

Математическое моделирование динамического поведения роторной системы энергетической турбомашинны осевого типа при обрыве рабочей лопатки

© М.А. Дудаев¹, А.А. Пыхалов^{1,2}, Т.С. Романович²

¹ Иркутский государственный университет путей сообщения,
Иркутск, 664074, Российская Федерация

² Иркутский национальный исследовательский технический университет,
Иркутск, 664074, Российская Федерация

Роторная система (РС) — основной агрегат высокоэнергоемких турбомашин, таких как газотурбинный двигатель (ГТД) авиационного и наземного назначения. Ее устойчивая работа на расчетных (штатных) режимах определяет надежность и долговечность изделия в целом. Однако в ряде случаев, касающихся безопасности механических систем, востребован анализ работы РС ГТД на нерасчетных (аварийных) режимах, одним из которых является динамическое поведение РС при обрыве рабочей лопатки вентилятора ГТД. В статье представлен расчетно-экспериментальный подход при математическом моделировании динамики поведения осевой РС ГТД в случае обрыва рабочей лопатки вентиляторной ступени. Объектом исследования был выбран ротор каскада низкого давления, работающий в условиях двухроторной системы конструкции реального двухконтурного ГТД. Математическое моделирование сборной конструкции РС проводилось на основе метода конечных элементов (МКЭ) и решения контактной задачи теории упругости. Рассмотрена последовательность следующих динамических режимов работы ГТД: возрастание оборотов ротора от нуля до максимума, максимальный режим, обрыв лопатки, отсечка топлива и уход ротора с оборванной лопаткой на режим авторотации. Обрыв лопатки моделируется с использованием данных натурного испытания РС ГТД в виде диаграммы изменения радиуса центра масс (дисбаланса) вентилятора в процессе обрыва лопатки. Приведенный в работе численный эксперимент показывает, что наряду со значительным возрастанием амплитуды колебаний в момент обрыва лопатки имеет место дополнительный пик (отклик) амплитуд колебаний, возникающий при переходе на режим авторотации и связанный с работой ротора в режиме гибкого вала. В целом, математическая модель РС показала достаточно устойчивое поведение на представленном нештатном режиме, что подтверждено и результатами натурного испытания.

Ключевые слова: газотурбинный двигатель, роторная система, обрыв рабочей лопатки, метод конечных элементов, динамическое поведение ротора

Введение. Современный газотурбинный двигатель (ГТД) авиационного и наземного назначения — одна из самых сложных и энергоемких механических систем [1, 2]. Его основным агрегатом является роторная система (РС) осевого типа. Ее устойчивое динамическое поведение на расчетных (штатных) режимах [3, 4] — основное условие, обеспечивающее надежность и долговечность эксплуатации

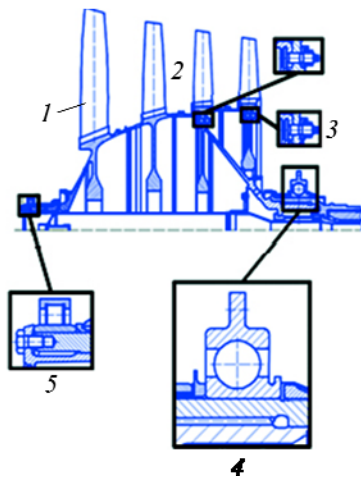


Рис. 1. Ротор компрессора низкого давления (КНД) осевого типа:

1 — рабочая лопатка вентилятора 1-й ступени КНД; 2 — соединение дисков 2, 1 КНД и цапфы КНД; 3 — соединение дисков 3, 4 КНД; 4 — опора 2; 5 — опора 1

изделия в целом. Тем не менее существует потребность анализа работы РС представленного типа и на нерасчетных (аварийных) режимах, связанная с изучением проблем безопасности работы высоконагруженных механических систем [5–10]. Для роторной системы ГТД один из таких случаев — ее динамическое поведение при обрыве рабочей лопатки вентилятора или 1-й ступени компрессора низкого давления (рис. 1), имеющей самую большую массу и принимающей на себя попадание посторонних предметов в проточную часть двухконтурного газотурбинного двигателя.

Представленный обрыв рабочей лопатки сопровождается появлением дополнительных неблагоприятных силовых факторов, действующих на роторную систему и двигатель в це-

лом. Первичный из них — резкое повышение уровня дисбаланса ротора, что сопровождается повышением нагрузки на опоры и вызывает дополнительное напряженно-деформированное состояние конструкции ротора и опорных деталей двигателя. Вторичные факторы связаны с взаимодействием фрагментов оборвавшейся лопатки с другими лопатками и корпусом двигателя, а также взаимодействием прецессирующего ротора с деталями корпуса и т. д. Все эти силовые факторы могут послужить причиной разрушения элементов ротора двигателя, его опор и корпуса, что приводит к аварийному выходу двигателя из строя и, следовательно, к возможности возникновения катастрофических последствий.

