

Изменение долготы восходящего узла средних орбит с постоянной большой полуосью и различным эксцентриситетом

© С.Г. Иванов, Д.А. Гришко, А.А. Баранов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

Приведены результаты исследования энергетических затрат, необходимых для коррекции долготы восходящего узла (ДВУ) орбиты объекта, который изначально находится на высотах функционирования глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS. Рассмотрены задачи двух типов. В первом случае поворот плоскости движения выполняется для семейства эллиптических орбит с постоянной большой полуосью, эксцентриситет которых увеличивается вследствие гравитационных возмущений со стороны Луны и Солнца. Во втором случае для околокруговых орбит с теми же значениями больших полуосей рассмотрен перевод объекта в другую рабочую плоскость при неизменном наклоне с использованием орбиты ожидания с отличающимся периодом обращения. Методы исследования опираются на основные положения сферической тригонометрии и теорию маневрирования космических аппаратов. Показано, что наименьшие затраты на коррекцию ориентации орбитальной плоскости достигаются при больших значениях эксцентриситета в условиях совпадения положения апоцентра с точками пересечения начальной и конечной орбит. Если величина эксцентриситета невелика, ввод околокруговой орбиты ожидания, расположенной ниже/выше рабочей высоты объекта, приводит к уменьшению затрат характеристической скорости, необходимой для изменения ДВУ, по сравнению с прямой импульсной коррекцией. Наибольший эффект достигается в том случае, когда плоскость орбиты следует повернуть в направлении естественной прецессии ДВУ. При этом отдельного внимания заслуживает выбор параметров самой орбиты ожидания.

Ключевые слова: долгота восходящего узла, угол некомпланарности, гравитационный резонанс, орбита ожидания, прецессия, компромиссная продолжительность перелета

Введение. Большинство космических околоземных объектов искусственного происхождения расположены на околокруговых орбитах, однако их распределение в пространстве неравномерно [1]. Наиболее загруженными являются окрестности следующих высот:

- 550 км, где расположена, в частности, система Starlink, предоставляющая услуги широкополосного Интернета [2];
- 700...900 км, где сосредоточены почти все государственные и частные космические аппараты (КА), оказывающие услуги связи, наблюдения за Землей и решающие различные задачи в интересах экономики и отработки технологий [2];
- 19 130 км, 20 180 км, 21 500 км, 23 222 км, где расположены спутниковые навигационные системы ГЛОНАСС, GPS, BeiDou и Galileo соответственно [2];

▪ 35 786 км, на которой расположены геосинхронные орбиты и наиболее используемая из них — экваториальная геостационарная орбита (ГСО), удобная для размещения ретрансляторов и глобального наблюдения за Землей [2].

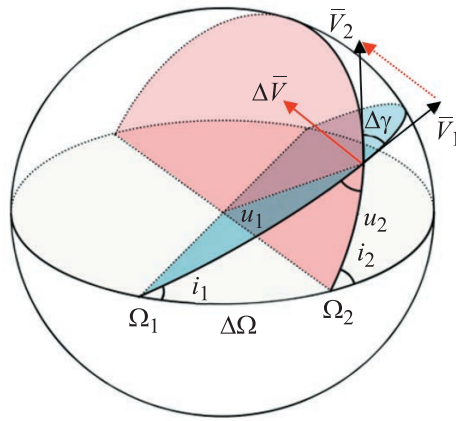
Угроза замусоривания орбит навигационных спутников в последние 10 лет активно обсуждается в экспертном сообществе [3–5]. Рассматриваемые орбиты обладают специфическими свойствами, вызванными гравитационными возмущениями со стороны Солнца и Луны [6, 7]. Особенно сильно эти свойства проявляются для орбит с наклоном 55° , которые, сохраняя значение большой полуоси, могут периодически увеличивать свой эксцентриситет почти до 0,7 (так называемый гравитационный резонанс), а затем возвращаться к околокруговой форме.

Для низких орбит и окрестности ГСО разработаны стандарты [8, 9], которые содержат рекомендации по уходу отработавших космических средств на специальные орбиты захоронения. Для средних орбит, простирающихся от 2 до 35,5 тыс. км, такие общепринятые международные рекомендации отсутствуют, поэтому необходимые решения принимает соответствующий спутниковый оператор по своему усмотрению [10]. В настоящее время существуют различные стратегии захоронения объектов, находящихся в этом регионе. Более того, развивается тенденция к осуществлению перспективных сервисных операций [11], в рамках которых необходимо выполнять перелеты между объектами, орбиты которых имеют малые расхождения по наклону и различное (до 30°) расхождение в долготе восходящего узла (ДВУ).

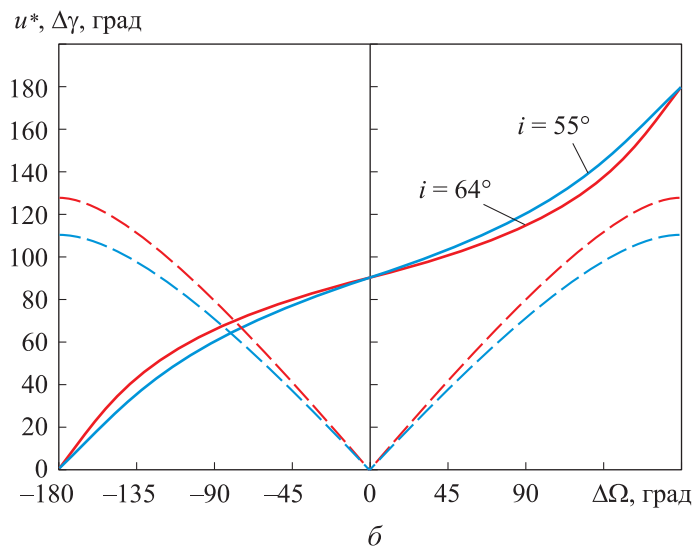
Цель данной работы — исследование энергетических затрат, необходимых для изменения ДВУ орбит, наклона которых равны 55° и 64° . Рассматриваются задачи двух типов: прямой импульсный поворот плоскости эллиптических орбит с постоянным значением большой полуоси при варьируемом эксцентриситете и перелет между околокруговыми некомпланарными орбитами с использованием прецессирующей орбиты ожидания.

