

Численное моделирование взрыва в воздухе с использованием разностной схемы повышенного порядка аппроксимации

© С.С. Меньшаков, В.А. Таран

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

Применительно к взрыву заряда конденсированного взрывчатого вещества в воздухе, с использованием разностной схемы повышенного порядка аппроксимации рассмотрено численное решение задачи о взрыве заряда ТНТ радиусом 0,04 м. Решение дано в плоской 2D-постановке, в которой размер расчетной области квадратной формы был равен 6 м. Предварительно было проведено тестирование численного алгоритма на специализированных тестовых задачах, где воспроизводились ударные скачки, волны разрежения, контактные разрывы и вихревые структуры в двумерных областях, которые затем сравнивались с известными результатами. Показано, что разработанный алгоритм повышенного порядка аппроксимации дает преимущества по детализации ударно-волновой картины течения сред.

Ключевые слова: взрыв, взрывчатое вещество, воздух, детонация, детонационная волна, разностная схема, ударная волна, численное моделирование

Введение. К настоящему времени в мире накоплена огромная база данных по взрывам и их последствиям, например [1, 2]. Значимую часть этой базы составляют теоретические исследования взрывов, в том числе с проведением численного моделирования, в частности [1–5]. При этом в последние годы наблюдается возрастающий интерес к использованию в численном моделировании разностных схем повышенного порядка аппроксимации (точности), что объясняется следующими причинами. Если в начальных теоретических исследованиях, подобных [1–5], основной интерес заключался в определении макропараметров взрывов, то теперь это уже пройденный этап, и в связи с интенсивным развитием вычислительной газодинамики и компьютерной техники интерес сместился в сторону повышения качества расчетов с выявлением при моделировании «вторичных, и более высокого порядка» физических эффектов, таких, например, как неустойчивость всех типов. Эта тенденция несколько не умаляет возможностей схем малого (первого, второго) порядка, не служит их осуждению и запрету на использование, тем более что постоянно появляются работы, посвященные увеличению их разрешающей способности, устойчивости и уменьшению диссипативности [6].

Цель данной работы — представить предпринятую попытку использовать метод высокого порядка точности для расчета задач взрыва в воздухе с учетом особенностей конденсированного взрывчатого вещества (КВВ).

Математическая постановка задачи. Несмотря на уже сформированные и сложившиеся ранее подходы построения дискретных моделей, в настоящее время наблюдается активное развитие методов повышенного порядка аппроксимации для расчета различных газодинамических течений. При этом разработано достаточно много вариантов, основанных в первую очередь на схемах типа Годунова [7], неосциллирующих полиномиальных реконструкциях, параболической интерполяции и др. Сравнения методов [8] приводят к выводу, что в целом они показывают достаточно близкие результаты, однако в некоторых тестах эти методы не корректны, т. е. выдают различающиеся результаты.

Рассмотрена проверка вычислительных свойств методов повышенного порядка аппроксимации на основе расчетов известной задачи о взрыве заряда КВВ в воздухе. Особенности данной задачи состоят в том, что на начальной фазе взрыва характерные параметры давления, плотности и температуры могут различаться на несколько порядков, а геометрические размеры заряда ВВ также на один или два порядка меньше необходимой области расчета распространения ударной волны в воздухе. С учетом этих особенностей были выбраны два варианта: первый основан на WENO пятого порядка [9], второй — на MUSCL третьего порядка [10].

Для решения поставленной задачи используется следующая форма уравнений Эйлера:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{q}) = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{q} — вектор консервативных переменных; t — время; \mathbf{F} — тензор потоков.

Модель основана только на законах сохранения: массы, импульса и энергии, в которой не учитываются такие свойства сред, как вязкость, фазовые переходы, поверхностное натяжение.

