

## Расчет оптимальных конструктивных параметров и применение в аэрокосмических конструкциях трехслойных сотовых панелей из полимерных композиционных материалов

© Е.А. Башаров

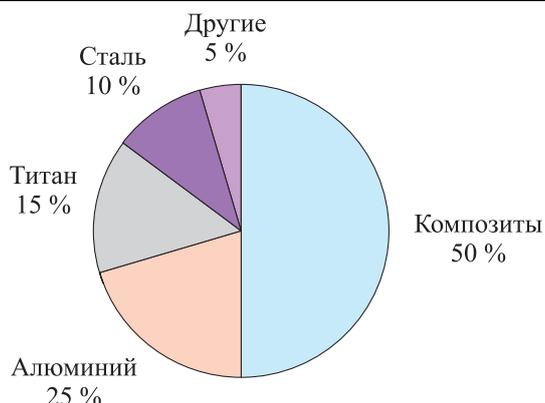
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, 125993, Российская Федерация

*Представлены разработка и апробация упрощенной методики расчета с оптимизацией и использованием критерия равнопрочности в слоях. Проанализированы перспективы применения в аэрокосмических конструкциях трехслойных сотовых панелей из полимерных композиционных материалов. Рассмотрены основные расчетные случаи нагружения сотовых панелей на этапе первоначального проектирования с учетом специфики их работы. Даны расчетные выражения, с помощью которых можно определить области допустимых значений оптимальных конструктивных параметров сотовой панели с использованием ограничений по прочности несущей обшивки, общей и местной потере устойчивости, сдвиговой форме потери устойчивости плоской сотовой панели. Приведен пример графического определения области допустимых значений параметров трехслойной сотовой панели. Апробация методики показана на примере расчета сотовой панели из углепластика типа КМУ-4Л для обтекателя двигателя вертолета. Отмечено, что полученные результаты имеют достаточную для инженерных расчетов точность определения жесткости и прочности сотовых композитных панелей с учетом связующего.*

**Ключевые слова:** полимерный композиционный материал, трехслойная сотовая панель, критерий прочности, расчет на прочность

**Введение.** Трехслойные сотовые композитные панели обладают, как правило, высокими значениями жесткости и удельной прочности, вибростойкостью, хорошими тепло- и звукоизоляционными свойствами, а также специальными свойствами, в частности, панели из диэлектрических композиционных материалов характеризуются радиопрозрачностью.

Несущие композитные слои, подкрепленные наполнителем, воспринимают значительные напряжения сжатия, иногда превышающие предел упругости материала. Применение тонких композитных обшивок, подкрепляемых полимерным сотопластом небольшой плотности, позволяет при использовании сотовых панелей существенно уменьшить массу фюзеляжа вертолета (рис. 1). Высокая удельная прочность и стойкость к вибрационным и акустическим нагрузкам обуславливают все более широкое применение сотовых конструкций в качестве силовых элементов фюзеляжей вертолетов всех весовых категорий.



**Рис. 1.** Соотношение полимерных композиционных материалов (ПКМ) с другими материалами в планере вертолетов

Анализ использования сотовых панелей в структуре фюзеляжа для поглощения энергии при аварийной посадке показал, что при ударе композитные конструкции значительно лучше поглощают энергию, чем изготовленные из алюминиевых сплавов. Композиты позволяют создавать высокотехнологичные конструкции, совершенные по массе, в том числе крупногабаритные интегральные панели (рис. 2–4).



**Рис. 2.** Обтекатели и створки вертолета, выполненные из трехслойных панелей



**Рис. 3.** Фюзеляж среднего вертолета, собранный из трехслойных панелей



Рис. 4. Интегральные сотовые панели фюзеляжа вертолета RAH-66 (США)

Применение сотовых панелей из ПКМ в каркасных аэрокосмических конструкциях дает следующие преимущества:

- подкрепленные заполнителем несущие слои воспринимают высокие напряжения сжатия, благодаря чему хорошо работают на изгиб;
- трехслойные панели, отличающиеся высокой усталостной прочностью, повышают прочностные характеристики;
- улучшается технологичность и существенно снижается стоимость изготовления элементов каркаса аэрокосмических конструкций;
- включение сотовых панелей из кевлара в конструкцию фюзеляжа позволяет рационально решать проблему защиты важных агрегатов от повреждений;
- вес каркасных конструкций снижается до 30 %.

К недостаткам использования сотовых панелей из ПКМ в каркасных аэрокосмических конструкциях можно отнести:

- усложнение дефектации повреждений и ремонта трехслойных панелей;
- снижение прочности трехслойных панелей из ПКМ при воздействии влаги, внешней температуры и других погодных факторов;
- более жесткие требования правил сертификации сотовых конструкций, препятствующие их широкому использованию в аэрокосмических конструкциях.

Поскольку сотовые конструкции более восприимчивы к внешним условиям, их ограниченно применяют в силовых конструкциях фюзеляжа. К сожалению, отмечалось много случаев отслоения слоев в процессе эксплуатации сотовых конструкций. Непроклеи и попадание влаги в соты через плохо запечатанные концы или микротрещины в слоях могут вызывать расслоение, особенно из-за расширения влаги в сотах при замерзании во время работы на высоте или морозе.

Одно из препятствий широкого использования и сертификации трехслойных сотовых панелей в аэрокосмических конструкциях — сложность их проектировочного расчета (особенно мест крепления) и оценки прочности слоев в различных случаях нагружения при эксплуатации [1–3].

Решением этой проблемы стала разработка обеспечивающего достаточную точность упрощенного аналитического расчета, который стоило бы проводить при первоначальном проектировании.

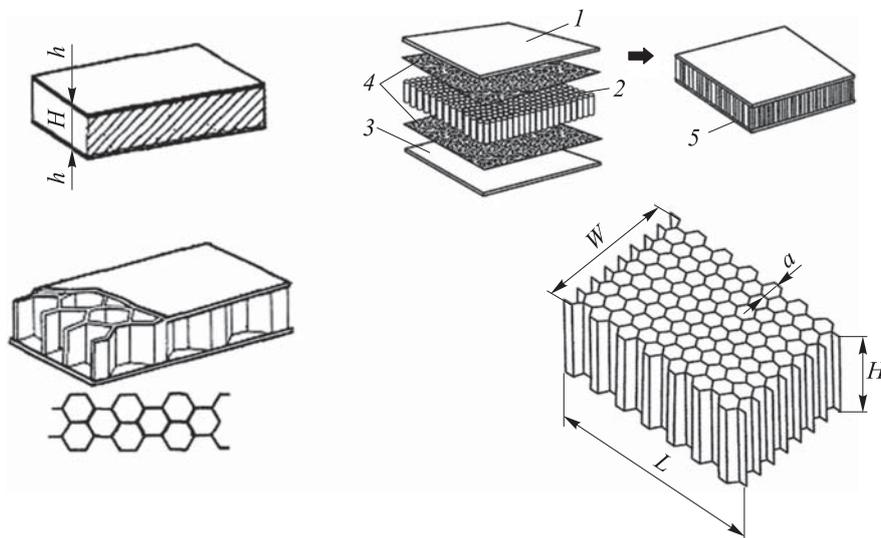
Цель работы — создание и апробация методики расчета трехслойных сотовых панелей с использованием соотношений механики композиционных материалов и оптимизационных методов [4].

**Конструктивные параметры трехслойной сотовой панели.**

Сотовые панели состоят из несущих обшивок и сотового заполнителя, расположенного между ними (рис. 5). Прочность при поперечном сжатии и объемная масса сот зависят от размера и формы сотовой ячейки, толщины ее стенок и материалов. Жесткость трехслойной панели при изгибе можно рассчитать по формуле

$$D_{с.п} = 2E_{обш} I_{обш} + E_{зап} I_{зап}, \quad (1)$$

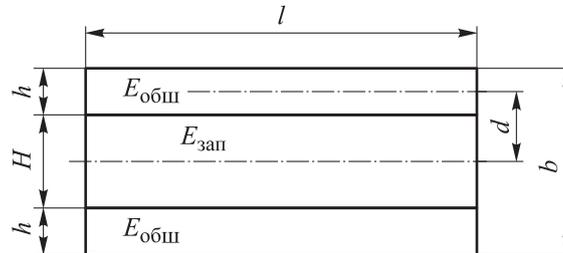
где  $E_{обш}$ ,  $E_{зап}$  — модули упругости при изгибе материалов обшивок и заполнителя;  $I_{обш}$ ,  $I_{зап}$  — моменты инерции поперечного сечения каждой обшивки и заполнителя относительно центральной нейтральной оси (конструкция симметрична).



