярной зоны, уменьшенной с 36 мм до 30 мм, а также с уменьшенным диаметром центрального отверстия с 6 мм до 5 мм (при сохранении стандартного соотношения  $B/d = 6$ , где  $B$  — ширина образца,  $d$  — диаметр центрального отверстия). При этом габариты образца были увеличены с 330 до 350 мм (рис. 4).



**Рис. 4.** Крестообразный образец со свободным отверстием панели габаритным размером  $L = 350$  мм

При выборе геометрических параметров образца проведено численное исследование с помощью МКЭ влияния радиусного перехода от захватной части к регулярной на равномерность сложного напряженного состояния. Для поиска оптимальной конструкции образца по длине рассмотрены пластины, имеющие габаритные размеры 350 мм и 400 мм. Установлено, что при радиусе перехода 40 мм и габаритном размере  $L = 350$  мм различие напряжений  $\sigma_{11}$  по сечению составляет  $\sim 20\%$ , тогда как при габаритном размере  $L = 400$  мм — лишь 6%, что свидетельствует о взаимном влиянии двух концентраторов — радиусные переходы от захватной части и от центральной части (рис. 5). Следовательно, необходимо разнести эти радиусы максимально далеко друг от друга и сделать регулярную часть более продолговатой.



**Рис. 5.** Оценка влияния радиусных переходов на равномерность сложного напряженного состояния при  $L$ , равном 400 мм (а) и 850 мм (б)

Экспериментальные данные подтверждают чувствительность ортотропных пластин на основе эпоксидной матрицы и высокомодульного волокна к геометрическим концентраторам напряжений [8, 9]. В процессе исследования проведены серии испытаний, результаты которых выявили, что образец данной формы не позволяет в полной мере использовать потенциал ортотропного материала при одноосном растяжении [10]. Однако в области с значительными сдвиговыми напряжениями он показывает достаточно стабильный результат [11], представленный на рис. 6.

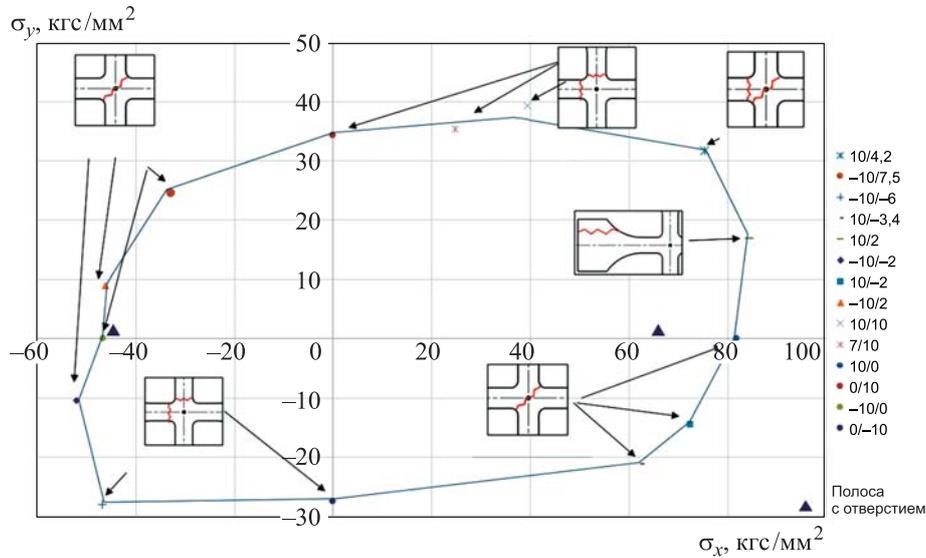


Рис. 6. Предельные напряжения при сложном напряженном состоянии образца толщиной 6,65 мм

**Моделирование виртуального эксперимента.** Для определения возможности аппроксимации полученных данных при иных укладках проводилась серия расчетов с помощью МКЭ [4]. Методика определения параметров материала основана на моделировании приведенных выше результатов испытаний в программном комплексе LS-DYNA и их сравнении с результатами расчета. Для моделирования ПКМ на основе эпоксидной матрицы и высокомодульного волокна используются восьмиузловые объемные конечные элементы первого порядка [12].

