

Математическое моделирование и анализ напряжений подводного кабеля при механических воздействиях

© А.З. Энес

ИИПРУ КБНЦ РАН, г. Нальчик, 360004, Российская Федерация

Рассмотрены модели эксплуатации подводных кабельных систем из поливинилхлорида, которые играют важную роль в обеспечении бесперебойного энергоснабжения. Ввиду эксплуатационных условий подводные кабели подвержены таким внешним воздействиям, как подводные течения и геологические процессы, которые могут привести к образованию подвешенных кабелей. Показан процесс разработки моделей, позволяющих анализировать повреждения кабелей и повышать надежность подводных коммуникационных систем. Для изучения напряженно-деформированного состояния кабелей были использованы конечно-элементные модели, созданные с помощью программного комплекса COMSOL. Также были предложены меры по защите подвешенного кабеля и представлены теоретические исследования их эффективности, выполненные с использованием метода конечных элементов. Приведенные результаты математического моделирования напряженно-деформированного состояния подводного кабеля помогут принять меры для минимизации риска его повреждений и для повышения безопасности кабельной инфраструктуры.

Ключевые слова: *напряженно-деформированное состояние, подводные кабели, поливинилхлорид, метод конечных элементов, теория упругости*

Введение. В связи с повышением потребности в электроэнергии, а также с зависимостью от возобновляемых источников энергии, вырабатываемой преимущественно в прибрежных зонах, подводные силовые кабели стали незаменимым средством обеспечения бесперебойного энергоснабжения. Композитные подводные кабели работают, как правило, в сложных условиях. Для них характерны более высокая частота отказов и большее количество неисправностей, чем у традиционных силовых и оптических кабелей. Они подвергаются разнообразным внешним воздействиям, таким как сильные течения, геологические обвалы, разломы и т. д., что иногда приводит к образованию подвешенных кабелей, повышающих риск сбоев в кабельной системе. Поэтому важно принять меры для минимизации риска их повреждений [1–3], в частности, весьма актуальна разработка математических моделей, позволяющих анализировать повреждения подводных кабелей.

С помощью программного комплекса COMSOL были созданы конечно-элементные модели для изучения напряженно-деформированного состояния подводных кабелей при воздействии различных механических нагрузок. Кроме того, были предложены меры по

защите подвешенного кабеля и теоретически исследована их эффективность.

Математическая модель расчета напряженно-деформированного состояния кабельных конструкций. Для определения напряженно-деформированного состояния в полимерных композиционных материалах при действиях внешних нагрузок, температурных полей и других факторов используются классические уравнения теории упругости [4, 5], а именно:

– уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + X_i = 0; \quad (1)$$

– соотношения Коши между компонентами тензора деформаций ε_{ij} и перемещений u_i

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad (2)$$

– уравнения, связывающие тензор напряжения σ_{ij} и деформаций ε_{ij} в рамках закона Гука,

$$\sigma_{ij} = K(\theta - 3\alpha T)\delta_{ij} + 2G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\theta}{3}\delta_{ij} \right). \quad (3)$$

Здесь σ_{ij} — тензор напряжений; K , G — модуль объемного сжатия и сдвига соответственно; θ — объемное расширение; α — коэффициент теплового расширения; T — значение температуры в точке x_1 , x_2 , x_3 ; δ_{ij} — удлинение; ε_{ij} — деформации.

В результате некоторых преобразований можно получить следующую систему трех дифференциальных уравнений в частных производных (уравнения Ляме), содержащую в качестве неизвестной только перемещения [6–8]:

$$G\Delta u_i + (\lambda + G)\frac{\partial \theta}{\partial x_i} + X_i = 0, \quad (4)$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2},$$

$$\lambda = K - \frac{2}{3}G > 0;$$

$$\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}.$$

В приведенных выше выражениях индексы i, j меняются от 1 до 3, а по повторяющимся индексам подразумевается суммирование, например, в формуле (1)

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{i3}}{\partial x_3},$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Для решения системы (3) необходимо задать граничные условия смешанного типа

$$u_{i|S_1} = u_i^0, \quad (5)$$

$$\sigma_{ij} n_{i|S_2} = \sigma_i^0.$$

Здесь u_i^0, σ_j^0 — заданные перемещения и напряжения на границах области; n_j — компоненты единичного вектора, перпендикулярного поверхности S_2 ($S_1 = S_1 \cup S_2$ — полная поверхность деформируемого твердого тела).

