

**Анализ и совершенствование расчета параметров  
свободного обтекания газом вертикальной пластины  
или цилиндра для использования при исследовании  
тепловых режимов летательного аппарата  
на стартовом комплексе**

© И.В. Бармин, А.Ю. Ромanyak, О.П. Матвеева

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

*Рассмотрены особенности свободной конвекции воздуха с вертикальных поверхностей, актуальные для оценки тепловых режимов в зоне под головным обтекателем на стартовом комплексе, с целью разработки единой формулы для определения локальных чисел Нуссельта. Проведены обзор и анализ публикаций, а также систематизация экспериментальных данных по определению локальных чисел Нуссельта, оценено, как влияют условия выполнения экспериментов на результаты измерений. Выбрана форма и параметры аппроксимирующей зависимости с использованием многопараметрической логистической кривой, статистических методов и критериев качества (коэффициента детерминации, средней ошибки аппроксимации). Разработана новая единая формула для описания свободной конвекции в широком диапазоне чисел Рейля  $10^3 < Ra < 3 \cdot 10^{12}$  с высокой точностью, формула впервые включает описанную переходную область. Ее применение повышает достоверность применяемой валидации программных комплексов.*

**Ключевые слова:** подготовка к пуску, космический аппарат, головной обтекатель, тепловые режимы, свободная конвекция, локальные критериальные числа, аппроксимация, валидация

**Введение.** При подготовке к пуску ракет космического назначения (РКН) важным является поддержание тепловых режимов зоны космических аппаратов (КА) под головным обтекателем (ГО). Обычно зона под ГО имеет активную систему циркуляции газа (воздуха или азота), в связи с чем выдвигаются высокие требования к чистоте и влагосодержанию газа, а также к его скорости вокруг КА.

В настоящее время предложена инновационная конструкция ГО с щелевыми каналами, через которые осуществляется активная подача газа, образующего газовую завесу [1]. Конструкция ГО с щелевыми каналами позволяет изолировать зону КА от активного контура газа, поэтому под ГО вокруг КА наблюдается пассивная циркуляция газа, обусловленная вертикальными градиентами температуры с внутренней стенки ГО со стороны КА (рис. 1). Таким образом, в зоне КА, а также вокруг РКН, включая ГО, в летнем режиме происходит свободный конвективный теплообмен их конструкций с газовой средой. Для расчета параметров этого процесса используют критериальные числа Нуссельта  $Nu$ , Прандтля  $Pr$  и Грасгофа  $Gr$ .

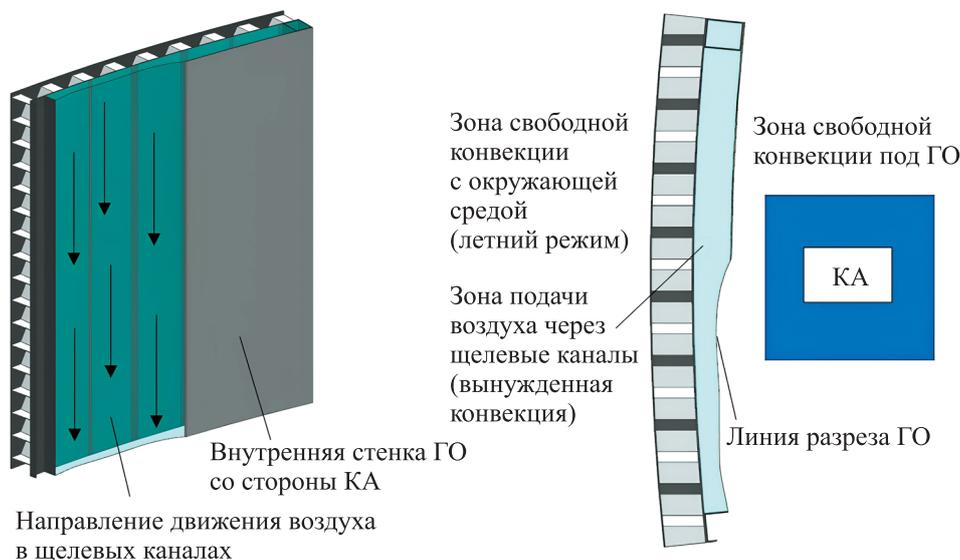


Рис. 1. Зоны конвективных потоков в головном обтекателе с щелевыми каналами

Сложные геометрические характеристики конструкций ГО и КА обуславливают необходимость применения численного моделирования для определения параметров тепловых потоков. Применительно к новым конструкциям ГО авторами в работах [2–4] представлены результаты численного моделирования теплообменных процессов. При использовании численного моделирования в программных комплексах (ПК) для оценки погрешности полученных результатов, а также корректной настройки комплексов проводят валидацию на основе упорядоченных экспериментальных данных.

К настоящему времени имеется достаточное количество экспериментальных данных и их обобщений в виде зависимостей  $Nu = f(Ra)$  зарубежных [5–26] и отечественных [27, 28] авторов для расчета параметров свободной конвекции с вертикальных поверхностей. При этом анализ различных современных зарубежных источников [21–23, 25, 26, 29] показал, что последнее, широко известное представление экспериментальных данных в виде  $Nu = f(Ra)$  относится к 1975 г. [24]. Однако эти данные не описывают переходную область либо в этой области имеются разрывы функции  $Nu = f(Ra)$ , что затрудняет ее применение при проведении валидации свободной конвекции в ПК. Чаще всего для валидации необходимы опытно-экспериментальные данные, реже натурные.

В данной работе рассматривается свободная конвекция воздуха под ГО и с наружной его поверхности в широком диапазоне значений числа Рэлея ( $Ra = Gr \cdot Pr$ ). Для обычных габаритов ГО характерно наличие переходной и турбулентной областей свободной конвекции.