Приняты следующие базовые механические характеристики монослоя ПКМ:

Модули упругости монослоя в направлении осей ортотропии

$E_1$ , МПа .....	158 000
$E_2$ , МПа .....	8010

Модули упругости монослоя в направлениях осей ортотропии при сжатии

$E_{-1}$ , МПа .....	146 000
$E_{-2}$ , МПа .....	9170

Модуль упругости при сдвиге в плоскости монослоя

$G_{12}$ , МПа .....	4460
----------------------	------

Коэффициент Пуассона

$\nu_{12}$ .....	0,32
------------------	------

Пределы прочности монослоя при растяжении

$\sigma_1$ , МПа ..... 2725

$\sigma_2$ , МПа ..... 60,1

Пределы прочности монослоя при сжатии

$\sigma_{-1}$ , МПа ..... 1259

$\sigma_{-2}$ , МПа ..... 200

Предел прочности при сдвиге в плоскости монослоя

$\tau_{12}$ , МПа ..... 94

Для исследования прочности крестообразного образца в виде пластины были разработаны КЭМ. В этих моделях реализованы условия закрепления образца с учетом особенностей перемещения захватных частей в испытательной машине. При проведении численного эксперимента применялись разные схемы нагружения (для реализации на крестообразном образце от одноосного нагружения до различных комбинаций приложения нагрузки в направлениях  $X$  и  $Y$ ). Соотношение нагрузок определяется как отношение действующей нагрузки вдоль оси  $X$  к действующей нагрузке вдоль оси  $Y$ , а также с учетом различной ортотропии образцов. В комбинации нагрузок вошли следующие:  $X10/Y2$ ;  $X10/Y4.2$ ;  $X10/Y-4.2$ ;  $X-10/Y7.5$ ;  $X-10/Y9.2$ . Общий вид и граничные условия модели представлены на рис. 7.

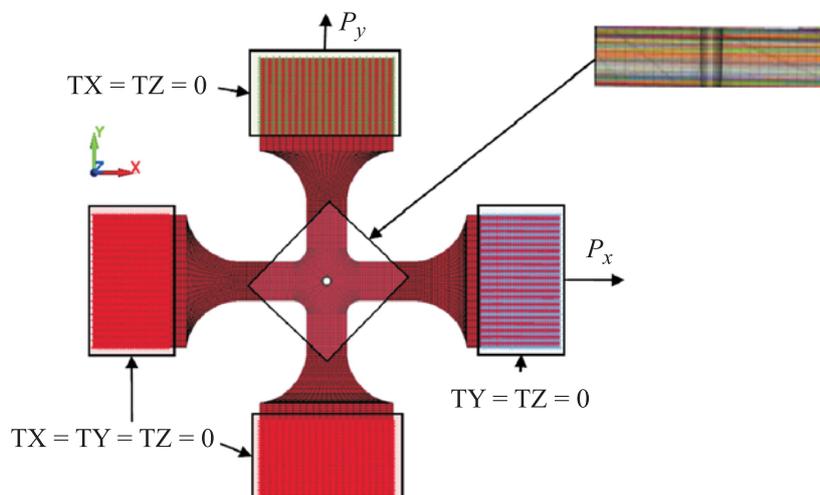


Рис. 7. Общий вид и граничные условия модели

В расчетах используется модель материала ПКМ MAT\_221\_ORTHOTROPIC\_SIMPLIFIED\_DAMAGE [12], основанная на критерии разрушения максимальных деформаций [13, 14]. Согласно используемому критерию, разрушение наступает тогда, когда одна из компонент

деформации, отнесенных к осям ортотропии, достигает предельного значения, определяемого из испытаний на одноосное нагружение и чистый сдвиг:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = e_1^a; \quad \varepsilon_2 = e_2^a; \quad \varepsilon_3 = e_3^a; \\ \gamma_{12} = e_4; \quad \gamma_{23} = e_5; \quad \gamma_{31} = e_6, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  — деформация в направлениях осей ортотропии;  $\gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}$  — деформация сдвига в плоскостях ортотропии;  $e_1^a, e_2^a, e_3^a, e_4, e_5, e_6$  — предельная деформация монослоя.