**Рис. 5.** Структура слоев трехслойной сотовой панели:

$h$  — толщина внешних обшивок;  $H$  — толщина сотового заполнителя (блока);  $a$  — ширина ячейки сотового заполнителя;  $L$ ,  $W$  — длина, ширина сотового блока; 1 — верхняя обшивка; 2 — трехслойная панель в сборе; 3 — нижняя обшивка; 4 — сотовый заполнитель; 5 — клеевые пленки

Рассмотрим основные конструктивные параметры трехслойной сотовой панели (рис. 6) каркасной аэрокосмической конструкции, в которой параметры  $h$  и  $H$  определяют изгибную жесткость панели.



**Рис. 6.** Конструктивные параметры трехслойной сотовой панели:  
 $l$  — длина панели;  $b$  — ширина панели;  $d$  — расстояние от срединной плоскости панели до срединной плоскости внешней обшивки

Моменты инерции каждой обшивки панели относительно ее собственной центральной оси определяются по уравнениям

$$I_{\text{обш}_1} = l \frac{h^3}{12}, \quad I_{\text{обш}_2} = l \frac{h^3}{12} + lhd^2.$$

Теперь формулу (1) можно записать следующим образом:

$$D_{\text{с.п}} = 2E_{\text{обш}} \left( l \frac{h^3}{12} + lhd^2 \right) + E_{\text{зап}} l \frac{H^3}{12}. \quad (2)$$

Обычно, если  $h$  значительно меньше  $H$ , то (1) будет иметь вид

$$D_{\text{с.п}} = 2E_{\text{обш}} lhd^2.$$

Величиной  $E_{\text{зап}}$  можно пренебречь, так как она мала.

Масса сотовой панели  $M_{\text{с.п}}$  рассчитывается так:

$$M_{\text{с.п}} = 2M_{\text{обш}} + M_{\text{зап}} = 2\rho_{\text{обш}} lbh + \rho_{\text{зап}} lbH, \quad (3)$$

где  $M_{\text{обш}}$ ,  $M_{\text{зап}}$  — масса несущих обшивок и заполнителя;  $\rho_{\text{обш}}$ ,  $\rho_{\text{зап}}$  — плотность материала обшивок и заполнителя.

Поскольку

$$h = \frac{2D_{\text{с.п}}}{E_{\text{обш}} H},$$

формула (3) примет вид

$$M_{\text{с.п}} = \left( 4\rho_{\text{обш}}^2 bD_{\text{с.п}} / E_{\text{обш}} \right) l / H^2 + \rho_{\text{зап}} lbH,$$

откуда следует

$$dM_{\text{с.п}} / dH = \left( 8\rho_{\text{обш}}^2 bD_{\text{с.п}} / E_{\text{обш}} \right) l / H^3 + \rho_{\text{зап}} lb = 0.$$

Минимальное значение  $M_{с.п \min}$  достигается при выполнении равенства

$$H = \left( \frac{\rho_{\text{обш}} D_{с.п}}{\rho_{\text{зап}} E_{\text{обш}} l} \right)^{1/3}.$$

Подставив значение  $H$ , получаем, что толщину  $h$  обшивок в панели с минимальной массой можно рассчитать следующим образом:

$$h = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho_{\text{зап}}}{\rho_{\text{обш}}} \right)^{2/3} \left( \frac{D_{с.п}}{E_{\text{обш}} l} \right)^{1/3}.$$

Соотношение значений  $H$  и  $h$  в сотовой панели с минимальной массой зависит только от плотности материалов заполнителя и обшивок и будет обратно пропорционально их соотношению

$$\frac{H}{h} = \frac{4\rho_{\text{обш}}}{\rho_{\text{зап}}},$$

так как

$$2M_{\text{обш}} = (\rho_{\text{обш}} D_{с.п} / E_{\text{обш}})^{1/3} (\rho_{\text{зап}} l)^{2/3} b, \quad (4)$$

$$M_{\text{зап}} = 2(\rho_{\text{обш}} D_{с.п} / E_{\text{обш}})^{1/3} (\rho_{\text{зап}} l)^{2/3} b, \quad (5)$$

масса заполнителя в оптимизированной сотовой панели должна быть в 4 раза больше, чем масса одной обшивки ( $M_{\text{зап}} = 4M_{\text{обш}}$ ).

Если сложить (4) и (5), получается значение  $M_{с.п \min}$

$$M_{с.п \min} = 2\rho_{\text{зап}}^{2/3} \rho_{\text{обш}}^{1/3} \left( \frac{1}{2} h H^2 \right) b l. \quad (6)$$

**Выбор материала сотовой панели.** Материал для несущих внешних обшивок выбирается с учетом эксплуатационных параметров сотовых панелей [5]: конструкционных (прочности, жесткости, трещиностойкости при статическом и динамическом нагружении), весовых (удельного веса) и специальных (радиопрозрачности, радиопоглощения, термоустойчивости и др.), а также возможностью механической обработки, применения заклепочных и болтовых соединений (табл. 1). В трехслойных сотовых панелях из ПКМ в качестве заполнителей используют различные сотопласты типа ПСП–1, ССП–1, Nomex, Aramex или АFR, обеспечивающие разнесение оболочек и удаление их материала от нейтральной оси при изгибе для усиления эффекта повышения жесткости [6] (табл. 2).

Таблица 1

**Механические характеристики монослоев ПКМ, используемых в качестве обшивок трехслойных панелей с сотовым наполнителем**

Марка материала монослоя (толщина, мм)	Механические характеристики					
	Предел прочности		Модуль упругости		Модуль сдвига монослоя $G_{12}$ , ГПа	Предел прочности при сдвиге монослоя $[\tau_{12}]$ , МПа
	вдоль волокон $[\sigma_1^+]$ , МПа	вдоль волокон $[\sigma_1^-]$ , МПа	вдоль волокон $E_1$ , ГПа	поперек волокон $E_2$ , ГПа		
КМУ-4Л (0,14)	1000	700	180	6,2	5,0	30
КМУ-4э0,1П (0,125)	1000	900	120	9,1	7,0	86
КМУ-4э-0,08 (0,08)	1000	900	120	9,8	6,5	55
КМУ-7Л-300 (0,14)	3000	1650	215	6,4	8,5	78
КМУ-11э-0,11 (0,11)	2600	1600	143	9,1	7,0	70
КМУ-7ТР (0,22)	600	600	62	62	6,18	65
Органит 7Т (0,15)	700	210	30	28	2,5	130
Органит 10Т (0,15)	740	230	34	34	1,2	100

*Примечание:* (+) — при растяжении, (-) — при сжатии.

Таблица 2

**Механические характеристики сотопластов, используемых в качестве наполнителя сотовых панелей**

Марка сотопласта	Объемная масса, кг/м <sup>3</sup>	Предел прочности		Модуль	
		при сжатии $[\sigma^-]$ , МПа	при сдвиге $[\tau_{сд}]$ , МПа	упругости сотопласта $E$ , МПа	сдвига сотопласта $G$ , МПа
<i>Отечественные сотопласты</i>					
ПСП-1-2,5-100 (полимерсотопласт)	100 ± 5	5,0	2,74	170	115
ССП-1-2,5-100 (стеклосотопласт)	100 ± 10	3,5	—	—	—
<i>Зарубежные сотопласты</i>					
Nomex HRH-10	96 ± 10	4,55–5,77	1,82–2,30	420	91–101
Aramex	96 ± 10	4,50–5,50	1,90–2,45	—	75–80
AFP	96 ± 10	4,50–5,70	—	—	—

При изготовлении сотовых панелей используются высокоэластичные пленочные клеи конструкционного назначения, обеспечивающие стойкость клеевого соединения к воздействию больших статических нагрузок и весьма сложного спектра переменных нагрузок (табл. 3). Следует отметить, что прочность при сдвиге клея существенно зависит от температуры испытаний.