Целью данной работы является анализ, обобщение существующих экспериментальных данных и вывод новой единой формулы для широкого диапазона числа Рэлея, в том числе охватывающей переходную область, необходимую при определении локальных чисел Нуссельта в зоне свободно конвективного теплообмена газа с вертикальными пластинами или цилиндрами в неограниченном пространстве.

Для этого потребовалось решить следующие задачи: поиск источников, содержащих экспериментальные данные и условия их получения; анализ существующих аппроксимаций экспериментальных данных, оценка их точности и устойчивости; обоснование однородности и возможности объединения экспериментальных данных; поиск характерной формы аппроксимирующей зависимости и определение ее параметров.

**Анализ источников.** При анализе литературы [5–28], в том числе справочников [29, 30], установлено, что известные экспериментальные данные получены при различных режимах течения и числах Ra. Для их сглаживания чаще всего применяют формулу общего вида:

$$Nu = C \cdot Ra^n. \quad (1)$$

Эмпирические константы  $C$ ,  $n$  и диапазоны числа Рэлея для применения формул приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Константы  $C$ ,  $n$  и диапазоны числа Ra для применения формул при определении локальных чисел Нуссельта**

$C$	$n$	Диапазон числа Ra	Источник	$C$	$n$	Диапазон числа Ra	Источник
0,52	1/4	$Ra < 3,8 \cdot 10^8$	[6–8]	0,548	1/4	$Ra < 10^9$	[18]
0,10	0,33	$2 \cdot 10^9 < Ra < 10^{12}$	[9]	0,0252	2/5	$Ra > 2,2 \cdot 10^{10}$	[19]
0,13	1/3	$3,5 \cdot 10^7 < Ra < 10^{12}$	[8, 10]	0,52	1/4	$10^4 < Ra < 10^8$	[20]
0,55	1/4	$10^4 < Ra < 3,5 \cdot 10^7$		0,126	1/3	$10^8 < Ra < 10^{12}$	
0,10	1/3	$6 \cdot 10^{12} < Ra$	[16]	0,59	1/4	$10^4 < Ra < 10^9$	[21–26]
0,13	1/3	$10^9 < Ra < 10^{12}$	[8]	0,1	1/3	$10^9 < Ra < 10^{13}$	
0,59	1/4	$10^4 < Ra < 10^9$	[11, 12]	0,54	1/4	$200 < Ra < 8 \cdot 10^6$	[29]
0,363	1/4	$8 \cdot 10^6 < Ra < 2 \cdot 10^9$	[15]	0,15	1/3	$Ra > 8 \cdot 10^6$	
1,911	0,21	$6 \cdot 10^6 < Ra < 6 \cdot 10^9$		0,57	1/4	$10^3 < Ra < 10^9$	[27]
0,092	1/3	$Ra > 6 \cdot 10^{10}$		0,15	1/3	$Ra > 10^9$	
0,555	1/4	$Ra < 10^{10}$	[17]	0,56	1/4	$10^3 < Ra < 10^9$	[28, 30],
0,021	2/5	$10^{10} < Ra < 10^{12}$		0,15	1/3	$Ra > 6 \cdot 10^{10}$	

Константа  $n$  зависит в большей степени от зоны свободной конвекции. Чаще всего для ламинарной зоны  $n = 1/4$ , для турбулентной —  $n = 1/3$  или отмечаются очень близкие к ним значения. Для молекулярно-вязкостной зоны  $n = 1/8$ , однако данная зона в работе не рассматривается. Основные различия состоят в определении константы  $C$  и границ ламинарной и турбулентной зон. Так, граница между ламинарной и турбулентной зонами определена в широком диапазоне [29, 31]:  $8 \cdot 10^6 \dots 10^9 < Ra < 10^9 \dots 6 \cdot 10^{10}$ . Несмотря на то что эти данные достаточно широко и полно используются при проведении расчетов теплоотдачи, пересечение данных в ламинарной и турбулентной зонах затрудняет выбор определенных соотношений при расчете числа Нуссельта для режимов, попадающих в переходную область. Значения константы  $C$  для турбулентной области отличаются в 1,5 раза:  $0,10 \leq C \leq 0,15$ . Становится невозможным применение данных соотношений при проведении валидации, которая осуществляется по локальным числам Нуссельта.

В работах [13, 14, 21–26, 32] предлагаются более сложные зависимости  $Nu(Ra)$ , в которых используется множество констант, например:

$$Nu = (Nu_L^6 + Nu_T^6)^{1/6}, \text{ для } 10^{-1} < Ra < 10^{12} \text{ [13, 14];}$$

$$Nu_T = \frac{0,103}{(1 + 1,4 \cdot 10^9 \cdot Pr / Ra)} \cdot Ra^{1/3};$$

$$Nu_L = \frac{2}{\ln(1 + 2 / Nu^T)}, \quad Nu^T = 0,515 \cdot Ra^{0,25};$$

$$Nu = \left( 0,825 + \frac{0,387 \cdot Ra^{1/6}}{\left[ 1 + \left( \frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right)^2 \text{ для } 10^4 < Ra < 10^{13} \text{ [21–26];}$$

$$Nu = 0,68 + \frac{0,67 \cdot Ra^{1/4}}{\left[ 1 + \left( \frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}} \text{ для } 10^{-1} < Ra < 10^{12} \text{ [24–26, 29].}$$

В табл. 1 показано, что к настоящему времени отсутствуют соотношения, описывающие весь диапазон чисел Рэлея от ламинарного до турбулентного режимов включительно с удовлетворительной точностью. В [28, 31] не отмечены какие-либо особенности в зависимостях

$Nu(Ra)$  после  $Ra > 10^{12}$ , этому нет известного экспериментального подтверждения. В приведенных источниках верхняя граница  $Ra$  после значений  $Ra > 10^{12}$  при использовании зависимости  $Nu(Ra)$  не устанавливается.