Точка оптимальной коррекции ДВУ при импульсном изменении вектора скорости. В общем случае плоскости начальной и заданной конечной орбит образуют угол некомпланарности $\Delta\gamma$ и пересекаются по прямой, положение которой можно найти, проецируя эти орбиты на небесную сферу (рис. 1, а). Далее по тексту индексом 1 обозначена начальная орбита до исполнения маневра, а индексом 2 — конечная орбита. Соотношение между корректируемой разницей орбит в ДВУ $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ и их наклонами i_1 и i_2 может быть определено из сферического треугольника:

$$\cos \Delta\gamma = -\cos i_1 \cos(180^\circ - i_2) + \sin i_1 \sin(180^\circ - i_2) \cos \Delta\Omega. \quad (1)$$



a



б

Рис. 1. Определение точки приложения импульса скорости: сферический треугольник, образованный плоскостями экватора, начальной и конечной орбит (a); величины u^* (сплошные линии) и $\Delta\gamma$ (пунктир) в зависимости от расхождения орбит в ДВУ (б)

В дальнейших расчетах принимается допущение о том, что изменению подлежит только ДВУ, тогда $i_1 = i_2 = i$. При аккуратном решении треугольника первая возможная точка приложения корректирующего импульса скорости зависит от знака изменения ДВУ следующим образом:

$$u^* = \begin{cases} \arcsin \frac{\sin i \sin |\Delta\Omega|}{\sin \Delta\gamma}, \Delta\Omega < 0; \\ \frac{\pi}{2}, \Delta\Omega = 0; \\ \pi - \arcsin \frac{\sin i \sin |\Delta\Omega|}{\sin \Delta\gamma}, \Delta\Omega > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) справедливы для околоземной орбиты с произвольным эксцентриситетом. Однако анализ результатов (рис. 1, б) удобно выполнять на примере околокруговой орбиты, проекция которой на небесную сферу содержит минимальные искажения и, следовательно, более наглядна. В работе [12] показано, что при малых значениях корректируемой величины $\Delta\Omega$ и при близких i_1 и i_2 , точка u^* расположена в апексе ($u = 90^\circ$) или вертексе ($u = 270^\circ$) начальной орбиты. По мере возрастания модуля $\Delta\Omega$ точка коррекции смещается в сторону экватора. Одновременно с этим увеличивается и угол между плоскостями $\Delta\gamma$. В отличие от полярных орбит при наклонениях $55^\circ \dots 64^\circ$ его максимальное значение заметно меньше π (см. рис. 1, б).

Для околокруговых орбит угол между начальной плоскостью движения и вектором $\Delta\bar{V}$ примерно равен $90^\circ - \gamma/2$ (свойство равнобедренного треугольника) и для рассматриваемых наклонений изменяется от 90° до примерно 30° при изменении $|\Delta\Omega|$ от 0° до 180° . То есть при возрастании $|\Delta\Omega|$ вектор $\Delta\bar{V}$ разворачивается от нормали к плоскости орбиты в сторону, противоположную орту касательного направления, что обеспечивает сохранение большой полуоси и эксцентриситета при изменении ориентации плоскости движения, причем знак бокового импульса скорости зависит как от направления коррекции ДВУ, так и от выбора точки приложения маневра:

$$\text{sign } \Delta V_z = \text{sign } \Delta\Omega \cdot \text{sign}(\sin u^*). \quad (3)$$

Затраты характеристической скорости при прямой импульсной коррекции ДВУ. Уравнения линеаризованного движения КА по околокруговой орбите были получены еще П.Э. Эльясбергом [13]. Они позволяют оценить затраты характеристической скорости ΔV на поворот орбитальной плоскости:

$$\Delta V = 2V_0 \sin \frac{\Delta\gamma}{2} \approx V_0 \Delta\gamma, \quad (4)$$

где V_0 — местная круговая скорость на средней круговой орбите КА; $\Delta\gamma$ — угол поворота плоскости в радианах.

Данное упрощение показывает, что для поворота плоскости на 1° на высоте 200 км необходимо приращение скорости 136 м/с, на высоте 20 180 км — 68 м/с, а на высоте ГСО — 54 м/с. Таким образом, изменение ориентации плоскости движения остается весьма затратным даже на околокруговых орбитах, расположенных на большом удалении от Земли. Требуемый импульс скорости содержит как боковую, так и касательную составляющие. При $\Delta\gamma \leq 30^\circ$ величина отрицательного касательного импульса скорости может быть примерно определена следующим образом:

$$|\Delta V_\tau| = 2V_0 \sin \frac{\Delta\gamma}{2} \cos(90^\circ - \gamma/2) \approx 2V_0 \sin^2 \frac{\Delta\gamma}{2} \approx V_0 \frac{\Delta\gamma^2}{2}. \quad (5)$$

Отдельный интерес представляют выраженные эллиптические орбиты ($e > 0,1$). Как и ранее, предполагается, что в результате приложения корректирующего импульса скорости должна измениться только ДВУ. Однако при движении по эллиптической орбите скорость КА изменяется в зависимости от истинной аномалии, которая, в свою очередь, связана с аргументом перицентра:

$$\vartheta = u_1 - \omega. \quad (6)$$

При использовании формулы (6) необходимо помнить, что каждый из углов лежит в диапазоне от 0 до 2π . Модуль вектора скорости в точке исполнения маневра можно получить, используя выражения для его радиальной и трансверсальной составляющих:

$$V_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \vartheta, \quad (7.1)$$

$$V_t = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \vartheta), \quad (7.2)$$

где $p = a(1 - e^2)$ — фокальный параметр орбиты; V_r и V_t — радиальная и трансверсальная компоненты вектора скорости; e — эксцентриситет орбиты; μ — гравитационный параметр Земли.

