УДК 681.3 EDN KEWSOH

Алгоритм оптимального распределения информационно-расчетных задач подготовки данных применения летательных аппаратов по рабочим местам вычислительной сети

© И.М. Горин, С.А. Журбин, С.А. Савельев

НИЦ (г. Королев) ФГБУ «ЦНИИ ВКС» Минобороны России,
Московская обл., г. Королев, 141090, Российская Федерация

В современных динамичных условиях жизнедеятельности человека из-за необходимости освоения больших объемов информации требуются высокие скорости обработки, удобные формы хранения и передачи данных. Необходимо также иметь быстрые способы обращения к информации и алгоритмы поиска данных в заданные временные интервалы, чтобы реализовывать сложную математическую и логическую обработку данных машинными методами. При подготовке данных применения группировки летательных аппаратов органами управления ставится задача в кратчайшие сроки провести информационно-расчетные работы по решению некоторого множества независимых друг от друга информационно-расчетных задач. В связи с этим организация распределенных процессов обработки информации становится в наивысшей степени актуальной. Существующие методы организации распределенного решения информационно-расчетных задач в вычислительных сетях базируются на интерактивном выборе оптимального варианта организации вычислительного процесса посредством последовательного приближения к искомому решению. Однако нельзя гарантировать, что полученное решение обеспечит наилучшее время решения всего комплекса информационно-расчетных задач в вычислительных сетях. Рассмотрен алгоритм оптимального целочисленного распределения множества разнотипных информационно-расчетных задач по автоматизированным рабочим местам вычислительной сети, обеспечивающий минимизацию времени одномоментного (параллельного) их решения.

Ключевые слова: *вычислительная сеть, дробное распределение задач, целочисленное распределение задач, алгоритм, оптимальное распределение задач, автоматизированное рабочее место*

Введение. При планировании применения группировки летательных аппаратов (ЛА) в периоды их интенсивной эксплуатации требуется своевременно обеспечить такую группировку качественными данными применения ЛА, а также обмен информацией в периоды наибольшей нагрузки (ПНН) в вычислительных сетях (ВС). Возникновение ПНН в ВС зачастую обусловлено необходимостью оперативной коррекции ранее разработанных планов применения группировки ЛА в динамически изменяемых условиях обстановки, характерной для формирований различной ведомственной принадлежности (например, Минобороны России и МЧС России). Для оперативной коррекции планов применения ЛА требуется, как правило, одномоментное решение органом управления (ОУ) некоторого множества разнотипных и независимых друг от друга информационно-расчетных задач (ИРЗ) с использованием имеющихся у ОУ вычислительных ресурсов.

Цель работы — рассмотреть распространенный на практике случай, когда вычислительные ресурсы ОУ представляют собой набор из объединенных в локальную вычислительную сеть (ЛВС) n автоматизированных рабочих мест (АРМ), любое из которых не в состоянии решить все M информационно-расчетных задач вследствие оперативных (временных) ограничений. Поэтому применяется процедура параллельного решения множества из M ИРЗ совокупностью из n АРМ при условии, что $M >> n$.

Постановка задачи. В общем случае вербальная постановка актуальной научной задачи исследования заключается в следующем. Предположим, что на вход ВС, включающей n АРМ, поступает M ИРЗ m типов. Необходимо распределить указанное количество ИРЗ по АРМ ВС таким образом, чтобы время их решения было наименьшим. При этом количество ИРЗ, распределенных на каждое из АРМ, должно быть целочисленным.

Для решения поставленной задачи необходимо принять следующие ограничения и допущения:

– каждый АРМ решает некоторую совокупность ИРЗ, являющихся независимыми друг от друга относительно возможности их автономного решения, т. е. решение какой-либо i-й ИРЗ не зависит от результатов решения некоторой j-й ИРЗ ($i = \overline{1, M}$; $j = \overline{1, M}$; $i \neq j$);

– управление распределением всего множества ИРЗ в ВС возложено на АРМ из числа работоспособных АРМ ВС;

– все АРМ ВС соединены каналами обмена информацией;

– АРМ ВС оснащены идентичными техническими средствами (ТС), а также обладают одинаковыми правами и приоритетами с точки зрения решения ИРЗ;

– все множество задач, решаемых в ВС, может быть решено на любом из АРМ;

– АРМ, на которых решаются ИРЗ, функционируют параллельно;

– считается, что все АРМ ВС являются абсолютно надежными;

– типы задач различаются, например, объемом и содержанием входных и выходных данных, а также временем их решения;

– время решения ИРЗ на АРМ линейно зависит только от вычислительной мощности АРМ, время доведения исходной информации не учитывается, так как предполагается, что временем обмена информацией между АРМ можно пренебречь.

Проанализируем известный методический аппарат на предмет возможности его использования для решения данной задачи. Существующая геометрическая модель распределения задач по АРМ позволяет оценить минимальное время решения ИРЗ в вычислительной сети, причем распределение ИРЗ по АРМ допускается дробным (нецелочисленным) [1].

На целочисленное распределение ИРЗ по АРМ ВС ориентирован ряд методов исследования таких операций, как линейное программирование, динамическое программирование, целочисленное программирование, решение сетевых задач и т. д. [2]. Следует также упомянуть такие методы, как: симплексный; максимального потока; модифицированный кратчайшего маршрута; оптимальных стратегий; ветвей и границ; последовательного синтеза вариантов и др. [3, 4]. Для перечисленных методов характерна одна общая особенность — решение поставленной выше задачи осуществляется, образно говоря, «снизу–вверх», т. е. оно может быть найдено в режиме интерактивного выбора оптимального варианта организации вычислительного процесса путем последовательного приближения к искомому решению. Это означает, что ИРЗ поочередно и последовательно виртуально распределяют по АРМ ВС в соответствии с некоторым критерием до тех пор, пока не будет достигнуто конечное решение задачи. Только после получения оптимального (локально-оптимального) распределения ИРЗ можно определить время решения общего количества задач в ВС, однако нельзя гарантировать, что оно окажется наилучшим. Разница между упомянутыми методами состоит в используемых критериях и итерационных алгоритмах последовательного приближения.