Для решения системы (4) с граничными условиями (5) используется метод конечных элементов (МКЭ) [9, 10].

Особенности реализации метода конечных элементов для задачи определения прочностных свойств подводного кабеля при механических воздействиях. Напряженно-деформированное состояние в виде распределения напряжений и деформаций элементов кабельной конструкции определяется с помощью МКЭ. В расчетах были использованы геометрические размеры элементов (табл. 1) и физико-механические свойства (табл. 2) материалов силового кабеля марки ВБбшвнг-LS 1×240 мм [11–14].

Таблица 1

Размеры элементов силового кабеля

Элемент	Параметр	Значение
Медная жила	Сечения, мм ²	240
Изоляция жилы из ПВХ	Толщина, мм	2,2
Внутренняя оболочка из ПВХ	Толщина, мм	1,0
Броня из стальных оцинкованных лент	Толщина, мм	0,2
Защитный шланг из ПВХ	Толщина, мм	2,0

Физико-механические свойства материалов элемента

Элемент	Коэффициент Пуассона	Модуль сдвига, МПа	Модуль упругости, МПа
Медная жила	0,35	42 400	132 000
Оболочка ПВХ	0,30	80	3320
Грунт	0,30	27,6	110

Математическое моделирование и оценка напряженно-деформированного состояния элементов конструкции проводились с помощью программного комплекса COMSOL.

В качестве примера смоделируем ситуацию, когда якорь массой 1500 кг падает со скоростью 19,8 м/с на подвешенный кабель, который лежит на глубине 20 м в песчаном грунте. Сила механического воздействия якоря на поверхность кабеля оценивается приблизительно в 29 700 Н. Численная реализация предлагаемой математической модели осуществлялась МКЭ в среде COMSOL. Свойства материалов кабеля и грунта предполагались упругими. Визуализация этой модели показана на рис. 1.

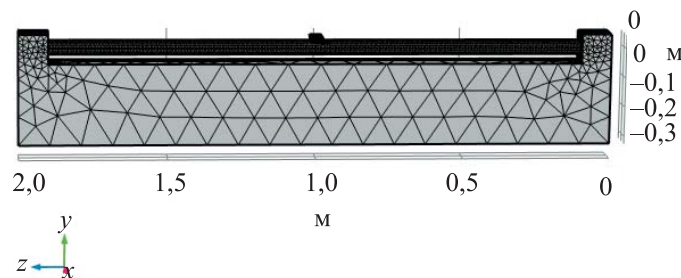


Рис. 1. Разбиение элемента кабельной конструкции сеткой конечных элементов

Деформации, вызванные ударом кабеля, представлены на рис. 2–4. Из анализа результатов, полученных МКЭ, можно сделать вывод, что на поверхности кабеля происходит деформация всех слоев. При сдавливании окружное напряжение, создаваемое внешней броней, передается в радиальном направлении, а прилегающее наполнение (ПВХ-изоляция) сжимается, что может привести с большей вероятностью к повреждению. Кроме того, концентрация напряжений наблюдается как в месте контакта механического воздействия, так и на концах свободно висящего участка (см. рис. 2). При сравнении напряженно-деформированного состояния подвешенного участка и участка, закопанного в грунт, можно отметить, что в первом случае наблюдается более равномерное распределение напряжений p в каждом слое, а деформация ϵ более существенна. Во всех случаях уровень напряженно-деформированного состояния оценивали по критерию Мизеса.

