

Экспериментально-расчетное определение динамических параметров растягиваемых тросов

© Д.Е. Решетников, А.Н. Кожевников, К.А. Матвеев

Новосибирский государственный технический университет,
Новосибирск, 630073, Российская Федерация

Представлено численно-экспериментальное исследование частот собственных колебаний стального троса при разных уровнях растягивающего усилия. Для проведения расчетов была использована модель поперечных колебаний струны, а также были разработаны несколько стендов для измерения усилия натяжения и частот собственных колебаний троса. Экспериментальным путем были оценены потери на трение в спроектированном кронштейне стенда при отслеживании натяжения троса по обе стороны от кронштейна. Исследование по определению динамических параметров троса разной конфигурации «длина–тяжение» осуществлялось на испытательных стендах. После выполнения сравнительного анализа полученного экспериментально и расчетного спектров частот малых колебаний стального троса был сделан вывод о возможности определения уровней растягивающего усилия в тросе по измеренным значениям частот собственных колебаний.

Ключевые слова: *стальной трос, малые колебания, формы собственных колебаний, испытательный стенд, Mathcad, SolidWorks, анализатор спектра частот башенного типа «ЛЭПТОН-1»*

Введение. Выявление уровня натяжения упругого троса в различных конструкциях как после первоначального монтажа, так и в процессе их последующей эксплуатации является актуальной задачей. Например, ее решение требуется при разработке конструкций воздушных линий (ВЛ) электропередачи, так как для обеспечения устойчивости и жесткости опор ВЛ зачастую используются натянутые упругие элементы — оттяжки. Один из способов определения растягивающего усилия в подобных задачах — идентификация параметров состояния системы по ее экспериментально определенным динамическим параметрам: значениям частот, формам и декрементам собственных колебаний конструкции.

За последние тридцать лет проведен ряд исследований, посвященных методам определения динамических параметров различных конструкций, в частности, методам диагностики технического состояния мостов по динамическим параметрам [1]. Способы решения рассматриваемой задачи различны по методам проведения, алгоритмам обработки данных, анализируемым динамическим параметрам и пр. Например, существуют методы определения технического состояния на основе анализа частот и форм собственных колебаний, однако для их реализации необходимо большое количество датчиков. Следует

заметить, что за рубежом, к примеру, распространена диагностика мостов по динамическим параметрам [2, 3].

Цель данной работы — установить зависимость между растягивающими усилиями в тросовых упругих элементах и экспериментально определенными частотами собственных колебаний.

Аналитические подходы. Непосредственно задача о малых колебаниях натянутого троса или оттяжки соответствует математической задаче о поперечных колебаниях струны. Эта задача считается классической, решаемой с использованием уравнений математической физики, она достаточно подробно рассмотрена в разных изданиях, и поэтому известны конечные выражения для определения значений частот собственных колебаний такой конструкции. При схематизации троса в виде струны при расчете следует учитывать только площадь поперечного сечения, поскольку струнная модель (рис. 1) не обладает изгибной жесткостью, а также не сопротивляется скручиванию.



Рис. 1. Схема струнной модели троса

Колебания струны описываются известным дифференциальным уравнением и собственным набором краевых условий [4]. Выражение для круговых частот собственных колебаний струны ω имеет вид [5, 6]

$$\omega_n = \frac{\pi n}{L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}, \quad (1)$$

где n — номер формы колебаний; T — растягивающее усилие, Н; L — длина струны, м; ρ — погонная плотность, кг/м.

Значения этих частот получены путем расчета по формуле (1) и делением на 2π радиан. Определенный спектр частот собственных колебаний троса DIN 3035 длиной 5,562 м при действии нагрузки 90 кгс приведен ниже:

Номер частоты	Частота, Гц
1	7,524
2	15,048
3	22,571
4	30,095
5	37,619

Полученные значения частоты колебаний пропорциональны ее номеру, что характерно для струнной расчетной модели. Следует заметить, что в экспериментальной части работы можно ожидать схожих результатов.

Экспериментальный анализ. Для экспериментального модального анализа был разработан специальный испытательный стенд, в состав которого входят стойка с кронштейном для троса [7], динамометр для фиксирования натяжения и стяжная муфта для создания переменного тяжения в конструкции. Кронштейн для троса (рис. 2), спроектированный в среде SolidWorks, был изготовлен с нуля.