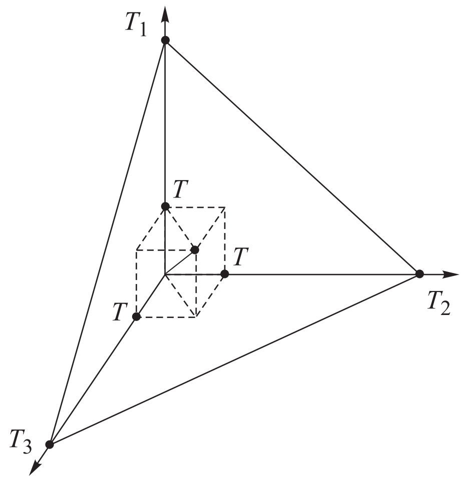
Условия определения оптимального решения. В настоящей работе предлагается решать задачу целочисленного распределения ИРЗ по АРМ ВС «сверху–вниз», т. е. в первую очередь определить наилучшее время решения всего комплекса ИРЗ в ВС с учетом их целочисленного распределения по АРМ, а затем найти соответствующее найденному времени распределение ИРЗ. При этом время решения ИРЗ в ВС, с учетом целочисленного распределения ИРЗ, будет гарантированно минимально возможным.

В соответствии с данными, приведенными в [1], время решения ИРЗ, распределенных по АРМ ВС, определяется как интервал времени между началом вычислительного процесса и его окончанием на всех без исключения n АРМ. Поскольку момент начала вычислительного процесса для всех АРМ один и тот же, время окончания определяется моментом завершения вычислительных операций на том АРМ, на котором решение распределенных на него ИРЗ осуществлялось дольше всего, т. е.

$$T_{sys} = \max\left\{\tau_i\right\}_{i=1}^{n}, \qquad (1)$$

где T_{sys} — время решения всех ИРЗ, распределенных в ВС; τ_i $(i = \overline{1,n})$ — время решения ИРЗ, распределенных на i-й АРМ; n — количество АРМ ВС.

Согласно упомянутой выше нецелочисленной модели [1], множество всех возможных вариантов распределения M ИРЗ по n АРМ ВС описывается гиперплоскостью в отрезках $\boldsymbol{G}$ (пример такой плоскости для трех АРМ представлен на рисунке).



Плоскость, характеризующая множество всех возможных распределений информационно-расчетных задач по трем АРМ вычислительных сетей

Определим, какому условию должно удовлетворять некоторое произвольное распределение ИРЗ по АРМ ВС, чтобы принадлежать множеству всех возможных распределений.

Утверждение 1. Пусть, в соответствии с данными в работе [1], все возможное множество распределений ИРЗ (всего M ИРЗ m типов по m_i $(i = \overline{1,m})$ ИРЗ в i-м типе) по n идентичным АРМ ВС описывается гиперплоскостью в отрезках $\boldsymbol{G}$:

$$\frac{x_1}{T_1} + \frac{x_2}{T_2} + \ldots + \frac{x_n}{T_n} = 1, \tag{2}$$

где $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — координаты точки на гиперплоскости $\boldsymbol{G}$ (значения времени решения ИРЗ, распределенных на АРМ$_1$, АРМ$_2$, …, АРМ$_n$ соответственно); T_i, $(i = \overline{1,n})$ — время решения всех $M = \sum_{j=1}^{m} m_j$ ИРЗ на i-м АРМ. Поскольку все АРМ идентичны, имеет место равенство

$$T_1 = T_2 = \ldots = T_n = T_{\text{общ}}. \tag{3}$$

При этом в соответствие с [1], минимальное время решения ИРЗ, распределенных в ВС, которая состоит из n АРМ, определяется так:

$$T_{\min} = \frac{T_{\text{общ}}}{n}. \tag{4}$$

Тогда для любого произвольного распределения ИРЗ по АРМ ВС будет справедливо равенство

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{T_{\text{общ}}}{n} = T_{\min}, \tag{5}$$

где x_i $(i = \overline{1, n})$ — время решения ИРЗ, распределенных на i-м АРМ ВС.

Доказательство. При выполнении (3) выражение (2) можно переписать в виде

$$\frac{x_1}{T_{\text{общ}}} + \frac{x_2}{T_{\text{общ}}} + \ldots + \frac{x_n}{T_{\text{общ}}} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{1}{T_{\text{общ}}}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = 1, \tag{6}$$

где $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — координаты точки на гиперплоскости $\boldsymbol{G}$.

Выберем точку T' на плоскости $\boldsymbol{G}$ $(T' \in G)$ с координатами $x_1', x_2', \ldots, x_n'$, где $x_1', x_2', \ldots, x_n'$ — время решения ИРЗ, распределенных на АРМ$_1$, АРМ$_2$, …, АРМ$_n$ соответственно. Тогда можно записать

$$\begin{cases} x_1' = \nu_{11} t_{11} + \nu_{12} t_{12} + \ldots + \nu_{1M} t_{1M}; \\ x_2' = \nu_{21} t_{21} + \nu_{22} t_{22} + \ldots + \nu_{2M} t_{2M}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n' = \nu_{n1} t_{n1} + \nu_{n2} t_{n2} + \ldots + \nu_{nM} t_{nM}, \end{cases} \tag{7}$$

где ν_{ij} — количество ИРЗ j-го типа, распределенных на i-е АРМ $\left(i = \overline{1, n};\ j = \overline{1, M}\right)$; t_{ij} — время решения одной ИРЗ j-го типа на i-м АРМ $\left(i = \overline{1, n};\ j = \overline{1, M}\right)$.

