

Межфазный теплообмен при длительном хранении криожидкости в баке

© А.С. Мякочин, В.В. Тлевцежев

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, 125993, Российская Федерация

Предложена физико-математическая модель для расчета теплофизических внутрибаковых процессов, основанная на предположении об отсутствии температурного расслоения, а также о термодинамическом равновесии между жидкой фазой компонента топлива и его парами. Пространственная однородность температуры и давления — главная предпосылка для рассмотрения процессов в рамках термодинамики, поэтому представленную модель можно называть термодинамической. Предполагается также, что пары компонента подчиняются уравнению состояния идеального газа, а жидкость считается несжимаемой. С математической точки зрения эта модель представляет собой систему алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую изменение во времени температуры, давления и прочих теплофизических характеристик. Данная модель использовалась для определения параметров теплообмена в криогенном баке при длительном бездренажном хранении. Она также может быть адаптирована для описания многих теплофизических процессов в баках на различных этапах эксплуатации.

Ключевые слова: криогенная жидкость, термодинамическая модель, теплофизические параметры, бездренажное хранение, межфазный теплообмен, криогенный бак

Введение. При длительном хранении криогенной жидкости, особенно бездренажном, в системах криообеспечения высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) устройств необходимо прогнозировать изменение давления и температуры в баке хранения. В этом случае основополагающим процессом является межфазный теплообмен, анализ которого существенно осложняется тем, что в баке, как правило, происходит температурное расслоение, т. е. неоднородность распределения температуры по его объему [1–5]. Предложена равновесная термодинамическая модель теплофизических внутрибаковых процессов, базирующаяся на отсутствии температурного расслоения, т. е. принято допущение об однородности температурного поля. В связи с этим возникает необходимость в рассматриваемой модели, вызванная следующими причинами.

Во-первых, могут возникать ситуации, когда имеет место малое температурное расслоение в баке вследствие естественного или принудительного перемешивания. Естественное перемешивание имеет место, например, из-за интенсивного кипения криожидкости при заправке или наддуве бака путем барботажа [6–8]. Возможно также

использование перспективных схем бездренажного хранения криожидкости, когда топливо принудительно перемешивается с помощью специальных устройств для замедления скорости роста давления в баке.

Во-вторых, в существующих методиках расчета температурного расслоения предполагается, что конфигурация жидкой фазы и подушки в баке задана. Результаты расчета дают удовлетворительное согласование с экспериментальными данными (рис. 1). Эксперименты проводились на модельном баке с жидким водородом объемом 10 м^3 [9–11]. Однако в космическом полете, когда на борту летательного аппарата (ЛА) имеют место условия невесомости, эта конфигурация может быть неизвестна. В таком случае предложенная модель, для которой не требуется знания конфигурации расположения фаз, служит единственной базой для проведения расчета.

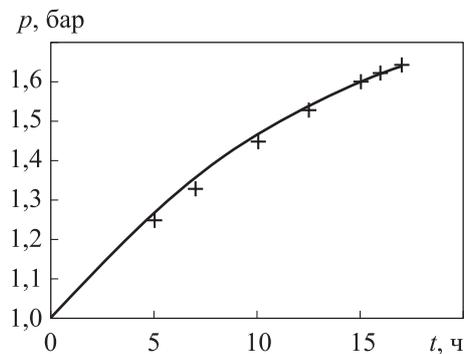


Рис. 1. Результаты изменения давления p в течение времени t в модельном баке с жидким водородом при степени его заполнения $\varphi = 83 \%$ и тепловом потоке $q = 3,5 \text{ Вт/м}^2$, полученные расчетным путем [12] (—) и экспериментально [13] (+)

В-третьих, предложенная термодинамическая модель важна с методической точки зрения как фундамент для построения более сложных моделей теплофизических процессов в криогенных баках.

Цель настоящей работы — разработка методики расчета теплофизических внутрибаковых процессов при длительном хранении криогенного топлива.

Описание физико-математической модели для расчета теплофизических параметров в криогенном топливном баке. Рассматривается бак объемом V_0 , частично заполненный криогенной жидкостью. Параметры, относящиеся к пару, будут обозначены с индексом «п», а относящиеся к жидкой фазе — с индексом «ж». В бак через теплоизоляцию и по тепловым мостам поступает равномерно распределенный по всей поверхности интегральный тепловой поток $Q(t)$. Схема

конфигурации бака в момент времени t , когда происходят отбор из него пара с массовым расходом $G_2(t)$ и жидкости с массовым расходом $G_4(t)$, а также наддув бака паром с массовым расходом $G_3(t)$, приведена на рис. 2, а. Схема бака в момент времени $(t + dt)$, когда выполняются отбор из него пара с массовым расходом $G_2(t)$ и жидкости с массовым расходом $G_4(t)$, а также наддув бака паром с массовым расходом $G_3(t)$ и подача жидкости в него с массовым расходом $G_5(t)$, показана на рис. 2, б.

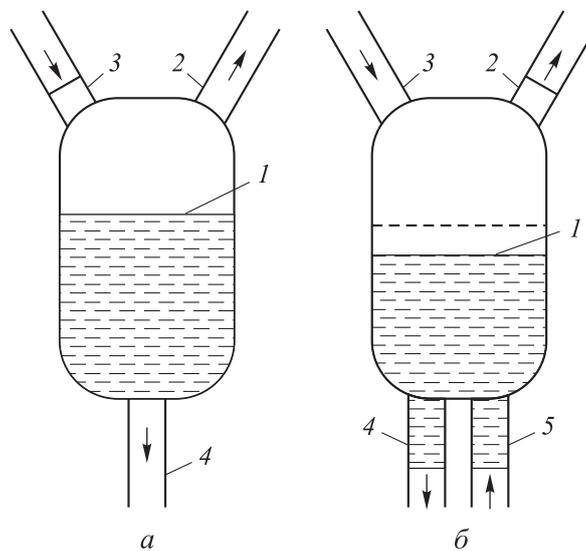


Рис. 2. Схема конфигурации бака в моменты времени t (а) и $t + dt$ (б):

