

Исследование эффективности методов оценивания параметров движения техногенных космических объектов по разнородной измерительной информации

© А.А. Гаврилова, А.А. Беляев, Г.Г. Ступак

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

Представлен обзор методов, используемых при оценивании (уточнении) параметров движения техногенных космических объектов (ТКО). Проведен анализ их применимости к решению задачи обработки разнородной измерительной информации, полученной от разнотипных технических средств мониторинга околоземного космического пространства. На основе результатов анализа выделены особенности, преимущества и недостатки методов в рамках решения поставленной задачи. Приведено обоснование выбора модификаций этих методов, позволяющих компенсировать выявленные недостатки. Выполнен сравнительный анализ результатов применения рассматриваемых модификаций по оперативности получения оценок, точности оценок параметров орбитального движения ТКО, а также робастности. Сформированы рекомендации по эффективному использованию рассматриваемых модификаций методов оценивания параметров движения ТКО в зависимости от приоритетности того или иного критерия эффективности решения задачи оценивания при различном объеме измерительной информации и длительности мерного интервала.

Ключевые слова: оценивание, техногенные космические объекты, параметры орбиты, сигма-точечный фильтр Калмана, алгоритм Левенберга — Марквардта, разнородная измерительная информация

Введение. В настоящее время исключительную важность представляет задача мониторинга околоземного космического пространства, что обусловлено непрерывным ростом темпа засорения космического пространства техногенными объектами [1]. Актуальной является задача создания перспективной системы информационно-аналитического обеспечения безопасности космической деятельности в околоземном космическом пространстве (ОКП) «Млечный путь» [2] (далее — Система). Ключевые элементы Системы — оптико-электронные системы (ОЭС) наземного и космического базирования, а также наземные радиолокационные станции (РЛС) мониторинга ОКП, размещенные на Земле и в космосе. Базовым результатом функционирования Системы в части мониторинга техногенных космических объектов (ТКО) будет орбитальная информация, представленная в непрерывно обновляющихся каталогах ТКО. Поддержание каталога в актуальном состоянии (обновление информации) будет осуществляться в результате совместной обработки измерительной информации технических средств мониторинга ОКП о наблюдаемых ТКО.

Цель данной работы — разработка рекомендаций по применению методов оценивания (уточнения) параметров движения ТКО по разнородной измерительной информации разнотипных технических средств мониторинга ОКП на основе их сравнительного анализа.

Разнородная измерительная информация. В данной статье под разнородной измерительной информацией понимается совокупность измерений навигационных параметров движения ТКО, полученная в результате мониторинга ОКП разнотипными техническими средствами: радиолокационными и оптико-электронными средствами наземного и космического базирования. Рассматривается вариант низкоорбитальной группировки космических аппаратов (КА), оснащенных специализированной бортовой измерительной оптико-электронной аппаратурой. Перечисленные технические средства мониторинга формируют потоки измерительной информации, представленной различными наборами навигационных параметров движения ТКО. Полученная от РЛС информация представляет совокупность измерений значений дальности, радиальной скорости, азимута и угла места ТКО. Информация, поступающая от ОЭС наземного и космического базирования, представляет измерения углов прямого восхождения и склонения ТКО.

Поступившая с различных средств мониторинга измерительная информация является разнородной, в том числе разноточной, что значительно усложняет вычислительный процесс. Предположение о характере используемого при обработке закона распределения ошибок измерений связывается прежде всего с центральной предельной теоремой, утверждающей, что сумма таких независимых случайных величин, удельный вес каждой из которых стремится к нулю при неограниченном увеличении числа слагаемых, в пределе распределена по нормальному закону. Данная теорема весьма актуальна для случая уточнения параметров движения ТКО с помощью измерительной информации, накопленной от различных средств мониторинга. В процессе измерений происходит суммирование большого количества ошибок самого разнообразного происхождения, поэтому с учетом центральной предельной теоремы примем, что суммарная ошибка измерений будет распределена по нормальному закону.

В целом исследование закона распределения ошибок измерений является отдельной задачей. Например, при малом количестве измерений или в случае, когда точность измерений определена недостаточно надежно, справедливо предположение о распределении ошибок измерений по закону Лапласа. Подобного рода случаи будут рассмотрены в дальнейших работах.

Анализ методов оценивания параметров движения техногенных космических объектов в околоземном космическом пространстве. Представим краткий обзор используемых при обработке измерительной информации методов и анализ их применимости

к решению поставленной задачи. Вывод о возможности использования того или иного метода оценивания параметров движения формируется исходя из того, насколько реально применять этот метод для случая нормального закона распределения ошибок измерений.

Параметры движения КО уточняют с помощью методики их статистического оценивания по результатам траекторных измерений. К подлежащим оцениванию параметрам движения $\bar{x} = \{x_1, \dots, x_m\}$ относятся параметры орбиты КО в виде начального вектора состояния $\{r_0, V_0\}$ в прямоугольной геоцентрической инерциальной системе координат на момент времени t_0 , а также некоторые дополнительные параметры, влияющие на движение объекта (например, баллистический коэффициент, коэффициент солнечного давления и т. д.).