Выражения, определяющие вектор консервативных переменных и тензор потоков, соответственно

$$\mathbf{q} = [\rho, \rho \mathbf{u}, \rho E]^T, \quad \mathbf{F} = [\rho \mathbf{u}, \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \mathbf{I}, (\rho E + p) \mathbf{u}]^T,$$

где ρ , \mathbf{u} , p , E — плотность, вектор скорости, давление и полная энергия единицы массы среды; \mathbf{I} — единичный тензор.

Реализация метода с WENO-реконструкцией. Основная система уравнений (1) решается по явному консервативному методу Годунова [7]:

$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} \left(\sum A_s \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{n}_s \right), \quad (2)$$

где n — индекс шага по времени; V_i — объем ячейки; A_S — площадь сторон ячейки; \mathbf{n}_S — вектор нормали к поверхности ячейки.

Для определения потоков на границах контрольного объема \mathbf{F}_S используется пространственная WENO пятого порядка реконструкция примитивных переменных, далее потоки вычисляются по приближенному методу Римана HLLC [14] с некоторой модификацией. Данный алгоритм достаточно подробно описан в [11], где можно ознакомиться с деталями. Поскольку изначально WENO-реконструкция разрабатывалась для одномерных гиперболических уравнений, для сохранения высокого порядка аппроксимации в многомерных случаях, как указано в работе [11], нужно определить интегралы по поверхностям ячейки с необходимым уровнем аппроксимации с использованием квадратур Гаусса, что приводит к WENO-реконструкции для этой процедуры и по другим осям координат. Детали расчета поверхностных интегралов также приведены в [11]. Такая достаточно непростая процедура реконструкции осложняет использование сеток с переменным шагом, поскольку в этом случае необходимо рассчитать коэффициенты полиномов для каждой ячейки.

Для интегрирования по времени используется метод Рунге — Кутты третьего порядка точности [12, 15], удовлетворяющий условиям TVD. Этот метод состоит из трех стадий:

$$\begin{aligned}q_i^{(1)} &= q_i^n + \Delta t L(q_i^n), \\q_i^{(2)} &= \frac{3}{4} q_i^n + \frac{1}{4} q_i^{(1)} + \frac{1}{4} \Delta t L(q_i^{(1)}), \\q_i^{n+1} &= \frac{1}{3} q_i^n + \frac{2}{3} q_i^{(2)} + \Delta t L(q_i^{(2)}),\end{aligned}$$

где $L(q_i^n)$ — оператор дивергенции потоков в уравнении (1).

При такой схеме интегрирования реконструкция переменных и расчет потоков должны делаться на каждой стадии. Поскольку метод интегрирования (2) явный, для гарантированной устойчивости решения шаг по времени Δt должен удовлетворять условиям Куранта — Фридриха — Леви:

$$\Delta t = C_{cfl} \min_{\forall i} (\Delta x / (|u_i| + c_i)),$$

где C_{cfl} — число Куранта; c_i — скорость звука; для плоских двумерных расчетов принималось $C_{cfl} = 0,5$, и этого вполне достаточно для данного метода.

Основное отличие используемого метода от вышеуказанного [11] состоит в том, что для WENO реконструкции по пространству используются «примитивные» ρ , u , p , а не консервативные переменные, такие как ρ , ρu , ρE , а также не применяется переход в характеристическое пространство. Следует также отметить, что в программе, реализующей этот метод, отсутствуют какие-либо дополнительные параметры регулирования, например «искусственная» вязкость.

Тесты. Рассматриваемые тестовые задачи служат для проверки свойств численных методов по воспроизведению скачков уплотнения, волн разрежения, контактных разрывов и вихревых структур в двумерных областях. Следуя работе [6], для проверки и сравнения были выбраны тесты 3, 4, 12, которые предполагают использование уравнения идеального газа с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$. Задачи решались в квадрате 1×1 , разделенным на внутренние квадранты линиями $x = 1/2$, $y = 1/2$. В каждом квадранте задавались параметры в соответствии с таблицей, приведенной в [6]. Расчеты проводились в плоской декартовой системе координат. Размеры расчетной сетки — 600×600 ячеек, число Куранта $C_{cl} = 0,5$. На внешних границах используются краевые условия для свободных границ (экстраполяция).