В работах [11, 19, 28] экспериментальные исследования по обтеканию вертикальных пластин или цилиндров проводились в ограниченном объеме. Однако из работ следует, что толщина зазора не оказывает взаимных помех. В этом случае движение воздуха имеет такой же характер, как и в неограниченном объеме. В экспериментах работы [15] обтекание вертикальной пластины осуществлялось в неограниченном объеме.

В [30] показано, что если толщина зазора  $\delta$  между стенками вертикальной щели достаточно велика по сравнению с высотой  $l$ , то течение газа имеет такой же характер, как и в неограниченном объеме. Отмечается также, что при малых значениях  $\delta$  перенос теплоты между стенками может быть вычислен по уравнениям теплопроводности. Условие перехода от ограниченного объема к неограниченному определяется из неравенства

$$Gr_{\delta} > 124 \cdot Pr^{-2} (0,955 + Pr) \frac{l}{\delta}.$$

Величины  $\delta$  и  $l$  зависят от соотношений размеров КА и ГО, поэтому при валидации необходимо использовать неравенство (при выборе метода экспериментальных исследований и метода упорядочивания данных). На рис. 2 построены области, в которых возможно использование формул для неограниченного и ограниченного объема. Результаты обобщения экспериментальных данных и данных, полученных по известным расчетным методам, представлены на рис. 3.

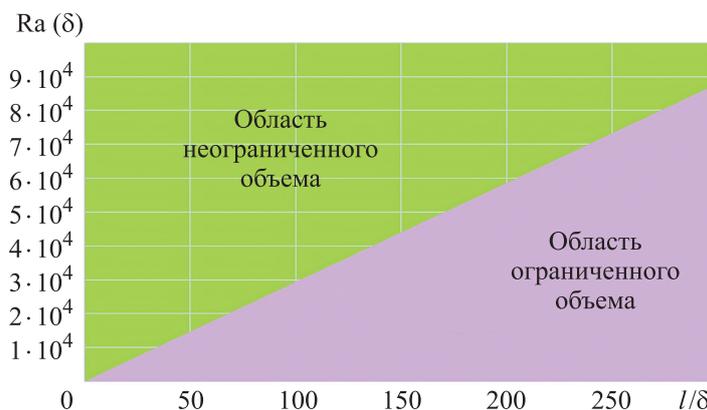
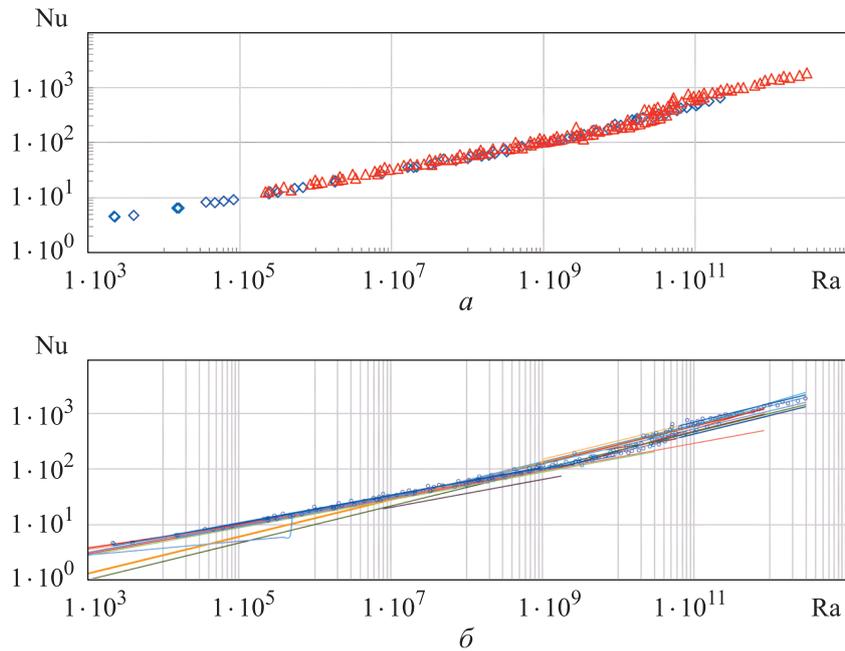
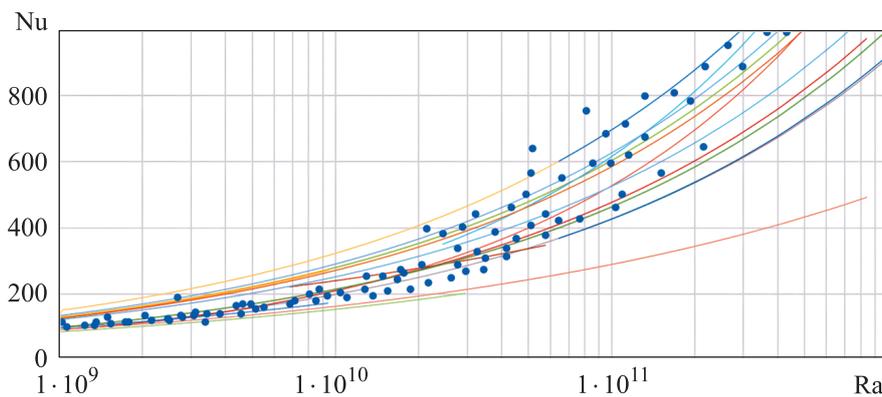