1 — поверхность раздела; 2 — магистраль отбора (дренажа) пара из бака; 3 — магистраль наддува пара в бак; 4 — магистраль отбора жидкости из бака; 5 — магистраль подачи жидкости в бак

Отбор пара из бака (расход G_2) также может проводиться как для дренажа, так и для других целей. Кроме того, отбор пара из бака в некоторых случаях может осуществляться через магистраль наддува. Все это приводит к тому, что количество и расположение входящих и выходящих из бака магистралей может быть различным. Следует заметить, что отбор жидкой фазы компонента из бака (расход G_4) может быть связан не только с его подачей в двигателях, но и со случайным выбросом жидкости из бака при дренаже в условиях невесомости, отбором ее для испарительной системы криостатирования или захолаживания магистралей и т. д.

Для удобства вывода уравнений будет принято, что бак сообщается с другими системами через четыре магистрали: через одну из них

проводится весь отбор жидкости, через другую — ее заправка, еще две магистрали служат для наддува и дренирования пара (см. рис. 2, б).

Поверхность раздела фаз (см. рис. 2) предполагается плоской. В рассматриваемой ниже термодинамической модели значение и направление массовой силы не имеют значения, поэтому форма поверхности раздела фаз также несущественна. Более того, как паровая подушка бака, так и жидкость могут быть фрагментированы (например, жидкость может содержать паровые включения). Реальное значение имеют только суммарные объемы жидкой и паровой фаз. Однако предполагается, что при дренаже в невесомости известны расходы каждой фазы компонента.

В рассматриваемом случае, когда в подушке бака находится только пар компонента, а посторонние газы отсутствуют, давление в ней равно давлению насыщенного пара при температуре поверхности раздела фаз. Отклонения давления от давления насыщения, вызванные течениями пара в подушке, например, свободно-конвективными, незначительны из-за малой скорости таких течений [14–17]. На жидкость действует массовая сила, и появляется дополнительное гидростатическое давление. Неоднородности давления, вызванные действием массовой силы, могут возникать только в жидкой фазе компонента. Но поскольку свойства жидкости практически не зависят от давления, влиянием гидростатического давления на тепловые процессы в баке можно в первом приближении пренебречь. При более детальном анализе необходимо учитывать влияние естественной конвекции на температурные поля в жидкой и паровой фазах.

Основное предположение, принятое в обсуждаемой ниже модели, заключается в том, что давление и температура в баке переменны во времени, но постоянны по его объему. Пространственная однородность как температуры, так и давления служит основной предпосылкой для исследования процессов в рамках равновесной термодинамики.

Рассмотрим термодинамическую систему, включающую в свой состав:

- пар, находившийся в баке в момент времени t ;
- жидкость, имеющуюся в баке в момент времени t ;
- пар, поступивший в бак из магистрали наддува в интервале времени от t до $t + dt$, причем в момент времени t этот пар занимал в магистрали наддува объем 3 (см. рис. 2, а);
- стенка бака и внутрибаковые устройства.

Конфигурация рассматриваемой термодинамической системы на момент времени t выделена жирной линией на рис. 2, а. Конфигурация этой же системы в момент времени $t + dt$ показана на рис. 2, б. Объем 2 в дренажной магистрали и объем 4 в магистрали отбора жидкости занимает соответственно пар и жидкость, отобранные из бака за время dt , объем 3 — пар в магистрали наддува, подаваемый

в бак за время dt , объем 5 — жидкость, подаваемая в бак за время dt , объем 1 — пар, образовавшийся в результате испарения жидкости за то же время. Индексами «1–4» будут обозначены параметры, относящиеся к веществу в объемах 1–4. Кроме того принято, что давление в объемах 2 и 4 совпадает с давлением p в баке, а температура как пара, так и жидкости, выходящих из бака, совпадает с температурой T в баке. Температура газа наддува на входе в бак отличается от температуры в баке и равна T_3 , температура жидкости в магистрали подачи отличается от температуры жидкости в баке и равна T_5 .

Рассматриваемая термодинамическая система имеет постоянную массу, поэтому первое начало термодинамики для нее имеет вид

$$Q = \frac{dE}{dt} + p \frac{dV}{dt}. \quad (1)$$

Здесь E — внутренняя энергия рассматриваемой термодинамической системы; V — ее объем.

Теперь можно записать выражение

$$\frac{dE}{dt} = C_W \frac{dT}{dt} + \frac{dE_{\text{п}}}{dt} + \frac{dE_{\text{ж}}}{dt}, \quad (2)$$

где C_W — суммарная теплоемкость стенки бака и внутрибаковых устройств; $E_{\text{п}}$ и $E_{\text{ж}}$ — внутренняя энергия паровой и жидкой фазы соответственно в рассматриваемой системе.

Если текущую массу пара в баке обозначить $m_{\text{п}}$, массу пара в объемах 2 и 3 — dm_2 и dm_3 , удельную внутреннюю энергию пара в баке и пара наддува в объеме 3 — $\varepsilon_{\text{п}}$ и $\varepsilon_{\text{п}3}$, то можно записать уравнения

$$E_{\text{п}}(t) = m_{\text{п}}(t)\varepsilon_{\text{п}}(t) + \varepsilon_{\text{п}3}dm_3; \quad (3)$$

$$E_{\text{п}}(t+dt) = m_{\text{п}}(t+dt)\varepsilon_{\text{п}}(t+dt) + \varepsilon_{\text{п}}dm_2. \quad (4)$$

В формуле (4) учтено, что удельная внутренняя энергия выходящего из бака пара равна удельной внутренней энергии пара внутри бака. Если массовые расходы пара на дренаж и наддув обозначить G_2 и G_3 соответственно, то формулы (3) и (4) можно представить в виде

$$\frac{dE_{\text{п}}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_{\text{п}}\varepsilon_{\text{п}}) + \varepsilon_{\text{п}} \frac{dm_2}{dt} - \varepsilon_{\text{п}3} \frac{dm_3}{dt} = \frac{d}{dt}(m_{\text{п}}\varepsilon_{\text{п}}) + \varepsilon_{\text{п}}G_2 - \varepsilon_{\text{п}3}G_3. \quad (5)$$