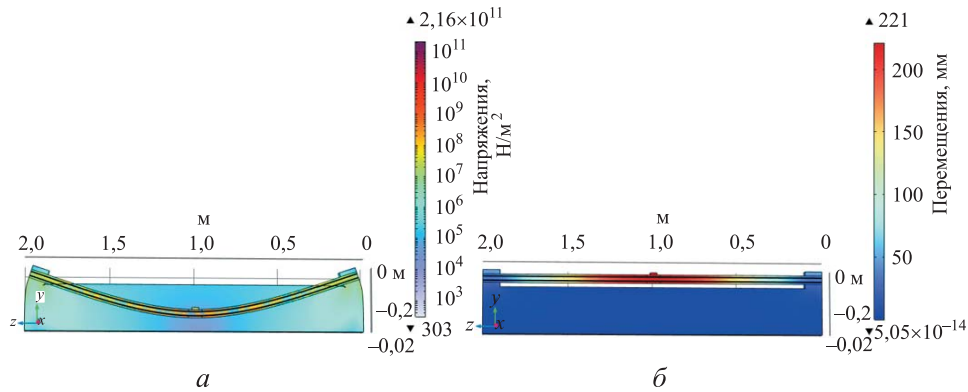


Рис. 2. Распределение напряжений (*а*) и перемещений (*б*) во фронтальном разрезе подвешенного кабеля, лежащего в грунте, при механическом воздействии в центре конструкции

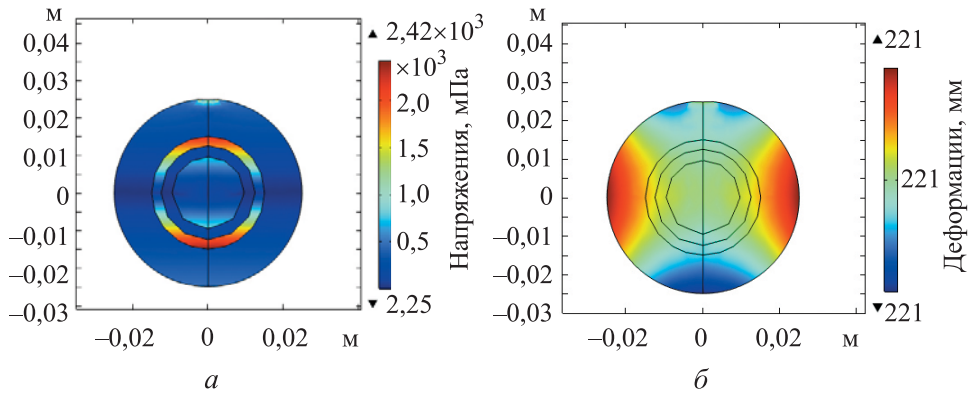


Рис. 3. Распределение кольцевых напряжений (*а*) и деформаций (*б*) в кабельной конструкции при ударном воздействии

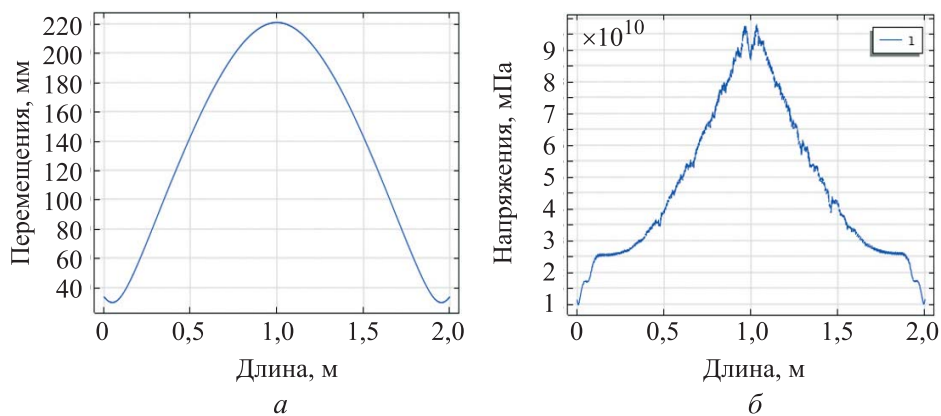


Рис. 4. Графики распределения перемещений (*а*) и напряжений (*б*) по длине *L* кабельной конструкции

Результаты выполненных расчетов позволяют сделать вывод, что повреждения, которые могут быть вызваны механическим воздействием на центр подвешенного кабеля, представляют серьезную опасность с точки зрения прочности конструкции. Внешние и внутренние повреждения кабеля под воздействием больших напряжений, очевидно, могут привести к возникновению короткого замыкания и полному разрушению кабельной линии.