Рис. 2. Граничные значения числа Рейля для применения формул при неограниченном объеме воздушной среды



**Рис. 3.** Обобщенные экспериментальные (а) и расчетные (б) данные числа Нуссельта в зависимости от числа Рэлея, полученные разными методами (см. табл. 1):  
 ◊ — [5, 11, 15–19]; △ — [28]

Переходная ламинарно-турбулентная область видна на рис. 3, а, различия в расчетных значениях числа Нуссельта — на рис. 3, б [5–28, 32]. Из рис. 3 следует, что ни одна из формул не описывает с достаточной точностью все режимы течения газа, в том числе переходную ламинарно-турбулентную область. Показанный на рис. 4 разброс экспериментальных данных в переходной области течения можно объяснить условиями проведения экспериментов и качеством метода сглаживания полученных данных, которые в основном отражаются в константе  $C$ .



**Рис. 4.** Расчетные данные локальных чисел Нуссельта по формулам (см. табл. 1) в сравнении с экспериментальными данными в переходной ламинарно-турбулентной зоне [5, 11, 15–19, 28]:  
 ● — экспериментальные; — расчетные данные

Значимость разброса предлагается оценивать с помощью параметрического метода по  $t$ -критерию (Стьюдента) [33, 34]. Для этого используем двухвыборочный  $t$ -тест с различными дисперсиями. Расчетное значение  $t$ -критерия определяется по формуле

$$t_{\text{расч}} = (\bar{x} - \bar{y}) / \sqrt{s_x^2 / n + s_y^2 / m}, \quad (2)$$

где  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  — средние значения данных двух выборок (каждая выборка — это выборочные значения  $Nu$ , определенные одним из методов, [5–28, 32]);  $s_x^2$  и  $s_y^2$  — оценки дисперсий данных двух выборок;  $n$  и  $m$  — количество данных в каждой выборке.

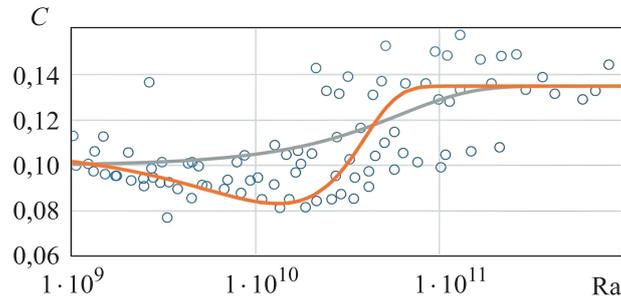
При неравных дисперсиях данный критерий также имеет название Фишера — Беренса. Расчетное значение  $t$ -критерия имеет границу, равную  $|t_{\text{крит}}(k)|$  при выбранном уровне значимости  $\alpha = 1 - \beta$ , где  $\beta = \{0,90; 0,95; 0,99\}$  — доверительная вероятность;  $k$  — параметр  $t$ -распределения, который определяется из формулы

$$k = \frac{(s_x^2 / n + s_y^2 / m)^2}{\frac{(s_x^2 / n)^2}{n-1} + \frac{(s_y^2 / m)^2}{m-1}}. \quad (3)$$

Если  $(-\infty, -t_{\text{крит}}(k)) < t_{\text{расч}} < (t_{\text{крит}}(k), +\infty)$ , то условия проведения экспериментов влияют незначительно. Применив двухвыборочный  $t$ -тест к полученным данным [5–26, 28, 32], имеем следующие результаты:  $t_{\text{расч}} = -0,967$  при  $Ra > 10^3$ . При  $\alpha = 0,05$   $t_{\text{крит}}(79) = 1,99$ , тогда  $|t_{\text{расч}}| = 0,967 < t_{\text{крит}}(79) = 1,99$ , следовательно, условия проведения экспериментов оказывают незначительное влияние.

Анализ позволяет сделать вывод, что экспериментальные данные отражают три режима течения воздуха в неограниченном объеме, условия проведения экспериментов не оказывают значимого влияния и данные могут рассматриваться как однородные.

**Вывод новой формулы.** При анализе выбраны известные экспериментальные данные по свободной конвекции, которые получены на физических моделях процессов, удовлетворяющих равенству определяющих критериев ( $Gr$ ,  $Pr$ ,  $Ra$ ) и условию применимости к неограниченному пространству (см. рис. 2). Для удобства вывода новой формулы сглаживания экспериментальных данных преобразуем формулу (1) к виду  $C = Nu / Ra^{1/3}$ . На рис. 5 представлены преобразованные данные  $C$  для наиболее сложной переходной области  $Ra > 10^9$ .



**Рис. 5.** Преобразованные экспериментальные данные  $C$  для  $Ra > 10^9$ :  
 ○ — эксперимент; — исходный вид логистической кривой;  
 — конечный вид логистической кривой

Анализируя данные на рис. 5, предполагаем, что закономерность в распределении данных подчиняется логистическому закону. Из известных кривых, применяемых обычно для аппроксимации статистических данных со сложным характером, только многопараметрическая логистическая кривая может отражать перегиб в данных и одновременно обладает гибкостью при корректировке формы кривой.