Поскольку принято, что пар в баке является идеальным газом, справедливо записать

$$\varepsilon_{\text{п}} = c_{\text{п}}T + c_1; \quad (6)$$

$$i_{\text{п}} = \varepsilon_{\text{п}} + \frac{p}{\rho_{\text{п}}} = c_{\text{п}}T + \frac{p}{\rho_{\text{п}}} + c_1 = c_p T + c_1; \quad (7)$$

$$pV_{\text{п}} = m_{\text{п}}R_{\text{п}}T, \quad (8)$$

где $c_{\text{п}}$ — удельная теплоемкость пара при постоянном объеме; c_1 — некоторая константа; $i_{\text{п}}$ — удельная энтальпия пара; $\rho_{\text{п}}$ — плотность пара в баке; $V_{\text{п}}$ — объем паровой подушки в баке; $R_{\text{п}}$ — газовая постоянная пара; $c_p = c_{\text{п}} + R_{\text{п}}$ — удельная теплоемкость пара при постоянном давлении.

Подставив в (5) равенство (6), получаем

$$\frac{dE_{\text{п}}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_{\text{п}}c_{\text{п}}T) + c_1 \frac{dm_{\text{п}}}{dt} + c_1(G_2 - G_3) + G_2c_{\text{п}}T - G_3c_{\text{п}}T_3. \quad (9)$$

Используя показатель адиабаты для пара в виде $\gamma = c_p/c_{\text{п}}$, можно преобразовать уравнение состояния (8):

$$m_{\text{п}}c_{\text{п}}T = \frac{1}{\gamma - 1} m_{\text{п}}R_{\text{п}}T = \frac{1}{\gamma - 1} pV_{\text{п}}. \quad (10)$$

Уравнение массового баланса для пара имеет вид

$$\frac{dm_{\text{п}}}{dt} = G_3 - G_2 + G_1, \quad (11)$$

где G_1 — расход пара, образующегося за счет испарения жидкости.

Подставив (10) и (11) в (9), можно получить выражение для скорости изменения внутренней энергии пара в рассматриваемой термодинамической системе:

$$\frac{dE_{\text{п}}}{dt} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{d}{dt}(pV_{\text{п}}) + G_2c_{\text{п}}T - G_3c_{\text{п}}T_3 + c_1G_1. \quad (12)$$

Для объема системы в момент времени t (см. рис. 2) можно записать

$$V(t) = V_0 + V_3 + V_5 = V_0 + \frac{G_3 dt}{\rho_{\text{п3}}} + V_5; \quad (13)$$

$$V(t + dt) = V_0 + V_2 + V_4 = V_0 + \frac{G_2 dt}{\rho_{\text{п}}} + V_4; \quad (14)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{G_2}{\rho_{п2}} - \frac{G_3}{\rho_{п3}} + \frac{dV_4}{dt} - \frac{dV_5}{dt}, \quad (15)$$

где V_0 — объем пустого бака; $\rho_{п3}$ — плотность пара наддува в объеме 3.

Объем паровой подушки бака связан с объемом жидкой фазы формулой

$$V_{п} = V_0 - V_{ж}. \quad (16)$$

Поскольку объем жидкой фазы в баке уменьшается за счет отбора жидкости из бака и за счет испарения внутри бака, из (16) следует

$$\frac{dV_{п}}{dt} = -\frac{dV_{ж}}{dt} = \frac{G_1}{\rho_{ж}} + \frac{dV_4}{dt} - \frac{dV_5}{dt}, \quad (17)$$

где $\rho_{ж}$ — плотность жидкой фазы, которая считается постоянной.

Если из (15) вычесть (17), получим

$$\frac{dV_{п}}{dt} = \frac{G_2}{\rho_{п}} - \frac{G_3}{\rho_{п3}} + \frac{dV_{п}}{dt} - \frac{G_1}{\rho_{ж}}. \quad (18)$$

Используя (18), работу, совершаемую системой в единицу времени, можно представить в виде

$$p \frac{dV}{dt} = p \frac{dV_{п}}{dt} + G_2 \frac{p}{\rho_{п}} - G_3 \frac{p}{\rho_{п3}} - G_1 \frac{p}{\rho_{ж}}. \quad (19)$$

Если сложить (12) и (19), получим

$$\begin{aligned} \frac{dE_{п}}{dt} + p \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dt} (pV_{п}) + p \frac{dV_{п}}{dt} + G_2 \left(c_{п} T + \frac{p}{\rho_{п}} \right) - G_3 \left(c_{п} T_3 + \frac{p}{\rho_{п3}} \right) + \\ &+ G_1 \left(c_1 - \frac{p}{\rho_{ж}} \right) = \frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dt} (pV_{п}) + p \frac{dV_{п}}{dt} + G_2 c_p T - G_3 c_p T_3 + G_1 \left(c_1 - \frac{p}{\rho_{ж}} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Рассмотрим теперь изменение внутренней энергии жидкости. Примем, что энтальпия жидкости, подаваемой в бак и отбираемой из него, описывается соответственно формулами

$$i_5 = c_{ж} T_5 + c_2,$$

$$i_{ж} = c_{ж} T + c_2,$$

где $c_{ж}$ — удельная теплоемкость жидкости, которую принято считать постоянной; c_2 — некоторая константа.