**Клеи, используемые при изготовлении сотовых панелей**

Марка клея	Температура, °С		Предел прочности клеевого соединения		Применение
	отверждения	испытания	при сдвиге $[\tau_{сд}]$ , МПа	при расслаивании $[S_{рассл}]$ , кН/м	
ВК-40	120–130	20	28	3	Для склеивания радиопрозрачных обтекателей РЛС из стеклопластиков на основе связующего ЭФ-32-301 и сотового заполнителя. Рабочие температуры от –60 °С до +80 °С
		80	20	–	
ВК-25	125–165	20	23	8	Для склеивания пакетов сотового заполнителя из фольги АМг2-Н, полимерной бумаги и других материалов в конструкциях, испытывающих высокие акустические нагрузки. Рабочие температуры от –60 °С до +160 °С
		80	12	–	
ВК-50	130–150	20	25	12	Для склеивания металлов и неметаллических материалов в конструкциях, испытывающих высокие акустические нагрузки
ВК-50 АСГ	130–150	80	15	–	
		150	9	–	
ВК-36	170–180	20	35	5	Для склеивания металлов и неметаллических материалов, сотовых конструкций, работающих при температурах от –196 °С до +160 °С
ВК-36Р	180	150	25	–	
ВК-41	125	20	30	5	Для склеивания металлов и неметаллических материалов, сотовых конструкций, работающих при температурах от –196 до +80 °С
ВК-46	120	80	25	–	
ВК-51	125	20	35	6	
ВКВ-9	18–25	20	3,5	–	Вспенивающиеся клеи для заполнения пустот и склеивания сот между собой и с оболочками в конструкциях, работающих при температурах от –60 °С до +80 °С

**Схема нагружения трехслойной сотовой панели.** Для конструкций с заполнителем при действии внешних нагрузок характерна совместная работа всех составных элементов конструкций. Несущие слои воспринимают продольное растяжение и сжатие от продольных погонных сил  $N$ , изгиб и сдвиг в плоскости панели, поперечные изгибающие моменты  $M_y$ , а также предохраняют от внешнего воздействия

довольно слабый наполнитель, очень чувствительный к сосредоточенным нагрузкам (рис. 7). Наполнитель воспринимает поперечное сжатие и поперечный сдвиг от нормально действующей силы  $P$  и предохраняет тонкие несущие слои от местной и общей потери устойчивости, обеспечивая в то же время их совместную работу и высокую жесткость [7].

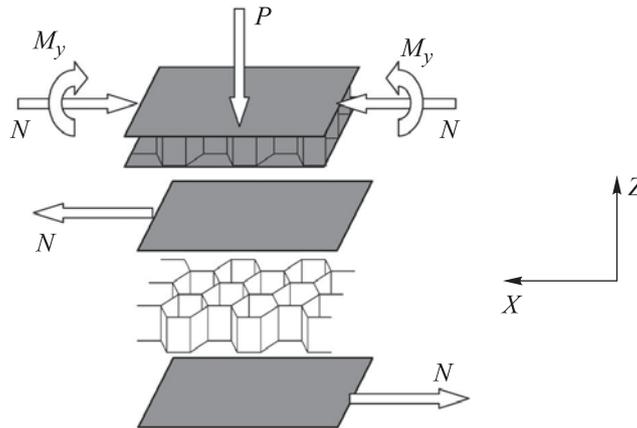


Рис. 7. Схема нагружения трехслойной сотовой панели

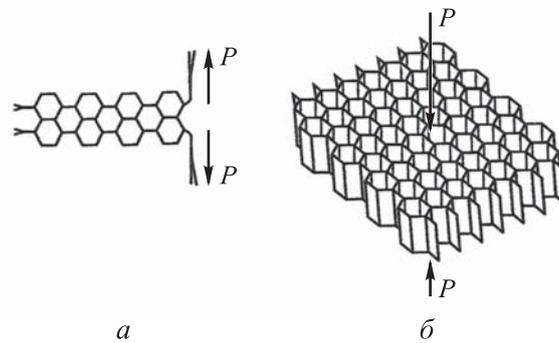


Рис. 8. Схемы нагружения сотового наполнителя при нагружении на расслаивание (а) и сжатием (б)

Нагрузки отрыва, сдвига и сжатия воспринимаются в трехслойной панели обшивками и через клеюю прослойку передаются стенкам ячеек сот. Прочность (при сдвиге и отрыве) соединения обшивок с сотовой панелью существенно зависит от величины клеевых слоев на торцах сот и увеличивается тогда, когда для соединения сот с обшивкой применяются пленочные и вспенивающиеся клеи (рис. 8).

Прочность, устойчивость и жесткость трехслойной панели зависят как от геометрических и жесткостных, так и от прочностных параметров составных элементов конструкции — несущих обшивок, наполнителя, их соединения, а также всей панели в целом.

**Выбор параметров и расчет на прочность трехслойной композитной панели.** Для нагруженной сжимающими распределенными силами трехслойной панели (рис. 9) требуется определить рациональные значения толщины несущих обшивок  $h$  и заполнителя  $H$ . При этом заданы длина панели  $l$ , распределенная погонная сила  $N$ , модуль упругости несущей обшивки  $E_{\text{обш}}$ , модуль упругости заполнителя  $E_{\text{зап}}$ ; модуль поперечного сдвига для заполнителя  $G_{\text{зап}}$ , допускаемое напряжение сжатия для материала несущей обшивки  $[\sigma_1^-]$ ,  $\rho_{\text{обш}}$ ,  $\rho_{\text{зап}}$  — плотности материалов несущей обшивки и заполнителя. В качестве целевой функции принята погонная масса панели. Заполнитель считается легким. Для расчета оптимальных конструктивных параметров панели используется нитяная модель [8–10].

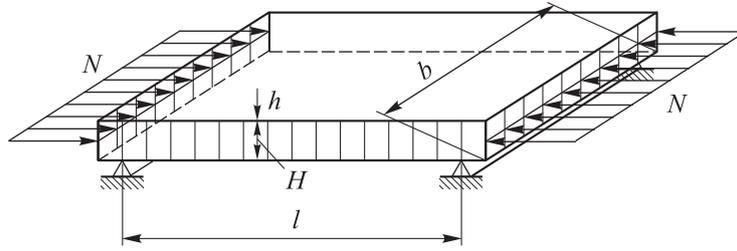


Рис. 9. Схема трехслойной сотовой панели с проектировочными параметрами

Были сформулированы следующие ограничения [11, 12]:

1) по прочности несущей обшивки (см. рис. 9)

$$\sigma_1 = \frac{N}{2h} \leq [\sigma_1^-] \text{ или } h \geq \frac{N}{2[\sigma_1^-]}; \quad (7)$$

2) по общей потере устойчивости плоской панели

$$N_{\text{кр}}^{\text{ОПУ}} = \frac{\pi^2 D_{\text{с.п}}}{l^2} \geq N, \quad D_{\text{с.п}} = \frac{E_{\text{обш}} h H^2}{2} \text{ или } h H^2 \geq \frac{2 N_{\text{кр}}^{\text{ОПУ}} l^2}{\pi^2 E_{\text{обш}}}, \quad (8)$$

где  $N_{\text{кр}}^{\text{ОПУ}}$  — критическая погонная сила общей потери устойчивости сотовой панели;  $D_{\text{с.п}}$  — изгибная жесткость сотовой панели (при условии, что  $E_{\text{зап}}$  значительно меньше  $E_{\text{обш}}$ );

3) по местной потере устойчивости плоской панели (если рассматривать несущую обшивку как пластину на упругом основании в виде легкого заполнителя)

$$N_{\text{кр}}^{\text{МПУ}} = 1,63 \sqrt{E_{\text{обш}} E_{\text{зап}}} h \sqrt{\frac{h}{H}} \geq N \text{ или } h^3 \geq \frac{N_{\text{кр}}^{\text{МПУ}^2} H}{2,66 E_{\text{обш}} E_{\text{зап}}}, \quad (9)$$

где  $N_{кр}^{МПУ}$  — критическая погонная сила местной потери устойчивости сотовой панели;

4) по сдвиговой форме потери устойчивости

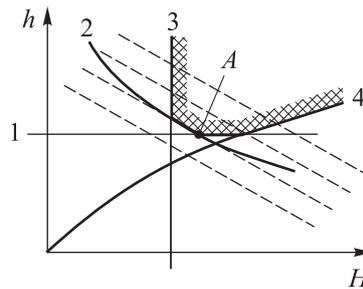
$$N_{кр}^{СПУ} = G_{зап} H \geq N \text{ или } H \geq \frac{N_{кр}^{СПУ}}{G_{зап}}, \quad (10)$$

где  $N_{кр}^{СПУ}$  — критическая погонная сила сдвиговой потери устойчивости сотовой панели.

В качестве целевой функции была принята погонная масса

$$m = 2\rho_{общ} h + \rho_{зап} H.$$

Объединение ограничений (1–4) дает области допустимых параметров, отмеченные штриховкой на рис. 10. В этом случае в качестве активных выступают ограничения по прочности и общей устойчивости. Точка *A* соответствует минимальной массе [11].