По результатам расчета выявлены слои, получившие повреждения при достижении предельного значения (согласно критерию разрушения), и значения нагрузки, при которой фиксируется потеря несущей способности образца. Модель материала MAT\_221 основана на том, что зависимость напряжений от деформаций в ортотропном слоистом ПКМ имеет три участка: зона упругого поведения, зона повреждения, зона разрушения. Для проведения валидации КЭМ с экспериментальными данными все измеренные поля деформаций для основных случаев нагружения определяются при 30 % от разрушающей нагрузки методом корреляции цифровых изображений (КЦИ) Vic3D фирмы Correlated Solutions (рис. 8).

Далее на основе валидированной модели приведены расчеты для расширения диаграммы предельных напряжений при сложном напряженном состоянии. Действующие напряжения рассчитывались как нагрузка, проходящая через рабочее сечение образца с геометрическими параметрами ширина 36 мм и толщина 6,65 мм. Результаты расчетов представлены в таблице.

**Расчеты несущей способности крестообразного образца**

№	x	y	Обозначение	Нагрузка X, МПа	Нагрузка Y, МПа	$\sigma_x$ , МПа	$\sigma_y$ , МПа
1	10	-1,3	X10 Y-1.3	202 000	-27 100	840	-110
2	-10	5	X-10 Y5	-100 000	49 500	-410	200
3	-10	8,4	X-10 Y8.4	-95 000	80 300	-390	330
4	10	2	X10 Y2	207 000	43 600	860	180
5	10	4,8	X10 Y4.8	185 000	90 300	770	370
6	10	4,4	X10 Y4.4	184 000	81 000	760	330
7	-10	6,6	X-10 Y6.6	144 000	95 500	600	390
8	-10	7,5	X-10 Y7.5	-85 000	65 000	-350	270