Внутренняя энергия жидкости определяется соотношением

$$e_{\text{ж}} = i_{\text{ж}} - \frac{p}{\rho_{\text{ж}}}. \quad (21)$$

Если текущую массу жидкости внутри бака обозначить через $m_{\text{ж}}$, то изменение внутренней энергии жидкости в рассматриваемой термодинамической системе и массовый баланс для жидкости можно представить в виде

$$\frac{dE_{\text{ж}}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_{\text{ж}}\varepsilon_{\text{ж}}) + G_4\varepsilon_{\text{ж}} - G_5\varepsilon_5 = m_{\text{ж}} \frac{d\varepsilon_{\text{ж}}}{dt} + \varepsilon_{\text{ж}} \frac{dm_{\text{ж}}}{dt} + G_4\varepsilon_{\text{ж}} - G_5\varepsilon_5; \quad (22)$$

$$\frac{dm_{\text{ж}}}{dt} = -G_4 - G_1 + G_5. \quad (23)$$

Применив (22) и (23), можно записать

$$\frac{dE_{\text{ж}}}{dt} = m_{\text{ж}} \frac{d\varepsilon_{\text{ж}}}{dt} + G_5(\varepsilon_{\text{ж}} - \varepsilon_5) - G_1\varepsilon_{\text{ж}} = m_{\text{ж}}c_{\text{ж}} \frac{dT}{dt} + G_5(\varepsilon_{\text{ж}} - \varepsilon_5) - G_1\varepsilon_{\text{ж}}. \quad (24)$$

Если подставить (2), (20), (24) в (1), получим уравнение

$$\begin{aligned} C_W \frac{dT}{dt} + \frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dt}(pV_{\text{п}}) + p \frac{dV_{\text{п}}}{dt} + m_{\text{ж}}c_{\text{ж}} \frac{dT}{dt} = \\ = Q + G_3c_pT_3 - G_2c_pT - G_1 \left(c_1 - \frac{p}{\rho_{\text{ж}}} - \varepsilon_{\text{ж}} \right) + G_5(\varepsilon_5 - \varepsilon_{\text{ж}}). \end{aligned} \quad (25)$$

С помощью формул (7) и (21) можно преобразовать четвертое слагаемое, стоящее в правой части (25):

$$c_1 - \frac{p}{\rho_{\text{ж}}} - \varepsilon_{\text{ж}} = i_{\text{п}} - c_pT - i_{\text{ж}} = r - c_pT, \quad (26)$$

где $r = i_{\text{п}} - i_{\text{ж}}$ — теплота фазового перехода.

Следует отметить, что в рамках принятых допущений теплота фазового перехода вполне определенным образом зависит от температуры и давления. Используя формулы (7) и (21), можно записать выражения для теплоты фазового перехода r при параметрах T, p и теплоты фазового перехода r_* при реперных параметрах T_*, p_* :

$$r = (c_{p\text{п}} - c_{\text{ж}})T + c_1 - c_2; \quad (27)$$

$$r_* = (c_{p\text{п}} - c_{\text{ж}})T_* + c_1 - c_2. \quad (28)$$

Если вычесть (28) из (27), получим зависимость для изменения теплоты фазового перехода при отклонении температуры и давления от реперных значений T_*, p_* :

$$r = r_* - (c_{\text{ж}} - c_{p\text{п}})(T - T_*). \quad (29)$$

С учетом выражения (26) уравнение (25) принимает вид

$$C_W \frac{dT}{dt} + \frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dt}(pV_{\text{п}}) + p \frac{dV_{\text{п}}}{dt} + m_{\text{ж}} c_{\text{ж}} \frac{dT}{dt} = Q + G_3 c_p T_3 - G_2 c_p T + G_1 (c_p T - r) + G_5 (\varepsilon_5 - \varepsilon_{\text{ж}}). \quad (30)$$

Уравнение (30) можно преобразовать, используя формулы (10) и (11):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dt}(pV_{\text{п}}) &= \frac{d}{dt}(m_{\text{п}} c_{\text{п}} T) = c_{\text{п}} \left(m_{\text{п}} \frac{dT}{dt} + T \frac{dm_{\text{п}}}{dt} \right) = \\ &= c_{\text{п}} m_{\text{п}} \frac{dT}{dt} + c_{\text{п}} T (G_3 - G_2 + G_1). \end{aligned} \quad (31)$$

Далее, из формулы (17) следует

$$\frac{dV_{\text{п}}}{dt} = \frac{G_1 + G_4 - G_5}{\rho_{\text{ж}}}. \quad (32)$$

Подставив (31) и (32) в (30), получим следующее равенство:

$$\begin{aligned} (C_W + m_{\text{ж}} c_{\text{ж}} + m_{\text{п}} c_{\text{п}}) \frac{dT}{dt} &= Q + G_3 c_{\text{п}} (T_3 - T) + G_3 R_{\text{п}} T_3 - \\ &- G_2 R_{\text{п}} T + G_1 (R_{\text{п}} T - r) + G_5 c_{\text{ж}} (T_5 - T) - p \frac{G_1 + G_4 - G_5}{\rho_{\text{ж}}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Уравнение состояния для пара имеет вид

$$p = \rho_{\text{п}} R_{\text{п}} T. \quad (34)$$

После дифференцирования (34) можем записать

$$\frac{dp}{dt} = \rho_{\text{п}} R_{\text{п}} \frac{dT}{dt} + R_{\text{п}} T \frac{d\rho_{\text{п}}}{dt}. \quad (35)$$

Теперь примем, что на поверхности раздела фаз имеет место локальное термодинамическое равновесие. Тогда, учитывая однородность давления и температуры по пространству, можно использовать уравнение Клапейрона — Клаузиуса [18, 19], записанное в виде

$$\frac{dp}{dt} = \frac{r}{T \left(\frac{1}{\rho_{\text{п}}} - \frac{1}{\rho_{\text{ж}}} \right)} \frac{dT}{dt}. \quad (36)$$

Подставив (36) в (35), получим

$$\frac{d\rho_{\text{п}}}{dt} = \frac{1}{R_{\text{п}}T} \left(\frac{r}{T \left(\frac{1}{\rho_{\text{п}}} - \frac{1}{\rho_{\text{ж}}} \right)} - \rho_{\text{п}} R_{\text{п}} \right) \frac{dT}{dt}. \quad (37)$$