Поскольку все АРМ идентичны, справедливо равенство

$$t_{1j} = t_{2j} = \ldots = t_{nj} = t_j \ \ (j = \overline{1, M}). \tag{8}$$

Тогда выражение (7) можно представить в виде

$$\begin{cases} x_1' = \nu_{11} t_1 + \nu_{12} t_2 + \ldots + \nu_{1M} t_M; \\ x_2' = \nu_{21} t_1 + \nu_{22} t_2 + \ldots + \nu_{2M} t_M; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n' = \nu_{n1} t_1 + \nu_{n2} t_2 + \ldots + \nu_{nM} t_M. \end{cases} \tag{9}$$

После сложения всех уравнений системы (9) получим

$$\sum_{i=1}^{n} x_i' = \sum_{i=1}^{n} \nu_{i1} t_1 + \sum_{i=1}^{n} \nu_{i2} t_2 + \ldots + \sum_{i=1}^{n} \nu_{iM} t_M. \tag{10}$$

Принимая во внимание, что

$$\sum_{i=1}^{n} \nu_{ij} = m_j, \tag{11}$$

можно записать (10) в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i' = m_1 t_1 + m_2 t_2 + \ldots + m_M t_M. \tag{12}$$

Однако, исходя из вышеизложенного, правая часть выражения (12) — это время решения всех ИРЗ на одном из АРМ (при условии идентичности всех АРМ), т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i' = m_1 t_1 + m_2 t_2 + \ldots + m_M t_M = T_{\text{общ}}. \tag{13}$$

Следовательно, поскольку справедливо равенство (3), имеет место выражение

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i'}{n} = \frac{T_{\text{общ}}}{n} = T_{\min}, \tag{14}$$

что и требовалось доказать.

Используя утверждение 1, можно достаточно быстро установить, является ли некоторое произвольное распределение ИРЗ по АРМ ВС с временами решения $x_1', x_2', \ldots, x_n'$ на АРМ$_1$, АРМ$_2$, …, АРМ$_n$ соответственно элементом множества всех возможных распределений.

Следующее утверждение поможет без предварительного виртуального распределения ИРЗ по АРМ ВС рассчитать, используя простые вычисления, наилучшее время решения ИРЗ в ВС в соответствии с (1).

Утверждение 2. Пусть все АРМ идентичны между собой и время решения всех ИРЗ на каждом из АРМ равно $T_{\text{общ}}$; m — количество типов ИРЗ; m_i — количество ИРЗ i-го типа; t_i — время решения одной ИРЗ i-го типа; M — общее количество ИРЗ $\left(M = \sum_{i=1}^{m} m_i\right)$; n — количество АРМ в ВС.

Пусть также минимальное время решения ИРЗ, распределенных по АРМ ВС, при условии нецелочисленного распределения ИРЗ по АРМ вычисляется с помощью выражения

$$T_{\min} = \frac{T_{\text{общ}}}{n} = \frac{n\,\beta + \delta}{n} = \beta + \frac{\delta}{n}, \tag{15}$$

где β, δ, n — целые числа; δ — числитель остатка от деления в (15).

Тогда целочисленные распределения ИРЗ по АРМ ВС, для которых времена решения ИРЗ на АРМ составят

$$T_1 = T_2 = \ldots = T_\delta = \beta + 1; \qquad T_{\delta+1} = T_{\delta+2} = \ldots = T_n = \beta, \tag{16}$$

где $T_1, T_2, ..., T_n$ — времена решения ИРЗ, распределенных между АРМ$_1$, АРМ$_2$, …, АРМ$_n$ ВС соответственно, будут принадлежать гиперплоскости ***G*** всех возможных распределений ИРЗ по *n* АРМ, т. е. будет справедливо выражение

$$\frac{1}{T_{\text{общ}}}\left(T_1 + T_2 + \ldots + T_n\right) = 1, \tag{17}$$

и будут удовлетворять критерию

$$\sum_{j=1}^{n} (T_j - T_{\min})^2 = \min. \tag{18}$$

Доказательство. Общее время решения ИРЗ на любом из АРМ будет иметь вид

$$m_1 t_1 + m_2 t_2 + \ldots + m_k t_k = T_{\text{общ}}. \tag{19}$$

Известно [1], что при идентичных АРМ минимальное время решения *M* ИРЗ, распределенных между *n* АРМ, будет определяться по формуле

$$T_{\min} = \frac{T_{\text{общ}}}{n} = \frac{1}{n}\left(m_1 t_1 + m_2 t_2 + \ldots + m_k t_k\right). \tag{20}$$

Иными словами, в ВС после распределения ИРЗ по *n* АРМ должно выполняться равенство

$$T_1 = T_2 = \ldots = T_n = T_{\min}, \tag{21}$$

где $T_1, T_2, ..., T_n$ — время решения ИРЗ, распределенных между *n* АРМ ВС.

Без потери общности примем допущение о том, что каждое из t_i $(i = \overline{1,\, k})$ является целым числом. Действительно, если $t_i =$

$= \underbrace{a_1\ a_2 \ldots a_d}_{\text{целая часть}}, \underbrace{b_1\ b_2 \ldots b_g}_{\text{дробная часть}}$, где $a_1\ a_2 \ldots a_d$ — цифры, образующие целую часть, $b_1\ b_2 \ldots b_g$ — цифры, образующие дробную часть, то, умножив t_i на 10^g, получим $t_i \cdot 10^g = \tilde{t}_i = a_1\ a_2 \ldots a_d\, b_1\, b_2 \ldots b_g$ — целое число, состоящее из цифр целой и дробной частей, количество знаков которого будет равно $d + g$.

Например, если время решения некоторой ИРЗ составило 37,457321 с, то после его умножения на 10^6 оно составит 37 457 321 мс (в общем случае время может измеряться целыми условными единицами).