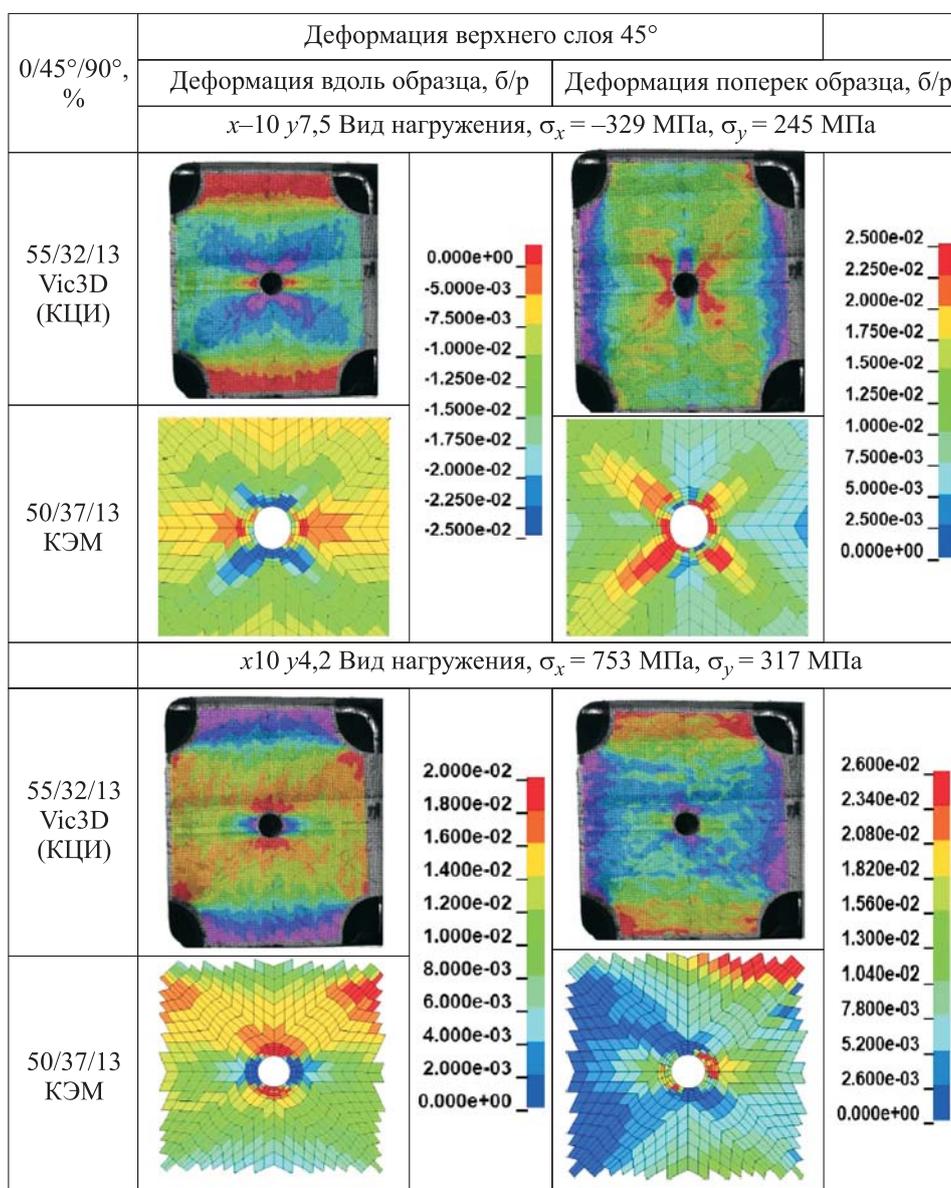


Рис. 8. Результаты, полученные путем эксперимента и моделирования с помощью метода конечных элементов

Принятый подход при расчете несущей способности образцов показал, что моделирование эксперимента дает приемлемый уровень погрешности (около 15 %) и может быть использован при проведении дальнейшей работы по оценке на несущую способность ПКМ при сложном НС (рис. 9).

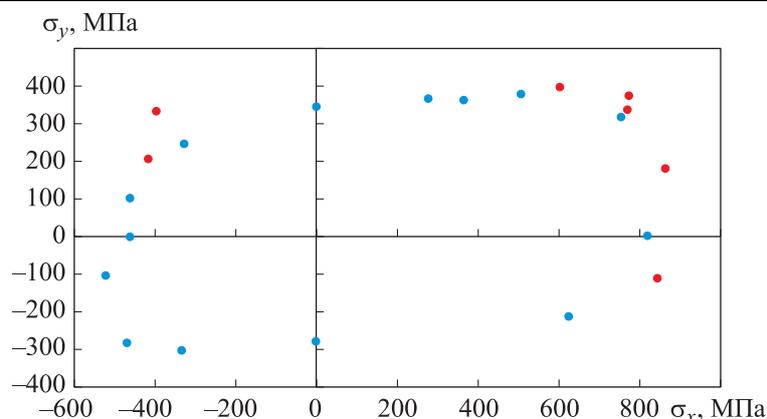


Рис. 9. Результаты испытаний и численного эксперимента:  
 ● — эксперимент; ● — расчет

**Заключение.** Анализ результатов расчетно-экспериментальной работы показывает, что ортотропные пластины подвержены сильно-му влиянию геометрических концентраторов. При проектировании элементов конструкций из ортотропного материала целесообразно использовать комплексный подход к определению несущей способности. Исследования показали, что введение образца с новой геометрией дает возможность проводить изучение несущей способности при сложном напряженном состоянии для ортотропных пластин с различными пропорциями приложения нагрузок. Данный подход на примере изучаемого ортотропного материала на основе эпоксидной матрицы и высокомодульного волокна (ПКМ) дает возможность увеличить площадь области несущей способности исследуемой укладки. Модели позволяют оценить и прогнозировать места разрушения натуральных образцов, а также выявить зоны с различными пропорциями приложения нагрузок для проведения натурального испытания и последующей валидации модели. Сравнение расчетных и экспериментальных данных показало, что подход может быть использован для прогнозирования несущей способности подкрепленных обшивок со стрингерным набором, в которых реализовано сложное напряженное состояние.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чернышев С.Л. [и др.]. *Форсайт развития авиационной науки и технологий до 2030 года и на дальнейшую перспективу*. Москва, ЦАГИ, 2014, 280 с.
- [2] Васильев В.В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988, 272 с.
- [3] *Composite Material Handbook. Volume 3. Polymer Matrix Composites Materials Usage, Design, and Analysis*. SAE International, 2012, 900 p.
- [4] Лехницкий С.Г. *Теория упругости анизотропного тела*. Москва, Наука, 1977, 417 с.