Теперь перепишем уравнение массового баланса для пара (11) в виде

$$V_{\text{п}} \frac{d\rho_{\text{п}}}{dt} + \rho_{\text{п}} \frac{dV_{\text{п}}}{dt} = G_3 - G_2 + G_1. \quad (38)$$

Применив формулы (32) и (38), получим

$$\frac{d\rho_{\text{п}}}{dt} = \frac{1}{V_{\text{п}}} (G_3 - G_2 + G_1 - \rho_{\text{п}} \frac{G_1 + G_4 - G_5}{\rho_{\text{ж}}}). \quad (39)$$

Подставляя (39), представим выражение (37) в виде

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & \frac{R_{\text{п}}T}{V_{\text{п}}} \left(G_3 - G_2 + G_1 - \rho_{\text{п}} \frac{G_1 + G_4 - G_5}{\rho_{\text{ж}}} \right) \times \\ & \times \left(\frac{r}{T \left(\frac{1}{\rho_{\text{п}}} - \frac{1}{\rho_{\text{ж}}} \right)} - \rho_{\text{п}} R_{\text{п}} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (40)$$

Подставив (40) в (33) и выполнив некоторые преобразования, можно получим следующее выражение для расхода на испарение:

$$G_1 = \frac{D(F + Q) + C_{\Sigma} \frac{P}{m_{\text{п}}} \left(G_2 - G_3 + \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{ж}}} (G_4 - G_5) \right)}{D\alpha_T + C_{\Sigma} \frac{k_T P}{m_{\text{п}}}}. \quad (41)$$

Здесь

$$D = \frac{r}{T \left(\frac{1}{\rho_{\text{п}}} - \frac{1}{\rho_{\text{ж}}} \right)} - \rho_{\text{п}} R_{\text{п}}; \quad (42)$$

$$F = c_{\text{ж}} G_5 (T_5 - T) + G_3 c_p T_3 - G_2 R_{\text{п}} T - G_3 c_{\text{п}} T - G_4 \frac{P}{\rho_{\text{ж}}} + G_5 \frac{P}{\rho_{\text{ж}}}; \quad (43)$$

$$C_{\Sigma} = C_W + m_{\text{ж}} c_{\text{ж}} + m_{\text{п}} c_{\text{п}}; \quad (44)$$

$$\alpha_T = r - R_{\text{п}} T + \frac{P}{\rho_{\text{ж}}}; \quad (45)$$

$$k_T = 1 - \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{ж}}}. \quad (46)$$

Используя (28), можно записать формулу (45) в виде

$$\alpha_T = \alpha_* + (c_{\Pi} - c_{\text{ж}})T + \frac{p}{\rho_{\text{ж}}}; \quad (47)$$

$$\alpha_* = r_* + (c_{\text{ж}} - c_{p\Pi})T_* = c_1 - c_2. \quad (48)$$

Используя введенные обозначения и уравнения массового баланса (11), (23), преобразуем уравнение (33) к «дивергентному» виду:

$$\begin{aligned} C_W \frac{dT}{dt} + c_{\Pi} \frac{d(m_{\Pi}T)}{dt} + c_{\text{ж}} \frac{d(m_{\text{ж}}T)}{dt} + G_1 \alpha_* + G_1 \frac{p}{\rho_{\text{ж}}} = \\ = Q + G_3 c_p T_3 - G_2 c_p T - G_4 \left(\frac{p}{\rho_{\text{ж}}} + c_{\text{ж}} T \right) + G_5 \left(\frac{p}{\rho_{\text{ж}}} + c_{\text{ж}} T_5 \right). \end{aligned} \quad (49)$$

С учетом уравнений (11), (23) можно преобразовать уравнение (49) к несколько иному виду, записав его в конечных разностях:

$$\begin{aligned} C_W \frac{T^{n+1} - T^n}{\tau} + c_{\Pi} \frac{m_{\Pi}^{n+1} T^{n+1} - m_{\Pi}^n T^n}{\tau} + c_{\text{ж}} \frac{m_{\text{ж}}^{n+1} T^{n+1} - m_{\text{ж}}^n T^n}{\tau} + G_1 \alpha_* = \\ = Q + G_3 c_p T_3 - G_2 c_p T^n - G_4 \left(\frac{p^n}{\rho_{\text{ж}}} + c_{\text{ж}} T^n \right) + G_5 \left(\frac{p^n}{\rho_{\text{ж}}} + c_{\text{ж}} T_5 \right). \end{aligned} \quad (50)$$

Массу жидкости и массу пара в момент времени t найдем из уравнений (11) и (23):

$$m_{\text{ж}}^{n+1} = (-G_4 - G_1 + G_5)\tau + m_{\text{ж}}^n; \quad (51)$$

$$m_{\Pi}^{n+1} = (G_3 - G_2 + G_1)\tau + m_{\Pi}^n. \quad (52)$$

Подставим уравнения (51), (52) в уравнение (50), тогда получим уравнение (50) в конечно-явном виде:

$$\begin{aligned} C_W \frac{T^{n+1} - T^n}{\tau} + c_{\Pi} \frac{((G_3 - G_2 + G_1)\tau + m_{\Pi}^n)T^{n+1} - m_{\Pi}^n T^n}{\tau} + \\ + c_{\text{ж}} \frac{((-G_4 - G_1 + G_5)\tau + m_{\text{ж}}^n)T^{n+1} - m_{\text{ж}}^n T^n}{\tau} + G_1 \alpha_* = Q + G_3 c_p T_3 - \\ - G_2 c_p T^n - G_4 \left(\frac{p^n}{\rho_{\text{ж}}} + c_{\text{ж}} T^n \right) + G_5 \left(\frac{p^n}{\rho_{\text{ж}}} + c_{\text{ж}} T_5 \right). \end{aligned} \quad (53)$$

Алгоритм и результаты расчета. Приведенная модель будет рассмотрена для режима бездренажного хранения. Полученная система уравнений (11), (23) и (53) позволяет построить следующий алгоритм расчета изменения параметров рассматриваемой термодинамической

системы во времени. Принято, что заданными являются объем бака V_0 и интегральный тепловой поток $Q(t)$. В начальный момент времени $t = t_0$ заданы параметры $p, T, \rho_{\text{п}}, m_{\text{п}}, V_{\text{п}}, m_{\text{ж}}, V_{\text{ж}}$. Расчет проводится в следующей последовательности.