В рассматриваемой задаче оценивания параметров движения КО предусмотрено использование измерительной информации разного вида, поступающей от разных источников.

В настоящее время при оценивании параметров движения КО широко применяются [3]:

- метод наименьших квадратов (МНК);
- метод наименьших модулей (МНМ);
- метод максимального правдоподобия (ММП);
- метод минимального риска (ММР);
- метод максимальной апостериорной вероятности (ММАВ);
- фильтрация калмановского типа (ФКТ).

Методы получения оценок можно разделить на две большие группы. При использовании первой группы методов приходится оперировать функциями распределения ошибок измеряемых величин, характер и параметры которых известны. К этим методам относятся ММП, ММР и ММАВ. При использовании второй группы, в которую входят МНК и МНМ, не требуется знания параметров функций распределения.

Метод наименьших квадратов (МНК) часто применяется при обработке результатов экспериментов и наблюдений в различных прикладных задачах. Его широкое распространение объясняется тем, что он сравнительно прост в вычислительном отношении, требует для своего использования минимальной информации об условиях эксперимента (в частности, при обработке результатов измерений не требуется знать параметры функции распределения ошибок измерений) и при определенных условиях обеспечивает получение несмещенных оценок, обладающих также и другими оптимальными свойствами [3].

Метод наименьших модулей целесообразно применять тогда, когда ошибки измерений распределены по закону Лапласа. В случае, когда ошибки измерений распределены по нормальному закону, метод максимального правдоподобия сводится к МНК [4].

В методе минимального риска используется байесовский подход к учету априорной информации, т. е. подразумевается, что вектор начального состояния случаен и должен иметь вид вероятностного закона распределения. Данное условие не выполняется при постановке текущей задачи. В свою очередь, метод максимальной апостериорной вероятности рассматривается как частный случай ММП при простой функции потерь.

Фильтрация калмановского типа, в частности использование алгоритмов традиционного линейаризованного фильтра Калмана, неэффективна при условиях рассматриваемой задачи. Отмечено [5], что в задачах такого класса лежащие в основе рекуррентных алгоритмов байесовские условные функции плотности вероятностей могут существенно отличаться от гауссовой. Указанный фактор часто приводит к повышенным ошибкам уточнения параметров орбиты и даже к расходимости вычислительного процесса оценивания [5]. В работах [6–10] предложено множество методических средств, расширяющих возможности рекуррентных алгоритмов фильтрации, однако данные предложения не помогают справиться с проблемой точности и надежности решения задач оценивания параметров движения. В связи с этим при уточнении параметров движения методами фильтрации калмановского типа следует абстрагироваться от классического понимания алгоритмов рекуррентной обработки и решать поставленную задачу с помощью методов, реализующих совместную обработку результатов наблюдений по полной выборке. Существуют модификации ФКТ, которые позволяют использовать весь массив накопленной измерительной информации на этапе коррекции.

Обоснование выбора модификаций метода наименьших квадратов и фильтрации калмановского типа. Исходя из представленных выше рассуждений, целесообразно для решения задачи оценивания (уточнения) параметров движения КО по разнородной измерительной информации рассматривать методы оценивания, основанные на предположении о нормально распределенных ошибках измерений. В связи с этим далее будет рассмотрен сравнительный анализ метода наименьших квадратов и фильтрации калмановского типа в их модификациях, компенсирующих недостатки этих методов и наиболее подходящих с точки зрения эффективности решения поставленной задачи.

Поскольку требуется выполнять совместную обработку большого объема разнородной измерительной информации разнотипных технических средств мониторинга ОКП, а также отсеивать аномальные измерения с целью повышения робастности алгоритмов оценивания, необходимо осуществить выбор модификаций МНК и ФКТ.

Метод наименьших квадратов обладает низкой оперативностью оценок. Для того чтобы нивелировать данный недостаток, предлагается

использовать метод Левенберга — Марквардта (LM) [11, 12], который обеспечивает увеличение скорости нахождения минимума оценок. В свою очередь, метод LM (также известный как метод затухающих наименьших квадратов) представляет собой комбинацию метода наискорейшего спуска и метода Ньютона. Особенностью данного метода является введенный Марквардтом способ учета кривизны спуска, компенсирующий недостатки метода градиентного спуска.

Фильтр Калмана широко используется при обработке координатной информации технических средств мониторинга. Алгоритм фильтра Калмана чувствителен к аномальным измерениям. В данной работе рассматриваются сигма-точечный фильтр Калмана (UKF) и его модификации [13, 14]. Применение сигма-точечного преобразования позволяет изменить структуру фильтра и использовать все накопленные измерения на шаге коррекции. При коррекции по большому числу измерений появляется возможность отбрасывать аномальные измерения.