Поскольку m_i $(i = \overline{1,k})$ — целые числа, произведение (см. (19))

$$m_i t_i = \omega_i \tag{22}$$

также будет целым числом, следовательно, и сумма

$$m_1 t_1 + m_2 t_2 + \ldots + m_k t_k = \sum_{i=1}^{k} \omega_i = T_{\text{общ}} \tag{23}$$

является целым числом.

Очевидно, что значение $T_{\min}$ в общем случае будет числом дробным (см. (20)), так как при его оценке допускается предположение о том, что количество ИРЗ, распределенных на АРМ, может быть дробным.

На практике распределение ИРЗ по АРМ может быть только целочисленным, при этом время решения ИРЗ в ВС T_{sys} также будет целочисленным и будет больше $T_{\min}$, т. е.

$$T_{sys} > T_{\min}. \tag{24}$$

В соответствии с [1], $T_{sys} = \max(T_j)_{j=1}^{n}$, где T_j — время решения ИРЗ, распределенных на j-й АРМ ВС (j = 1, 2, …, n). Поскольку количество ИРЗ, распределенных на АРМ ВС, и время их решения являются целыми числами, значения T_j $(j = \overline{1,n})$ также будут целыми числами. Необходимо найти такое распределение ИРЗ по АРМ, для которого будет выполняться условие

$$\sum_{j=1}^{n} (T_j - T_{\min})^2 = \min. \tag{25}$$

При этом T_j $(j = \overline{1,n})$ должны принадлежать области возможных распределений ИРЗ по АРМ ВС (точка с координатами $(T_1, T_2, \ldots, T_n)$

должна принадлежать гиперплоскости в отрезках ***G***), т. е. удовлетворять условию (17).

Таким образом, множество T_j $(j = \overline{1, n})$, удовлетворяющих критерию (18), есть множество ближайших к $T_{\min}$ целочисленных значений времени решения ИРЗ, распределенных на n АРМ ВС и удовлетворяющих выражению (17).

Как упоминалось выше, $T_{\min}$, вычисляемое с помощью выражения (20), имеет дробное значение. Поскольку $T_{\text{общ}}$ — целое число, оно может быть представлено в виде выражения

$$T_{\text{общ}} = n \cdot \beta + \delta, \tag{26}$$

где β и δ — целые числа $(\beta < n,\ \delta \le n)$.

Тогда имеем

$$T_{\min} = \frac{T_{\text{общ}}}{n} = \frac{n \cdot \beta + \delta}{n} = \beta + \frac{\delta}{n}. \tag{27}$$

Поскольку $\delta \le n$, справедливо неравенство $0 < \delta / n \le 1$. Ближайшие к $T_{\min}$ целочисленные значения времени решения ИРЗ на АРМ — это $T = \beta + 1$ или $T = \beta$. Тогда имеем целочисленное распределение ИРЗ по n АРМ ВС, для которого время решения ИРЗ принимает следующие значения:

$$T_1 = T_2 = \ldots = T_z = \beta + 1; \quad T_{z+1} = T_{z+2} = \ldots = T_n = \beta, \tag{28}$$

где $T_1, T_2, \ldots, T_n$ — время решения ИРЗ, распределенных между n АРМ ВС.

В соответствии с утверждением 1, распределение, которое принадлежит гиперплоскости ***G***, должно удовлетворять следующему выражению:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n} = T_{\min} = \beta + \frac{\delta}{n}. \tag{29}$$

Исходя из (28), найдем значение z, при котором было бы справедливо равенство (29). Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n} &= \frac{\sum_{i=1}^{z} (\beta + 1) + \sum_{j=z+1}^{n} (\beta)}{n} = \frac{z(\beta + 1) + (n - z)\beta}{n} = \\ &= \frac{z\beta + z + n\beta - z\beta}{n} = \frac{n\beta + z}{n} = \beta + \frac{z}{n}. \end{aligned} \tag{30}$$

Далее приравняем (29) и (30):

$$\beta + \frac{z}{n} = \beta + \frac{\delta}{n} \Rightarrow z = \delta. \tag{31}$$

Следовательно, для того чтобы распределение (28) удовлетворяло утверждению 1, необходимо и достаточно, чтобы количество АРМ, на которых время решения распределенных на них ИРЗ, равное $\beta+1$, составляло δ. Из приведенных выше рассуждений следует, что любые другие распределения ИРЗ по АРМ ВС, для которых время решения распределенных ИРЗ будет равно $\beta+1$ или β, при условии, что $z \neq \delta$, не принадлежат гиперплоскости $\boldsymbol{G}$. Кроме того, поскольку значения $\beta+1$ и β являются ближайшими целыми к $T_{\min}$, можно утверждать, что распределение (28) при $z=\delta$ будет удовлетворять критерию (18). Что и требовалось доказать.

На основании утверждений 1 и 2 можно определить, на скольких АРМ, в результате оптимального целочисленного распределения ИРЗ, время решения задач будет равно $\beta+1$, а на скольких — β.

Алгоритм оптимального целочисленного распределения ИРЗ по АРМ ВС. Таким образом, основываясь на представленных выше утверждениях, можно предложить следующий алгоритм оптимального целочисленного распределения ИРЗ по АРМ ВС.

Дано: количество АРМ — n; количество ИРЗ — M; количество типов ИРЗ — m; количество ИРЗ i-го типа — m_i $(i=\overline{1,m})$; время решения одной ИРЗ каждого типа — t_i $(i=\overline{1,m})$.

Требуется: найти такое целочисленное распределение ИРЗ по АРМ ВС, для которого будет выполняться условие

$$\sum_{i=1}^{n} \left(T_{\min} - T_i\right)^2 = \min, \tag{32}$$

где $T_{\min}$ — минимальное время решения ИРЗ в ВС при условии нецелочисленного распределения [4]; T_i — время решения ИРЗ, распределенных на i-й АРМ при условии целочисленного распределения.