Для некоторой точки орбиты с произвольным значением аргумента перицентра и эксцентриситета необходимые затраты характеристической скорости для поворота плоскости движения на угол $\Delta\gamma$ составят

$$\Delta V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2} 2 \sin \frac{\Delta\gamma}{2}. \quad (8)$$

Далее была выполнена оценка затрат характеристической скорости для значений эксцентриситета, лежащих в диапазоне от 0,01

до 0,75. Маневр выполнялся в точке u^* . Помимо эксцентриситета варьировалось значение аргумента перицентра начальной орбиты по всему диапазону области допустимых значений. Результаты численного исследования функции $\Delta V(\omega, e)$ показаны для двух разных значений $\Delta\Omega$ на рис. 2.

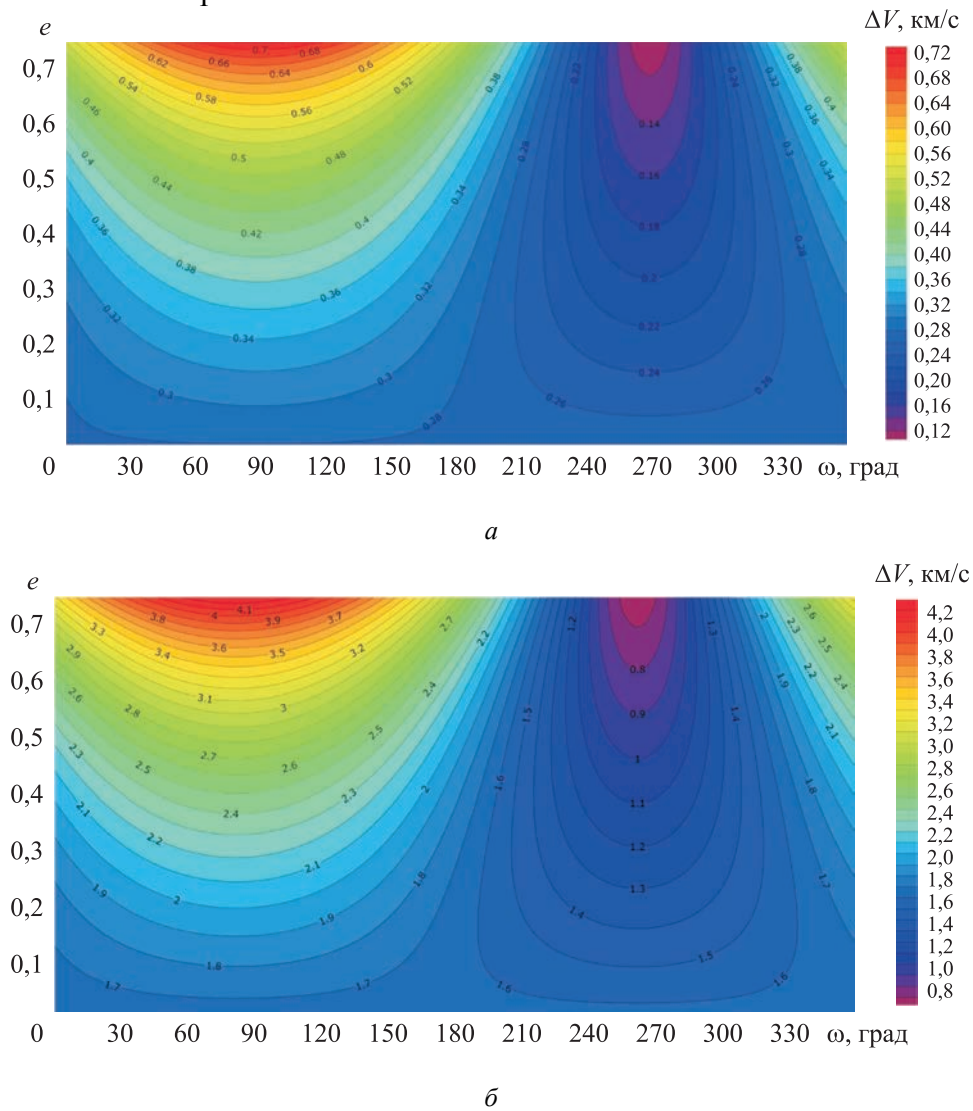


Рис. 2. Затраты характеристической скорости на коррекцию долготы восходящего узла при $a = 26\,578$ км, $i = 55^\circ$ и $|\Delta\Omega| = 5^\circ$ (а); $|\Delta\Omega| = 30^\circ$ (б)

Хорошо видно, что минимальные затраты характеристической скорости достигаются только в том случае, когда положение апоцентра совпадает с точкой оптимальной коррекции ориентации плоскости движения, т. е. поворот плоскости орбиты осуществляется в условиях

минимальной скорости движения объекта. Данный результат не зависит от величины большой полуоси орбиты. Поскольку при $|\Delta\Omega| < 30^\circ$ первая точка u^* близка к апокею орбиты, наименьшая величина ΔV имеет место при $\omega \approx 270^\circ$.

Поверхности $\Delta V(\omega, e)$, построенные на рис. 2 в виде геодезических линий уровня, позволяют получить кривую минимальных затрат характеристической скорости для изменения ДВУ эллиптической орбиты. Поскольку в апоцентре орбиты вектор скорости КА направлен по трансверсали, формула (8) сводится к виду

$$\Delta V_{\min} = \sqrt{\frac{\mu}{a(1-e^2)}} (1-e) 2 \sin \frac{\Delta\gamma}{2}. \quad (9)$$

В формуле (9) аргументами функции ΔV_{\min} являются эксцентриситет и угол некомпланарности $\Delta\gamma(i, \Delta\Omega)$. Данная зависимость построена на рис. 3 для орбит навигационных спутников и позволяет увидеть, что с ростом эксцентриситета величина импульса скорости, обеспечивающего изменение ДВУ, может быть уменьшена на несколько сотен метров в секунду. Поверхность построена для наклона 55° , однако для значения 64° ее вид и числовые характеристики практически не меняются.