На этапе коррекции вектора по невязке измеренного и оцениваемого значения вычисляется необходимая коррекция вектора состояния с помощью матрицы коэффициентов, рассчитываемой из отношения ковариационных матриц вектора состояния и невязки измерения относительно оценки траектории. Если измерение является аномальным, то невязка измерения не соответствует отношению ковариационных матриц, значит, такое измерение значительно искажает оценку вектора состояния. С целью уменьшения влияния единичного измерения имеет смысл усреднять коррекции от единичных измерений. Для повышения робастности вместо среднего значения, вычисленного по всем коррекциям, используют медианное значение. Поскольку коррекция представляет собой многомерный вектор, коррекцию вектора состояния необходимо свести к одномерному пространству. Свернуть коррекции от единичных измерений в пространстве вектора состояния можно посредством вычисления расстояния Махнолобиса. [15]. Аномальные измерения отбрасываются на основании того, что расстояние Махнолобиса превышает допустимое отношение к медиане.

Алгоритм исследования эффективности методов Левенберга — Марквардта и сигма-точечного фильтра Калмана в условиях поставленной задачи. Исследование эффективности применения методов LM и UKF проводится в три этапа:

- формирование файлов с разным объемом разнородной, в том числе разноточной, измерительной информации и разной длительностью мерного интервала;
- реализация алгоритмов LM и UKF для сформированных файлов, при которой уточняемые параметры вектора состояния ТКО представляются в виде элементов Лагранжа, что обеспечивает снятие

корреляционных связей между параметрами и, как следствие, снижает вероятность расхождения задачи получения оценок, решаемой с помощью разработанных алгоритмов;

– сравнение оперативности (времени, затрачиваемого на решение задачи уточнения параметров движения) и точности (величины суммы квадратов невязок между измеренными параметрами и их расчетными аналогами) нахождения оценок алгоритмами LM и UKF как показателей эффективности, причем рекомендации к выбору того или иного метода формируются исходя из соображений приоритетности того или иного критерия эффективности.

Результаты моделирования. Далее представлены графические зависимости, отображающие количество итераций, точность нахождения оценок, а также время (в микросекундах), затрачиваемое на решение задачи уточнения параметров движения, в случае использования алгоритмов LM и UKF.

Точность нахождения оценок характеризуется значением функции квадратного корня из суммы квадратов невязок измеренных угловых параметров и их расчетных аналогов, вычисленных в радианах:

$$f(\vec{y}, \vec{y}^p(\vec{x}(x_0(t_0), t))) = \sqrt{\sum_{i=0}^n (y_i - y_i^p(x_0(t_0), t_i))^2}, \quad (1)$$

где $\vec{y} = \{y_i\}$ — вектор измеренных параметров; $\vec{y}^p(\vec{x}(x_0(t_0), t)) = \{y_i^p(x_0(t_0), t_i)\}$ — вектор расчетных аналогов измерений ($x_0(t_0)$ — начальный вектор состояния на момент времени t_0 , n — количество моментов измерений).

Алгоритмы были реализованы для случаев различного объема измерительной информации и длительности мерного интервала.

Случай 1 — проведено уточнение параметров движения по 44 измерениям, полученным в результате проведения пяти сеансов измерений на мерном интервале, равном 1 сут (рис. 1). Интервалы между сеансами связи составляют 5 ч. Для данного случая оценки, полученные методом LM, оказываются точнее на $\Delta f = 0,1$ рад, чем оценки, определенные с помощью метода UKF. Однако метод UKF обладает более высоким быстродействием ($\Delta t = 0,04$ с), чем метод LM. При уточнении методом LM количество итераций в 2 раза больше, но их длительность значительно меньше.