Следует заметить, что для корректной работы представленного алгоритма необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$M >> n. \tag{33}$$

Шаг 1. Время решения каждой задачи t_i $(i=\overline{1,M})$ приводится к целому числу. С этой целью из множества t_i $(i=\overline{1,M})$ нужно выбрать такое, у которого количество знаков после запятой g максимально. Далее каждое t_i $(i=\overline{1,m})$ следует умножать на 10^g, т. е.

$$t_i' = t_i \cdot 10^g \quad (i = \overline{1, m}). \qquad (34)$$

Шаг 2. Формируем оптимальное распределение ИРЗ при условии нецелочисленности. В этом случае, в соответствии с (4), для АРМ$_i$ $(i = \overline{1, n})$ время решения распределенных на него ИРЗ будет равно $T_{\min}$. Тогда количества задач одного типа, распределенных между АРМ, будут равны. Результат оптимального распределения ИРЗ по АРМ ВС представлен в табл. 1.

Таблица 1

Оптимальное распределение ИРЗ с учетом нецелочисленности

Параметр	Номер типа ИРЗ				Минимальное время решения ИРЗ
	1	2	…	m	
Время решения ИРЗ	t_1'	t_2'	…	t_m'	$T_{\min}$
Количество ИРЗ	m_1	m_2	…	m_m	
АРМ$_1$	m_1/n	m_2/n	…	m_m/n	$\sum_{i=1}^{m} m_i \cdot t_i'/n$
АРМ$_2$	m_1/n	m_2/n	…	m_m/n	$\sum_{i=1}^{m} m_i \cdot t_i'/n$
…	…	…	…	…	…
АРМ$_n$	m_1/n	m_2/n	…	m_m/n	$\sum_{i=1}^{m} m_i \cdot t_i'/n$

Шаг 3. В соответствии с (15) (утверждение 2) целое число m_i $(i = \overline{1, m})$ из табл. 1 представим в виде $m_i = n\beta_i + \delta_i$, где β_i и δ_i — целые числа $(0 \le \delta \le n)$. В результате табл. 1 примет вид табл. 2.

Таблица 2

Преобразованные данные из табл. 1

Параметр	Номер типа ИРЗ				Время решения целого количества ИРЗ
	1	2	…	m	
Время решения ИРЗ	t_1'	t_2'	…	t_m'	T_i
Количество ИРЗ	m_1	m_2	…	m_m	
АРМ$_1$	β_1	β_2	…	β_m	$\sum_{i=1}^{m} \beta_i t_i'$
АРМ$_2$	β_1	β_2	…	β_m	$\sum_{i=1}^{m} \beta_i t_i'$
…	…	…	…	…	…

Окончание табл. 2

Параметр	Номер типа ИРЗ				Время решения целого количества ИРЗ
	1	2	…	m	
Время решения ИРЗ	t'_1	t'_2	…	t'_m	T_i
Количество ИРЗ	m_1	m_2	…	m_m	
АРМ$_n$	β_1	β_2	…	β_m	$\sum_{i=1}^{m} \beta_i t'_i$
Остаток:	δ_1	δ_2	…	δ_m	

Обозначения: $\delta_i \ (i = \overline{1,m})$ — количество ИРЗ, не распределенных между АРМ ВС, так как $0 \le \delta_i / n \le 1$; β_i — целое количество ИРЗ, которое можно без остатка распределить между АРМ ВС.

Шаг 4. Формируем начальное распределение ИРЗ по АРМ ВС. С этой целью ранжируем $\delta_i \ (i = \overline{1,m})$ по убыванию времени решения ИРЗ всех типов. На каждое АРМ, начиная с АРМ$_1$, добавляем по одной ИРЗ из остатка δ_i, соответствующего ИРЗ с максимальным временем решения, а затем по убыванию времени решения ИРЗ. Пример формирования начального распределения представлен в табл. 3 при условии, что справедливо неравенство $t'_1 > t'_2 > \ldots > t'_m$.

Таблица 3

Пример формирования начального распределения ИРЗ по АРМ

Параметр	Номер типа ИРЗ				Наилучшее время при целочисленном распределении
	1	2	…	m	
Время решения ИРЗ	t'_1	t'_2	…	t'_m	T_i
Количество ИРЗ	m_1	m_2	…	m_m	
$P_{\text{начальное}}$					
АРМ$_1$	$\alpha_1 = \beta_1 + 1$	$\alpha_2 = \beta_2$	…	$\alpha_m = \beta_m$	$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i t'_i$
АРМ$_2$	$\alpha_1 = \beta_1 + 1$	$\alpha_2 = \beta_2$	…	$\alpha_m = \beta_m$	$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i t'_i$
…	…	…	…	…	…
АРМ$_{\delta_1}$	$\alpha_1 = \beta_1 + 1$	$\alpha_2 = \beta_2$	…	$\alpha_m = \beta_m$	$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i t'_i$
АРМ$_{\delta_1+1}$	$\alpha_1 = \beta_1$	$\alpha_2 = \beta_2 + 1$	…	$\alpha_m = \beta_m$	$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i t'_i$

Окончание табл. 3

Параметр	Номер типа ИРЗ				Наилучшее время при целочисленном распределении
	1	2	…	m	
Время решения ИРЗ	t'_1	t'_2	…	t'_m	T_i
Количество ИРЗ	m_1	m_2	…	m_m	
АРМ_{δ_1+2}	$\alpha_1=\beta_1$	$\alpha_2=\beta_2+1$	…	$\alpha_m=\beta_m$	$\sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$
…	…	…	…	…	…
АРМ_n	$\alpha_1=\beta_1$	$\alpha_2=\beta_2$	…	$\alpha_m=\beta_m$	$\sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$

Следует отметить, что способ формирования начального распределения может быть другим, но для работы алгоритма это непринципиально.