Значения параметров, используемых в тестах

Позиция в квадрантах	Параметр	Значение параметра в тесте и квадрантах					
		Тест 3, $T = 0,30$		Тест 3, $T = 0,80$		Тест 12, $T = 0,25$	
		Сверху	Снизу	Сверху	Снизу	Сверху	Снизу
Слева	p	0,3000	0,0290	0,3000	0,0290	1,0000	1,0000
	ρ	0,5323	0,1380	0,5323	0,1380	1,0000	0,8000
	u	1,2060	1,2060	1,2060	1,2060	0,7276	0,0000
	v	0,0000	1,2060	0,0000	1,2060	0,0000	0,0000
Справа	p	1,5000	0,3000	1,5000	0,3000	0,4000	1,0000
	ρ	1,5000	0,5323	1,5000	0,5323	0,5313	1,0000
	u	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	v	0,0000	1,2060	0,0000	1,2060	0,0000	0,7276

Численные решения показаны на рис. 1 и 2. В тесте 3 реализуется течение с двойным маховским отражением, а в тесте 12 — течение с контактными разрывами вдоль большей стороны «линзы». В представленных тестах также видно формирование вихревых струй. В дополнительном варианте теста 3 отчетливо видна структура вихревой струи с элементами неустойчивости типа Кельвина — Гельмгольца. При продолжении расчета эти вихри начинают становиться зародышами турбулентности.

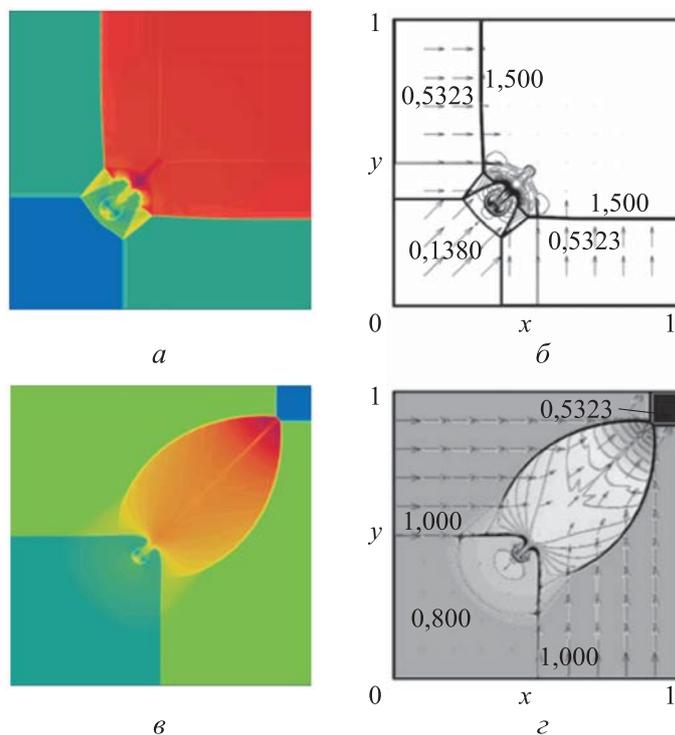


Рис. 1. Результаты численного решения задач Римана в двумерных областях (изолинии плотности):
a — тест 3 (данная работа); *б* — тест 3 (работа из [6]);
в — тест 12 (данная работа); *г* — тест 12 (работа из [6])

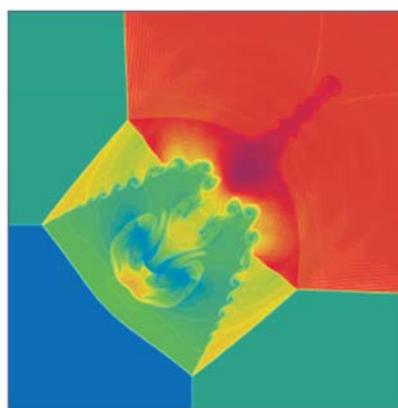


Рис. 2. Дополнительный вариант теста № 3

В тесте 3 также заметны осцилляции за ударной волной, причина их возникновения непонятна, так как они проявляются достаточно редко, в основном при резком торможении потока, в [8] также отмечено что-то похожее. Тест 3 решался в двух вариантах, первый — когда квадранты равны, т. е. расчетная зона делится на четыре равных