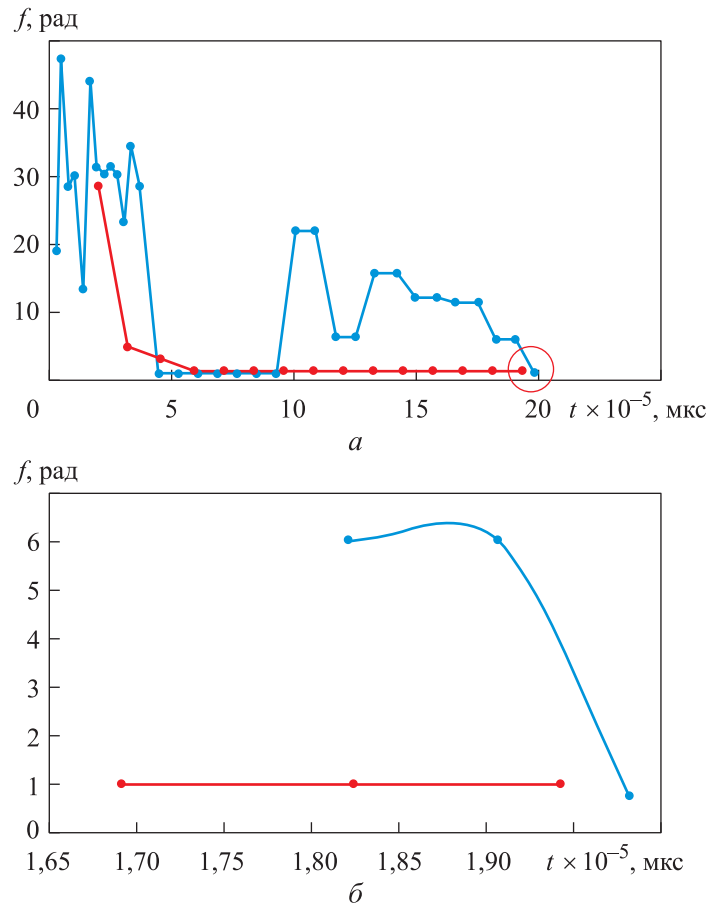


Рис. 1. Зависимость точности полученных оценок от времени решения задачи уточнения для случая 1 (а) (б — в увеличенном масштабе):

— LM; — UKF

Случай 2 — выполнено уточнение параметров движения по 34 измерениям (рис. 2). Самый длительный интервал между измерениями составляет 5 ч. Если уменьшить количество измерений на 10, то по сравнению со *случаем 1* оперативность получения оценок методом UKF значительно возрастает — на 1 с. Однако оценки, полученные методом LM, остаются на $\Delta f = 0,45$ рад точнее.

Случай 3 — уточнение параметров движения также осуществляется по 34 измерениям, но самый длительный интервал между измерениями увеличен до 10 ч (рис. 3). Оценки UKF при сохранении оперативности их получения оказались точнее, чем оценки с помощью метода LM, на $\Delta f = 0,2$ рад.

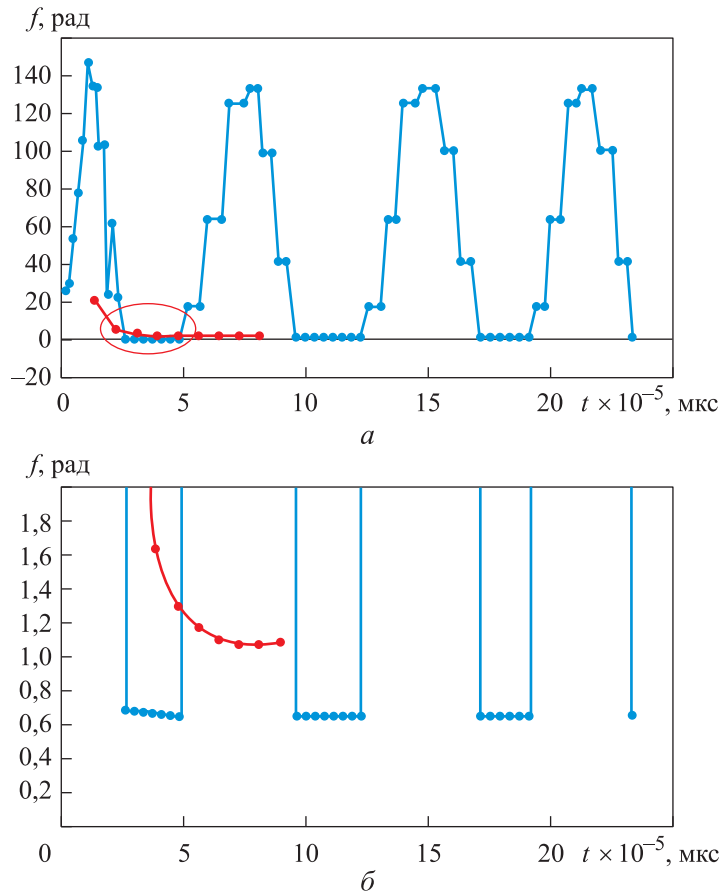


Рис. 2. Зависимость точности полученных оценок от времени решения задачи уточнения для *случая 2* (а) (б — в увеличенном масштабе):
 — LM; — UKF

Случай 4 — уточнение параметров движения проводится по девяти измерениям, полученным за один сеанс связи (рис. 4). Алгоритм UKF теряет устойчивость и расходится до получения оценок, приемлемых с точки зрения точности.

Случай 5 — мерный интервал увеличен до 2 сут, уточнение проводится по 62 измерениям, полученным в результате семи сеансов связи (рис. 5). Самый длительный интервал между измерениями составляет 17 ч. Метод LM оказался на $\Delta f = 4,1$ рад точнее и на 1 с оперативнее.