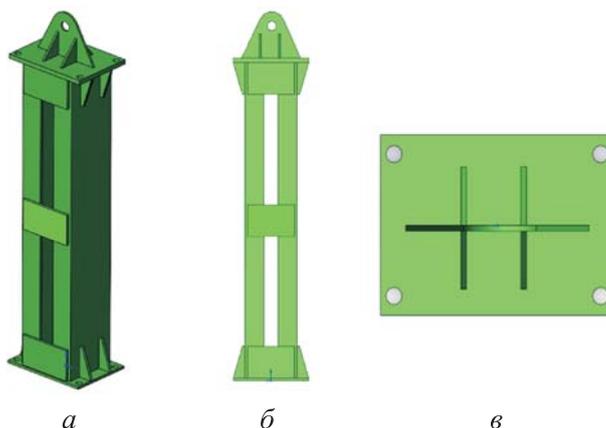


Рис. 2. Выполненная в среде SolidWorks 3D-модель стойки стенда:
а — общий вид; *б* — вид спереди; *в* — вид сверху

В проектировочный расчет входило определение напряженно-деформированного состояния стойки и самого кронштейна при предполагаемом характере нагружения в проушине. В связи с тем что ожидаются сжимающие нагрузки, дополнительно было проведено исследование устойчивости вертикальной колонны стенда. Определенные коэффициенты запаса прочности превысили 67, а для устойчивости был получен запас не менее 1,2.

На первом шаге исследования был создан стенд следующей конфигурации: трос, пропущенный через кронштейн на стойке, закреплялся с двух сторон от нее к силовому полу лаборатории. В каждой из частей стенда был размещен динамометр для измерения разницы между тяжением троса по обе стороны от кронштейна при постепенном повышении нагрузки в одной из частей стенда в диапазоне 50...250 кгс с постоянным шагом, равным 50 кгс.

Такое испытание проводилось с целью оценки потерь на трение в кронштейне стенда. Возможность получить достоверные значения потерь усилия позволила бы исключить из экспериментальной установки второй динамометр, что повысило бы точность испытания. Оценка разницы в показаниях динамометров по обе стороны от стойки стенда, полученная путем эксперимента, приведена ниже:

Значение натяжения троса, кгс	Отличие показаний, %
50	±2
100	±10
150	±25
200	±12,5
250	±12,5

Существенные потери при уровне усилия 150 кгс можно объяснить проскальзыванием в модели: при достижении этого усилия трос стал «закусывать» в кронштейне, что привело к нарушению симметрии в различных плечах стенда. После преодоления указанного уровня нагрузки разница в показаниях динамометров снижается.

Имеющиеся экспериментальные данные можно аппроксимировать функцией логарифмического вида (рис. 3).

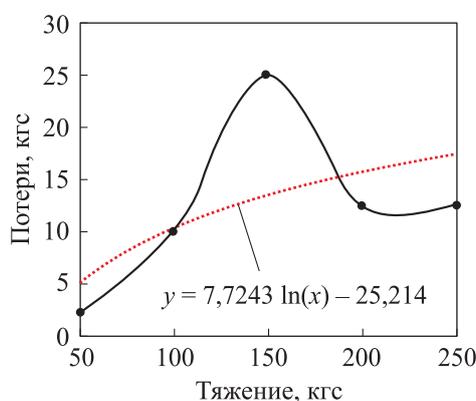


Рис. 3. Аппроксимация экспериментальных данных потерь на трение в стенде

Получив уравнения для аппроксимирующей функции, можно восстановить значения потерь на трение при тех уровнях усилия, которые не были фактически проверены в эксперименте.

На следующем этапе работы была изменена вся конструкция стенда: убран один из динамометров, а эффективная длина троса увеличена до 5,562 м, что привело к закономерному снижению уровня частот собственных колебаний относительно использованной ранее конфигурации. Испытательный стенд нового вида для экспериментального модального анализа (разработан на базе зала статических испытаний Новосибирского государственного технического университета) показан на рис. 4.