1. Рассчитывается значение теплоты фазового перехода по формуле (29):

$$r = r_* - (c_{\text{ж}} - c_{\text{пл}})(T - T_*). \quad (54)$$

2. По табличным данным задается зависимость давления насыщения P_S от температуры насыщения T_S . В момент времени $t_1 = t_0 + \Delta t$ вычисляется температура среды T итерационным способом.

3. Температура среды T в момент времени $t_1 = t_0 + \Delta t$ определяется методом деления отрезка пополам.

4. Из уравнения (41) вычисляется расход пара на испарение для момента времени $t = t_0$, а затем определяются параметры системы в следующий момент времени $t_1 = t_0 + \Delta t$.

5. Новая масса жидкой фазы вычисляется из разностного аналога уравнения массового баланса (51).

6. Новая масса пара в подушке бака определяется из разностного аналога уравнения массового баланса (52).

7. Новый объем паровой подушки вычисляется из разностного аналога уравнения (32).

8. Новая плотность пара в подушке бака рассчитывается по формуле

$$\rho_{\text{п}} = \frac{m_{\text{п}}}{V_{\text{п}}}. \quad (55)$$

9. Новое давление в баке вычисляется из уравнения состояния для пара (34), а затем определяются значения параметров в момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t$ и т. д.

По предлагаемой модели были проведены расчеты по изменению давления в модельных металлокомпозитных баках. Значения теплофизических свойств жидкого азота взяты из [20]. Объем модельного бака с жидким азотом составлял 7 л. На экспериментальной установке были получены данные о динамике изменения давления в баке в диапазоне от 0,1 до 1,0 МПа, а также об изменении во времени и пространстве (по вертикали) температуры азота внутри бака. Полученные экспериментальные данные охватывают режимы заправки и бездренажного хранения при различной степени заполнения бака (отношение объема жидкой фазы в баке к объему бака), в том числе режимы выдержки бака при постоянном давлении. Результаты расчета

по изменению давления в металлокомпозитном баке при бездренажном хранении жидкого азота при различных степенях заполнения приведены на рис. 3. Результаты расчета по данной методике показывают удовлетворительное согласование с экспериментальными данными.

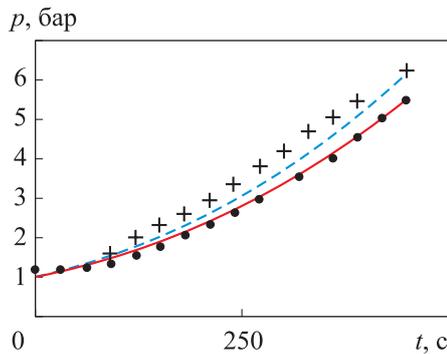


Рис. 3. Изменение давления в металлокомпозитном баке с жидким азотом объемом 7 л при бездренажном хранении при различных условиях эксперимента. Испытание № 4: --- расчет; + — эксперимент; степень заполнения бака $\varphi = 60\%$. Испытание № 5: — расчет; • — эксперимент; степень заполнения бака $\varphi = 72\%$

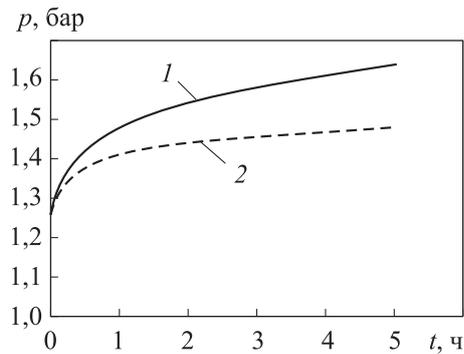


Рис. 4. Изменение давления в баке с водородом при степени заполнения бака $\varphi = 90\%$ в зависимости от времени при бездренажном хранении: 1 — $p(t)$ при Q_{\max} ; 2 — $p(t)$ при Q_{\min}

По данной методике также проведены расчеты для натурального бака с жидким водородом, имеющего следующие геометрические параметры: радиус бака $R_0 = 2$ м; толщина металлической оболочки бака $h = 1$ мм; толщина теплоизоляции $H = 15$ мм при значениях внешнего теплопритока $Q_{\max} = 1700$ Вт/м² и $Q_{\min} = 500$ Вт/м². Результаты расчета по изменению давления в натурном баке с жидким водородом при указанных уровнях внешнего теплопритока представлены на рис. 4.

Заключение. Предложена физико-математическая модель для описания теплофизических процессов, протекающих на различных режимах эксплуатации в криогенных топливных баках. Данная модель является более простой и универсальной, чем другие рассмотренные выше модели. В представленной модели учтены следующие факторы: подвод теплоты к баку, теплоемкость стенки бака и внутрибаковых устройств, ввод и отвод жидкого компонента из бака, наличие в подушке бака постороннего нерастворимого газа, наддув бака парами компонента и посторонним газом, дренаж бака. Модель основана на предположении об однородности температуры и давления по объему бака, а также о термодинамическом равновесии между жидкой фазой компонента топлива и его парами. Для модельного бака объемом 7 л получено удовлетворительное согласование результатов расчета