На рис. 5 представлен исходный вид логистической кривой и ее конечный вид в результате первоначального подбора ее параметров  $K, N, r$ :

$$C(Ra) = \frac{K}{1 + e^{\ln \frac{K-N}{N} - r \cdot Ra}} = \frac{0,135}{1 + e^{\ln \frac{0,135-0,1}{0,1} - 5 \cdot 10^{-10} \cdot Ra}}$$

Подбор различных форм записи логистических кривых привел к необходимости использовать новую форму записи путем добавления новых параметров, отличных от первоначальных значений. При построении статистических зависимостей значения параметров обычно определяются методом подбора. В результате для описания области данных, представленных на рис. 5, получена следующая формула с новыми корректирующими логистическую кривую параметрами:

$$C(Ra) = \frac{0,135}{1 + e^{-1,357 - \ln\left(\frac{Ra}{3,6 \cdot 10^{10}}\right) \cdot \frac{2 \cdot Ra}{3 \cdot 10^{10}}}} \tag{4}$$

Подставляя (4) в формулу (1) общего вида, получим зависимость числа Нуссельта от Рэлея для  $Ra > 10^9$ :

$$Nu = \frac{0,135}{1 + e^{-1,357 - \ln\left(\frac{Ra}{3,6 \cdot 10^{10}}\right) \cdot \frac{2 \cdot Ra}{3 \cdot 10^{10}}}} \cdot Ra^{1/3} \tag{5}$$

Таким образом, впервые была достигнута неразрывная форма записи  $Nu(Ra)$  в переходной области в виде статистической зависимости, что позволяет более качественно проводить валидации свободной конвекции при численном моделировании в ПК.

При расширении данных числа Рэлея в допустимом диапазоне обобщенных экспериментальных данных  $10^3 < Ra < 3 \cdot 10^{12}$  подбор констант позволил получить следующую, более сложную, но общую новую формулу для константы  $C$  и числа Нуссельта:

$$C(Ra) = \frac{0,135}{\min \left[ 0,15 \cdot \lg \left( \frac{Ra}{350} \right); 1 \right] + e^{-1,357 - \ln \left( \frac{Ra}{3,6 \cdot 10^{10}} \right)} \cdot \frac{2 \cdot Ra}{3 \cdot 10^{10}}}; \quad (6)$$

$$Nu = \frac{0,135}{\min \left[ 0,15 \cdot \lg \left( \frac{Ra}{350} \right); 1 \right] + e^{-1,357 - \ln \left( \frac{Ra}{3,6 \cdot 10^{10}} \right)} \cdot \frac{2 \cdot Ra}{3 \cdot 10^{10}}} \cdot Ra^{1/3}. \quad (7)$$

Результаты преобразования экспериментальных данных и их сглаживания по формуле (6) в диапазоне числа Рэлея  $10^3 < Ra < 3 \cdot 10^{12}$  представлены на рис. 6. На нем отражены ламинарная, ламинарно-турбулентная и турбулентная зоны свободной конвекции на основе экспериментальных и упорядоченных экспериментальных данных с помощью новой формулы для константы  $C$ , учитывающей их разброс.

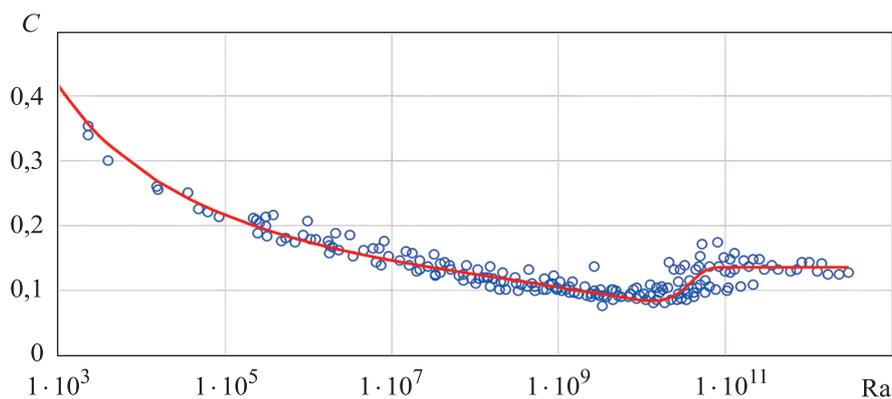


Рис. 6. Преобразование и сглаживание экспериментальных данных:

○ — преобразованные данные; — — сглаженные данные

**Оценка качества сглаживания.** Для оценки качества полученных формул можно использовать коэффициент детерминации ( $Ra_{Nu, Ra}^2$ ) и среднюю ошибку аппроксимации ( $A$ ). Величина  $Ra_{Nu, Ra}^2$  отражает степень объясняемости вариативности в значениях  $Nu$  в статистической зависимости  $Nu(Ra)$ .

Для определения  $Ra_{Nu, Ra}^2$  воспользуемся следующей формулой:

$$Ra_{Nu, Ra}^2 = 1 - \frac{D_{ост}}{D_{общ}} = \frac{D_{\phi}}{D_{общ}}, \quad (8)$$

где  $D_{ост}$ ,  $D_{\phi}$ ,  $D_{общ}$  — остаточная, факторная и общая дисперсии соответственно.

Эти дисперсии должны удовлетворять уравнению баланса полных дисперсий:

$$D_{общ} \approx D_{\phi} + D_{ост}. \quad (9)$$

Дисперсии определяются по формулам:

$$D_{ост} = \sum_{i=1}^n (Nu_i - \widehat{Nu}_i)^2; \quad (10)$$

$$D_{\phi} = \sum_{i=1}^n (\widehat{Nu}_i - \overline{Nu})^2; \quad (11)$$

$$D_{общ} = \sum_{i=1}^n (Nu_i - \overline{Nu})^2, \quad (12)$$

где  $Nu_i$ ,  $\widehat{Nu}_i$ ,  $\overline{Nu}$  — экспериментальные, теоретические и среднее экспериментальных значений числа Нуссельта соответственно.