квадранта, и второй — когда зона делится в отношении 0,2/0,8. Такой вариант увеличивает область двойного маховского отражения и позволяет более детально рассчитать зону формирования струй. Результаты расчетов для второго варианта приведены на рис. 2.

Моделирование взрыва конденсированного взрывчатого вещества в воздухе. Для моделирования взрыва КВВ была выбрана модель мгновенной детонации. Выбор был основан на простых соображениях: все процессы, связанные с детонацией внутри заряда, происходят за более короткий промежуток времени, чем формируется ударная волна в воздухе.

Задача решалась в двумерной плоской постановке. Расчетная зона представляет собой квадрат размером 6×6 м. Радиус заряда принят равным 0,04 м. Воздух и продукты детонации (ПД) моделировались уравнением состояния идеального газа с показателем адиабаты, равным 1,4.

Параметры детонации:

$$p = \frac{\rho D^2}{2(k+1)},$$

где ρ — плотность ВВ, $\rho = 1600 \text{ кг/м}^3$; D — скорость детонации, $D = 7000 \text{ м/с}$; $k = 3$.

Параметры окружающего воздуха: $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$. Заряд располагался на высоте 1 м над поверхностью земли, рассматриваемой как жесткая стенка. При таких соотношениях размеров заряд получается практически точечным и занимает около 8 ячеек по диаметру. Из-за малого размера зоны детонации и высоких значений давления и плотности начальная стадия формирования ударной волны (УВ) в воздухе выглядит смазанной, поскольку параметры газа за распадом разрыва значительно превосходят параметры формирующейся УВ. В связи с малым размером детонационной области разгрузка происходит очень быстро и начинает формироваться вторичная УВ, сходящаяся к центру. Однако скорость разлета зоны ПД превышает скорость вторичной волны и схлопывания области ПД на начальном этапе не происходит. Отраженная от жесткой поверхности УВ полностью соответствует регулярному отражению, однако ее фронт при входе в зону (ПД) принимает плоскую форму, так как плотность ПД еще достаточно высока (рис. 3, а).

Основная УВ начинает трансформироваться, образуя первую фазу маховского отражения. В этот момент начинается сжатие области разрежения ПД, и отраженная УВ приобретает куполообразную форму. При изменении высоты расположения заряда над поверхностью волновая картинка существенно меняется, что очевидно.