Моделирования способов защиты подводного кабеля от внешних силовых воздействий. В задаче моделирования защиты от удара по подводному кабелю предлагаются два метода защиты: использование мешков, заполненных полиэтиленовыми гранулами, и мешков с гравием. Как гранулы, так и гравий способны поглощать энергию удара. Мешки размещают под кабельной системой, чтобы создать дополнительную амортизацию и снизить воздействие удара. Благодаря использованию в мешках сыпучих материалов обеспечивается эффективная защита от повреждений. Свойства защитных материалов приведены в табл. 3 [15, 16]. Модель кабельной конструкции с защитными мешками, а также сетка конечных элементов приведены на рис. 5.

Таблица 3

Физические свойства амортизирующих материалов

Параметры	Мешок	
	с полиэтиленовыми гранулами	с гравием
Модуль упругости, МПа	24 100	40 000
Коэффициент Пуассона	0,3	0,2
Массовая плотность, кг/ м ³	1300	2000
Модуль сдвига, МПа	80	90

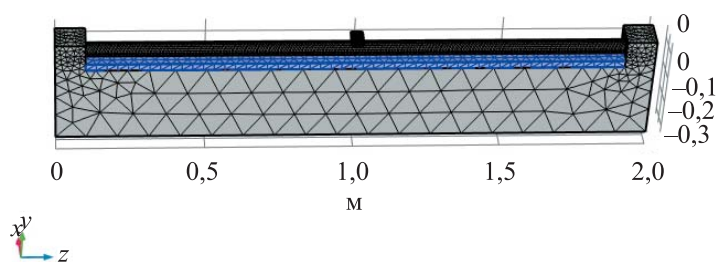


Рис. 5. Модель кабельной конструкции с защитными мешками, расположенными под ней

На основании данных, представленных на рис. 6–8, можно сделать вывод о том, что оба метода защиты способны значительно смягчить энергию удара и уменьшить вероятность механических повреждений.