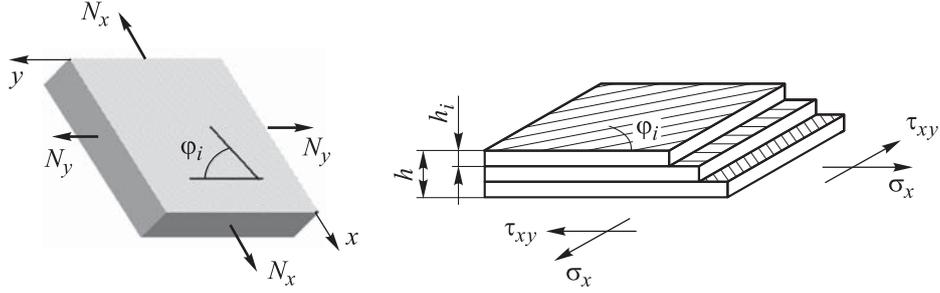
**Рис. 10.** Пример определения области допустимых значений параметров трехслойной сотовой панели (1–4 — принятые ограничения)

Рассмотрим более подробно один из вариантов определения рациональных параметров трехслойной сотовой панели, нагруженной погонными силами  $N_x$  и  $N_y$  в плосконапряженном состоянии (рис. 11). Пусть класс рациональных конструкций будет ограничен схемой армирования  $[90^\circ/\pm 45^\circ]$ . В этом случае потребуется определить три параметра: общую толщину несущих обшивок панели  $h_{общ}$  и толщины слоев с укладками  $90^\circ$  ( $h_0$ ) и  $\pm 45^\circ$  ( $h_{45}$ ).

Для проектировочного расчета можно ограничиться нитяной моделью однонаправленного ПКМ, и тогда погонные усилия будут определяться следующими выражениями:

$$N_x = \sum_{i=1}^n \sigma_x^i h_i = \sum_{i=1}^n \sigma_1^i h_i \cos^2 \varphi_i, \quad N_y = \sum_{i=1}^n \sigma_y^i h_i = \sum_{i=1}^n \sigma_1^i h_i \sin^2 \varphi_i, \quad (11)$$

где  $\sigma_x^i, \sigma_y^i$  — напряжения в композитных слоях в осях пакета обшивки;  $\sigma_1^i$  — напряжение вдоль волокон в перекрестно-армированном слое;  $n$  — количество композитных слоев в пакете;  $h_i$  — толщина  $i$ -го композитного слоя;  $\varphi_i$  — угол укладки  $i$ -го композитного слоя.



**Рис. 11.** Схема нагружения несущих обшивок сотовой панели погонными силами  $N_x$  и  $N_y$  в плосконапряженном состоянии и появление напряжений:  
 $h_i$  — толщина  $i$ -го композитного слоя;  $h_{\text{общ}}$  — общая толщина несущих обшивок панели;  
 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  — нормальные и касательные напряжения в несущей обшивке панели

Согласно выводам, приведенным в [13], минимальную толщину многослойного пакета несущих обшивок сотовой панели можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^n h_i = \frac{N_x + N_y}{[\sigma_1^+]}, \quad \text{при условии } \sigma_1^i = [\sigma_1^+], \quad (12)$$

где  $[\sigma_1^+]$  — допускаемое напряжение при растяжении.

Далее следует записать

$$N_x = (B_{11} + B_{12})\varepsilon, \quad N_y = (B_{12} + B_{22})\varepsilon, \quad N_{xy} = B_{33}\gamma_{xy},$$

и тогда

$$\frac{N_y}{N_x} = \frac{B_{12} + B_{22}}{B_{11} + B_{12}},$$

где  $\varepsilon = \varepsilon_x = \varepsilon_y$  — относительные деформации при условии равнопрочности;  $B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{33}$  — коэффициенты матрицы жесткости многослойного пакета несущих обшивок панели, которые по нитяной модели будут иметь вид

$$B_{11} = \sum_{i=1}^n E_1^i h_i \cos^4 \varphi_i, \quad B_{22} = \sum_{i=1}^n E_1^i h_i \sin^4 \varphi_i,$$

$$B_{12} = B_{33} = \sum_{i=1}^n E_1^i h_i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i,$$

где  $E_1^i$  — модуль упругости вдоль волокон  $i$ -го слоя несущих обшивок панели.

Отсюда можно вывести следующее выражение:

$$\frac{N_y}{N_x} = \frac{\sum_{i=1}^n E_1^i h_i (\sin^4 \varphi_i + \cos^2 \varphi_i \sin^2 \varphi_i)}{\sum_{i=1}^n E_1^i h_i (\cos^4 \varphi_i + \cos^2 \varphi_i \sin^2 \varphi_i)} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i \sin^2 \varphi_i}{\sum_{i=1}^n h_i \cos^2 \varphi_i}. \quad (13)$$

Условие оптимальности (7) с учетом жесткости и прочности связующего можно представить как преобразованное выражение (13):

$$\frac{N_y}{N_x} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i [E_1^i (1 + \mu_{21}) \sin^2 \varphi_i + E_2^i (1 + \mu_{12}) \cos^2 \varphi_i]}{\sum_{i=1}^n h_i [E_1^i (1 + \mu_{21}) \cos^2 \varphi_i + E_2^i (1 + \mu_{12}) \sin^2 \varphi_i]}, \quad (14)$$

где  $E_2^i$  — модуль упругости поперек волокон  $i$ -го слоя несущих обшивок панели.

Тогда минимальная суммарная толщина многослойного пакета

$$\sum_{i=1}^n h_i = \frac{N_x + N_y}{E_1 (1 + \mu_{21}) + E_2 (1 + \mu_{12})} \times \sqrt{\frac{E_1^2 (1 + \mu_{21})^2}{[\sigma_1^+]^2} - \frac{E_1 E_2 (1 + \mu_{12})(1 + \mu_{21})}{[\sigma_1^+][\sigma_2^+]} + \frac{E_2^2 (1 + \mu_{12})^2}{[\sigma_2^+]^2}}.$$

Здесь  $\mu_{12}$ ,  $\mu_{21}$  — прямой и обратный коэффициенты Пуассона композитного слоя пакета;  $E_1$  и  $E_2$  — модули упругости композитного слоя несущих обшивок панели вдоль и поперек волокон.

Для упрощения расчетов вводятся коэффициенты  $e = \frac{E_2 (1 + \mu_{12})}{E_2 (1 + \mu_{21})}$

и  $t = [\sigma_1^+] / [\sigma_2^+]$ , в результате чего выражение (14) можно представить в виде

$$\frac{N_y}{N_x} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i (\sin^2 \varphi_i + e \cos^2 \varphi_i)}{\sum_{i=1}^n h_i (\cos^2 \varphi_i + e \sin^2 \varphi_i)}, \quad (15)$$

а затем преобразовать следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n h_i = h_{\text{общ\_нит}} \frac{\sqrt{1-et+e^2t^2}}{1+e}, \quad (16)$$

где  $h_{\text{общ\_нит}}$  — общая толщина несущих обшивок панели по нитяной модели.

Теперь представим изгибную жесткость трехслойной панели  $D_{pq}$  в виде выражения для цилиндрической жесткости ортотропной панели [10]:

$$D_{pq} = 2\bar{B}_{pq} \left[ \frac{(h)^3}{12} + (H/2 + h/2)^2 h \right], \quad (17)$$

где  $D_{pq}$  — цилиндрическая жесткость ортотропной панели;  $p = 1, 2, 3$  и  $q = 1, 2, 3$ .

С учетом того, что  $\bar{B}_{pq}h = B_{pq}$ , где  $B_{pq}$  — коэффициенты матрицы жесткости пакета слоев с учетом связующего, можно представить выражения для коэффициентов:

$$B_{11} = \sum_{i=1}^n h_i \left( \bar{E}_1^i \cos^4 \varphi_i + 2\bar{E}_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i \sin^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right);$$

$$B_{12} = \sum_{i=1}^n h_i \left[ (\bar{E}_1^i - \bar{E}_2^i) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_1^i \mu_{12}^i (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i) - G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right];$$

$$B_{22} = \sum_{i=1}^n h_i \left( \bar{E}_1^i \sin^4 \varphi_i + 2\bar{E}_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i \cos^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right);$$

$$B_{33} = \sum_{i=1}^n h_i \left[ (\bar{E}_1^i + \bar{E}_2^i) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i - 2\bar{E}_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12}^i \cos^2 2\varphi_i \right],$$

где  $\bar{E}_1^i = \frac{E_1^i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}$ ;  $\bar{E}_2^i = \frac{E_2^i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}$ ,  $E_1^i$ ,  $E_2^i$  — модули упругости  $i$ -го

композитного слоя пакета вдоль и поперек волокон,  $\mu_{12}^i$ ,  $\mu_{21}^i$  — прямой и обратный коэффициенты Пуассона  $i$ -го композитного слоя пакета;  $\varphi_i$  — угол армирования  $i$ -го композитного слоя, при расчете в Excel вводится в радианах  $\varphi(0^\circ) = 0$ ,  $\varphi(90^\circ) = 1,57$ ,  $\varphi(\pm 45^\circ) = 0,785$ .

Далее выражение для цилиндрической жесткости ортотропной панели можно представить так:

$$D_{pq} = B_{pq} \left[ \frac{h^2}{6} + (H + h)^2 \right] = B_{pq} \Delta,$$

где  $\Delta$  — расчетная величина.