Анализ результатов моделирования. В результате анализа приведенных графических зависимостей были сформулированы следующие выводы:

- LM характеризуется большим количеством итераций (30–70), необходимых для решения задачи оценивания параметров, однако

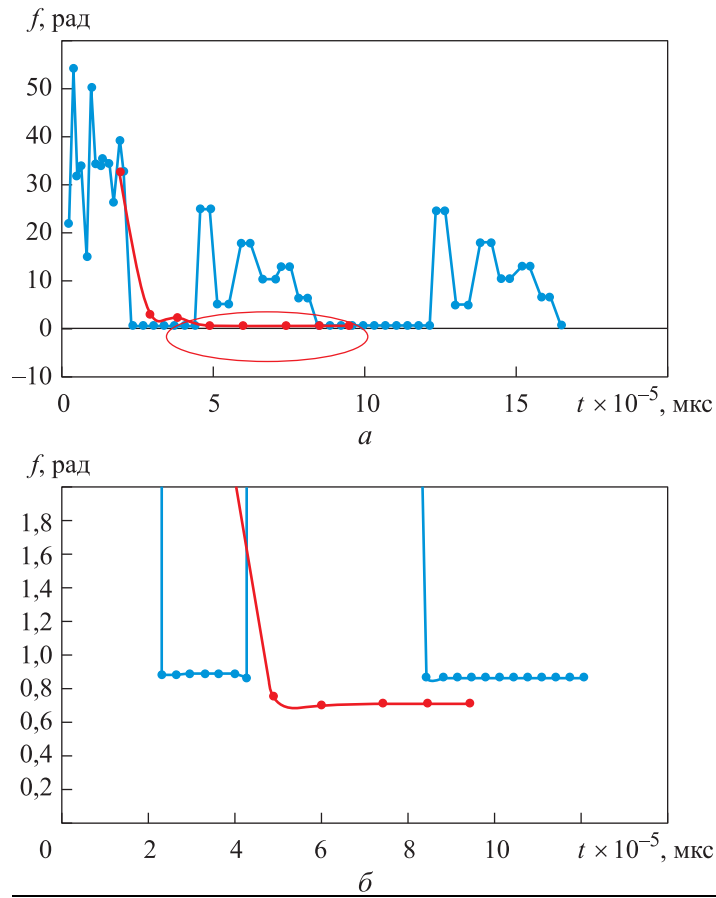


Рис. 3. Зависимость точности полученных оценок от времени решения задачи уточнения для *случая 3* (*а*) (*б* — в увеличенном масштабе):
 — LM; — UKF

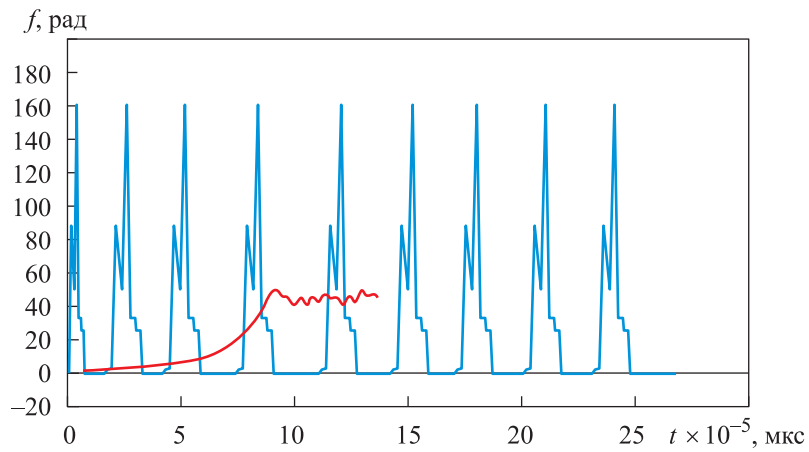


Рис. 4. Зависимость точности полученных оценок от времени решения задачи уточнения для *случая 4*:
 — LM; — UKF