- [5] Tan S.C., Kim R.Y. Strain and stress concentrations in composite laminates containing a hole. *Experimental Mechanics*, 1990, vol. 30 (4), pp. 345–351. DOI: 10.1007/BF02321502
- [6] Lang J., Schemmann M., Seelig T., Böhlke T. Investigations of Cruciform Specimen Designs for Biaxial Tensile Testing of SMC. *Proceedings*, 2018, vol. 2, p. 411.
- [7] Holger T. A review of the biaxial strength of fibre-reinforced plastics *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, August 1998, vol. 29, issue 8, pp. 869–886. [https://doi.org/10.1016/S1359-835X\(97\)00090-0](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(97)00090-0)
- [8] Соколов С.А. Методика вычисления коэффициента интенсивности напряжений для трещины в области концентратора. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*, 2020, № 5, с. 328–335, EDN USZMAL
- [9] Черепанов А.П. Методы оценки концентраций механических напряжений. *Сборник научных трудов Ангарского государственного технического университета*, 2023, № 20, с. 103–108, EDN XIUNUC
- [10] Полилов А.Н. Механизмы уменьшения концентрации напряжений в волокнистых композитах. *Прикладная механика и техническая физика*, 2014, т. 55, № 1 (323), с. 187–197, EDN SLHZDP
- [11] Абашев О.В., Смагин Е.И., Яшутин А.Г. Определение сдвиговых характеристик полимерных композиционных материалов. *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, 2023, т. 89, № 12, с. 74–80. DOI: 10.26896/1028-6861-2023-89-12-74-80
- [12] *LS-DYNA Keywords User's manual*. Volume I. Livermore Software Technology Corp., 2016, 2682 p.
- [13] *LS-DYNA Keywords User's manual*. Volume II. Livermore Software Technology Corp., 2016, 1479 p.
- [14] Deliou A., Bouchouicha B. Mechanical behavior of unidirectional composites according different failure criteria. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2022, no. 60, pp. 30–42. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.60.0330

Статья поступила в редакцию 04.06.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Смагин Е.И., Вестяк В.А., Мартиросов М.И., Калинин А.Г. Несущая способность ортотропных пластин при сложном напряженном состоянии. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, вып. 8. EDN XZYGAA

**Смагин Евгений Игоревич** — начальник отдела ПАО «Яковлев».  
e-mail: Smagin\_ei@mail.ru

**Вестяк Владимир Анатольевич** — д-р физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). e-mail: v.a.vestyak@mail.ru

**Мартиросов Михаил Иванович** — канд. техн. наук, доцент, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет).  
e-mail: michaelmartirosov@yandex.ru

**Калинин Алексей Геннадьевич** — начальник отдела №3 НИО-18, ФАУ «ЦАГИ».  
e-mail: aleksey.kalinin@tsagi.ru

## Orthotropic plate bearing capacity under the complex stress state

©E.I. Smagin<sup>1</sup>, V.A. Vestyak<sup>2</sup>, M.I. Martirosov<sup>2</sup>, A.G. Kalinin<sup>3</sup>

<sup>1</sup>JSC Yakovlev Corporation, Moscow, 125315, Russian Federation

<sup>2</sup>Moscow Aviation Institute (National Research University),  
Moscow, 125993, Russian Federation

<sup>3</sup>Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovskiy, 140180, Russian Federation

*Within the frames of the work, a computational and experimental approach to determining bearing capacity of the orthotropic plates with a geometric stress concentrator was developed for a case of the complex stress state. The paper considers problems of the used experimental sample shape, and proposes a new geometric sample making it possible to test orthotropic plates up to 8 mm thick with destruction in the sample working area. It presents the types of samples and loading schemes for various testing methods. Experimental studies were performed of a complex stress state. The bearing capacity was determined for the plates made of the polymer composite material based on the epoxy matrix and the high-modulus fiber (carbon-based) for various combinations of the loading forces. The finite element models were constructed, and a numerical experiment was carried out on the bearing capacity of the orthotropic plates under consideration. The paper compares experimental data for various reinforcement schemes taking into account the load combined biaxial action. It shows that the computed and experimental results are in satisfactory agreement with each other.*