Средняя ошибка аппроксимации определяется по формуле

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Nu_i - \widehat{Nu}_i}{Nu_i} \right| \cdot 100 \%. \quad (13)$$

Используя выражения (8)–(13) для новых формул (5) и (7), получены значения коэффициента детерминации и средней ошибки аппроксимации (табл. 2).

Расчетные значения коэффициента детерминации  $Ra_{Nu, Ra}^2$   
и средней ошибки аппроксимации  $A$

Номер формулы	Диапазон числа Ra	$Ra_{Nu, Ra}^2$	$A, \%$	$\frac{D_{общ}}{D_{\phi} + D_{ост}}$
5	$10^9 < Ra < 3 \cdot 10^{12}$	0,97	11	0,93
7	$10^3 < Ra < 3 \cdot 10^{12}$	0,98	9	0,95

**Заключение.** В данной работе впервые получена аппроксимация экспериментальных данных в переходной и турбулентной областях для свободной конвекции с вертикальных поверхностей, которая удовлетворяет выбранным сравнительным критериям качества статистической зависимости (средняя ошибка аппроксимации, коэффициент детерминации) и балансу полных дисперсий. Ранее полученные зависимости не удовлетворяют минимум одному из этих критериев и условию баланса дисперсий.

Получена дополнительная единая аппроксимация экспериментальных данных для всех режимов свободной конвекции с вертикальных поверхностей в диапазоне Рэлея  $10^3 < Ra < 3 \cdot 10^{12}$ , которая также имеет удовлетворительные критерии качества статистической зависимости и для которой выполняется баланс дисперсий. При этом для всех ранее предложенных зависимостей, полученных путем объединения различных экспериментальных данных для описания широкого диапазона числа Рэлея, не выполняется баланс дисперсий, а следовательно, не выполняется нормальный закон распределения данных — необходимое условие для их объединения.

Полученные аппроксимации известных экспериментальных данных могут быть использованы при валидации ПК по локальным числам Нуссельта, а также при определении средних значений числа Нуссельта для инженерных теплотехнических расчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Романяк А.Ю., Михайлов И.В., Матвеева О.П. *Способ термостатирования зоны полезного груза в многослойном головном обтекателе космической головной части*. Патент RU (11) 2 815 684 (13) С1, опублик. 20.03.2024. Бюл. № 8.
- [2] Матвеева О.П., Романяк А.Ю., Удовик И.С. Анализ вариантов сокращения энергопотребления в процессах поддержания тепловых режимов космических аппаратов на стартовых комплексах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 12.  
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-12-1942>

- [3] Matveeva O., Romanyak A., Udovik I. Improving the processes of missile preparation at launch complexes on the basis of system design of interacting elements. *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing, 2019, vol. 2195, no. 1.
- [4] Matveeva O., Romanyak A., Udovik I. Investigation of the process of maintaining the thermal regime of spacecraft on launch complexes with distributed circulation of coolant. *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing, 2021, vol. 2318, no. 1.
- [5] Clausing A.M., Kempka S.N. The influences of property variations on natural convection from vertical surfaces. *Journal of Heat Transfer*, 1981, vol. 103, pp. 609–612.
- [6] Schmidt E., Beckmann W. Das Temperatur-und Geschwindigkeitsfeld vor einer Wärme abgebenden senkrechten Platte bei natürlicher Konvektion. *Technische Mechanik und Thermodynamik*, 1930, Bd. 1, S. 391–406.
- [7] Schmidt E., Beckmann W. Das Temperatur-und Geschwindigkeitsfeld vor einer Wärme abgebenden senkrechten Platte bei natürlicher Konvektion. *Technische Mechanik und Thermodynamik*. 1930, Bd. 1, S. 341–349.
- [8] McAdams W.H. *Heat Transmission*. McGraw-Hill, 1954.
- [9] Bayley F.J. An analysis of turbulent free-convection heat-transfer. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1955, vol. 169, no. 1, pp. 361–370.
- [10] King W.J. III. Free Convection. *Mech. Eng.*, 1932, vol. 64, pp. 347–353.
- [11] Saunders O.A. The effect of pressure upon natural convection in air. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences*, 1936, vol. 157, no. 891, pp. 278–291.
- [12] Weise R. Wärmeübergang durch freie Konvektion an quadratischen Platten. *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A.*, 1935, Bd. 6, S. 281–292.
- [13] Rohsenow W., Hartnett J., Young Cho. *Handbook of heat transfer*. New York, McGraw-Hill, 1998, vol. 3.
- [14] Churchill S.W., Usagi R. A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE Journal*, 1972, vol. 18, no. 6, pp. 1121–1128.
- [15] Pirovano A., Viannay S., Jannot M. *Convection naturelle en régime turbulent le long d'une plaque plane verticale*. EUR 4489. [Natural Convection in Turbulent Regime along a Flat Plate. EUR 4489]. 1970.
- [16] Warner C.Y., Arpaci V.S. An experimental investigation of turbulent natural convection in air at low pressure along a vertical heated flat plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1968, vol. 11, no. 3, pp. 397–406.
- [17] Eckert E.R.G., Jackson T.W. *Analysis of turbulent free-convection boundary layer on flat plate*, 1950, no. NACA-TN-2207.
- [18] Ostrach S. *An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force*, 1953, no. NACA-TR-1111.
- [19] Vliet G.C., Liu C.K. An experimental study of turbulent natural convection boundary layers. *Journal of Heat Transfer*, 1969, November, pp. 517–531.
- [20] Berkowitz S.M. *Heat transfer: Vol. 1*, Max Jakob, ed. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1949.
- [21] Cengel Y.A. *Heat transfer: a practical approach*. 2nd edition. McGraw-Hill, 2008.
- [22] Çengel Y.A., Ghajar A.J. *Heat and mass transfer: fundamentals and applications*. 5nd edition in SI units. McGraw-Hill, 2014.
- [23] Bergman T.L. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, 2017.
- [24] Churchill S.W., Chu H.H.S. Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate. *International journal of heat and mass transfer*, 1975, vol. 18, no. 11, pp. 1323–1329.