Затем следует найти величину  $H$ , подставляя значение  $h$ , полученное из (16). При сжимающих погонных нагрузках  $N$  условие оптимальности по общей устойчивости несущих обшивок с учетом жесткости и прочности связующего можно выразить в виде

$$N_{\text{кр}}^{\text{ОПУ}} = \frac{\pi^2 h H^2}{2l^2} \left( \bar{B}_{11} - \frac{\bar{B}_{12}^2}{\bar{B}_{22}} \right) \geq N, \quad (18)$$

откуда следует, что изгибная жесткость  $D = E_x h H^2 / 2$ , где  $E_x = \bar{B}_{11} - \bar{B}_{12}^2 / \bar{B}_{22}$ .

Величина  $\Delta$  уточняется по формуле, определяющей критическую нагрузку при местной потере устойчивости несущих слоев

$$N_{\text{кр}}^{\text{МПУ}} = \frac{\kappa \pi^2}{b^2} \Delta \sqrt{B_3 B_{22}} \sqrt{\left( 4 + \frac{3\sqrt{B_{11} B_{22}}}{B_3} + \frac{B_3}{\sqrt{B_{11} B_{22}}} \right)}, \quad (19)$$

где  $b$  — ширина панели;  $\kappa$  — коэффициент, определяющий закрепление панели  $B_{12}$ , при шарнирном опирании продольных сторон  $\kappa = 2$ , при заделанных продольных сторонах  $\kappa = 3,45$ ;  $B_3 = B_{12} + 2B_{33}$ .

Выбор значения коэффициента  $\kappa$  зависит от закрепления сотовой трехслойной панели в конструкции. Если слои образованы с симметричной структурой укладки  $\varphi_i$  ( $0, 90^\circ, \pm 45^\circ$ ), приближенную оценку свойств композита можно получить с помощью упрощенной нитяной модели. При этом предполагается, что слой обладает жесткостью только вдоль волокна. Далее оптимизируем параметр  $H$  с учетом сдвиговой потери устойчивости (4)  $H \geq N_{\text{кр}}^{\text{СПУ}} / G_{\text{зап}}$ .

В случае изгиба трехслойной сотовой панели длиной  $l$  при действии распределенной нагрузки  $N$ , изгибающего момента  $M_y$  или поперечной распределенной силы  $P$ , действующей по нормали к силовым обшивкам панели (см. рис. 7), в несущих слоях появляются растягивающие или сжимающие усилия, которые вызывают нормальные напряжения. Кроме того, в наполнителе возникают касательные напряжения. Усилия обжатия несущих слоев панели при поперечном изгибе можно вычислить по приближенной формуле [8]

$$N_x = \left( \frac{M_y}{J_y} \right)^2 \cdot \frac{tb}{E_x} d, \quad J_y = \frac{bt^3}{12}, \quad d = 0,5(h + H), \quad t = 2h + H, \quad (20)$$

где  $t$  — общая толщина панели;  $J_y$  — момент инерции сечения панели.

Из условий (7) и (17) методом прогонки определяются величины  $h$  и  $H$ .

Напряжения, действующие в слоях несущих обшивок сотовой панели при поперечном изгибе (см. рис. 7), рассчитываются по итерационным формулам [12]. Из теории изгиба пластины можно записать нормальные напряжения в слоях нижней и верхней несущих обшивок панели соответственно:

$$\sigma_{1x} = \psi_{\delta} X, \quad \sigma_{2x} = X, \quad \sigma_{1y} = \psi_{\delta} Y, \quad \sigma_{2y} = Y, \quad (21)$$

где  $\psi_{\delta}$  — отношение толщины нижней панели  $h_2$  к толщине верхней панели  $h_1$ .

Касательные напряжения в сотовом заполнителе вычисляются так:

$$\tau_{xz} = 8,85Z\psi_{\delta}, \quad \tau_{yz} = 13,3Z\psi_L, \quad (22)$$

где  $\psi_L$  — отношение толщины к длине.

Введем безразмерные параметры для материала заполнителя:

$$\lambda = \frac{\delta_{\phi}}{a\sqrt{3}}, \quad \mu = \frac{E_1}{2G_{12}} - 1, \quad (23)$$

где  $\delta_{\phi}$  — толщина формы ячейки сотового заполнителя;  $a$  — ширина ячейки сотового заполнителя.

Тогда можно будет получить следующие выражения:

$$X = \frac{16P\bar{H}}{(1-\mu^2)(1+\psi_{\delta})\pi^4} \sum_{n=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{m_i} \frac{m^2 + \mu \frac{n^2}{\psi_L^2}}{mn\bar{A}} \sin \frac{m\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2}; \quad (24)$$

$$Y = \frac{16P\bar{H}}{(1-\mu^2)(1+\psi_{\delta})\pi^4} \sum_{n=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{m_i} \frac{\mu \cdot m^2 + \frac{n^2}{\psi_L^2}}{mn\bar{A}} \sin \frac{m\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2}; \quad (25)$$

$$Z = \frac{P\bar{H}h}{(1-\mu^2)(1+\psi_{\delta})\pi^4\psi_L\lambda} \sum_{n=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{m_i} \frac{m^2 + \frac{n^2}{\psi_L^2}}{m\bar{A}} \sin \frac{n\pi}{2}; \quad (26)$$

$$\bar{A} = \frac{\bar{h}H^2\psi_{\delta}}{(1-\mu^2)(1+\psi_{\delta})} \left( m^4 + 2 \frac{m^2 n^2}{\psi_L^2} + \frac{n^4}{\psi_L^4} \right),$$

где  $n = 1, 3, 5, \dots$ ;  $m = 1, 3, 5, \dots$ .

Здесь  $\bar{H} = \frac{H}{l}$ ;  $\bar{h} = \frac{h}{l}$ ;  $\psi_L = \frac{b}{l}$ ; часто  $\psi_\delta = \frac{h_2}{h_1} = 1,0$  (с точки зрения технологичности, тогда  $h_1 = h_2 = h$ );  $h_1, h_2$  — толщины верхней и нижней несущих обшивок панели соответственно.

Ограничения по прочности несущих слоев и сотового заполнителя имеют следующий вид:

$$\sigma_{1x} \leq [\sigma_1^-], \quad \sigma_{2y} \leq [\sigma_2^-], \quad \tau_{xz}, \tau_{yz} \leq [\tau_{12}],$$

где  $[\sigma_{1,2}^-]$  — пределы прочности несущих слоев материала при сжатии;  $[\tau_{12}]$  — предел прочности при сдвиге заполнителя панели.

Процесс расчета сводится к системе итерационных приближений и продолжается до тех пор, пока два последних приближения вычисления параметров  $H, h$  не будут различаться на заданную величину ( $0,9 \dots 0,95 \leq 1$ ), т. е. погрешность не превышает  $5 \dots 10 \%$ . После этого толщину  $h$  округляют с учетом толщины технологического элементарного слоя. Поскольку толщина элементарного слоя препрега композита  $\delta_{эл}$  известна, толщина слоев  $h$  должна быть кратной элементарной толщине, что учитывается в расчете.

Полученные значения напряжений в слоях несущих обшивок панели должны удовлетворять критерию прочности Цая\* с учетом связующего [10]

$$\frac{(\sigma_1^i)^2}{[\sigma_1^-]^2} - \frac{\sigma_1^i \sigma_2^i}{[\sigma_1^-][\sigma_2^-]} + \frac{(\sigma_2^i)^2}{[\sigma_2^-]^2} + \frac{(\tau_{12}^i)^2}{[\tau_{12}]^2} \leq 1, \quad (27)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$  — напряжения, реально возникающие в слоях при их нагружении;  $[\sigma_{1,2}^-], [\tau_{12}]$  — пределы прочности монослоя в осях 1, 2 (по паспорту); \* — для тканых армирующих материалов.

Если критерий прочности по какому-либо из составляющих не удовлетворяется, то следует увеличивать ширину всех слоев пропорционально одному и тому же параметру до тех пор, пока критерий прочности не будет удовлетворительным.

**Апробация методики на примере расчета трехслойной сотовой композитной панели.** Необходимо было спроектировать и рассчитать на прочность трехслойную сотовую панель обтекателя двигателя (рис. 12), нагруженную погонными растягивающими усилиями  $N_x = 1$  кН/мм<sup>2</sup> и  $N_y = 2$  кН/мм<sup>2</sup>. Требовалось подобрать оптимальные значения толщин несущих обшивок трехслойной панели со структурой  $[90^\circ/(\pm 45^\circ)]$ , а также определить напряженно-деформированное состояние слоев и запас прочности.