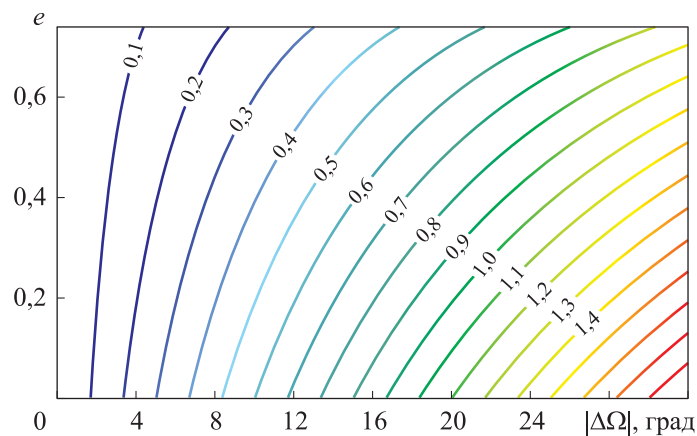


Рис. 3. Минимальные затраты характеристической скорости на коррекцию долготы восходящего узла при различном эксцентриситете орбиты ($a = 26\,578$ км, $i = 55^\circ$)

В задаче обеспечения устойчивости/неустойчивости орбиты навигационного спутника в условиях действия гравитационных возмущений необходимо контролировать комбинацию параметров $a_j \omega + b_j \Omega$ (a и b — целые числа, равные $-2, -1, 0, 1$ или 2 ; j — номер гармоники)

с учетом их прецессии, вызванной полярным сжатием Земли. Поскольку указанные j -е суммы являются аргументами функции синуса, то их целесообразно удерживать в интервале $\pm 15^\circ$ по отношению к требуемому значению. Данные, представленные на рис. 3, показывают, что при значениях $\Delta\Omega$, превышающих несколько градусов, затраты на поворот линии узлов с ростом эксцентриситета могут быть уменьшены вдвое. Одновременно с этим, затраты на поворот линии апсид возрастают. Таким образом, можно выдвинуть гипотезу о том, что существует такое значение эксцентриситета, при котором поддерживать значение аргумента определяющей гармоники $a_j \omega + b_j \Omega$ может быть одинаково затратно как с помощью коррекции ДВУ, так и с помощью коррекции аргумента перицентра. Этот вопрос будет рассмотрен в дальнейших работах.

Коррекция ДВУ околокруговой орбиты с использованием орбиты ожидания. Большие затраты характеристической скорости, требуемые для поворота плоскости околокруговой орбиты по ДВУ даже на 1° , вынуждают искать решения, использующие свойства земного гравитационного поля. Под действием возмущений, описываемых второй зональной гармоникой геопотенциала, плоскость орбиты прецессирует по ДВУ, не имея вековых уходов по наклонению. Скорость этой прецессии зависит от текущего значения фокального параметра, который при $e < 0,01$ можно принять приблизительно равным большой полуоси. Следовательно, переведя КА на более высокую/низкую орбиту ожидания по сравнению с целью, можно создать разность скоростей прецессии ДВУ, что по прошествии некоторого времени позволит ему попасть в нужную плоскость движения (рис. 4). После этого необходимо переместить КА в окрестность цели. Скорость прецессии зависит и от наклонения орбиты. Таким образом, изменив большую полуось и наклонение в некоторой оптимальной точке орбиты, можно получить наибольшее изменение скорости прецессии ДВУ [14].

Затраты характеристической скорости, соответствующие переходу на орбиту ожидания и возвращению обратно на ту же высоту, описываются формулой, подробный вывод которой приведен в монографии [12]:

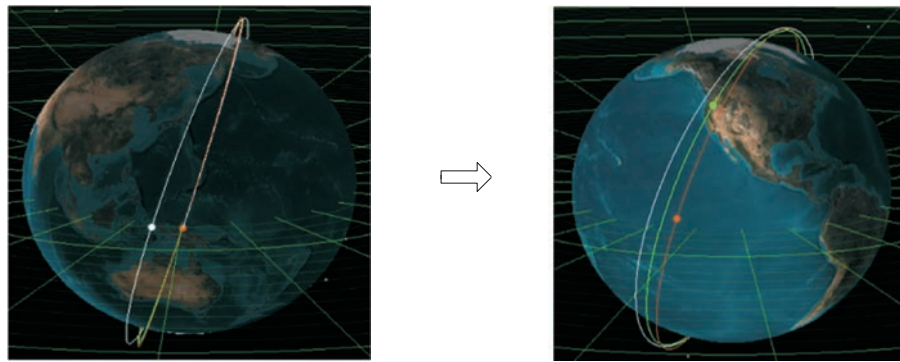
$$\Delta V = \frac{2}{3} V_0 \sqrt{\frac{(\Delta u + n)^2}{(N + n)^2} + \frac{(3\Delta\Omega - (4\Delta u + 7n)\delta\Omega)^2}{(N + n)^2 \delta\Omega^2 \operatorname{tg}^2 i + \frac{4}{\sin^2 i}}}. \quad (10)$$

Здесь Δu — фазовая разница между КА и целью по аргументу широты, выраженная в долях витка. Учет этого параметра имеет смысл только при очень малых значениях продолжительности перелета. Параметр N задается оператором и описывает количество витков полета цели, за которое осуществляется перевод активного КА в точку

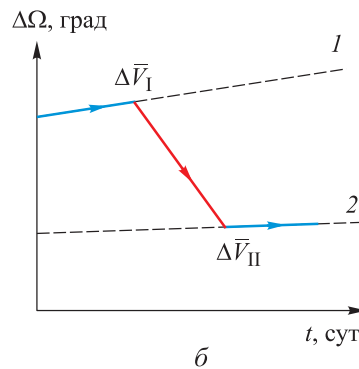
встречи, а n показывает разницу между количеством витков полета активного КА и целевой точки, которая накопится за N витков полета цели. В первом приближении целочисленный параметр n можно найти как

$$n = \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega} - \frac{4}{7}\Delta u, \quad (11)$$

его дальнейшее уточнение выполняется итерационно так, чтобы обеспечить минимум затрат характеристической скорости в формуле (10).



a



б

Рис. 4. Использование орбиты ожидания для совмещения плоскостей орбит по ДВУ: *a* — моделирование траектории перелета; *б* — отображение изменения скорости прецессии

Результаты анализа маневров, корректирующих ДВУ околокруговой орбиты, приведены на рис. 5. Точечной линией показаны энергетические затраты, соответствующие прямой импульсной коррекции. Они монотонно возрастают по мере увеличения $|\Delta\Omega|$ и, как следствие, угла некомпланарности $\Delta\gamma$.