с экспериментальными данными по изменению роста давления при бездренажном хранении криогенного топлива. Предложенная термодинамическая модель важна с методической точки зрения как фундамент для построения более сложных моделей теплофизических процессов в криогенных баках.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Belyaev A.Yu., Ivanov A.V., Egorov S.D. et al. Pathways to solve the problem of cryogenic rocket propellant long storage in space. In: *Proc. Int. Aerospace Congress. Moscow, Russia, August 15–19, 1994*. Moscow, 1994, vol. 1, pp. 558–562.
- [2] Амирханян Н.В., Черкасов С.Г. Теоретический анализ и методика расчета теплофизических процессов, протекающих в криогенной емкости в режиме бездренажного хранения. *Теплофизика высоких температур*, 2001, т. 39, № 4, с. 970–976.
- [3] Черкасов С.Г., Миронов В.В., Миронова Н.А., Моисеева Л.А. Метод расчета скорости роста давления при бездренажном хранении жидкого водорода в емкостях. *Известия Академии наук. Сер. Энергетика*, 2012, № 4, с. 151–159.
- [4] Черкасов С.Г. Модифицированный численный метод для расчета тепловой конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде. *Численные методы механики сплошной среды*, 1984, т. 15, № 5, с. 144–153.
- [5] Черкасов С.Г. Естественная конвекция и температурная стратификация в криогенном топливном баке в условиях микрогравитации. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 1994, № 5, с. 142–149.
- [6] Гордеев В.А., Партола И.С., Фирсов В.П., Иванов В.П. Оптимизация процесса отработки ПГСР ракет и разгонных блоков. *Научно-технические разработки КБ «Салют»*. Москва, Воздушный транспорт, 2007, с. 284–290.
- [7] Гордеев В.А., Фирсов В.П. Комплект математических моделей ПГСР криогенного разгонного блока. *Научно-технические разработки ОКБ-23 КБ «Салют»*. Москва, Воздушный транспорт, 2006, с. 320–333.
- [8] Гордеев В.А., Жуков В.А., Завадский В.К., Иванов В.П., Мозжорина М.Ю. Система наддува баков перспективных ракет и разгонных блоков (принципы построения, унифицированные алгоритмы управления). *Научно-технические разработки ОКБ-23 КБ «Салют»*. Москва, Воздушный транспорт, 2006, с. 383–395.
- [9] Черкасов С.Г. Ламинарный свободно-конвективный пограничный слой в сжимаемом газе. *Доклады РАН*, 1995, т. 343, № 5, с. 625–626.
- [10] Полежаев В.И., Черкасов С.Г. Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1983, № 4, с. 148–157.
- [11] Полежаев В.И., Бунэ А.В., Вerezуб Н.А. [и др.]. *Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье — Стокса*. Москва, Наука, 1987.
- [12] Черкасов С.Г. Квазистационарный режим конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1986, № 1, с. 146–152.
- [13] Войтешонок В.С., Черкасов С.Г. Автомодельный режим тепловой стратификации при естественной конвекции в емкостях. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1989, № 5, с. 19–24.
- [14] Ferziger J.H., Peric M. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, 2002.

- [15] Patankar S. *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York, Hemisphere Publishing Corp., 1980.
- [16] Wenxian Lin, Armfield S.W. Direct simulation of natural convection cooling in a vertical circular cylinder. *International J. of Heat and Mass Transfer*, 1999, vol. 42, iss. 22, pp. 4117–4130.
- [17] Muzaferija S. *Adaptive finite volume method for flow predictions using unstructured meshes and multigrid approach: PhD Thesis*. University of London, 1994.
- [18] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика*. Москва, Наука, 1976, 584 с.
- [19] Седов Л.И. *Методы подобия и размерности в механике*. Москва, Наука, 1977.
- [20] Варгафтик Н.Б. *Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей*. Москва, Наука, 1972.

Статья поступила в редакцию 12.11.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Мякочин А.С., Тлевцежев В.В. Межфазный тепломассообмен при длительном хранении криожидкости в баке. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, вып. 3. EDN SLAWJR

Мякочин Александр Сергеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Авиационная и космическая теплотехника», МАИ (национальный исследовательский университет). Автор 150 работ в области тепломассообмена и гидродинамики. e-mail: amyakochin@gmail.com

Тлевцежев Вадим Владимирович — научный сотрудник, аспирант кафедры «Авиационная и космическая теплотехника» МАИ (национальный исследовательский университет). Автор 10 работ в области тепломассообмена и гидродинамики в криогенных системах. e-mail: tlevcejev@mail.ru.

Interphase heat and mass transfer during the cryogen long-term storage in a tank

© A.S. Myakochin, V.V. Tlevtsezhev

Moscow Aviation Institute (National Technical University),
Moscow, 125993, Russian Federation

The paper proposes a physical mathematical model for computing the in-tank thermophysical processes based on assumptions of the missing temperature stratification and thermodynamic equilibrium between the fuel component liquid phase and its vapors. The temperature and pressure spatial homogeneities are the main prerequisites for considering processes within the framework of thermodynamics; therefore, this model could be called the thermodynamic. The paper also assumes that the component vapors obey the equation of the ideal gas state, and the liquid is incompressible. This model from the mathematical point of view is a system of algebraic and ordinary differential equations describing alteration in temperature, pressure and other thermophysical characteristics over time. The model under consideration is used to identify the heat exchange parameters in a cryogenic tank during the long-term drainless storage. The proposed model could also be adapted to describe many thermophysical processes in tanks at various stages of operation.