- [25] 2013 ASHRAE Handbook: Fundamentals. Atlanta, Ga., ASHRAE, 2013.
- [26] 2021 ASHRAE Handbook: Fundamentals. Atlanta, Ga., ASHRAE, 2021.
- [27] Михеев М.А., Михеева И.М. *Основы теплопередачи*. Москва, Энергия, 1977.
- [28] Пчёлкин И.М. Теплоотдача вертикальных труб при естественной конвекции. *Конвективный и лучистый теплообмен: сб. статей*. Москва, Изд-во Акад. наук СССР, 1960, с 56–64.
- [29] Кутателадзе С.С. *Теплопередача и гидродинамическое сопротивление*. Справочное пособие. Москва, Энергоатомиздат, 1990.
- [30] Лыков А.В. *Тепломассообмен*. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. Москва, Энергия, 1978.
- [31] Кутателадзе С.С., Боришанский В.М. *Справочник по теплопередаче*. ГЭИ, 1958.
- [32] John H., Lienhard I.V., Lienhard V. *A heat transfer textbook*. Phlogiston Press, Cambridge, 2008.
- [33] Мур Д., Уэлерфорд Л. [и др.]. *Экономическое моделирование в Microsoft Excel*. 6-е изд.: пер. с англ. Москва, Издат. дом «Вильямс», 2004.
- [34] Орлов А.И. О методах проверки однородности двух независимых выборок. *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, 2020, т. 86, № 3, с. 67–76.

Статья поступила в редакцию 11.03.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бармин И.В., Романяк А.Ю., Матвеева О.П. Анализ и совершенствование расчета параметров свободного обтекания газом вертикальной пластины или цилиндра для использования при исследовании тепловых режимов летательного аппарата на стартовом комплексе. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, вып. 5. EDN LGSFIU

**Бармин Игорь Владимирович** — чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Стартовые ракетные комплексы», МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: barmin@bmstu.ru  
SPIN-код: 8273-4470, Scopus Author ID: 6602670305,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5044-2646>.

**Романяк Александр Юрьевич** — аспирант кафедры «Стартовые ракетные комплексы», МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: romanyak@bmstu.ru  
SPIN-код: 6046-9889, Scopus Author ID: 57213595547,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7762-6496>,  
Web of Science Researcher ID: ABE-8366-2021.

**Матвеева Ольга Петровна** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Стартовые ракетные комплексы», МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: matveevaop@bmstu.ru  
SPIN-код: 9675-8160, Scopus Author ID: 57214703269,  
ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-7127-6326>,  
Web of Science Researcher ID: LTY-6327-2024.

## **Analysis and improvement of calculation of parameters of free gas flow around a vertical plate or cylinder to be used when studying aircraft thermal conditions at the launch complex**

© I.V. Barmin, A.Yu. Romanyak, O.P. Matveeva

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

*The paper considers specifics in free air convection from the vertical surfaces relevant for estimating thermal conditions in the area under the payload fairing at the launch complex in order to develop a unified formula for determining the local Nusselt numbers. It provides a review and analysis of publications, as well as systematization of experimental data on determining the local Nusselt numbers, and estimates the experimental conditions effect on the measurement results. The approximation dependence form and parameters are selected using the multi-parameter logistic curve, statistical methods and quality criteria (determination coefficient and average approximation error). A new unified formula is developed to describe free convection in a wide range of the Rayleigh numbers  $10^3 < Ra < 3 \cdot 10^{12}$  with high accuracy; the formula includes the described transition region for the first time. Its application increases reliability in applied validation of the software packages.*

**Keywords:** launch preparation, spacecraft, payload fairing, thermal conditions, free convection, local criteria numbers, approximation, validation

### REFERENCES

- [1] Romanyak A.Y., Mikhaylov I.V., Matveeva O.P. *Sposob termostatirovaniya zony poleznogo gruzha v mnogosloynnom golovnom obtekatele kosmicheskoy golovnoy chasti* [Method for thermostating the payload zone in a multilayer head fairing of a space head part]. Patent RU (11) 2 815 684 (13) C1, publ. 20.03.2024. Byul. no. 8.
- [2] Matveeva O.P., Romanyak A.Y., Udovik I.S. Analiz variantov sokrashcheniya energopotrebleniya v protsessakh podderzhaniya teplovykh rezhimov kosmicheskikh apparatov na startovykh kompleksakh [Analyzing options of reducing power consumption of thermal condition maintenance processes in spacecraft at launch pads]. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2019, iss. 12. <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2019-12-1942>
- [3] Matveeva O., Romanyak A., Udovik I. Improving the processes of missile preparation at launch complexes on the basis of system design of interacting elements. *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing, 2019, vol. 2195, no. 1.
- [4] Matveeva O., Romanyak A., Udovik I. Investigation of the process of maintaining the thermal regime of spacecraft on launch complexes with distributed circulation of coolant. *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing, 2021, vol. 2318, no. 1.
- [5] Clausing A.M., Kempka S.N. The influences of property variations on natural convection from vertical surfaces. *Journal of Heat Transfer*, 1981, vol. 103, pp. 609–612.
- [6] Schmidt E., Beckmann W. Das Temperatur-und Geschwindigkeitsfeld vor einer Wärme abgebenden senkrechten Platte bei natürlicher Konvektion. *Technische Mechanik und Thermodynamik*, 1930, Bd. 1, S. 391–406.