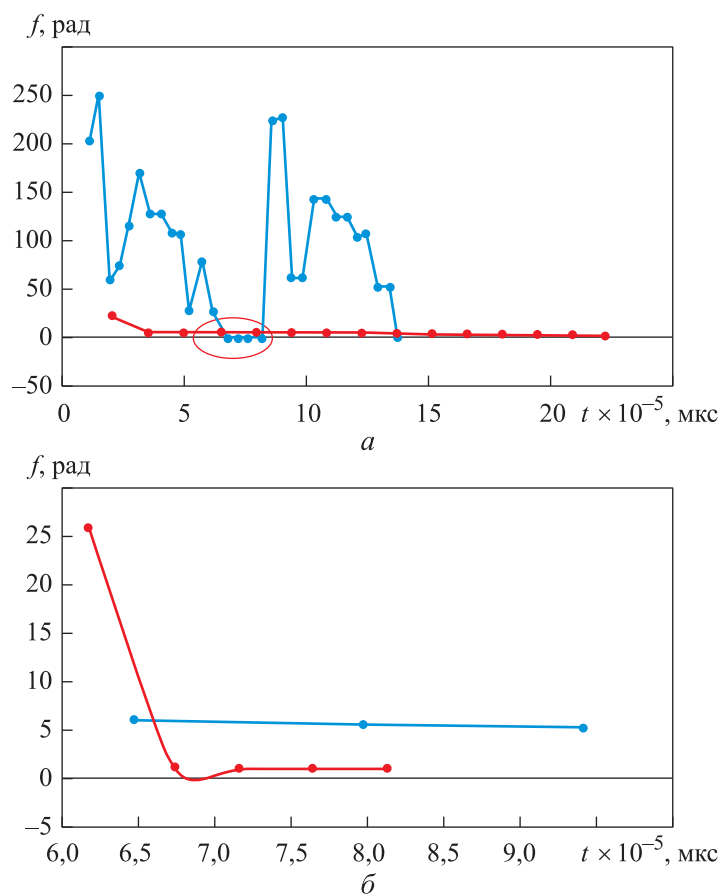


Рис. 5. Зависимость точности полученных оценок от времени решения задачи уточнения для случая 5 (а) (б — в увеличенном масштабе):

— LM; — UKF

длительность одного шага уточнения параметров значительно меньше, чем у шага UKF;

– средняя продолжительность работы алгоритмов составляет 1–2 с;

– LM чаще всего характеризуется нахождением более удовлетворительного экстремума — точность оценок, полученных с помощью метода LM, выше;

– для UKF характерна более быстрая сходимость в случае уточнения параметров движения по накопленной за 1 сут измерительной информации, однако при увеличении длительности мерного интервала метод LM более оперативен — решает задачу оценивания орбиты на 1 с быстрее;

– для UKF требуется меньшее количество итераций (9–15) по сравнению с LM для достижения локального минимума;

– при малом количестве измерений UKF расходится.

Проведен также анализ робастности представленных методов. Для этого в файлы с измерительной информацией были искусственно введены аномальные измерения, сформированные следующим образом:

– для измерительной информации, не включающей аномальные измерения, рассчитывались математическое ожидание и дисперсия невязок измерений и их расчетных аналогов;

– в массивы измерительной информации вводились измерения, для которых отклонения абсолютных значений невязок от рассчитанного на первом этапе математического ожидания не удовлетворяют критерию трех сигм.

Выявлено, что метод UKF теряет устойчивость при наличии 20 % аномальных измерений от общего количества всех сделанных. Для метода LM потеря устойчивости происходит тогда, когда количество аномальных измерений превышает 35 %. Следовательно, несмотря на то что оба метода обладают возможностью отбраковки аномальных измерений на каждой итерации алгоритма, метод LM оказывается более надежным с точки зрения робастности.

Рекомендации по применению методов Левенберга — Марквардта и сигма-точечного фильтра Калмана. Как правило, в общем случае требования к решению задачи уточнения параметров движения КА по точности, оперативности и надежности противоречивы, что является одной из главных причин большого многообразия различных методов решения рассматриваемой задачи. В связи с этим, основываясь на представленных выводах, следует отметить, что оба рассмотренных метода могут быть применимы для решения задачи оценивания параметров движения, однако выбор одного из них будет зависеть от приоритетности того или иного критерия эффективности.

Разработаны рекомендации по выбору описанных методов в следующих случаях:

– при жестких требованиях к оперативности решения задачи уточнения параметров движения целесообразно использовать UKF;

– при значительном количестве измерений нужно применять LM;

– при жестких требованиях к надежности (вероятности сходимости решения задачи уточнения) и точности необходимо предпочесть LM.

Заключение. Проанализированы основные методы оценивания параметров движения техногенных космических объектов. В результате анализа в качестве применимых для решения задачи уточнения параметров движения ТКО по разнородной измерительной информации были выделены метод наименьших квадратов и фильтрация калмановского типа. Для того чтобы компенсировать некоторые их недостатки, был осуществлен выбор модификаций соответствующих