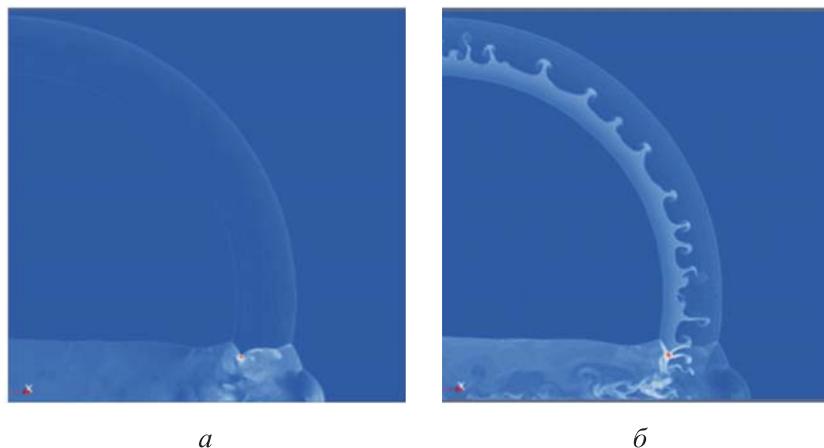


Рис. 3. Распределения давления (*а*) и плотности (*б*) в отраженной волне

По сравнению с традиционными методами первого порядка становится видна сложная картина волнового взаимодействия, при которой наблюдаются пульсации давления на жесткой поверхности. В области контактной границы активно развивается неустойчивость Рэлея — Тейлора, возникновению которой, как показало моделирование, способствует ступенчатая сеточная аппроксимация заряда. Поскольку используется квадратная сетка, ярко выраженными направлениями становятся вертикали, горизонтали и диагонали ячеек. На схемах первого порядка данный эффект подавляется диссипативными свойствами метода. Возникновение неустойчивости Рэлея — Тейлора хорошо видно на рис. 3, *б*.

На аналогичных тестах из [6], тестах А, В [8], но с существенно меньшими параметрами ударных волн, также замечено формирование неустойчивостей, форма которых зависит от численного метода. Однако, как отмечено в [6], это явление имеет под собой физическое обоснование, обусловленное бароклинным эффектом.

Особенности геометрической сеточной аппроксимации приводят к началу формирования струй Релея — Тейлора, а дальнейшее их развитие происходит уже на основе физического моделирования. Уменьшение отношения начальной плотности ПД к плотности воздуха вызывает существенное снижение скорости роста струй. Проведение двумерных расчетов по цилиндрическому разлету газа в невозмущенную среду [6], тест А, explosion problem [8], но с параметрами blast wave [11], когда плотность в обеих зонах равна и практически не вызывает развития сильных возмущений, подтверждает физическую природу этого явления. Однако причиной, вызывающей эту неустойчивость, является наличие неоднородностей, связанных с расчетной сеткой. Как отмечено в [8], метод выделения контактной границы так же подавляет развитие неустойчивости, как и диссипативные методы первого порядка. По результатам расчетов были сделаны следующие выводы.

- Данный метод стабилен без использования «искусственной» вязкости в широком диапазоне задач газодинамики. Однако он чувствителен к корректному заданию начальных условий, а в некоторых случаях даже может потребоваться начальное размытие разрыва на две–три ячейки. Хорошим примером таких условий является задача Седова.

- В области гладких течений метод показывает высокую детализацию, однако может вносить существенные, но вполне «физические» погрешности, обусловленные влиянием расчетной сетки.

- На геометрические особенности, связанные с отношением размеров заряда и размеров зоны, накладываются сеточные — грубая аппроксимация формы заряда.

На основе разработанного алгоритма и полученных результатов была создана дополнительная программа, использующая алгоритм AMR (Adaptive Mesh Refinement) [3], по адаптации расчетной сетки для минимизации влияния сетки.

Метод выделения контактной границы позволяет адаптировать расчетную сетку к решению, используя соответствующий критерий адаптации. Однако принимая во внимание логику алгоритма, было решено не использовать WENO-реконструкцию, при которой требуется аккуратная аппроксимация поверхностных интегралов по ячейке, а с учетом вышеизложенных результатов — ограничиться MUSCL-схемой третьего порядка [14] для расчета конвективных потоков уравнения (1).

Реализация MUSCL. Потоки «примитивных» переменных на границах ячеек рассчитываются на основе квадратичной интерполяции, но в данном случае для простоты рассмотрен одномерный вариант:

$$\delta q_i = 0,5(q_{i+1} - q_{i-1}).$$

Для монотонизации δq_i ограничивается функцией лимитирования Ван Лира:

$$\delta q_i^* = \min(|\delta q_i|, 2|q_{i+1} - q_i|, 2|q_i - q_{i-1}|) \operatorname{sgn}(\delta q_i).$$