В экспериментальной части работы было проведено 42 испытания. В правой части конструкции варьировалась растягивающая нагрузка в устройстве натяжения. После монтажа и выполнения первой серии экспериментов стенд был оставлен в нагруженном состоянии усилием до 100 кгс для завершения всех переходных процессов

и стабилизации конструкции на две календарные недели. Во время каждого измерения фиксировался спектр частот ее собственных колебаний. Эксперименты проводили с использованием анализатора спектра частот в конструкции башенного типа ЛЭПТОН-1 (рис. 5). Этот сертифицированный прибор предназначен для измерения частот колебаний конструкций в диапазоне 1...30 Гц (внесен в Госреестр СИ РФ: 84220-21), заявленная его изготовителем допустимая относительная погрешность определения частоты составляет 0,5 %.

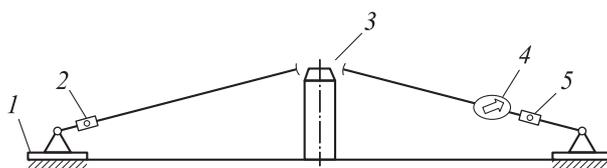


Рис. 4. Модифицированный испытательный стенд (схематичное изображение):
1 — основание; 2 — лэптон; 3 — спроектированная стойка с кронштейном;
4 — динамометр; 5 — устройство для создания натяжения



Рис. 5. Пример установки анализатора спектра частот

Комплекс ЛЭПТОН-1 осуществляет измерение аналоговых выходных электрических сигналов тензодатчиков и переводит их в цифровой код с помощью аналого-цифрового преобразователя, ограничения полосы пропускания и последующей их передаче на смартфон по Bluetooth. Он крепится магнитами, поэтому в стенде предусмотрены плоские монтажные площадки для размещения датчиков.

Обсуждение результатов. В работе [8] представлена программа в среде программирования Mathcad, позволяющая получать значения частот для выбранной геометрической конфигурации троса расчетным методом по струнной модели. Подставляя параметры фактического троса в расчетную модель, можно получить спектр частот собственных колебаний троса с абсолютно жесткими концами [9]. В результате обработки 84 экспериментальных файлов (по два датчика в каждом эксперименте) было установлено, что максимальная низшая частота для случая растягивающей нагрузки 100 кгс, а зафиксированная экспериментально составила 7,027 Гц.

Расчетный результат для струнной модели составляет 7,526 Гц. По экспериментальным данным значения для первой частоты в зависимости от условий испытания находились в интервале 7,027...8,131 Гц соответственно.

Вследствие частого повтора значений растягивающей нагрузки (100 кгс) можно провести статистический анализ для первых трех частот колебаний, представленных в таблице.

Экспериментальные значения частот колебаний, Гц, при тяжении 100 кгс

Значение	Значения частоты, Гц, номером		
	1	2	3
Минимальное	7,027	14,757	22,286
Среднее	7,581	15,615	23,675
Медиана	7,529	15,761	23,641
Мода	7,529	15,259	23,491
Максимальное	8,131	16,162	24,896
Расчет для этого троса	7,931	15,861	23,792

В продолжение исследования был выполнен сравнительный анализ всех экспериментальных значений при варьировании усилия тяжения, равного 100, 150, 200, 250 кгс.

На примере растягивающего усилия в 100 кгс можно представить алгоритм оформления результатов. Выбранное усилие характеризуется потерями на трение в кронштейне на уровне ± 10 кгс. Для троса фиксированной длины были заданы два варианта тяжения с учетом потерь в большую и меньшую стороны — 90 и 110 кгс соответственно. В этих условиях рассчитывались спектры частот собственных колебаний.

Полученные значения образуют интервалы ожидаемых частот для экспериментальных результатов. В дальнейшем границы интервалов показаны сплошными линиями, значения, полученные из эксперимента, отображаются точками для каждого из них. Подобные «коридоры значений» получены для каждой из низших форм собственных колебаний (рис. 6–8).

Синей линией показаны расчетные значения тяжения с добавлением потерь — ожидаемая верхняя оценка, красным — расчетные значения усилия, уменьшенные на уровень потерь — ожидаемая нижняя оценка.

Экспериментальные значения, которые попали в расчетную область, представлены точками черного цвета; зеленым цветом — данные, которые не попали в «коридор значений».