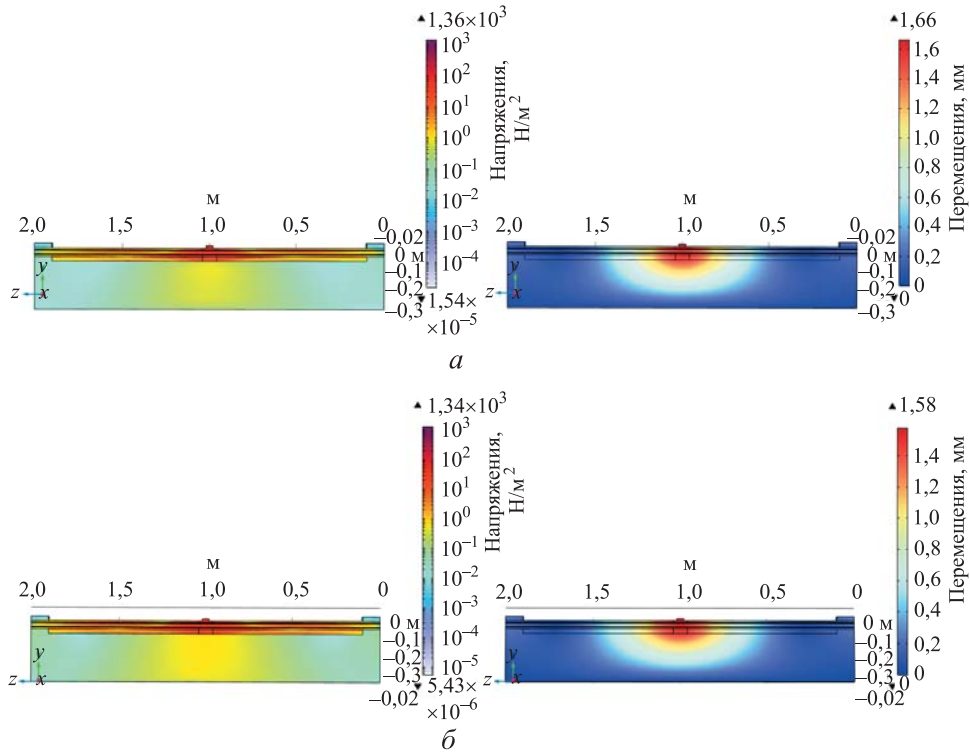


Рис. 6. Распределение напряжений (слева) и перемещений (справа) во фронтальном разрезе кабельной конструкции в грунте при использовании защиты в виде мешков с гранулами из ПВХ (а) и гравием (б)

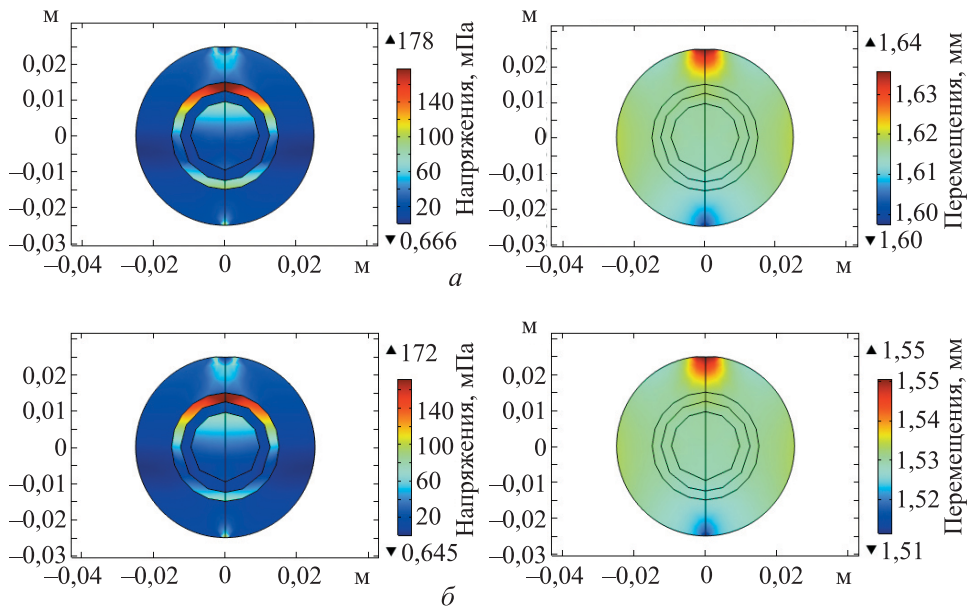


Рис. 7. Распределение кольцевых напряжений (слева) и перемещений (справа) при использовании защиты в виде гравийных мешков (а) и мешков, заполненных гранулами из ПВХ (б)