В рамках используемой схемы маневрирования при переводе КА на орбиту ожидания трансверсальными импульсами скорости будет скорректирована большая полуось орбиты, а боковыми импульсами — наклонение, что также будет способствовать изменению скорости

прецессии ДВУ в нужную сторону. Таким образом, эффективность исполненных маневров определяется количеством витков, которое КА совершит на сформированной новой орбите. Именно этим объясняются заметно отличающиеся затраты характеристической скорости при разных знаках величины $\Delta\Omega$, впервые полученные в работе [15].

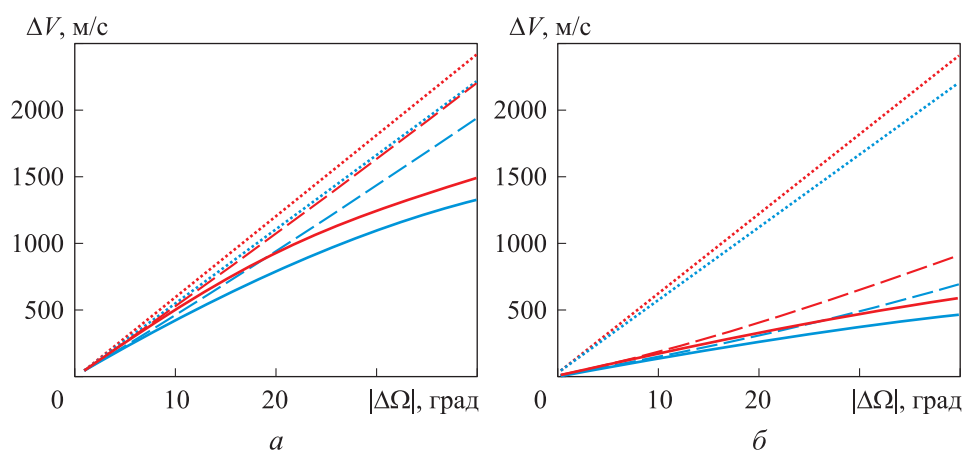


Рис. 5. Затраты характеристической скорости ΔV , необходимые для изменения ДВУ в течение одного года (а) и пяти лет (б):

..... — $i = 55^\circ, \Delta\gamma$; - - - — $i = 55^\circ, \Delta\Omega > 0$; — — — — $i = 55^\circ, \Delta\Omega < 0$; — $i = 65^\circ, \Delta\gamma$;
 - - - — $i = 64^\circ, \Delta\Omega > 0$; — — — — $i = 64^\circ, \Delta\Omega < 0$

Обе составляющие импульсов скорости влияют на величину векового ухода ДВУ новой орбиты КА, который за время ожидания должен совершить $N + n$ витков. В случае отрицательной величины $\Delta\Omega$, КА должен перейти на орбиту ниже, чтобы при $i < 90^\circ$ увеличить скорость дрейфа ДВУ в западном направлении; при этом находясь на орбите ожидания, он совершит и большее количество витков. Тогда положительные значения n уменьшают каждое из слагаемых в формуле (10). При положительной величине $\Delta\Omega$ КА вынужден подниматься выше, чтобы уменьшить скорость прецессии, совершая при этом еще и меньшее количество витков по сравнению с целью. Следовательно, действенность точно таких же по модулю трансверсального и бокового импульсов скорости будет заметно меньше в связи с возникающим эффектом «недополученной выгоды».

Анализ графиков, приведенных на рис. 5, позволяет сформулировать следующие рекомендации для орбит навигационных спутников:

- плоскость движения энергетически выгоднее поворачивать в сторону прецессии, т. е. с Востока на Запад;
- при продолжительности миссии менее одного года и при $|\Delta\Omega| < 5^\circ$ затраты на прямую коррекцию ДВУ незначительно превышают аналогичные затраты на формирование орбиты ожидания, однако по первой схеме маневрирование происходит быстрее;

■ при продолжительности перелета в течение пяти лет и более и при расхождении в ДВУ, превышающем несколько градусов, выбор орбиты ожидания более экономичен по сравнению с прямой импульсной коррекцией, причем это выполняется для всего диапазона рассмотренных эксцентриситетов эллиптической орбиты (см. рис. 2, б и 5, б).

Выбор продолжительности нахождения КА на орбите ожидания становится критически важным, поскольку именно она определяет затраты характеристической скорости на коррекцию имеющегося расхождения в ДВУ. При большой полуоси начальной орбиты, равной 26 500 км, и наклонении 55° необходимо не более 8 м/с для изменения высоты орбиты на 100 км при стоимости импульсного изменения ДВУ на один градус ($\Delta\gamma = 0,819^\circ$) в размере 56 м/с. В то же время скорость прецессии ДВУ здесь составляет всего $0,02^\circ$ за виток или $0,04^\circ$ за сутки. Таким образом, при расхождении в ДВУ больше, чем на несколько градусов, орбита ожидания даже при пятилетнем перелете будет лежать на несколько тысяч километров ниже орбиты цели. На рис. 6 показано, что функция $\Delta V(N)$ имеет вид гиперболической зависимости, однако в силу физических основ задачи эта кривая несимметрична по отношению к биссектрисе прямого угла. Это позволяет для каждого значения $\Delta\Omega$ выделить компромиссную область, после которой дальнейшее нахождение КА на орбите ожидания не приводит к существенному сокращению энергетических затрат на перелет к цели.