Для полученных экспериментально значений характерно то, что они практически полностью располагаются внутри «расчетных коридоров», особенно для частоты с номером больше единицы.

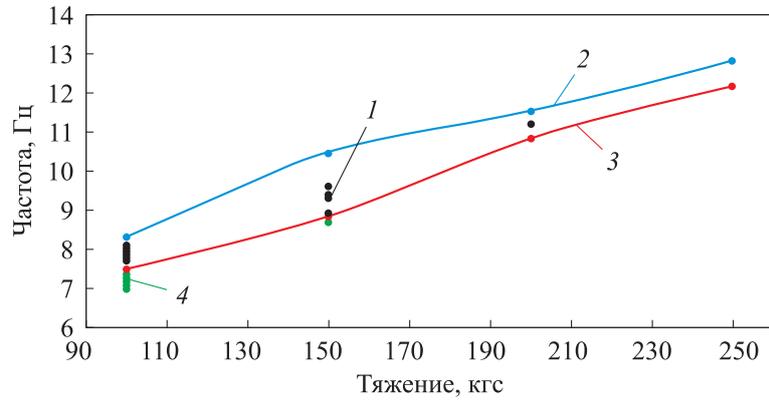


Рис. 6. Расчетные оценки и экспериментальные данные для частоты 1:
 1 — значения, попавшие в расчетную область; 2 — расчетные значения плюс потери;
 3 — расчетные значения минус потери; 4 — значения, не попавшие в расчетную область

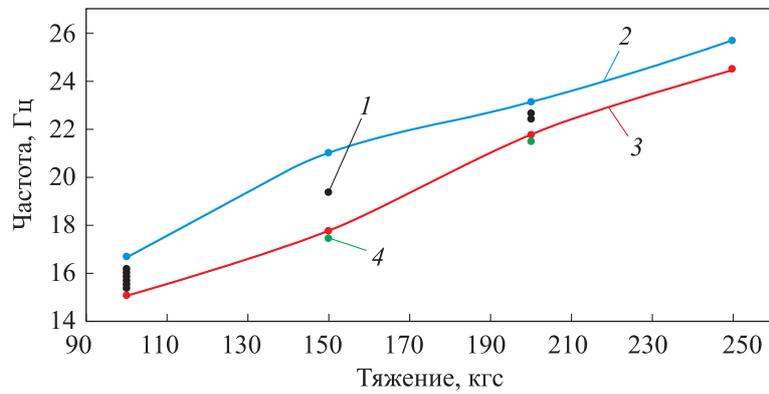


Рис. 7. Расчетные оценки и экспериментальные данные для частоты 2:
 1 — значения, попавшие в расчетную область; 2 — расчетные значения плюс потери;
 3 — расчетные значения минус потери; 4 — значения, не попавшие в расчетную область

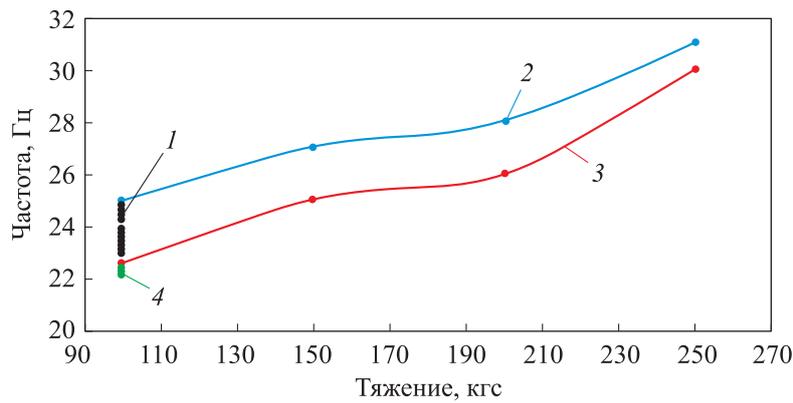


Рис. 8. Расчетные оценки и экспериментальные данные для частоты 3:
 1 — значения, попавшие в расчетную область; 2 — расчетные значения плюс потери;
 3 — расчетные значения минус потери; 4 — значения, не попавшие в расчетную область

Следует заметить, что учет погрешности измерительного комплекса позволит рассматривать близко расположенные значения как единый результат, что приведет к потенциальному объединению части результатов [9, 10].