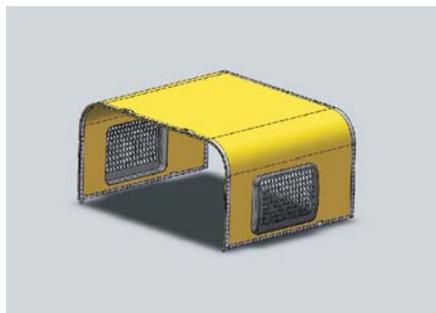


Рис. 12. Обтекатель сотовой конструкции

В качестве материала несущих обшивок были выбраны препрег углепластика КМУ-4Л в виде однонаправленной ленты [14, 15], в качестве сотового заполнителя — ПСП-1-2,5 при  $H = 20$  мм и ячейкой шестигранной формы [16]. Характеристики указанных ПКМ приведены в табл. 4.

Таблица 4

Физико-механические характеристики ПКМ

Характеристики слоя	КМУ-4Л	ПСП-1-2,5
Модуль упругости монослоя, ГПа:		
вдоль волокон $E_1$	180	0,170
поперек волокон $E_2$	6,2	–
Модуль сдвига монослоя $G_{12}$ , ГПа	5	0,115
Коэффициент Пуассона $\mu_{12}$	0,28	–
Предел прочности монослоя, МПа:		
вдоль волокон $[\sigma_1^+]$	1000	–
вдоль волокон $[\sigma_1^-]$	700	5,0
поперек волокон $[\sigma_2^+]$	40	–
поперек волокон $[\sigma_2^-]$	18	–
монослоя при сдвиге $[\tau_{12}]$	30	2,74
Толщина монослоя $\delta$ , мм	0,14	0,05
Плотность композитного материала $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	1,55	1,05
<i>Примечание:</i> (+) — при растяжении; (–) — при сжатии.		

**Проектировочный расчет трехслойной панели.** В первом приближении для определения проектировочных параметров несущих обшивок трехслойной панели была использована нитяная модель. Отсюда, согласно (12) и (13), были определены:

$$h_{90} + h_{45} = \frac{N_x + N_y}{[\sigma_1^+]} = \frac{1 + 2}{1} = 3 \text{ мм}, \quad \frac{h_{90} + h_{45} \sin^2 \varphi}{h_{45} \cos^2 \varphi} = \frac{N_x}{N_y} = 2,$$

а затем  $\frac{h_{90}}{h_{45}} = 3 \cos^2 \varphi - 1$  при  $\varphi = \pm 45^\circ$  и  $\frac{h_{90}}{h_{45}} = 0,5$ .

Отсюда следует  $h_{45} = 2$  мм,  $h_{90} = 1$  мм,  $h_{\text{общ}} = h_{45} + h_{90} = 2 + 1 = 3$  мм.

После этого определяются коэффициенты жесткости пакета ПКМ по нитяной модели:

$$B_{11} = E_1 h_{45} \cos^4 45^\circ = 180 \cdot 2 \cdot 0,25 = 90 \text{ кН/мм},$$

$$B_{22} = E_1 (h_{90} + h_{45} \sin^4 45^\circ) = 180 \cdot (1 + 2 \cdot 0,25) = 270 \text{ кН/мм},$$

$$B_{12} = B_{33} = E_1 h_{45} \sin^4 45^\circ \cos^4 45^\circ = 180 \cdot 2 \cdot 0,25 = 90 \text{ кН/мм}.$$

Если для ортотропного пакета ПКМ можно принять  $E_x \mu_{yx} = E_y \mu_{xy}$ , то коэффициенты жесткости этого пакета определяются так:

$$B_{11} = \frac{E_x h_{\text{общ}}}{1 - \mu_{xy} \mu_{yx}}, \quad B_{22} = \frac{E_y h_{\text{общ}}}{1 - \mu_{xy} \mu_{yx}}, \quad B_{12} = \frac{E_y h_{\text{общ}} \mu_{yx}}{1 - \mu_{xy} \mu_{yx}}, \quad B_{33} = G_{xy} h_{\text{общ}}.$$

Затем вычисляются коэффициенты Пуассона пакета:

$$\mu_{yx} = \frac{B_{12}}{B_{11}} = \frac{90}{90} = 1, \quad \mu_{yx} = \frac{B_{12}}{B_{22}} = \frac{90}{270} = 0,33 \text{ или } 1 - \mu_{xy} \mu_{yx} = 1 - 0,33 = 0,67$$

и рассчитываются приведенные модули упругости ортотропного пакета композита:

$$E_x = B_{11} (1 - \mu_{xy} \mu_{yx}) / h_{\text{общ}} = 90 \cdot 0,67 / 3 = 20 \text{ ГПа},$$

$$E_y = B_{22} (1 - \mu_{xy} \mu_{yx}) / h_{\text{общ}} = 270 \cdot 0,67 / 3 = 60 \text{ ГПа},$$

$$G_{xy} = B_{33} / h_{\text{общ}} = 90 / 3 = 30 \text{ ГПа}.$$

Далее определяются значения относительной деформации в системе координат несущих обшивок панели:

$$\varepsilon_x = \frac{N_x B_{22} - N_y B_{12}}{B_{11} B_{11} - B_{12}^2} = \frac{1 \cdot 270 - 2 \cdot 90}{90 \cdot 270 - 90^2} = 5,56 \cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_y = \frac{N_y B_{11} - N_x B_{12}}{B_{11} B_{11} - B_{12}^2} = \frac{2 \cdot 90 - 1 \cdot 90}{90 \cdot 270 - 90^2} = 5,56 \cdot 10^{-3},$$

$$\gamma_{xy} = \frac{N_{xy}}{B_{33}} = 0.$$

Используем формулу для расчета относительных деформаций в слоях несущих обшивок панели вдоль их направления армирования:

$$\varepsilon_1^i = \varepsilon_x \cos^2 \varphi_i + \varepsilon_y \sin^2 \varphi_i + \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i.$$

В результате вычислений получаем:

$$\varepsilon_1^{90} = 5,56 \cdot 10^{-3} \text{ для слоев при } \varphi_i = 90^\circ;$$

$$\varepsilon_1^{45} = 5,56 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 + 5,56 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 = 5,56 \cdot 10^{-3} \text{ — при } \varphi_i = 45^\circ.$$

Напряжения в слоях  $\sigma_1^i = E_1 \varepsilon_1^i = 180 \cdot 5,56 \cdot 10^{-3} = 1 \text{ ГПа}$ , что соответствует значению  $[\sigma_1^+]$ .

Во втором приближении с целью определения проектировочных параметров несущих обшивок трехслойной панели будут учтены жесткость и прочность несущих слоев в поперечном направлении и при сдвиге.

Затем будут определены коэффициенты  $e$  и  $t$ :

$$e = \frac{E_2(1+\mu_{12})}{E_2(1+\mu_{21})} \frac{6,2(1+0,28)}{180 \cdot (1+6,2 \cdot 0,28/180)} = 0,0437, \quad t = \frac{\sigma_1^+}{\sigma_2^+} = \frac{1}{0,033} = 30,3.$$

После подстановки значений коэффициентов условие оптимальности (14) с учетом жесткости и прочности связующего можно записать в виде

$$\frac{2}{1} = \frac{h_{90} + h_{45} \cdot 0,5 \cdot (1+0,0437)}{h_{90} \cdot 0,0437 + h_{45} \cdot 0,5 \cdot (1+0,0437)}, \text{ тогда } \frac{h_{90}}{h_{45}} = 0,59.$$

Отсюда после выполнения расчетов получаем следующие значения:  $h_{45} = 2,14 \text{ мм}$ ,  $h_{90} = 1,27 \text{ мм}$ ,  $h_{\text{общ}} = 3,41 \text{ мм}$ ;

$$\mu_{21} = \mu_{12} \frac{E_2}{E_1} = 0,28 \frac{6,2}{180} = 0,0096, \quad 1 - \mu_{21}\mu_{12} = 1 - 0,0096 \cdot 0,28 = 0,997;$$

$$\bar{E}_1 = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} = \frac{180}{0,997} = 180,5 \text{ ГПа}, \quad \bar{E}_2 = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} = \frac{6,2}{0,997} = 6,22 \text{ ГПа}.$$