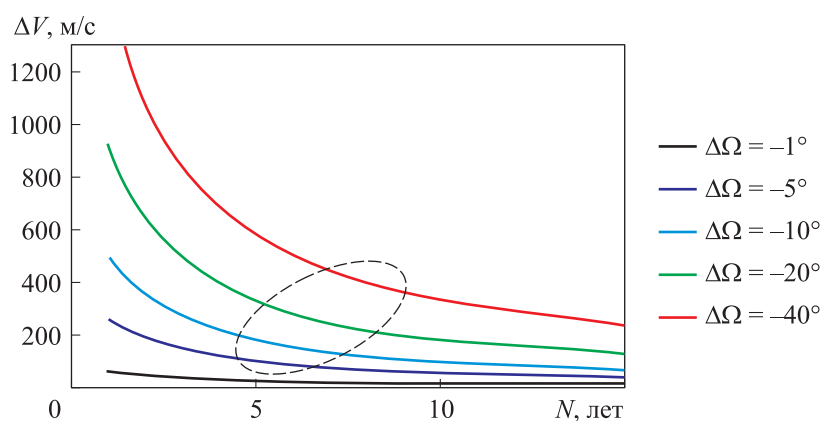


Рис. 6. Зависимость затрат ΔV , необходимых для изменения ДВУ, от продолжительности нахождения КА на орбите ожидания

В работе [16] для нахождения компромиссной продолжительности перелета при конкретной величине $\Delta\Omega$ были использованы функции штрафа и было показано, что искомая зависимость $N(\Delta\Omega)$ близка к линейной. Из графиков, приведенных на рис. 6, хорошо

видно, что даже при больших значениях $\Delta\Omega$ затраты на их коррекцию с помощью орбиты ожидания меньше, чем при прямой импульсной коррекции для различных значений эксцентриситета (см. рис. 2, б) при условии правильного выбора продолжительности перелета.

В данной работе не учитывалась возможность коррекции наклона. Вместе с тем, она заметно усложняет алгоритм поиска параметров маневров, переводящих КА на орбиту ожидания. Для выхода в окрестность цели за N витков ее полета активному КА необходимо сообщить следующие трансверсальные и боковые импульсы скорости на двух интервалах маневрирования:

$$\Delta V_{\text{I}} = V_0 \left[\frac{N\Delta a}{2(N+n)a_0} - \frac{\Delta u + n}{3(N+n)} \right], \quad (12.1)$$

$$\Delta V_{\text{II}} = V_0 \frac{\Delta a}{2a_0} - \Delta V_{\text{I}}, \quad (12.2)$$

$$\Delta V_{z\text{I}} = \frac{V_0}{N+n} \left(N\Delta i - \frac{4(\Delta u + n)\delta\Omega + 3(\delta\Omega n - \Delta\Omega)}{3\text{tg}i\delta\Omega} \right), \quad (12.3)$$

$$\Delta V_{z\text{II}} = V_0\Delta i - \Delta V_{z\text{I}}. \quad (12.4)$$

Формулы (12.1)–(12.4) не учитывают коррекцию отклонения вектора эксцентриситета, так как для околокруговых орбит эти отклонения малы и не оказывают существенное влияние на суммарную характеристическую скорость перелета. Оптимальным будет значение n , в первом приближении также определяемое по формуле (11) и доставляющее минимум функционалу:

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_{\text{I}}^2 + \Delta V_{z\text{I}}^2} + \sqrt{\Delta V_{\text{II}}^2 + \Delta V_{z\text{II}}^2}. \quad (13)$$

Под действием возмущений со стороны Солнца и Луны наклонение орбит пассивных объектов, находящихся в регионе навигационных спутниковых систем, совершает колебания с размахом примерно $2,0^\circ \dots 2,5^\circ$. Поскольку эти колебания являются долгопериодическими (25–30 лет), то требуемая коррекция наклона в рассматриваемых задачах может быть близкой к нулю. На рис. 7 приведены рассчитанные с помощью формул (11)–(13) энергетические затраты, требуемые для поворота орбитальной плоскости по ДВУ с небольшим изменением наклона. Сравнение приведенных данных с результатами, показанными на рис. 5, б, позволяет утверждать, что коррекция наклона на $1\text{--}2^\circ$ увеличивает требуемую характеристическую скорость маневра. Вместе с тем, при повороте плоскости движения КА в сторону ее прецессии влияние изменения $|\Delta i| < 1^\circ$ почти не отражается

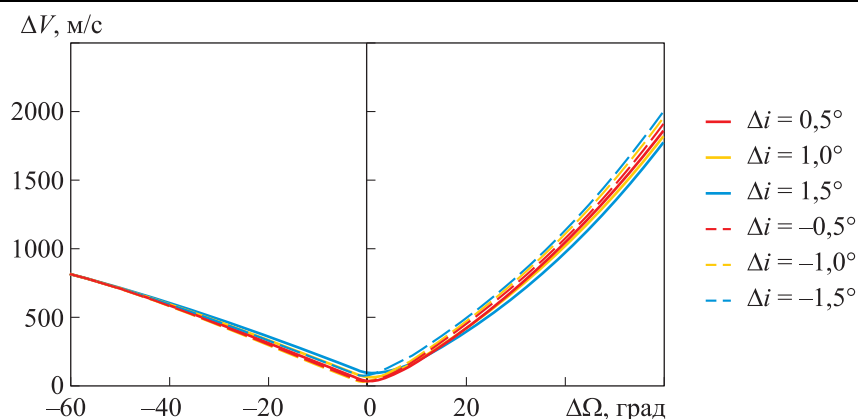


Рис. 7. Влияние направления поворота плоскости движения КА по ДВУ на энергетические затраты при малой коррекции наклона в окрестности значения 64° и продолжительности перелета пять лет

на величине суммарной ΔV миссии. Это объясняется дискретностью количества витков полета цели N , определяющих продолжительность перелета к ней. При $\Delta i = 0$ боковые импульсы скорости изменяют и возвращают обратно наклонение орбиты ожидания, чтобы воздействовать на скорость прецессии ДВУ совместно с трансверсальными импульсами. Однако остаточная часть расхождения в ДВУ, составляющая малые доли градуса, не может быть сведена к нулю только подбором дискретной величины n , поэтому ее приходится убирать за счет боковых импульсов скорости. Появление ненулевой разницы наклонов начальной и конечной орбит способствует большей гибкости при перераспределении величин боковых импульсов скорости первого и второго интервалов маневрирования, что особенно хорошо видно при повороте плоскости орбиты в сторону естественной прецессии.

Заключение. В настоящее время в мире все большее распространение получает идея сервисных операций в околоземном пространстве. Специфика эволюции орбит пассивных объектов в окрестности навигационных спутников приводит к необходимости поиска решений, обеспечивающих или разрушающих устойчивость соответствующих орбит захоронения. Для реализации этих решений может потребоваться коррекция ДВУ орбиты.