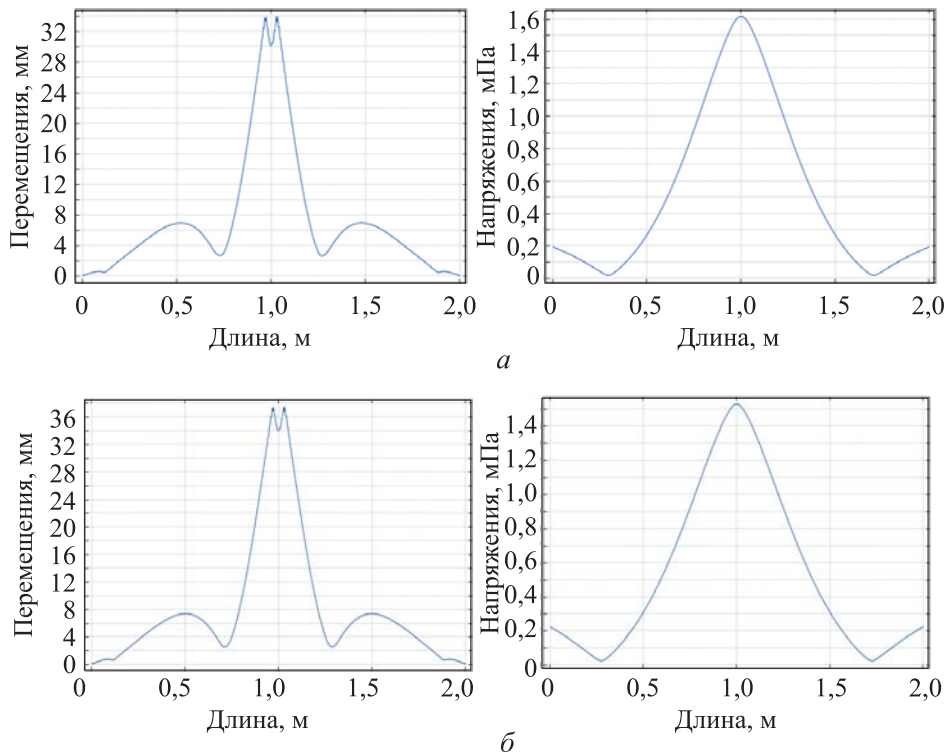


Рис. 8. Графики напряжений (слева) и перемещений (справа) по длине кабельной конструкции с использованием двух способов защиты: мешков с гравием (а) и мешков, заполненных гранулами из ПВХ (б)

Результаты исследования также показали, что с точки зрения напряженно-деформированного состояния использование гравия предпочтительнее, чем гранул из ПВХ, что обусловлено физико-механическими свойствами этих материалов (см. табл. 1). Приведенные значения напряженно-деформированного состояния при различных способах защиты подтверждают преимущество гравийного способа защиты. Так, на рис. 6 видно, что перемещения подводного кабеля в первом случае меньше, чем при использовании гранул из ПВХ, а напряжения практически одинаковы.

Кольцевые напряжения при ударе для двух способов защиты представлены на рис. 7. Анализ напряженно-деформированного состояния подтверждает незначительное преимущество использования в качестве защиты мешков с гравием.

Из анализа графиков перемещений и напряжений (см. рис. 8) также следует, что способ защиты с использованием мешков с гравием эффективнее, чем с применением мешков с гранулами из ПВХ.

Закключение. В статье представлена попытка моделирования воздействия силовых факторов на подвешенную часть подводного кабеля. Численный анализ проводился методом конечных элементов