Шаг 5. В соответствии с утверждениями 1 и 2 определяем наилучшее время решения ИРЗ в ВС $T_i^{\text{опт}}$ при условии их целочисленного распределения по АРМ. Результаты оценки заносятся в таблицу таким образом, как сделано в табл. 4.

Таблица 4

Начальное распределение ИРЗ и наилучшее время их решения

Номер типа ИРЗ	1	2	…	m	T_i	$T_i^{\text{опт}}$	$\sum\limits_{i=1}^{n}\left(T_{\min}-T_i^{\text{опт}}\right)^2$	ΔT_i
Время решения ИРЗ	t'_1	t'_2	…	t'_m				
Количество ИРЗ	m_1	m_2	…	m_m				
$P_{\text{начальное}}$								
АРМ_1	α_1	α_2	…	α_m	$\sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$	$1+\left\lfloor \sum\limits_{i=1}^{m}\dfrac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor$	η	ΔT_1
АРМ_2	α_1	α_2	…	α_m	$\sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$	$1+\left\lfloor \sum\limits_{i=1}^{m}\dfrac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor$		ΔT_2
…	…	…	…	…	…	…		…
АРМ_δ	α_1	α_2	…	α_m	$\sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$	$1+\left\lfloor \sum\limits_{i=1}^{m}\dfrac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor$		ΔT_{δ_1}

Окончание табл. 4

Номер типа ИРЗ	1	2	…	m	T_i	$T_i^{\text{опт}}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(T_{\min}-T_i^{\text{опт}}\right)^2$	ΔT_i
Время решения ИРЗ	t'_1	t'_2	…	t'_m				
Количество ИРЗ	m_1	m_2	…	m_m				
АРМ$_{\delta+1}$	α_1	α_2	…	α_m	$\sum_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$	$\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor$	…	ΔT_{δ_1+1}
АРМ$_{\delta+2}$	α_1	α_2	…	α_m	$\sum_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$	$\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor$		ΔT_{δ_1+2}
…	…	…	…	…	…	…		…
АРМ$_n$	α_1	α_2	…	α_m	$\sum_{i=1}^{m}\alpha_i t'_i$	$\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor$		ΔT_n

В табл. 4 $\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor$ — целая часть числа $T_{\min}=\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}$ слева; η — значение критерия (18); $\Delta T_i=T_i^{\text{опт}}-T_i$ — разница между текущим значением времени решения ИРЗ, распределенных на АРМ$_i$, и наилучшим при условии целочисленного распределения ИРЗ по АРМ ВС; δ — целое число, значение числителя остатка от деления в выражении (15).

Используя утверждение 1, покажем, что распределение ИРЗ по АРМ ВС, для которого значения $T_i^{\text{опт}}$ равны представленным в табл. 4, принадлежит множеству всех возможных распределений:

$$\left(\sum_{i=1}^{n}T_i^{\text{опт}}\right)\Big/n=\left(\left(1+\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor\right)\cdot\delta+\left(\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor\right)\cdot(n-\delta)\right)\Big/n=$$
$$=\left(\delta+\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor\cdot\delta+\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor\cdot n-\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor\cdot\delta\right)\Big/n= \qquad (35)$$
$$=\left(\delta+\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor\cdot n\right)\Big/n=\left\lfloor\sum_{i=1}^{m}\frac{m_i\cdot t'_i}{n}\right\rfloor+\frac{\delta}{n}=T_{\min},$$

что соответствует выводам утверждения 1.

Используя утверждение 2, можно гарантировать, что распределение ИРЗ по АРМ, которому будет соответствовать продолжительность по времени $T_i^{\text{опт}}$ $(i = \overline{1, n})$, представленная в табл. 4, окажется наилучшим при условии целочисленности последней. Очевидно, что таких распределений, для которых время $T_i^{\text{опт}}$ $(i = \overline{1, n})$ соответствует приведенному в табл. 4, будет несколько, по крайней мере, не менее C_n^{δ}.

Значения ΔT_i показывают, на каких АРМ имеется избыток ИРЗ, а на каких — недостаток. Но поскольку количество ИРЗ ограничено, для ΔT_i $(i = \overline{1, n})$ выполняется равенство

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta T_i = 0. \tag{36}$$

Выражение (36) означает, что на одной части АРМ имеется избыток ИРЗ, а на другой — недостаток. Следовательно, необходимо перераспределить ИРЗ между АРМ таким образом, чтобы выполнилось равенство $\Delta T_i = 0$ $(i = \overline{1, n})$, тогда, в соответствии с утверждением 2, будет найдено оптимальное целочисленное распределение ИРЗ по АРМ ВС.

Шаг 6. Для АРМ$_d$ $(d = \overline{1, n})$ находима такая линейная комбинация t_i' $(i = \overline{1, m})$, чтобы выполнялось равенство

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot t_i' = \Delta T_d, \tag{37}$$

где λ_i $(i = \overline{1, m})$ — целочисленный коэффициент, характеризующий количество ИРЗ i-го типа, которые необходимо либо добавить на АРМ$_d$, либо убрать (в зависимости от знака «+» или «–» при λ_i); d — номер АРМ.