Тогда интерполяция переменных на стороне ячейки $i - 1/2$ проводится следующим образом:

$$q_{i+1/2} = q_i + 0,5(q_{i+1} - q_i) - 1/6(\delta q_{i+1}^* - \delta q_i^*),$$

для того чтобы убедиться, что $q_{i+1/2}$ лежит в нужном диапазоне, используется ограничение

$$\min(q_i, q_{i+1}) \leq q_{i+1/2} \leq \max(q_i, q_{i+1}).$$

Далее полученные значения применяются в процедуре решения задачи Римана методом HLLC [11], эта же процедура используется и в алгоритме с WENO-реконструкцией. Для интегрирования по времени применяется такая же схема Рунге — Кутты, что была описана выше. Принципиальными отличиями данного алгоритма от предыдущего являются только использование адаптивных сеток и несколько иная аппроксимация конвективных потоков, а новой особенностью стала адаптация сетки к решению. Для адаптации был выбран критерий градиента плотности: если градиент плотности превышает некое пороговое значение, то шаг сетки в данном блоке уменьшается в 2 раза.

Тесты. Для проверки был использован тот же набор тестов, что и в первом случае. Результаты практически не отличаются, адаптация сетки компенсирует уменьшения порядка аппроксимации, однако важным становится правильный подбор критерия градиента плотности. В отличие от первого алгоритма, где было принципиально важно аккуратно задать начальные условия, здесь, в зонах гладких течений, где градиенты плотности небольшие, при неправильном выборе критерия теряются или размываются некоторые элементы течения. Желательно проведение по крайней мере двух расчетов: в первом определяются все разрывы и зоны гладких течений, во втором — уточняется критерий для детализации. Результаты расчетов тестов А и С из [6] с адаптацией сетки по градиенту плотности показаны на рис. 4.

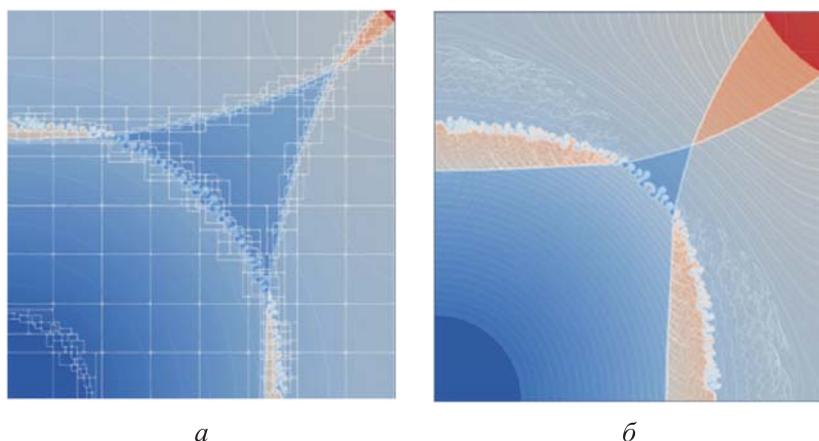


Рис. 4. Результаты расчетов двух тестов:
а — тест А [6]: адаптация сетки; б — тест С [6]: уточнение критерия адаптации позволяет проявить детали течения

Моделирование взрыва КВВ. С использованием тех же начальных параметров, что были приведены в начале, выполнены расчеты взрыва КВВ. Адаптация сетки позволила достаточно заметно изменить геометрическую проблему аппроксимации формы заряда, в связи с чем уменьшился эффект влияния сетки на формирование сеточной

неустойчивости Рэлея — Тейлора. Детализация ударно-волновой картины высокая, метод устойчив, однако в некоторых случаях, например в одномерном тесте blast wave, перенесенном на 2D, на начальном этапе возникает проблема, связанная с начальными условиями по плотности, потому что плотность, в отличие от давления, полагается равной по обе стороны разрыва, что приводит к невозможности перестроения сетки по градиенту плотности в первые шаги по времени.