с использованием программного комплекса COMSOL. В ходе исследования и анализа напряженно-деформированного состояния конструкции выявлено, что предлагаемые методы защиты кабеля при механических воздействиях являются достаточно эффективными и снижают вероятность их повреждения. Однако более тонкий сравнительный анализ напряжений и перемещений в двух случаях защиты показал, что использовать мешки с гравием более целесообразно с точки зрения безопасности конструкции при ударных воздействиях на кабель.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Minxin Wang, Yong Liu, Zhihui Wang, Hongbao Zong, Youcong Huang, B.X. Du. Detrended fluctuation analysis of grounding current for thermal aging evaluation of submarine power cable. In: *IEEE 4th International Conference on Electrical Materials and Power Equipment (ICEMPE)*, 2023, vol. 10, pp. 1–4.
- [2] Роженцова Н.В. Факторы надежности при проектировании и эксплуатации кабельных линий с изоляцией из сшитого полиэтилена. *Известия высших учебных заведений. Электромеханика*, 2010, № 4, с. 32–36.
- [3] Md. Anjir Alam, Iftikharun Nisha, Md. Mahadi Hasan, A.K.M. Nazrul Islam. Designing of an underwater power transmission system and hybrid power supply for an isolated island of Bangladesh: Swarna Dwip. *International Conference on Science & Contemporary Technologies (ICSCT)*, 2021, pp. 1–6.
- [4] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. *Теория упругости*. Москва, Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979, с. 229–241.
- [5] Амензаде Ю.А. *Теория упругости*. Изд. 3-е, доп. Москва, Высшая школа, 1976, 272 с.
- [6] Партон В.З., Перлин П.И. *Методы математической теории упругости*. Москва, Наука, 1981, с. 195–241.
- [7] Якупов Н.М. Метод исследования напряженно-деформированного состояния конструкций сложной геометрии. *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*, 2002, № 1, 27 с.
- [8] Bonet J., Wood R.D. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. New York, Cambridge University Press, 1997, 283 p.
- [9] Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов*. Москва, Мир, 1979, 392 с.
- [10] *Кабельная поисковая система*. URL: <https://k-ps.ru/spravochnik/kabelisilovoyie/s-pvx-izolyacziej-%280%2C66;-1kv%29/vbbsnng-ls/kabel-vbbsnng-ls-1x240.html> (дата обращения: 18.02.2024).
- [11] Горай И.И., Буцев С.Ф., Дмитриев А.М., Федоров А.В. О выборе волоконно-оптического кабеля для прокладки в сейсмоопасных регионах. *Труды ЦНИИС. Санкт-Петербургский филиал*, 2022, т. 1, № 13, с. 126–133.
- [12] Shang-Yuh Lin, Ping Sien Lin, Hong-Su Luo, and C Hsein Juang. Shear modulus and damping ratio characteristics of gravelly deposits. *Canadian Geotechnical Journal*, 2000, vol. 37, no. 3, pp. 638–651.
- [13] Chew K., Chiaro G., Vinod J.S., Ali Tasalloti, Krishna Allulakshmi. Direct shear behavior of gravel-rubber mixtures: Discrete element modeling and microscopic investigations. *Soils and Foundations*, 2022, vol. 62, no. 3, pp. 361–372.

- [14] *Pavement Interactive*. URL: <https://pavementinteractive.org/reference-desk/design/design-parameters/elastic-modulus/> (дата обращения: 18.02.2024).
- [15] *Vinidex*. URL: <https://www.vinidex.com.au/technical-resources/material-properties/pvc-properties/> (дата обращения: 18.02.2024).
- [16] Yang H., Zhou Z., Wang X., Zhang Q. Elastic modulus calculation model of a soil-rock mixture at normal or freezing temperature based on micromechanics approach. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2015, pp. 1–10.

Статья поступила в редакцию 21.02.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Энес А.З. Математическое моделирование и анализ напряжений подводного кабеля при механических воздействиях. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2024, вып. 3. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2024-3-2340>

Энес Ахмед Зюлфикар — младший науч. сотр. отдела «Компьютерная лингвистика», Институт информатики и проблем регионального управления — филиал Кабардино-Балкарского научного центра РАН. e-mail: ahmedenes@mail.ru
ORCID iD: 0000-0003-3633-4910

Mathematical simulation and stress analysis of the underwater cable exposed to mechanical action

© A.Z. Enes

Institute of Informatics and Problems of Regional Management, Kabardino-Balakarlan
Scientific Center of RAS, Nalchik, 360004, Russian Federation

The paper considers models of operation of the underwater cable systems made of polyvinyl chloride, which are playing an important role in ensuring the uninterrupted power supply. Due to their operation conditions, submarine cables are exposed to various external actions, such as underwater currents and geological processes, leading to the cables' suspension. The objective of this work lies in developing models to analyze cable damage and improve reliability of the underwater communication systems. The work used the finite element models created applying the COMSOL software package to study the stress-strain state. It also proposes measures to protect the suspended cables and theoretical study of their efficiency based on the finite element method. In our opinion, study results could make it possible to take measures in minimizing the risk of damage and improving the cable infrastructure safety.