Для удобства определения линейной комбинации (37) построим матрицу попарных разностей по времени решения ИРЗ на АРМ:

$$\begin{pmatrix} t_1' & t_2' & t_3' & t_4' & \cdots & t_{m-1}' & t_m' \\ 0 & t_1'-t_2' & t_1'-t_3' & t_1'-t_4' & \cdots & t_1'-t_{m-1}' & t_1'-t_m' \\ t_2'-t_1' & 0 & t_2'-t_3' & t_2'-t_4' & \cdots & t_2'-t_{m-1}' & t_2'-t_m' \\ t_3'-t_1' & t_3'-t_2' & 0 & t_3'-t_4' & \cdots & t_3'-t_{m-1}' & t_3'-t_m' \\ t_4'-t_1' & t_4'-t_2' & t_4'-t_3' & 0 & \cdots & t_4'-t_{m-1}' & t_4'-t_m' \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ t_m'-t_1' & t_m'-t_2' & t_m'-t_3' & t_m'-t_4' & \cdots & t_m'-t_{m-1}' & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{10} & \gamma_{20} & \gamma_{30} & \gamma_{40} & \cdots & \gamma_{m0} \\ 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \gamma_{14} & \cdots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & 0 & \gamma_{23} & \gamma_{24} & \cdots & \gamma_{2m} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & 0 & \gamma_{34} & \cdots & \gamma_{3m} \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} & \gamma_{43} & 0 & \cdots & \gamma_{4m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \gamma_{m3} & \gamma_{m4} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{38}$$

Например, пусть для некоторого АРМ$_d$ имеем

$$\Delta T_d = \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{24} = t_1' - t_2' + t_1' - t_3' + t_2' - t_4' = 2t_1' - t_3' - t_4'. \tag{39}$$

Тогда, для того чтобы выполнить равенство $\Delta T_d = 0,$ необходимо на АРМ$_d$ добавить две ИРЗ 1-го типа и снять по одной ИРЗ 3-го и 4-го типов.

Заключение. Если повторить шаг 6 (n – 1) раз, можно получить оптимальное целочисленное распределение ИРЗ по АРМ ВС, для которого будут выполняться утверждения 1 и 2. Оптимальное целочисленное распределение, в соответствии с (31), будет достигнуто при условии, что на δ АРМ распределенные на них ИРЗ будут решаться за время, равное $(\beta + 1),$ а на $(n - \delta)$ — за время, равное $\beta.$ Следует обратить внимание, что количество итераций можно уменьшить. Например, если на шаге 6 получено распределение ИРЗ для АРМ$_d$, при котором $\Delta T_d = 0$ и время решения равно $\beta,$ то такой же состав ИРЗ можно распространить на другие $(n - \delta - 1)$ АРМ. В соответствии с этим количество итераций уменьшится на эту же величину. Если принять во внимание, что одна итерация — это определение состава ИРЗ для одного АРМ, то общее количество итераций в предложенном алгоритме составит $(\delta + 1).$ В известных методах, описанных в [2–4], количество итераций составляет (n — 1) раз или M раз, т. е. равно количеству ИРЗ.

Таким образом, преимущества предложенного алгоритма заключаются в следующем:

– используя утверждения 1, 2, можно расчетным способом определить значение наилучшего времени решения всего комплекса ИРЗ, распределенных по АРМ ВС, которое будет удовлетворять критерию (18), а с применением методов, изложенных в [2–4], можно добиться такого времени только после завершения процесса распределения ИРЗ по АРМ;

– количество итераций, за которое можно получить целочисленное распределение ИРЗ по АРМ ВС, будет меньше, чем при использовании указанных выше методов, минимум на величину $(n - \delta - 2),$ а максимум — на величину $(M - \delta - 1),$ что свидетельствует о более высокой оперативности предложенного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Журбин С.А., Казаков Г.В. Геометрический метод оперативного управления распределенным решением информационно-расчетных задач в вычислительных сетях. *Надежность*, 2016, № 2, с. 31–38.

[2] Журбин С.А., Казаков Г.В. Подход к обоснованию требований к показателям надежности технических средств АСУ с использованием аппарата непрерывных процессов Маркова. *Труды секции 22 имени академика В.Н. Челомея XLI Академических чтений по космонавтике. Вып. 5.* Реутов, ВПК «НПО машиностроения», 2017, с. 465–481.

[3] Журбин С.А., Казаков Г.В. Применение геометрического метода оперативного управления распределенным решением информационно-расчетных задач в вычислительных сетях на примере трехмашинного комплекса. *Труды секции 22 имени академика В.Н. Челомея XL Академических чтений по космонавтике. Вып. 4.* Реутов, ВПК «НПО машиностроения», 2016, с. 353–363.

[4] Журбин С.А., Казаков Г.В., Корянов В.В. Методы обоснования количественного состава и оценки значений показателей надежности технических объектов вычислительной сети летательных аппаратов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 8. http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-8-2009

[5] Вагнер Г. *Основы исследования операций.* Том 1. Москва, Мир, 1972, 335 с.

[6] Вагнер Г. *Основы исследования операций*. Том 2. Москва, Мир, 1973, 488 с.

[7] Вагнер Г. *Основы исследования операций*. Том 3. Москва, Мир, 1973, 501 с.

[8] Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. *Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем*. Москва, Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986, 296 с.

[9] Таха Х. *Введение в исследование операций*: в 2 кн. Кн. 1. Пер. с англ. Москва, Мир, 1985, 479 с.

[10] Таха Х. *Введение в исследование операций*: в 2 кн. Кн. 2. Пер. с англ. Москва, Мир, 1985. 496 с.

Статья поступила в редакцию 23.05.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Горин И.М., Журбин С.А., Савельев С.А. Алгоритм оптимального распределения информационно-расчетных задач подготовки данных применения летательных аппаратов по рабочим местам вычислительной сети. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2024, вып. 8. EDN KEWSOH

Горин Иван Михайлович — канд. техн. наук, начальник отдела НИЦ (г. Королев) ФГБУ «ЦНИИ ВКС» Минобороны России; автор более 50 работ в области связи, информационных систем и технологий. e-mail: iv.gorin2009@yandex.ru

Журбин Сергей Александрович — старший научный сотрудник НИЦ (г. Королев) ФГБУ «ЦНИИ ВКС» Минобороны России; автор более 40 работ в области обоснования требований к автоматизированным системам управления. e-mail: serdgo4@yandex.ru

Савельев Сергей Анатольевич — старший научный сотрудник НИЦ (г. Королев) ФГБУ «ЦНИИ ВКС» Минобороны России; Автор более 40 работ в области авиационно-космических систем и комплексов. e-mail: s.savelev1958@yandex.ru