Далее вычисляем коэффициенты матрицы жесткости пакета несущих обшивок панели:

$$\begin{aligned} B_{11} &= h_{90} \bar{E}_2 + h_{45} (\bar{E}_1 \cdot 0,25 + \bar{E}_2 \cdot 0,25 + G_{12} + 2 \bar{E}_1 \mu_{21} \cdot 0,25) = \\ &= 1,27 \cdot 6,22 + 2,14 \cdot 0,25 \cdot (180,5 + 6,22 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 180,5 \cdot 0,0096) = \\ &= 120 \text{ кН/мм}; \end{aligned}$$

$$B_{22} = h_{90}\bar{E}_1 + h_{45}\left(\bar{E}_1 \cdot 0,25 + \bar{E}_2 \cdot 0,25 + G_{12} + 2\bar{E}_1 \mu_{21} \cdot 0,25\right) =$$

$$= 1,27 \cdot 180,5 + 2,14 \cdot 0,25 \cdot (180,5 + 6,22 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 180,5 \cdot 0,0096) =$$

$$= 342 \text{ кН/мм};$$

$$B_{12} = h_{90}\bar{E}_1 \mu_{21} + h_{45}\left(\left(\bar{E}_1 + \bar{E}_2\right) \cdot 0,25 - G_{12} + \bar{E}_1 \mu_{21} \cdot 0,5\right) =$$

$$= 1,27 \cdot 180,5 \cdot 0,0096 + 2,14 \cdot \left(\left(180,5 + 6,22\right) \cdot 0,25 - 5 + 180,5 \cdot 0,0096 \cdot 0,5\right) =$$

$$= 93,2 \text{ кН/мм};$$

$$B_{33} = h_{90}G_{12} + h_{45}\left(\left(\bar{E}_1 + \bar{E}_2\right) \cdot 0,25 - 2\bar{E}_1 \cdot \mu_{21} \cdot 0,25\right) =$$

$$= 1,27 \cdot 5 + 2,14 \cdot \left(\left(180,5 + 6,22\right) \cdot 0,25 - 0,5 \cdot 180,5 \cdot 0,0096\right) = 104 \text{ кН/мм}.$$

Затем определяем относительные модули упругости пакета несущих обшивок панели:

$$\mu_{yx} = \frac{B_{12}}{B_{11}} = \frac{93,2}{120} = 0,78, \quad \mu_{xy} = \frac{B_{12}}{B_{22}} = \frac{93,2}{342} = 0,27,$$

$$1 - \mu_{xy}\mu_{yx} = 1 - 0,27 \cdot 0,78 = 0,79;$$

$$E_x = \frac{B_{11}(1 - \mu_{xy}\mu_{yx})}{h_{\text{общ}}} = \frac{120 \cdot 0,79}{3,41} = 27,8 \text{ ГПа};$$

$$E_y = \frac{B_{22}(1 - \mu_{xy}\mu_{yx})}{h_{\text{общ}}} = \frac{342 \cdot 0,79}{3,41} = 79,2 \text{ ГПа};$$

$$G_{xy} = \frac{B_{33}}{h_{\text{общ}}} = \frac{104}{3,41} = 30,5 \text{ ГПа}.$$

Теперь вычисляем относительные деформации в пакете несущих обшивок:

$$\varepsilon_x = \frac{1 \cdot 372 - 2 \cdot 93,2}{120 \cdot 342 - 93,2^2} = 4,81 \cdot 10^{-3}, \quad \varepsilon_y = \frac{2 \cdot 120 - 2 \cdot 93,2}{120 \cdot 342 - 93,2^2} = 4,54 \cdot 10^{-3},$$

$$\gamma_{xy} = 0;$$

$$\text{отклонения в деформациях } \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{\varepsilon_x} \cdot 100 \% = \frac{4,81 - 4,54}{4,81} \cdot 100 \% = 5,9 \%$$

Отсюда можно принять  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 10^{-3} (4,81 + 4,54) / 2 = 4,67 \cdot 10^{-3}$ , и тогда деформации в осях слоев:  $\varepsilon_1^{45} = \varepsilon_2^{45} = \varepsilon_1^{90} = \varepsilon_2^{90} = \varepsilon = 4,67 \cdot 10^{-3}$ .

Наконец определяем напряжения в осях слоев:

$$\sigma_1 = \bar{E}_1 (1 + \mu_{12}) \varepsilon = 180,5 \cdot (1 + 0,0096) \cdot 4,67 \cdot 10^{-3} = 0,85 \text{ ГПа};$$

$$\sigma_2 = \bar{E}_2 (1 + \mu_{12}) \varepsilon = 6,22 \cdot (1 + 0,28) \cdot 4,67 \cdot 10^{-3} = 0,037 \text{ ГПа}.$$

Проверка критериев прочности с учетом связующего для однонаправленной ленты препрега углепластика КМУ-4Л дает следующий результат:

$$\frac{(0,85)^2}{[1,0]^2} = 0,72 < 1, \quad \frac{(0,037)^2}{[0,040]^2} = 0,86 < 1.$$

После этого толщины  $h_{90}$ ,  $h_{45}$  округляются в большую сторону с учетом толщины элементарного слоя  $\delta_{эл} = 0,14$  мм. Получаем:  $h_{45} = 2,24$  мм,  $h_{90} = 1,4$  мм,  $h_{общ} = 2,24 + 1,4 = 3,64$  мм. При этом толщины верхней и нижней обшивок трехслойной панели  $h = h_{общ} / 2 = 3,64 / 2 = 1,82$  мм.

**Заключение.** Приведенная методика выбора рациональных параметров и расчета на прочность трехслойных сотовых панелей из ПКМ позволяет создавать надежные и прочные каркасные конструкции. Анализ показывает, что их применение имеет большие перспективы в аэрокосмической технике. Были рассмотрены принципы и допущения, а также даны рекомендации при проектировании сотовых панелей с учетом особенностей свойств композитов и специфики их работы. Проведена апробация методики в виде расчета сотовой панели обтекателя двигателя, нагруженной погонными растягивающими усилиями. Полученные результаты расчетов хорошо согласуются с результатами расчетов в Maple [1, 11] и программах конечно-элементного анализа типа ANSYS [2, 3]. Можно сделать вывод, что разработанную методику расчета на прочность трехслойных сотовых панелей из ПКМ целесообразно применять на этапе первоначального проектирования.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Башаров Е.А., Ерков А.П. Метод расчета многослойного пакета из полимерного композиционного материала с учетом выбора критерия прочности. *Общероссийский научно-технический журнал «Полет»*, 2018, № 6, с. 39–53. URL: [http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1618\\_web.pdf](http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1618_web.pdf) (дата обращения: 15.05.2024).

- [2] Башаров Е.А. Оценка статической прочности образцов из полимерных композиционных материалов в расчетных программах MS.Excel и ANSYS с учетом выбора критерия прочности. *Общероссийский научно-технический журнал «Полет»*, 2021, № 12, с. 31–38.  
URL: [http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1221\\_web.pdf](http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1221_web.pdf) (дата обращения: 15.05.2024).
- [3] Башаров Е.А. Сравнительный анализ результатов расчета образцов из ПКМ в расчетной программе MS.Excel и ANSYS с учетом выбора критерия прочности с результатами их статических испытаний. *Общероссийский научно-технический журнал «Полет»*, 2022, № 6, с. 3–12.  
URL: [http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1221\\_web.pdf](http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1221_web.pdf) (дата обращения: 15.05.2024).
- [4] Васильев В.В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988, 272 с.
- [5] Вагин А.Ю., Головин В.В. Композиты в каркасных конструкциях. *Журнал Вертолет*, 1998, № 4, с. 12–15.
- [6] Вагин А.Ю., Щетинин Ю.С. Применение полимерных композиционных материалов в конструкциях вертолетов фирмы «Камов». *Тезисы докладов межотраслевой научно-технической конференции «Композиционные материалы в авиакосмическом материаловедении»*. Москва, ВИАМ, 2009, с. 20.
- [7] Дудченко А.А., Елпатьевский А.Н., Хворостинский А.И. *Проектирование и расчет тонкостенных конструкций из композиционных материалов*. Москва, Изд-во МАИ, 1985, 35 с.
- [8] Дудченко А.А., Хворостинский А.И. Расчет кессонных конструкций по балочной теории в случае общей анизотропии свойств материала. *Численные методы исследования прочности летательных аппаратов: Тем. сб. науч. тр. МАИ*. Москва, Изд-во МАИ, 1988, с. 14–18.
- [9] Дудченко А.А., Елпатьевский А.Н. Прочность композитных подкрепленных панелей, нагруженных в своей плоскости. *Механика композитных материалов*, 1993, т. 29, № 1, с. 84–92.
- [10] Дудченко А.А. *Оптимальное проектирование элементов авиационных конструкций из композиционных материалов*. Москва, Изд-во МАИ, 2002, 84 с.
- [11] Дудченко А.А. *Прочность и проектирование элементов авиационных конструкций из ПКМ*. Москва, Изд-во МАИ, 2007, 200 с.
- [12] Ендогур А.И., Вайнберг М.В. *Сотовые конструкции. Выбор параметров и проектирование*. Москва, Машиностроение, 1982, 254 с.
- [13] Кузьмин М.А., Лебедев Д.Л., Попов Б.Г. *Строительная механика и расчеты композитных конструкций на прочность*. Москва, ИКЦ «Академкнига», 2008, 191 с.
- [14] Михеев С.В., Строганов Г.Б. [и др.] *Керамические и композиционные материалы в авиационной технике*. Москва, Альтекс, 2002, 276 с.
- [15] Васильев В.В., Добряков А.А., Дудченко А.А. *Основы проектирования и изготовления конструкций летательных аппаратов из композиционных материалов*. Москва, МАИ, 1985, 218 с.
- [16] Халиулин В.И., Константинов Д.Ю., Батраков В.В. Технология производства изделий из композиционных материалов. *Материалы докладов Междунар. симп. «Авиационное строительство России. Проблемы и перспективы», 2–5 июля 2012 г., г. Самара*. Самара, Изд-во Самарского аэрокосмического университета, 2012, с. 227–229.