Заключение. Рассмотрено аналитическое решение задачи о колебаниях струны как схематизации натянутого стального троса. Получены значения частот и соответствующие им формы собственных колебаний. Для проведения экспериментов был разработан испытательный стенд и спроектирован специальный кронштейн, с помощью которого можно корректировать положение троса элементов стенда относительно друг друга. Результаты экспериментов показали, что уменьшение длины растягиваемого троса приводит к повышению частот собственных колебаний всей системы. Представлена взаимосвязь растягивающих усилий в упругих тросах с их экспериментально определенными динамическими параметрами. В дальнейшем предполагается выполнить дополнительные испытания для определения растягивающих усилий в тросах по зафиксированным значениям частот низших форм собственных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Olson L.D. *Dynamic Bridge Substructure Evaluation and Monitoring*. Georgetown (Virginia, USA), Turner-Fairbank Highway Research Center, 2005, 216 p.
- [2] Pathirage T.S. *Identification of prestress force in prestressed concrete box girder bridges using vibration based techniques: submitted in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*. Pathirage Thisara Shamane. Brisbane (Queensland, Australia), 2017, 165 p.
- [3] Shi L., He H., Yan W. Prestress force identification for externally prestressed concrete beam based on frequency equation and measured frequencies. *Engineering Applications of Intelligent Monitoring and Control*, 2014, 13 p.
- [4] Minullin R.G., Akhmetova I.G., Kasimov V.A., Piunov A.A. Location monitoring with determining the location of damage and the current performance of overhead power lines. Translated from *Élektricheskie Stantsii*, 2022, no. 11, pp. 30–38. DOI: 10.1007/s10749-023-01635-4
- [5] Бабаков И.М. *Теория колебаний*. 3-е изд., стереотип. Москва, Наука, 1968, 560 с.
- [6] Биргер И.А. Пановко Я.Г. *Прочность, устойчивость, колебания*. Справочник в трех томах. Том 3. Москва, Машиностроение, 1949, 547 с.
- [7] EN 10385-4: *Steel wire ropes. Safety. Part 4: Stranded ropes for general lifting applications*. German version EN 12385-4:2002, 31 p.
- [8] Решетников Д.Е., Кожевников А.Н. Сопоставление расчетных подходов к моделированию колебаний тросов. *Интеллектуальный потенциал Сибири: 30-я Региональная научная студенческая конференция: сб. науч. трудов. Новосибирск, 23–27 декабря 2022 г.* В 4 ч. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2022, ч. 2, с. 609–612.
- [9] Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. Москва, Наука, 1972, 735 с.

- [10] Решетников Д.Е., Кожевников А.Н. Экспериментальное определение частот собственных колебаний стальных тросов. *XVI Всероссийская научная конференция молодых ученых (г. Новосибирск, 05–08 декабря 2022 г.). Сб. науч. трудов*. В 11 ч. Казьмина А.С., ред. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2022, с. 49–52.

Статья поступила в редакцию 20.02.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Решетников Д.Е., Кожевников А.Н., Матвеев К.А. Экспериментально-расчетное определение динамических параметров растягиваемых тросов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, вып. 6. EDN HWQSRN

Решетников Денис Евгеньевич — аспирант кафедры «Прочность летательных аппаратов» факультета летательных аппаратов НГТУ.
e-mail: denis.reshetnikov.99@bk.ru

Кожевников Алексей Николаевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прочность летательных аппаратов» факультета летательных аппаратов НГТУ.
e-mail: Kozhevnikov.2010@corp.nstu.ru

Матвеев Константин Александрович — профессор кафедры «Прочность летательных аппаратов» факультета летательных аппаратов НГТУ, д-р техн. наук, профессор. e-mail: matveev@corp.nstu.ru

Experimental and computational determination of dynamic parameters of stretchable cables

© D.E. Reshetnikov, A.N. Kozhevnikov, K.A. Matveev

Novosibirsk State Technical University
Novosibirsk, 630073, Russian Federation

The paper is devoted to numerical and experimental study of the natural vibration frequencies of a steel cable at different levels of tensile force. During the calculations, a model of transverse string vibrations was used. Several stands were developed with the ability to measure the tension force and natural vibration frequencies of the cable. The friction losses in the designed stand bracket were experimentally estimated by monitoring the cable tension on both sides of the bracket. A study was conducted using test benches to determine the dynamic parameters of a cable of different length-gravity configurations. In addition, a comparative analysis of the experimentally obtained and calculated frequency spectra of small vibrations of a steel cable has been performed. It is concluded that it is possible to determine the levels of tensile force in the cable based on the measured values of the natural oscillation frequencies.