Заключение. В случае моделирования взрыва КВВ в воздухе, использование современных методов высокого порядка дает преимущества по детализации ударно-волновой картины. Алгоритмы верифицированы на известных задачах Римана в двумерных областях. Алгоритм адаптации расчетной сетки позволяет выделить основные ударные волны и контактные разрывы на больших расстояниях от точки подрыва заряда, используя крупную сетку для гладких течений. Оба алгоритма подтверждают высокую разрешающую способность в сложных областях ударно-волновых конфигураций и зонах вихревых структур, однако из-за влияния расчетной сетки на структуру потока, особенно в зонах контактных разрывов, требуется проведение дополнительных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гельфанд Б.Е., Сильников М.В. *Газовые взрывы*. Санкт-Петербург, Астерион, 2007, 240 с.
- [2] Орленко Л.П., ред. *Физика взрыва*. Изд. 3-е, испр. В 2 т. Т. 1. Москва, Физматлит, 2004, 832 с.
- [3] Ждан С.А. Расчет взрыва газового сферического заряда в воздухе. *ПМТФ*, 1976, № 6, с. 69–74.
- [4] Селиванов В.В., Охитин В.Н. Математическое моделирование случайных газовых взрывов. *ФГВ*, 1995, т. 31, № 6, с. 155–161.
- [5] Горев В.А. Сравнение воздушных волн от разных источников. *ФГВ*, 1982, т. 18, № 1, с. 94–101.
- [6] Садин Д.В., Голиков И.О., Широкова Е.Н. Тестирование гибридного метода крупных частиц на двумерных задачах Римана. *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*, 2021, т. 14 (1), с. 58–71.
- [7] Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений гидромеханики. *Математический сборник*, 1959, т. 47 (89), № 3, с. 271–306.
- [8] Liska R., Wendroff B. Comparison of several difference schemes on 1D and 2D test problems for the Euler equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2003, vol. 25, no. 3, pp. 995–1017.
- [9] Shi J., Zhang Y.-T., Shu C.-W. Resolution of high order WENO schemes for complicated flow structures. *Journal of Computational Physics*, 2003, vol. 186, no. 2, pp. 690–696.
- [10] Kermani M.J., Gerber A.G., Stockie J.M. Thermodynamically based moisture prediction using Roe's scheme. In: *The 4th Conference of Iranian AeroSpace Society*, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran, 2003, January 27–29.
- [11] Titarev V.A., Toro E.F. Finite-volume Weno schemes for three-dimensional conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 2004, vol. 201, pp. 238–260.

- [12] Shu C.W. Total-variation-diminishing time discretization's. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computation*, 1988, vol. 9, pp. 1073–1084.
- [13] Berger M.J., Oliger J. Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 1984, vol. 53 (3), pp. 484–512.
- [14] *The HLLC Riemann Solver*. Eleuterio TORO. Laboratory of Applied Mathematics. University of Trento, Italy. toro@ing.unitn.it <http://www.ing.unitn.it/toro> August 26, 2012.
- [15] Колпаков В.И., Рубцов А.А., Ладов С.В. *Математическое моделирование кумулятивных зарядов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998, 36 с.

Статья поступила в редакцию 18.03.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Меньшаков С.С., Таран В.А. Численное моделирование взрыва в воздухе с использованием разностной схемы повышенного порядка аппроксимации. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, вып. 5. EDN LRPRRI

Меньшаков Сергей Степанович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: газодинамика, механика сплошных сред, физика горения и взрыва, электродинамика. Автор 115 научных трудов. e-mail: menshakovss@bmstu.ru

Таран Владимир Андреевич — инженер кафедры «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: газодинамика, механика сплошных сред, физика горения и взрыва. e-mail: vldmrtaran@yandex.ru

Numerical simulation of an explosion in the air using a high-order approximation difference scheme

© S.S. Menshakov, V.A. Taran

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

The paper presents numerical solution to the problem of explosion of the TNT charge with the 0.04 m radius, as applied to explosion of a charge of the condensed explosive in the air using the higher-order approximation difference scheme. The solution is provided in a flat 2D formulation, where the square-shaped computation domain size is equal to 6 m. The numerical algorithm was tested preliminarily using the specialized testing problems reproducing shock jumps, rarefaction waves, contact discontinuities and vortex structures in the two-dimensional domains. They were compared further with the known results. The paper shows that the developed higher-order approximation algorithm provides advantages in detailing the shock-wave pattern of the media flow.