Точка оптимальной коррекции плоскости движения при неизменном наклонении расположена вблизи апекса/вертекса орбиты и постепенно смещается к экватору с ростом расхождения в ДВУ. Это приводит к отклонению вектора корректирующего импульса от бокового направления в сторону касательной, причем величина этого отклонения определяется значением угла некомпланарности.

При расхождении в ДВУ, составляющем несколько градусов, необходимые затраты на прямую коррекцию этого параметра могут

быть уменьшены до нескольких сотен метров в секунду при близком расположении линии апсид начальной орбиты и линии ее пересечения с орбитой цели.

Орбита ожидания представляет собой наиболее энергетически эффективный способ изменения ДВУ при малых эксцентриситетах начальной и конечной орбит, однако малая скорость прецессии ДВУ приводит к перелетам с длительностью в несколько лет. При такой продолжительности перелета требуется аккуратно учитывать возмущения со стороны Солнца и Луны.

Оптимальным является разворот плоскости движения в сторону естественной прецессии, при этом правильный выбор параметров орбиты ожидания позволяет получить адекватные значения характеристической скорости маневров даже при расхождениях в ДВУ, составляющих несколько десятков градусов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00419, <https://rscf.ru/project/23-29-00419/>

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Pardini C., Anselmo L. Effects of the deployment and disposal of mega-constellations on human spaceflight operations in low LEO. *J. Space Safety Eng.*, 2022, no. 9, pp. 274–279. <https://doi.org/10.1016/j.jsse.2022.03.001>
- [2] *Satellite catalog*. URL: <http://www.celestrak.com/satcat/search.asp> (дата обращения: 01.06.2024).
- [3] Jenkin A.B., McVey J.P., Peterson G.E., Sorge M.E. Analysis of ODMSP-compliant near-circular GPS disposal orbits and resulting long-term collision risk. *Journal of Space Safety Engineering*, 2022, vol. 9 (3), pp. 427–439. <https://doi.org/10.1016/j.jsse.2022.06.003>
- [4] Domínguez-González R., Sánchez-Ortiz N., Francesco C. et al. Disposal strategies analysis for MEO orbits. In: *Proceedings of the International Astronautical congress*, 2013, Paper ID: IAC-13.A6.2.5.x19061.
- [5] Афанасьева Т.И., Гридчина Т.А., Колюка Ю.Ф., Лаврентьев В.Г. Выбор орбит захоронения для крупноразмерного космического мусора и исследование их долговременной эволюции в разных областях околоземного пространства. *Сборник трудов конференции «Космический мусор: фундаментальные и практические аспекты угрозы»*. Л.М. Зеленый, Б.М. Шустов, ред. Москва, ИКИ РАН, 2019, 236 с.
- [6] Chao C.-C. *Applied orbit perturbation and maintenance*. The Aerospace Press, El Segundo, California, 2005, 297 p.
- [7] Kuznetsov E.D., Avvakumova E.A. Dynamical evolution of space debris in the vicinity of GNSS regions. *Acta Astronautica*, 2018, vol. 158, pp. 140–147. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.02.001>
- [8] *ISO 24113:2019 (E), Space systems — Space debris mitigation requirements*. Impl. 2019 — 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019, p. 13.
- [9] *ISO 26872:2019 (E), Space systems — Disposal of satellites operating at geosynchronous altitude*. Impl. 2019 — 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019, p. 46.

- [10] U.S. Government orbital debris mitigation standard practices, November 2019 Update. URL: https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/library/usg_orbital_debris_mitigation_standard_practices_november_2019.pdf (дата обращения: 06.01.2022).
- [11] Oromolla R., Grishko D. et al. Future in-orbit servicing operations in the space traffic management context. *Acta Astronautica*, 2024, vol. 220, pp. 469–477. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2024.05.007>
- [12] Баранов А.А. *Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты*. Москва, Спутник +, 2016, 511 с.
- [13] Эльясберг П.Е. *Введение в теорию полета искусственных спутников Земли*. Москва, Наука, 1965, 539 с.
- [14] Баранов А.А., Баранов А.А., мл. Алгоритм расчета параметров маневров формирования спутниковых систем. *Космические исследования*, 2009, т. 47, № 3, с. 256–262.
- [15] Баранов А.А., Гришко Д.А., Майорова В.И. Исследование затрат характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на круговых орбитах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 3 (15). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-3-642 (дата обращения 01.07.2024).
- [16] Гришко Д.А. Исследование схем облета объектов крупногабаритного космического мусора на низких орбитах: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, 2018. URL: <https://keldysh.ru/council/1/2018-grishko/diss.pdf> (дата обращения: 01.07.2024).

Статья поступила в редакцию 09.07.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Иванов С.Г., Гришко Д.А., Баранов А.А. Изменение долготы восходящего узла средних орбит с постоянной большой полуосью и различным эксцентриситетом. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2024, вып. 9. EDN MWTRTB

Иванов Сергей Геннадьевич — ассистент и аспирант кафедры «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, сотрудник компании «Бюро 1440». Область научных интересов: механика космического полета, движение пассивных космических объектов под действием возмущений различной природы.
e-mail: sg.ivanov@bmstu.ru

Гришко Дмитрий Александрович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана; лауреат Премии Правительства Москвы (2021) и Медали РАН (2022) для молодых ученых. Область научных интересов: механика космического полета, динамика полета ракет и космических аппаратов. e-mail: dim.gr@bmstu.ru

Баранов Андрей Анатольевич — действительный член Международной академии астронавтики; автор более 120 научных работ. Основные научные интересы связаны с маневрированием космических аппаратов в окрестности круговой орбиты и проблемой космического мусора.