Keywords: steel cable, small vibrations, natural vibration patterns, test bench, Mathcad, SolidWorks, frequency spectrum analyzer of the LEPTON-1 tower-type

REFERENCES

- [1] Olson L.D. *Dynamic Bridge Substructure Evaluation and Monitoring*. Georgetown (Virginia, USA), Turner-Fairbank Highway Research Center, 2005, 216 p.
- [2] Pathirage T.S. *Identification of prestress force in prestressed concrete box girder bridges using vibration based techniques: submitted in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*. Pathirage Thisara Shamane. Brisbane (Queensland, Australia), 2017, 165 p.
- [3] Shi L., He H., Yan W. Prestress force identification for externally prestressed concrete beam based on frequency equation and measured frequencies. *Engineering Applications of Intelligent Monitoring and Control*, 2014, 13 p.
- [4] Minullin R.G., Akhmetova I.G., Kasimov V.A., Piunov A.A. Location monitoring with determining the location of damage and the current performance of overhead power lines. Translated from *Élektricheskie Stantsii*, 2022, no. 11, pp. 30–38. <https://doi.org/10.1007/s10749-023-01635-4>
- [5] Babakov I.M. *Teoriya kolebaniy* [The theory of vibrations]. 3rd ed., stereotype. Moscow, Nauka Publ., 1968, 560 p.
- [6] Birger I.A. Panovko Ya.G. *Prochnost, ustoychivost, kolebaniya. Spravochnik v trekh tomakh. Tom 3* [Strength, stability, oscillations. Handbook in three volumes. Vol. 3]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1949, 547 p.
- [7] *EN 10385-4: Steel wire ropes. Safety. Part 4: Stranded ropes for general lifting applications*. German version EN 12385-4:2002, 31 p.
- [8] Reshetnikov D.E., Kozhevnikov A.N. Sopotavlenie raschetnykh podkhodov k modelirovaniyu kolebaniy trosov [Comparison of computational approaches to simulating the cable oscillations]. *Intellektualnyi potentsial Sibiri. 30-ya Regionalnaya nauchnaya studencheskaya konferentsiya: sb. nauch. trudov. Novosibirsk, 23-27 dekabrya 2022 g.* [Intellectual potential of Siberia. 30th Regional

- scientific student conference: coll. of scientific papers. Novosibirsk, December 23–27, 2022.]. In 4 parts. Novosibirsk, NSTU Publ., 2022, part 2, pp. 609–612.
- [9] Tikhonov A.N., Samarsky A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1972, 735 p.
- [10] Reshetnikov D.E., Kozhevnikov A.N. Eksperimentalnoe opredelenie chastot sobstvennykh kolebaniy stalnykh trosov [Experimental determination of natural oscillation frequencies of the steel cables]. *XVI Vserossiyskaya nauchnaya konferentsiya molodykh uchenykh (g. Novosibirsk, 05-08 dekabrya 2022 g.). Sbornik nauchnykh trudov v 11 ch. Kazmina A.S. red.* [XVI All-Russian Scientific Conference of Young Scientists (Novosibirsk, December 5-8, 2022). Collection of scientific papers in 11 parts. Kazmina A. S., ed.]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2022, pp. 49–52.

Reshetnikov D.E., Postgraduate, Department of Aircraft Strength, Faculty of Aircraft, NSTU. e-mail: denis.reshetnikov.99@bk.ru

Kozhevnikov A.N., Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of Aircraft Strength, Faculty of Aircraft, NSTU. e-mail: Kozhevnikov.2010@corp.nstu.ru

Matveev K.A., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Aircraft Strength, Faculty of Aircraft, NSTU. e-mail: matveev@corp.nstu.ru