Keywords: explosion, explosive, air, detonation, detonation wave, difference scheme, shock wave, numerical simulation

REFERENCES

- [1] Gelfand B.E., Silnikov M.V. *Gazovye vzryvy* [Gas explosions]. St. Petersburg, Asterion Publ., 2007, 240 p.
- [2] Orlenko L.P., ed. *Fizika vzryva* [Physics of Explosion]. 3rd ed., rev. In 2 vols. Vol. 1. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 832 p.
- [3] Zhdan S.A. Raschet vzryva gazovogo sfericheskogo zaryada v vozdukh [Calculation of the spherical gas charge explosion in the air]. *PMTF — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1976, no. 6, pp. 69–74.
- [4] Selivanov V.V., Okhitin V.N. Matematicheskoe modelirovanie sluchaynykh gazovykh vzryvov [Mathematical modeling of accidental gas explosions]. *FGV — Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1995, vol. 31, no. 6, pp. 155–161.
- [5] Gorev V.A. Sravnenie vozdushnykh voln ot raznykh istochnikov [Comparison of the air explosion waves from different sources]. *FGV — Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1982, vol. 18, no. 1, pp. 94–101.
- [6] Sadin D.V., Golikov I.O., Shirokova E.N. Testirovanie gibridnogo metoda krupnykh chastits na dvukhmernykh zadachakh Rimana [Testing the hybrid large-particle method using two-dimensional Riemann problems]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki — St. Petersburg Polytechnic University Journal: Physics and Mathematics*, 2021, vol. 14 (1), pp. 58–71.
- [7] Godunov S.K. Raznostnyi metod chislennogo rascheta razryvnykh resheniy gidromekhaniki [Difference method in numerical calculation of discontinuous solutions of the fluid mechanics]. *Matematicheskii sbornik — Sbornik: Mathematics*, 1959, vol. 47 (89), no. 3, pp. 271–306.
- [8] Liska R., Wendroff B. Comparison of several difference schemes on 1D and 2D test problems for the Euler equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2003, vol. 25, no. 3, pp. 995–1017.
- [9] Shi J., Zhang Y.-T., Shu C.-W. Resolution of high order WENO schemes for complicated flow structures. *Journal of Computational Physics*, 2003, vol. 186, no. 2, pp. 690–696.
- [10] Kermani M.J., Gerber A.G., Stockie J.M. Thermodynamically based moisture prediction using Roe's scheme. In: *The 4th Conference of Iranian AeroSpace Society*, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran, 2003, January 27–29.

- [11] Titarev V.A., Toro E.F. Finite-volume Weno schemes for three-dimensional conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 2004, vol. 201, pp. 238–260.
- [12] Shu C.W. Total-variation-diminishing time discretization's. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computation*, 1988, vol. 9, pp. 1073–1084.
- [13] Berger M.J., Oliger J. Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 1984, vol. 53 (3), pp. 484–512.
- [14] *The HLLC Riemann Solver*. Eleuterio TORO. Laboratory of Applied Mathematics. University of Trento, Italy. toro@ing.unitn.it, <http://www.ing.unitn.it/toro>, August 26, 2012.
- [15] Kolpakov V.I., Rubtsov A.A., Ladov S.V. *Matematicheskoe modelirovanie kumulyativnykh zaryadov* [Mathematical modeling of cumulative charges]. Moscow, BMSTU Publ., 1998, 36 p.

Menshakov S.S., Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of High-precision Aircraft, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: gas dynamics, continuum mechanics, combustion and explosion physics, electrodynamics; author of 120 scientific works. e-mail: menshakovss@bmstu.ru

Taran V.A., Engineer, Department of High-precision Aircraft, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: gas dynamics, continuum mechanics, combustion and explosion physics. e-mail: vldmrtaran@yandex.ru