методов. Для повышения оперативности МНК был использован метод Левенберга — Марквардта, а для улучшения робастности ФКТ — сигма-точечный фильтр Калмана. По результатам проведенного сравнительного анализа представленных модификаций по критериям оперативности, точности и робастности сформулированы рекомендации по их применению в зависимости от приоритетности того или иного критерия эффективности при решении задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Алешин В.И., Астраханцев М.В., Афанасьева Т.И. [и др.]. *Мониторинг техногенного засорения околоземного пространства и предупреждение об опасных ситуациях, создаваемых космическим мусором*. Ю.Н. Макаров, ред. Рязань, Изд-во РИНФО, 2015, 243 с.
- [2] *Концепция создания системы информационно-аналитического обеспечения безопасности космической деятельности в околоземном космическом пространстве «Млечный путь» на период 2022–2025 годов и на перспективу до 2035 года*. URL: http://www.inasan.ru/wp-content/uploads/2022/05/Cont_1801_2022.pdf (дата обращения: 01.03.2024).
- [3] Тюлин А.Е., Беганов В.В., Кобзарь А.А. *Навигационно-баллистическое обеспечение полета ракетно-космических средств. Методы, модели и алгоритмы оценивания параметров движения. В 2-х кн. Кн. 1*. Москва, Радиотехника, 2018, 480 с.
- [4] Мудров В.И., Кушко В.Л. *Методы обработки измерений: Квазиправдоподобные оценки*. Изд. 2-е, перераб. и доп. Москва, Радио и связь, 1983, 304 с.
- [5] Миронов В.И., Миронов Ю.В., Хегай Д.К. Оптимальное определение орбиты космических объектов по угловым измерениям наземных оптико-электронных станций. *Тр. СПИИРАН*, 18:5 (2019), с. 1239–1263.
- [6] Horwood J.T., Poore A.B. Gauss von Mises Distribution for Improved Uncertainty Realism in Space Situational Awareness. *SIAM/ASA Journal of Uncertainty Quantification*, 2014, vol. 2, no. 1, pp. 276–304.
- [7] Jones B.A., Doostan A., Born G.H. Nonlinear Propagation of Orbit Uncertainty Using Non-Intrusive Polynomial Chaos. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, vol. 36, no. 2, pp. 430–444.
- [8] DeMars K.J., Bishop R.H., Jah M.K. Entropy-Based Approach for Uncertainty Propagation of Nonlinear Dynamical Systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, vol. 36, no. 4, pp. 1047–1057.
- [9] Bayramoglu E., Ravn O., Andersen N.A. A Novel Hypothesis Splitting Method Implementation for Multi-Hypothesis Filters. In: *Proc. 10th IEEE International Conference on Control & Automation*. Hangzhou, China, June 12–14, 2013, pp. 574–579.
- [10] Psiaki M. Gaussian mixture nonlinear filtering with resampling for mix and narrowing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, vol. 6, no. 21, pp. 5499–5512.
- [11] Mendis B.S.U., Gedeon T.D., Koczy L.T. Learning Generalized Weighted Relevance Aggregation Operators Using Levenberg-Marquardt Method. In: *IEEE Proceedings of the Sixth International Conference on Hybrid Intelligent Systems (CIMCA'06)*. Sydney, Australia, 2006, pp. 34–39.
- [12] Levenberg K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1944, vol. 2, no. 2, pp. 164–168.

- [13] Julier S.J., Uhlmann J.K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In: *Proc. of the Int. Conf. "Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition"*. Orlando FL, 1997, pp. 182–193.
- [14] Wan E.A., Van Der Merwe R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation" (PDF). In: *Proc. of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373)*. 2000, p. 153. CiteSeerX 10.1.1.361.9373. DOI: 10.1109/ASSPCC.2000.882463. ISBN 978-0-7803-5800-3
- [15] Бородавкин Л.В. Построение параметров траектории с использованием фильтра Калмана с шагом коррекции по всем измерениям в РЛС дальнего обнаружения. *Радиопромышленность*, 2016, т. 26, № 1, с. 28–32. DOI: 10.21778/2413-9599-2016-1-28-32

Статья поступила в редакцию 18.03.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Гаврилова А.А., Беляев А.А., Ступак Г.Г. Исследование эффективности методов оценивания параметров движения техногенных космических объектов по разнородной измерительной информации. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2024, вып. 5.

Гаврилова Анастасия Аркадьевна — аспирант кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: 7193778@mail.ru SPIN-код: 2266-7561 AuthorID: 1195117

Беляев Андрей Алексеевич — аспирант кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: belyaevaa@bmstu.ru SPIN-код: 1941-4981 AuthorID: 1039198

Ступак Григорий Григорьевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: stupak.grigory@yandex.ru

Efficiency analysis of methods in assessing the man-made space objects motion parameters based on the heterogeneous measurement data

© A.A. Gavrilova, A.A. Belyaev, G.G. Stupak

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

The paper reviews methods used in assessing (refining) motion parameters of the man-made space objects (MMSO). It analyzes their applicability in solving the problem of processing the heterogeneous measurement data obtained from different types of technical means in monitoring the near-Earth space. Based on the analysis results, the paper identifies features, advantages and disadvantages of methods within the framework of solving the problem. Selection of these methods' modifications is substantiated making it possible to compensate for the identified shortcomings. Modifications under consideration are comparatively analyzed in terms of the obtained estimation efficiency, accuracy in assessing the MMSO orbital motion parameters, as well as the robustness. Recommendations are formulated for effective introduction of the considered modifications of methods in assessing the MMSO motion parameters depending on the priority of one or another criterion for effectiveness of solving the assessment problem with the varying amount of measurement data and duration of the measurement interval.