Статья поступила в редакцию 12.06.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Башаров Е.А. Расчет оптимальных конструктивных параметров и применение в аэрокосмических конструкциях трехслойных сотовых панелей из полимерных композиционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2024, вып. 10. EDN JOFBHO

**Башаров Евгений Анатольевич** — канд. техн. наук, доцент кафедры 102 «Проектирование вертолетов» Московского авиационного института (национального исследовательского университета); автор более 20 научных работ и статей. Основные научные интересы — в области проектирования конструкций вертолетов из полимерных композиционных материалов. e-mail: e.basharov@yandex.ru

## Computation of optimal design parameters and introduction of the three-layer honeycomb panels made from polymer composite materials in the aerospace systems

© E.A. Basharov

Moscow Aviation Institute (National Research University),  
Moscow, 125993, Russian Federation

*The paper presents development and testing results of the optimized simplified computation method which uses the equal strength criterion in layers. Also it analyzes the prospects for introducing the three-layer honeycomb panels made of polymer composite materials in the aerospace systems. It considers main design cases in loading the honeycomb panels at the initial design stage taking into account specifics of their operation. The paper provides computation expressions. Their use is making it possible to determine the region of permissible values for the honeycomb panel optimal design parameters using limitations in the supporting skin strength, general and local stability loss and stability loss shear form for a flat honeycomb panel. An example of a graphical identification of the region of permissible values for the three-layer honeycomb panel parameters is provided. The paper demonstrates the method testing on the example of computing the helicopter engine fairing honeycomb panel made of the KMU-4L-type carbon fiber. It notes that the obtained results are providing satisfactory accuracy in determining the honeycomb composite panel rigidity and strength taking into account the binder sufficient in the engineering computation.*

**Keywords:** polymer composite material, three-layer honeycomb panel, strength criterion, strength computation

### REFERENCES

- [1] Basharov E.A., Yerkov A.P. Metod rascheta mnogosloynnogo paketa iz polimernogo kompozitsionnogo materiala s uchetom vybora kriteriya prochnosti [The method of calculation for multilayer package of composite with given choice of strength criterion]. *Obscherossiyskiy nauchno-tekhnicheskij zhurnal "Polyot" — All-Russian Scientific-Technical Journal "Polyot" ("Flight")*, 2018, no. 6, pp. 39–53. Available at: [http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1618\\_web.pdf](http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1618_web.pdf) (accessed May 15, 2023).
- [2] Basharov E.A. Otsenka staticheskoy prochnosti obratstov iz polimernykh kompozitsionnykh materialov v raschetnykh programmakh MS Excel i ANSYS s uchetom vybora kriteriya prochnosti [Static strength assessment samples from polymeric composite materials in the MS.Excel and ANSYS calculation programs accounting for selection of the strength criterion]. *Obscherossiyskiy nauchno-tekhnicheskij zhurnal "Polyot" — All-Russian Scientific-Technical Journal "Polyot" ("Flight")*, 2021, no. 12, pp. 31–38. Available at: [http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1221\\_web.pdf](http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1221_web.pdf) (accessed May 15, 2023).
- [3] Basharov E.A. Sravnitelnyi analiz rezultatov rascheta obratstov iz PKM v raschetnoy programme MS.Excel i ANSYS s uchetom vybora kriteriya prochnosti s rezultatami ikh staticheskikh ispytaniy [Comparative analysis of the calculation result of samples from PCM in the MS Excel and ANSYS calculation programs accounting for selection of the strength criterion with results of their static testing]. *Obscherossiyskiy nauchno-tekhnicheskij zhurnal "Polyot" —*

- All-Russian Scientific-Technical Journal "Polyot" ("Flight")*, 2022, no. 6, pp. 3–12. Available at: <http://www.ros-polet.ru/files/archiv/pl1221web.pdf> (accessed May 15, 2023).
- [4] Vasiliev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of structures made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988, 272 p.
- [5] Vagin A.Yu., Golovin V.V. *Kompozity v karkasnykh konstruksiyakh* [Composites in frame structures]. *Vertolet*, 1998, no. 4, pp. 12–15.
- [6] Vagin A.Yu., Shchetinin Yu.S. *Primenenie polimernykh kompozitsionnykh materialov v konstruksiyakh vertoletov firmy "Kamov"* [The use of polymer composite materials in the designs of the Kamov helicopters]. *Nauchno-tehnicheskaya konferentsiya "Kompozitsionnye materialy v aviakosmicheskoy materialovedenii"*. *Tezisy dokladov (Composite Materials in Aerospace Materials Science)*. Moscow, VIAM, 2009, p. 20.
- [7] Dudchenko A.A., Elpatyevsky A.N., Khvorostinsky A.I. *Proektirovanie i raschet tonkostennykh konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov* [Design and calculation of thin-walled structures made of the composite materials]. Moscow, MAI Publ., 1985, 35 p.
- [8] Dudchenko A.A., Khvorostinsky A.I. *Raschet kessonnykh konstruksiy po balochnoy teorii v sluchae obshchey anizotropii svoystv materialov* [Calculation of caisson structures according to the beam theory in the case of general anisotropy of the material properties]. *Chislennyye metody issledovaniya prochnosti letatelnykh apparatov: Tem. sb. nauch. tr. MAI* [Numerical methods in investigating the aircraft strength: Thematic collection of scientific papers. MAI]. Moscow, MAI Publ., 1988, pp. 14–18.
- [9] Dudchenko A.A., Elpatyevsky A.N. *Prochnost kompozitnykh podkreplennykh paneley, nagruzhennykh v svoey ploskosti* [Strength for reinforced composite panels loaded in their plane]. *Mekhanika kompozitnykh materialov — Mechanics of Composite Materials*, 1993, vol. 29, no. 1, pp. 84–92.
- [10] Dudchenko A.A. *Optimalnoe proektirovanie elementov aviatsionnykh konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov* [Optimal design of elements of aircraft structures made of composite materials]. Moscow, MAI Publ., 2002, 84 p.
- [11] Dudchenko A.A. *Prochnost i proektirovanie elementov aviatsionnykh konstruksiy iz PKM* [Strength and design of elements of aircraft structures from PCM]. Moscow, MAI Publ., 2007, 200 p.
- [12] Endogur A.I., Vaynberg M.V. *Sotovye konstruksii. Vybore parametrov i proektirovanie* [Honeycomb structures. Parameter selection and design]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982, 254 p.
- [13] Kuzmin M.A., Lebedev D.L., Popov B.G. *Stroitel'naya mekhanika i raschety kompozitnykh konstruksiy na prochnost* [Construction mechanics and strength calculations of composite structures]. Moscow, IKTs Akademkniga Publ., 2008, 191 p.
- [14] Mikheev S.V., Stroganov G.B., et al. *Keramicheskie i kompozitsionnye materialy v aviatsionnoy tekhnike* [Ceramic and composite materials in the aviation technology]. Moscow, Alteks Publ., 2002, 276 p.
- [15] Vasiliev V.V., Dobryakov A.A., Dudchenko A.A. etc. *Fundamentals of designing and manufacturing aircraft structures from composite materials*. Moscow, MAI Publ., 1985, 218 p.
- [16] Khaliulin V.I., Konstantinov D.Yu., Batrakov V.V. *Tekhnologiya proizvodstva izdeliy iz kompozitsionnykh materialov* [Technology of manufacture of the composite products]. *Materialy dokladov Mezhdunarodnogo simpoziuma "Aviastroenie v Rossii. Problemy i perspektivy"*, 2–5 iyulya 2112 g., Samara [Mate-

rials of the reports of the International symposium “Aircraft production in Russia. Problems and prospects”, July 2–5, 2012, Samara]. Samara, Samara University Publ., 2012, pp. 227–229.

**Basharov E.A.**, Cand. Sc. (Eng), Associate Professor, Department 102 “Helicopter Design”, Moscow Aviation Institute (National Research University); author of more than 20 scientific papers and articles. Main scientific interests include design of helicopter structures from polymer composite materials (PCM). e-mail: e.basharov@yandex.ru