Keywords: cryogen, thermodynamic model, thermophysical parameters, drainless storage, interphase heat and mass transfer, cryogenic tank

REFERENCES

- [1] Belyaev A.Yu., Ivanov A.V., Egorov S.D. et al. Pathways to solve the problem of cryogenic rocket propellant long storage in space. In: *Proc. Int. Aerospace Congress. Moscow, Russia, August 15–19, 1994*. Moscow, 1994, vol. 1, pp. 558–562.
- [2] Amirkhanyan N.V., Cherkasov S.G. Teoreticheskiy analiz i metodika rascheta teplofizicheskikh protsessov, protekayushchikh v kriogennoy emkosti v rezhime bezdrenazhnogo khraneniya [Theoretical analysis and procedure for the calculation of thermophysical processes occurring in a cryogenic vessel under conditions of nonvented storage]. *Teplofizika vysokikh temperatur — High Temperature*, 2001, vol. 39, no. 4, pp. 970–976.
- [3] Cherkasov S.G., Mironov V.V., Mironova N.A., Moiseeva L.A. Metod rascheta skorosti rosta davleniya pri bezdrenazhnom khranении zhidkogo vodoroda v emkostyakh [A method of calculating the rate of pressure buildup during ventless storage of liquid hydrogen in vessels]. *Izvestiya Akademii nauk. Seriya Energetika — Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Series Power Engineering*, 2012, no. 4, pp. 151–159.
- [4] Cherkasov S.G. Modifitsirovannyi chislennyi metod dlya rascheta teplovoy konveksii v vertikalnom tsilindricheskom sosude [Modified numerical method for calculating thermal convection in a vertical cylindrical vessel]. *Chislennye metody mekhaniki sploshnykh sred*, 1984, vol. 15, no. 5, pp. 144–153.
- [5] Cherkasov S.G. Estestvennaya konveksiya i temperaturnaya stratifikatsiya v kriogenom toplivnom bace v usloviyakh mikrogravitatsii [Natural convection and temperature stratification in a cryogenic fuel tank in microgravity]. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza — Fluid Dynamics*, 1994, no. 5, pp. 142–149.

- [6] Gordeev V.A., Partola I.S., Firsov V.P., Ivanov V.P. Optimizatsiya protsessa obrabotki PGSP raket i razgonnykh blokov [Optimization of the process of working out of the PHFS of rockets and upper stages]. In: *Nauchno-tekhnicheskie razrabotki KB "Salyut"* [Scientific and technical developments of the Salyut Design Bureau]. Moscow, Vozdushnyi Transport Publ., 2007, pp. 284–290.
- [7] Gordeev V.A., Firsov V.P. Komplekt matematicheskikh modeley PGSP kriogenogo razgonnogo bloka [A set of mathematical models of the PHFS cryogenic upper stage]. In: *Nauchno-tekhnicheskie razrabotki OKB-23 KB "Salyut"* [Scientific and technical developments of the Salyut Design Bureau UDB-23]. Moscow, Vozdushnyi Transport Publ., 2006, pp. 320–333.
- [8] Gordeev V.A., Zhukov V.A., Zavadsky V.K., Ivanov V.P., Mozzhorina M.Yu. Sistema nadduva bakov perspektivnykh raket i razgonnykh blokov (printsipy postroyeniya, unifitsirovannye algoritmy upravleniya) [The system of tank pressurization of the advanced rockets and upper stages (principles of construction, unified control algorithms)]. In: *Nauchno-tekhnicheskie razrabotki OKB-23 KB "Salyut"* [Scientific and technical developments of the Salyut Design Bureau UDB-23]. Moscow, Vozdushnyi Transport Publ., 2006, pp. 383–395
- [9] Cherkasov S.G. Laminarnyi svobodnoy-konveksionnyi sloy v szhimaemom gaze [Laminar free-convective boundary layer in the compressible gas]. *Doklady RAN — Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1995, vol. 343, no. 5, pp. 625–626.
- [10] Polezhaev V.I., Cherkasov S.G. Nestatsionarnaya teplovaya konveksiya v tsilindricheskom sosude pri bokovom podvode tepla [Non-stationary thermal convection in a cylindrical vessel with the lateral heat supply]. *Izv. AN SSSR. MZhG — Bulletin of the USSR Academy of Sciences. Fluid Dynamics*, 1983, no. 4, pp. 148–157.
- [11] Polezhaev V.I., Bune A.V., Verezub N.A. et al. *Matematicheskoe modelirovanie konvektivnogo teplomassobmena na osnovanii uravneniy Navye—Stoksa* [Mathematical simulation of the convective heat and mass transfer based on the Navier—Stokes equations]. Moscow, Nauka Publ., 1987.
- [12] Cherkasov S.G. Kvazistatsionarnyi rezhim konveksii v vertikalnom tsilindricheskom sosude [Quasi-stationary mode of convection in a vertical cylindrical vessel]. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza — Bulletin of the USSR Academy of Sciences. Fluid Dynamics*, 1986, no. 1, pp. 146–152.
- [13] Voyteshonok V.S., Cherkasov S.G. Avtomodelnyi rezhim teplovoy stratifikatsii pri estestvennoy konveksii v emkostyakh [Self-similar mode of thermal stratification with natural convection in tanks]. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza — Bulletin of the USSR Academy of Sciences. Fluid Dynamics*, 1989, no. 5, pp. 19–24.
- [14] Ferziger J.H., Peric M. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, 2002.
- [15] Patankar S. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publishing Corp., New York, 1980.
- [16] Wenxian Lin, Armfield S.W. Direct simulation of natural convection cooling in a vertical circular cylinder. *International J. of Heat and Mass Transfer*, 1999, vol. 42, iss. 22, pp. 4117–4130
- [17] Muzaferiya S. *Adaptive finite volume method for flow predictions using unstructured meshes and multigrid approach*. PhD Thesis. University of London, 1994.
- [18] Landau L.D., Lifshits E.M. *Statisticheskaya fizika* [Statistical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 584 p.
- [19] Sedov L.I. *Metody podobiya i razmernosti v mekhanike* [Methods of similarity and dimensionality in the mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1977.

- [20] Vargaftik N.B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey* [Handbook of thermophysical properties of the gases and liquids]. Moscow, Nauka Publ., 1972, 720 p.

Myakochin A.S., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Aviation and Space Thermal Engineering, Moscow Aviation Institute (National Research University). Author of 150 works in heat and mass transfer and hydrodynamics. e-mail: amyakochin@gmail.com

Tlevtsezhev V.V., Researcher, Postgraduate, Department of Aviation and Space Thermal Engineering, Moscow Aviation Institute (National Research University). Author of 10 works in heat and mass transfer and hydrodynamics in the cryogenic systems, e-mail: tlevcejev@mail.ru