Keywords: stress-strain state, submarine cables, polyvinyl chloride, finite element method, elasticity theory

REFERENCES

- [1] Minxin Wang, Yong Liu, Zhihui Wang, Hongbao Zong, Youcong Huang, B.X. Du. Detrended fluctuation analysis of grounding current for thermal aging evaluation of submarine power cable. In: *2023 IEEE 4th International Conference on Electrical Materials and Power Equipment (ICEMPE)*, 2023, vol. 10, pp. 1–4.
- [2] Rozhentsova N.V. Faktory nadezhnosti pri proektirovanii i ekspluatatsii kabelnykh liniy s izolyatsiey iz sshitogo polietilena [Reliability factors in design and operation of cable lines with the cross-linked polyethylene insulation]. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektromekhanika — Russian Electromechanics*, 2010, no. 4, p. 32–36.
- [3] Md. Anjir Alam, Iftikharun Nisha, Md. Mahadi Hasan, A.K.M. Nazrul Islam. Designing of an underwater power transmission system and hybrid power supply for an isolated island of Bangladesh: Swarna Dwip. In: *International Conference on Science & Contemporary Technologies (ICSCCT)*, 2021, pp. 1–6.
- [4] Timoshenko S., Goodier J.N. *Theory of elasticity*, McGraw-Hill, 1969 [In Russ.: Timoshenko S.P., Gudyer Dzh. *Teoriya uprugosti*. Moscow, Nauka Publ., 1979, pp. 229–241].
- [5] Amenzade Yu.A. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. 3rd ed., enl. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1976, 272 p.
- [6] Parton V.Z., Perlin P.I. *Metody matematicheskoy teorii uprugosti* [Methods of mathematical theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1981, pp. 195–241.
- [7] Yakupov N.M. Metod issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya konstruktsiy slozhnoy geometrii [Method of testing tight-deformed state of designs of composite geometry]. *Vestnik Rossiyskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Inzhenernye issledovaniya — RUDN Journal of Engineering Research*, 2002, no. 1, 27 p.
- [8] Bonet J., Wood R.D. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. New York, Cambridge University Press, 1997, 283 p.

- [9] Segerlind L. *Applied Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, 1976 [In Russ.: Segerlind L. *Primenenie metoda konechnykh elementov*. Moscow, Mir Publ., 1979, 392 p.].
- [10] *Kabelnaya poiskovaya sistema* [Cable search engine]. Available at: <https://k-ps.ru/spravochnik/kabeli-silovye/s-pvx-izolyacziej-%280%2C66;-1kv%29/vbshng-ls/kabel-vbshng-ls-1x240.html> (accessed February 18, 2024).
- [11] Goray I.I., Butsev S.F., Dmitriev A.M., Fedorov A.V. O vybore volokonno-opticheskogo kabelya dlya prokladki v seysmooopasnykh regionakh [On selecting a fiber optic cable for installation in the seismic regions]. *Trudy TsNIIS. Sankt-Peterburgskiy filial*, 2022, vol. 1, no. 13, pp. 126–133.
- [12] Shang-Yuh Lin, Ping Sien Lin, Hong-Su Luo, C Hsein Juang. Shear modulus and damping ratio characteristics of gravelly deposits. *Canadian Geotechnical Journal*, 2000, vol. 37, no. 3, pp. 638–651.
- [13] Kevin Chew, Gabriele Chiaro, Jayan S. Vinod, Ali Tasalloti, Krishna Allulakshmi. Direct shear behavior of gravel-rubber mixtures: Discrete element modeling and microscopic investigations. *Soils and Foundations*, 2022, vol. 62, no. 3, pp. 361–372.
- [14] *Pavement Interactive*. Available at: <https://pavementinteractive.org/reference-desk/design/design-parameters/elastic-modulus/> (accessed February 18, 2024).
- [15] *Vinidex*. Available at: <https://www.vinidex.com.au/technical-resources/material-properties/pvc-properties/> (accessed February 18, 2024).
- [16] Yang H., Zhou Z., Wang X., Zhang Q. Elastic modulus calculation model of a soil-rock mixture at normal or freezing temperature based on micromechanics approach. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2015, pp. 1–10.

Enes A.Z., Junior Researcher, Department of Computer Linguistics, Institute of Informatics and Problems of Regional Management, Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS. e-mail: ahmedenes@mail.ru. ORCID iD: 0000-0003-3633-4910