Keywords: assessment, man-made space objects, orbital parameters, Kalman sigma-point filter, Levenberg—Marquardt algorithm, heterogeneous measurement data

REFERENCES

- [1] Aleshin V.I., Astrakhantsev M.V., Afanasyeva T.I. et al. *Monitoring tekhnogenogo zasoreniya okolozemnogo prostranstva i preduprezhdenie ob opasnykh situatsiyakh, sozdavaemykh kosmicheskim musorom* [Monitoring man-made contamination of the near-Earth space and warning about hazardous situations created by the space debris]. Yu.N. Makarov, ed. Ryazan, RINFO Publ., 2015, 243 p.
- [2] *Kontseptsiya sozdaniya sistemy informatsionno-analiticheskogo obespecheniya bezopasnosti kosmicheskoy deyatel'nosti v okolozemnom kosmicheskoy prostranstve "Mlechnyi put" na period 2022–2025 godov i na perspektivu do 2035 goda* [The concept of creating the information and analytical support system for the space activities safety in the near-Earth space "Milky Way" for the period 2022–2025 and for the future until 2035]. Available at: http://www.inasan.ru/wp-content/uploads/2022/05/Cont_1801_2022.pdf (accessed March 1, 2024).
- [3] Tyulin A.E., Betanov V.V., Kobzar A.A. *Navigatsionno-ballisticheskoe obespechenie poleta raketno-kosmicheskikh sredstv. Metody, modeli i algoritmy otsenivaniya parametrov dvizheniya* [Navigation and ballistic support of the rocket and space systems flight. Methods, models and algorithms for estimating the motion parameters]. In 2 books. Book 1. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2018, 480 p.
- [4] Mudrov V.I., Kushko V.L. *Metody obrabotki izmereniy: Kvazipravdopodobnye otsenki*. [Measurement processing methods: Quasi-plausible estimates]. 2nd ed., rev. and enl. Moscow, Radio i Svyaz Publ., 1983, 304 p.
- [5] Mironov V.I., Mironov Yu.V., Khegay D.K. *Optimalnoe opredelenie orbity kosmicheskikh obyektoy po uglovym izmereniyam nazemnykh optiko-elektronnykh stantsii* [Optimal determination of space objects orbit by angular

- measurements of ground-based optoelectronic stations]. *Trudy SPIIRAN*, 2019, vol. 8, no. 5, pp. 1239–1263.
- [6] Horwood J.T., Poore A.B., Gauss von Mises. Distribution for improved uncertainty realism in space situational awareness. *SIAM/ASA Journal of Uncertainty Quantification*, 2014, vol. 2, no. 1, pp. 276–304.
- [7] Jones B.A., Doostan A., Born G.H. Nonlinear Propagation of Orbit Uncertainty Using Non-Intrusive Polynomial Chaos. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, vol. 36, no. 2, pp. 430–444.
- [8] DeMars K.J., Bishop R.H., Jah M.K. Entropy-Based Approach for Uncertainty Propagation of Nonlinear Dynamical Systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, vol. 36, no. 4, pp. 1047–1057.
- [9] Bayramoglu E., Ravn O. A Novel hypothesis splitting method implementation for multi-hypothesis filters. In: *Proc. 10th IEEE Int. Conf. on Control and Automation (ICCA)*. Hangzhou, China, June 12–14, 2013, pp. 574–579.
- [10] Psiaki M. Gaussian mixture nonlinear filtering with resampling for mix and narrowing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, vol. 6, no. 21, pp. 5499–5512.
- [11] Mendis B.S.U., Gedeon T.D., Koczy L.T. Learning generalized weighted relevance aggregation operators using Levenberg—Marquardt method. In: *IEEE Proc. of the Sixth Int. Conf. on Hybrid Intelligent Systems (CIMCA'06)*. Sydney, Australia, 2006, pp. 34–39.
- [12] Levenberg K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1944, vol. 2, no. 2, pp. 164–168.
- [13] Julier S.J.; Uhlmann J.K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In: *Proc. of the Int. Conf. "Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition"*. Orlando FL, 1997, pp. 182–193.
- [14] Wan E.A., Van der Merwe R. The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation. In: *Proc. of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373)*. 2000, p. 153. CiteSeerX 10.1.1.361.9373. <https://doi.org/10.1109/ASSPCC.2000.882463>. ISBN 978-0-7803-5800-3.
- [15] Borodavkin L.V. Postroenie parametrov traektorii s ispolzovaniem filtra Kalmana s shagom korrektsii po vsem izmereniyam v RLS dalnego obnaruzheniya [The Kalman filter track parameter estimation with update step by all accumulated measurements for the long-range radar]. *Radiopromyshlennost*, 2016, vol. 126, no. 1, pp. 28–32. <https://doi.org/10.21778/2413-9599-2016-1-28-32>

Gavrilova A.A., Postgraduate, Department of Rocket and Spacecraft Dynamics and Flight Control, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: 7193778@mail.ru
SPIN-code: 2266-7561 AuthorID: 1195117

Belyaev A.A., Postgraduate, Department of Rocket and Spacecraft Dynamics and Flight Control, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: belyaeva@bmstu.ru
SPIN-code: 1941-4981 AuthorID: 1039198

Stupak G.G., Dr. Sc. (Eng.), Professor. Department of Rocket and Spacecraft Dynamics and Flight Control, Bauman Moscow State Technical University.
e-mail: stupak.grigory@yandex.ru