**Keywords:** orthotropic plate, static load, polymer composite materials, transient load in a plate, cross-shaped specimen with a free hole, testing, LS-DYNA software package, finite element method, composite failure criteria, complex stress-strain state

### REFERENCES

- [1] Chernyshev S.L. et al. *Forsayt razvitiya aviatsionnoy nauki i tekhnologiy do 2030 gods i na dalneyshuyu perspektivu* [Foresight of the aviation science and technology development to 2030 and beyond]. Moscow, TsAGI Publ., 2014, 280 p.
- [2] Vasilyev V.V. *Mekhanika konstruktivnykh materialov* [Mechanics of the composite material structures]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988, 272 p.
- [3] *Composite Material Handbook. Volume 3. Polymer Matrix Composites Materials Usage, Design, and Analysis*. SAE International, 2012, 900 p.
- [4] Lekhnitsky S.G. *Teoriya uprugosti anizotropnogo tela* [Theory of elasticity of an anisotropic body]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 417 p.
- [5] Tan S.K., Kim R.Yu. Concentrations of deformations and stresses in composite laminates containing holes. *Experimental Mechanics*, 1990, vol. 30 (4), pp. 345–351. DOI: 10.1007/BF02321502
- [6] Lang J., Schemmann M., Seelig T., Böhlke T. Investigations of Cruciform Specimen Designs for Biaxial Tensile Testing of SMC. *Proceedings*, 2018, vol. 2, p. 411.
- [7] Holger T. A review of the biaxial strength of fibre-reinforced plastics *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, August 1998, vol. 29, issue 8, pp. 869–886. [https://doi.org/10.1016/S1359-835X\(97\)00090-0](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(97)00090-0)

- [8] Sokolov S.A. Metodika vychisleniya koeffitsienta intensivnosti napryazheniy dlya treshchiny v oblasti kontsentratora [Method for calculating the stress intensity coefficient factor for crack in the field of stress concentrator]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki — Proceedings of the TSU. Technical Sciences*, 2020, no. 5, pp. 328–335. EDN USZMAL
- [9] Cherepanov A.P. Metody otsenki kontsentratsiy mekhanicheskikh napryazheniy [Full-scale methods for estimating concentrations of mechanical voltage]. *Sbornik nauchnykh trudov Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Scientific Papers Collection of the Angarsk State Technical University], 2023, no. 20, pp. 103–108. EDN XIUNUC
- [10] Polilov A.N. Mekhanizmy umensheniya kontsentratsii napryazheniy v voloknistnykh kompozitakh [Mechanisms of stress concentration reduction in fiber composites]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2014, vol. 55, no. 1 (323), pp. 187–197. EDN SLHZDP
- [11] Abashev O.V., Smagin E.I., Yashutin A.G. Opredelenie sdvigovykh kharakteristik polimernykh kompozitsionnykh materialov [Determination of shear characteristics of polymer composite materials]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov — Industrial laboratory. Diagnostics of Materials*, 2023, vol. 89, no. 12, pp. 74–80. <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2023-89-12-74-80>
- [12] *LS-DYNA Keyword User's Guide*. Volume I. Livermore Software Technology Corp., 2016, 2682 p.
- [13] *LS-DYNA User's Guide to Keywords*. Volume II. Livermore Software Technology Corporation, 2016, 1479 p.
- [14] Deliu A., Bushuicha B., Mechanical behavior of unidirectional composites according to various fracture criteria. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2022, vol. 60, pp. 30–42. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.60.0330>

**Smagin E.I.**, Head of the Department, JSC Yakovlev Corporation.  
e-mail: Smagin\_ei@mail.ru

**Vestyak V.A.**, Dr. Sc. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department Head, Moscow Aviation Institute (National Research University). e-mail: v.a.vestyak@mail.ru

**Martirosov M.I.**, Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University). e-mail: michaelmartirosov@yandex.ru

**Kalinin A.G.**, Head of the Department no. 3 NIO-18, Central Aerohydrodynamic Institute. e-mail: aleksey.kalinin@tsagi.ru