- [7] Schmidt E., Beckmann W. Das Temperatur-und Geschwindigkeitsfeld vor einer Wärme abgebenden senkrechten Platte bei natürlicher Konvektion. *Technische Mechanik und Thermodynamik*, 1930, Bd. 1, S. 341–349.
- [8] McAdams W.H. *Heat Transmission*. McGraw-Hill, 1954.
- [9] Bayley F.J. An analysis of turbulent free-convection heat-transfer. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1955, vol. 169, no. 1, pp. 361–370.
- [10] King W.J. III. Free Convection. *Mech. Eng.*, 1932, vol. 64, pp. 347–353.
- [11] Saunders O.A. The effect of pressure upon natural convection in air. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences*, 1936, vol. 157, no. 891, pp. 278–291.
- [12] Weise R. Wärmeübergang durch freie Konvektion an quadratischen Platten. *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A.*, 1935, vol. 6, pp. 281–292.
- [13] Rohsenow W., Hartnett J., Young Cho. *Handbook of heat transfer*. New York, McGraw-Hill, 1998, vol. 3.
- [14] Churchill S.W., Usagi R. A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE Journal*, 1972, vol. 18, no. 6, pp. 1121–1128.
- [15] Pirovano A., Viannay S., Jannot M. *Convection naturelle en régime turbulent le long d'une plaque plane verticale*. EUR 4489 [Natural Convection in Turbulent Regime along a Flat Plate. EUR 4489]. 1970.
- [16] Warner C.Y., Arpaci V.S. An experimental investigation of turbulent natural convection in air at low pressure along a vertical heated flat plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1968, vol. 11, no. 3, pp. 397–406.
- [17] Eckert E.R.G., Jackson T.W. *Analysis of turbulent free-convection boundary layer on flat plate*. No. NACA-TN-2207, 1950.
- [18] Ostrach S. *An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate paralld to the direction of the generating body force*. No. NACA-TR-1111, 1953.
- [19] Vliet G.C., Liu C.K. An experimental study of turbulent natural convection boundary layers. *Journal of Heat Transfer*, 1969, November, pp. 517–531.
- [20] Berkowitz S.M. *Heat transfer: Vol. 1*. M. Jakob, ed. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1949.
- [21] Cengel Y.A. *Heat transfer: a practical approach*. 2nd edition. McGraw-Hill, 2008.
- [22] Çengel Y.A., Ghajar A.J. *Heat and mass transfer: fundamentals and applications*. 5nd edition in SI units. McGraw-Hill, 2014.
- [23] Bergman T.L. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, 2017.
- [24] Churchill S.W., Chu H.H.S. Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1975, vol. 18, no. 11, pp. 1323–1329.
- [25] *2013 ASHRAE Handbook: Fundamentals*. Atlanta, Ga., ASHRAE, 2013.
- [26] *2021 ASHRAE Handbook: Fundamentals*. Atlanta, Ga., ASHRAE, 2021.
- [27] Mikheev M.A., Mikheeva I.M. *Osnovy teploperedachi* [Fundamentals of heat transfer]. Moscow, Energiya Publ., 1977.
- [28] Pchelkin I. M. Teplootdacha vertikalnykh trub pri estestvennoy konveksii [Heat transfer of vertical pipes at the natural convection]. In: *Konvektivnyi i luchisty teploobmen: sbornik statey* [Convective and radiant heat transfer: collection of articles]. Moscow, USSR Academy of Sciences Publ., 1960, pp. 56–64.
- [29] Kutateladze S.S. *Teploperedacha i gidrodinamicheskoe soprotivlenie* [Heat transfer and hydrodynamic resistance]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1990.
- [30] Lykov A.V. *Teplomassoobmen. Spravochnik* [Heat-and-mass transfer. Reference book]. 2<sup>nd</sup> ed., rev. and enl. Moscow, Energiya Publ., 1978.

- [31] Kutateladze S.S., Borishansky B.I. *Spravochnik po teploperedache* [Reference book on heat transfer]. GEI, 1958.
- [32] John H., Lienhard I.V., Lienhard V. *A Heat Transfer Textbook*. Phlogiston Press, Cambridge, 2008.
- [33] Moore J., Weatherford L. et al. *Decision Modeling With Microsoft Excel*. 6th Edition. Prentice Hall, 2001 [In Russ.: Mur D., Uelerford L. i dr. Ekonomicheskoe modelirovanie v Microsoft Excel, 6-e izd. Moscow, Izdat. Dom Vilyams, 2004].
- [34] Orlov A.I. O metodakh proverki odnorodnosti dvukh nezavisimyykh vyborok. [On the methods of testing the homogeneity of two independent samples]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov — Industrial Laboratory. Diagnostics of Materials*, 2020, vol. 86, no. 3, pp. 67–76.

**Barmin I.V.**, Corresponding Member of the RAS, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Launch Rocket Complexes, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: barmin@bmstu.ru  
SPIN-code: 8273-4470, Scopus Author ID: 6602670305,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5044-2646>

**Romanyak A.Yu.**, Postgraduate, Department of Launch Rocket Complexes, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: romanyak@bmstu.ru  
SPIN-code: 6046-9889, Scopus Author ID: 57213595547,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7762-6496>,  
Web of Science Researcher ID: ABE-8366-2021

**Matveeva O.P.**, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Launch Rocket Complexes, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: matveevaop@bmstu.ru  
SPIN-code: 9675-8160, Scopus Author ID: 57214703269,  
ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-7127-6326>,  
Web of Science Researcher ID: LTY-6327-2024