Change of right ascension of the ascending node of medium Earth orbits with constant semi-major axis and different eccentricity

© S.G. Ivanov, D.A. Grishko, A.A. Baranov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

The paper presents the results of studying the energy costs required to correct the Right Ascension of the Ascending Node (RAAN) of the orbit of an object initially located at the operation altitudes of GLONASS and GPS global navigation satellite systems. Two types of problems are considered. In the first case, the rotation of the plane of motion is performed for a family of elliptical orbits with a constant semi-major axis, while the eccentricity may vary due to gravitational perturbations from the Moon and the Sun. In the second case, near-circular orbits with the same values of the semi-major axes are studied, and the transfer of an object to another operating plane with the same inclination is considered using a drift orbit with a different period. The research methods are based on the basic principles of spherical trigonometry and the theory of spacecraft manoeuvring. It is shown that the lowest cost of orbital plane orientation correction is achieved at large eccentricity values when the apocentre position coincides with the intersection points of the initial and final orbits. If the eccentricity value is small, the introduction of a near-circular drift orbit below/above the object's operating altitude, leads to a decrease in the characteristic velocity required to change the RAAN compared to impulse correction. The greatest effect is achieved when the orbit plane is to be rotated in the direction of the natural precession of the RAAN. The choice of the parameters of the drift orbit itself deserves special attention.

Keywords: right ascension of the ascending node, non-planarity angle, gravitational resonance, drift orbit, precession, compromise flight duration

The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 23-29-00419, <https://rscf.ru/project/23-29-00419/>

REFERENCES

- [1] Pardini C., Anselmo L. Effects of the deployment and disposal of mega-constellations on human spaceflight operations in low LEO. *J. Space Safety Eng.*, 2022, no. 9, pp. 274–279. <https://doi.org/10.1016/j.jsse.2022.03.001>
- [2] *Satellite catalog*. Available at: <http://www.cesstrak.com/satcat/search.asp> (accessed June 1, 2024).
- [3] Jenkin A.B., McVey J.P., Peterson G.E., Sorge M.E. Analysis of ODMSP-compliant near-circular GPS disposal orbits and resulting long-term collision risk. *Journal of Space Safety Engineering*, 2022, no. 9 (3), pp. 427–439. <https://doi.org/10.1016/j.jsse.2022.06.003>
- [4] Domínguez-González R., Sánchez-Ortiz N., Francesco C. et al. Disposal strategies analysis for MEO orbits. In: *Proceedings of the International Astronautical Congress*, 2013, Paper ID: IAC-13.A6.2.5.x19061.
- [5] Afanasyeva T.I., Gridchina T.A., Kolyuka Yu.F., Lavrentiev V.G. Vybor orbit zakhoroneniya dlya krupnorazmernogo kosmicheskogo musora i issledovanie ikh dolgovremennoy evolyutsii v raznykh oblastyakh okolozemnogo prostanstva [Selection of disposal orbits for large-size space debris and study of their long-term evolution in different regions of the near-Earth space]. In:

- Sbornik trudov konferentsii "Kosmicheskii musor: fundamentalnye i prakticheskie aspekty ugrozy"* [Proceedings of the conference "Space Debris: Fundamental and Practical Aspects of the Threat"]. Moscow, IKI RAN Publ., 236 p.
- [6] Chao C.-C. Applied orbit perturbation and maintenance. *The Aerospace Press*, El Segundo, California, 2005, 297 p.
- [7] Kuznetsov E.D., Avvakumova E.A. Dynamical evolution of space debris in the vicinity of GNSS regions. *Acta Astronautica*, 2018, vol. 158, pp. 140–147. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.02.001>
- [8] *ISO 24113:2019(E)*, *Space Systems — Space Debris Mitigation Requirements*. Impl. 2019 – 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019, p. 13.
- [9] *ISO 26872:2019 (E)*, *Space systems — Disposal of satellites operating at geosynchronous altitude*. Impl. 2019 – 07, ISO Central Secretariat, Geneva, 2019, p. 46.
- [10] *U.S. Government Orbital Debris Mitigation Standard Practices*, November 2019 Update. Available at: https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/library/usg_orbital_debris_mitigation_standard_practices_november_2019.pdf (accessed January 6, 2022).
- [11] Opromolla R., Grishko D. et al. Future in-orbit servicing operations in the space traffic management context. *Acta Astronautica*, 2024, vol. 220, pp. 469–477. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2024.05.007>
- [12] Baranov A.A. *Manevrirovaniye kosmicheskikh apparatov v okrestnosti krugovoy orbity* [Spacecraft manoeuvring in vicinity of the near-circular orbit]. Moscow, Sputnik+ Publ., 2022.
- [13] Elyasberg P.E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennykh sputnikov Zemli* [Introduction to the theory of flight of the artificial Earth satellites]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 539 p.
- [14] Baranov A.A., Baranov A.A. (Jr.). Algoritm rascheta parametrov manevrov formirovaniya sputnikovykh sistem [The algorithm for calculating the parameters of maneuvers of formation of satellite systems]. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2009, vol. 47, no. 3, pp. 256–262.
- [15] Baranov A.A., Grishko D.A., Mayorova V.I. Issledovaniye zatrat kharakteristicheskoy skorosti, neobkhodimoy dlya obsluzhivaniya i vospolneniya sputnikovykh sistem na krugovykh orbitakh [Research of characteristic velocity consumption required to maintain and replenish satellite constellations at the circular orbits]. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, iss. 3 (15). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-3-642
- [16] Grishko D.A. *Issledovaniye skhem obleta obyektov krupnogabaritnogo kosmicheskogo musora na nizkikh orbitakh*. Dis. ... kand. fiz.-mat. nauk [Study of low orbit large space debris flyby schemes. Diss. Cand. Sc. (Phys.-Math.)]. Moscow, Institut Prikladnoy Matematiki im. M.V. Keldysha RAN, 2018. <https://doi.org/keldysh.ru/council/1/2018-grishko/diss.pdf>

Ivanov S.G., Assistant professor, Postgraduate, Department of Theoretical Mechanics, Bauman Moscow State Technical University; Employee, Bureau 1440. Scientific interests: space flight mechanics, motion of passive space objects taking into account the perturbations of different nature. e-mail: sg.ivanov@bmstu.ru

Grishko D.A., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Theoretical Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Winner of the Moscow Government Prize (2021) and the RAS Medal (2022) for young scientists. Scientific interests: orbital mechanics, rocket and spacecraft flight dynamics. e-mail: dim.gr@bmstu.ru

Baranov A.A., Full member of the International Academy of Astronautics; author of more than 120 scientific papers. His main scientific interests are related to spacecraft manoeuvring in the vicinity of circular orbit and the problem of space debris.