Algorithm for optimal distribution of the information and computation tasks in preparation of the aircraft application data across the computer network workstations

Central Research Institute of Aerospace Forces, Ministry of Defence of Russia, Moscow Region, Korolyov, 141090, Russian Federation

Modern dynamic conditions of human life need to further develop the enormous information content and require high speed in its processing and convenient forms in its storage and transmission. Besides, it is necessary to implement fast methods in accessing the information, as well as algorithms to search for data in the specified time intervals to implement complex mathematical and logical data processing by the machine methods. In preparation of data for engagement of a group of aerial vehicles, command and control units are facing the task to ensure information and computation support in the shortest possible time and to solve a certain set of independent information and computation problems. Thus, organizing the distributed information processing appears to be a problem of utmost importance. The existing methods in providing distributed solution to the information and computation problems in the computer networks are based on the interactive selection of an optimal option in organizing the computation process, which is a result of successive approximation of the desired solution. The obtained solution is unable to guarantee that it could ensure the best time in solving the entire complex of information and computation problems in the computer networks. The paper considers an algorithm for optimal integer distribution of a set of different types of the information and computation problems across the computer network automated workstations ensuring minimization of the time of their one-time (parallel) solution.

Keywords: *computer network, fractional distribution of tasks, integer distribution of tasks, algorithm, optimal distribution of tasks, automated workstation*

REFERENCES

[1] Zhurbin S.A., Kazakov G.V. Geometricheskiy metod operativnogo upravleniya raspredelennym resheniem informatsionno-raschetnykh zadach v vychislitelnykh setyakh [Geometrical method for the operational control of the distributed solution of information-computing tasks in computer networks]. *Nadezhnost – Dependability*, 2016, no. 2, pp. 31–38.

[2] Zhurbin S.A., Kazakov G.V. Podkhod k obosnovaniyu trebovaniy k pokazatelyam nadezhnosti tekhnicheskikh sredstv ASU s ispolzovaniem apparata nepreryvnykh protsessov Markova [An approach to substantiating the requirements for reliability indicators of technical means of automated control systems using the apparatus of continuous processes Markov]. In: *Trudy sektsii 22 imeni akademika V.N. Chelomeya XLI Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Proceedings of Section 22 named after Academician V.N. Chelomey of XLI Academic Readings on Astronautics]. Iss. 5. Reutov, MIC “NPO Mashinostroyenia” Publ., 2017, pp. 465–481.

[3] Zhurbin S.A., Kazakov G.V. Primenenie geometricheskogo metoda operativnogo upravleniya raspredelennym resheniem informatsionno-raschetnykh zadach v vychislitelnykh setyakh na primere trekhmashinnogo kompleksa [Application of the geometric method of operational control of the distributed solution of information and computational problems in computer networks on

the example of a three-machine complex]. In: *Trudy sektsii 22 imeni akademika V.N. Chelomeya XL Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Proceedings of Section 22 named after Academician V.N. Chelomey of XL Academic Readings on Astronautics]. Iss. 4. Reutov, MIC "NPO Mashinostroyenia" Publ., 2016, pp. 353–363.

[4] Zhurbin S.A., Kazakov G.V., Koryanov V.V. Metody obosnovaniya kolichestvennogo sostava i otsenki znacheniy pokazateley nadezhnosti tekhnicheskikh obyektov vychislitelnoy seti letatelnykh apparatov [Methods of substantiating the quantitative composition and estimating the values of reliability indicators of technical objects of aircraft computer network]. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2020, issue 8. https://doi.org/10.18698/2308-6033-2020-8-2009

[5] Wagner H. *Principles of Operations Research*. Prentice-Hall, 1969 [In Russ.: Vagner G. Osnovy issledovaniya operatsiy. Tom 1. Moscow, 1972, Mir Publ., 335 p.].

[6] Wagner H. *Principles of Operations Research*. Prentice-Hall, 1969 [In Russ.: Vagner G. Osnovy issledovaniya operatsiy. Tom 2. Moscow, 1972, Mir Publ., 488 p.].

[7] Wagner H. *Principles of Operations Research*. Prentice-Hall, 1969 [In Russ.: Vagner G. Osnovy issledovaniya operatsiy. Tom 3. Moscow, 1972, Mir Publ., 501 p.].

[8] Dubov Yu.A., Travkin S.I., Yakimets V.N. *Mnogokriterialnye modeli formirovaniya i vybora variantov sistem* [Multicriteria models of formation and selection of the system variants]. Moscow, 1986, Nauka Publ., 296 p.

[9] Taha H. *Operations Research: An Introduction*. Macmillan Library Reference, 1976 [In Russ.: Takha Kh. Vvedenie v issledovanie operatsiy: v 2 knigakh. Kn. 1. Moscow, Mir Publ., 1985, 479 p.].

[10] Taha H. *Operations Research: An Introduction*. Macmillan Library Reference, 1976 [In Russ.: Takha Kh. Vvedenie v issledovanie operatsiy: v 2 knigakh. Kn. 1. Moscow, Mir Publ., 1985, 496 p.].

Zhurbin S.A., Senior Researcher, Central Research Institute of Aerospace Forces, Ministry of Defence of Russia; author of more than 40 works in substantiation of requirements to the automated control systems. e-mail: serdgo4@yandex.ru

Gorin I.M., Cand. Sc. (Eng.), Department Head, Central Research Institute of Aerospace Forces, Ministry of Defence of Russia; author of more than 50 works in communications, information systems and technologies. e-mail: iv.gorin2009@yandex.ru

Saveliev S.A., Senior Researcher, Central Research Institute of Aerospace Forces, Ministry of Defence of Russia; author of more than 40 works in aerospace systems and complexes. e-mail: s.savelev1958@yandex.ru