Цель настоящей работы — математическое моделирование на основе метода конечных элементов (МКЭ) [11, 12] и решения контактной задачи теории упругости [13–15] для исследования динамического поведения сборной конструкции роторной системы ГТД при обрыве рабочей лопатки вентилятора 1-й ступени КНД (см. рис. 1).

Математическая модель. В работах [13, 14] представлены математическая модель в виде уравнения динамики движения деформируемого твердого тела в матричной форме МКЭ в линейной постановке и его решение. Эта модель реализована в виде комплекса программ для ЭВМ («решателя») [16], адаптированного к работе совместно с программным комплексом КЭ-моделирования Siemens Femap.

Известно, что основной источник вибрации (динамической нагрузки) вращающегося сборного ротора — дисбаланс, вызванный силами инерции неуравновешенных масс. Природа их появления обусловлена естественной технологической погрешностью на изготовление деталей ротора и его сборки [1, 2]. Однако математическая конечно-элементная (КЭ) модель конструкции ротора не имеет дисбаланса, и в этом случае его моделирование является отдельной процедурой. Схема механизма возникновения силовых факторов дисбаланса на примере диска постоянной толщины приведена на рис. 2.

Статический дисбаланс диска, обусловленный расстоянием от центра тяжести диска (точки O) до оси вращения z (рис. 2, a), называется радиальным эксцентриситетом e .

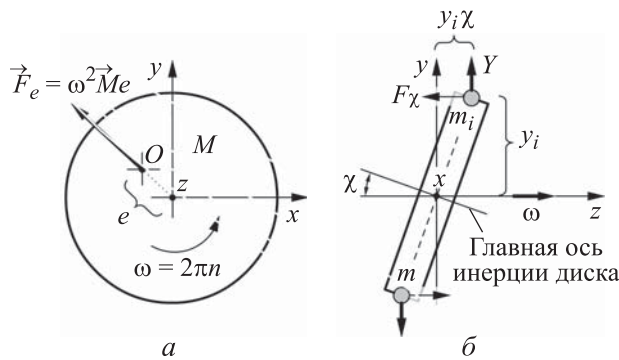


Рис. 2. Схема механизма возникновения силовых факторов статического (a) и динамического (b) дисбаланса диска

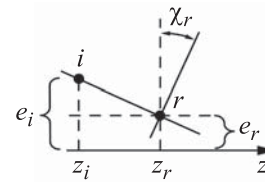


Рис. 3. Схема экстраполяции

Динамический дисбаланс (рис. 2, b) возникает в результате неточности сборки ротора, а также других конструктивно-технологических причин, когда диск отклонен от вертикальной оси y на величину углового эксцентриситета χ .

При подготовке КЭ-модели ротора эксцентриситеты e и χ задаются с помощью экстраполяции (рис. 3):

$$e_i = e_r + (z_i - z_r)\chi_r; \quad \chi_i = \chi_r, \quad (1)$$

где z_i и z_r — продольные координаты (см. рис. 3) i -го и реперного узлов соответственно.

Значение этих эксцентриситетов задаются непосредственно в КЭ-модели с помощью специального экстраполирующего конечного элемента, представленного на рис. 4. Он не привносит изменений в уравнение динамики движения сборной конструкции ротора, а является лишь носителем топологической информации [13, 14].

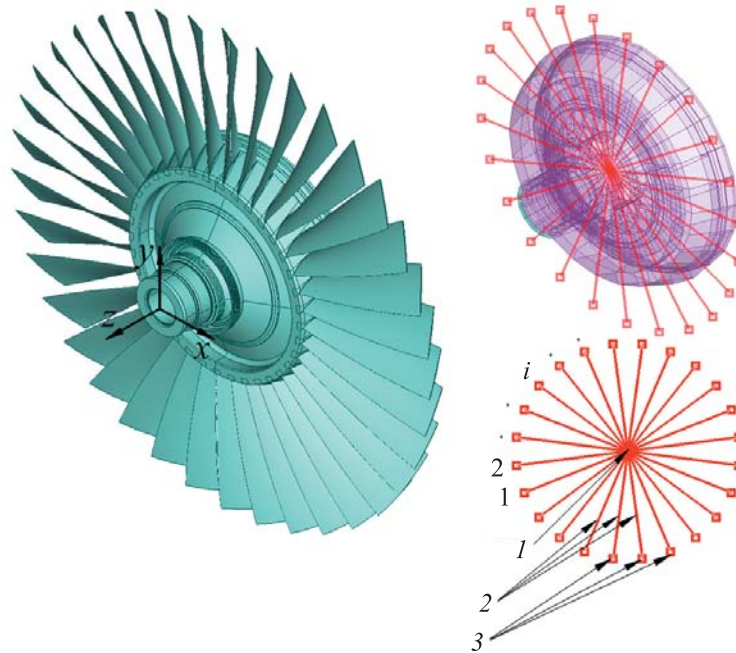


Рис. 4. Моделирование дисбаланса ротора ГТД:

1 — реперный узел r ; 2 — экстраполирующий КЭ; 3 — зависимые узлы

Экстраполирующий конечный элемент (см. рис. 4) соединяет независимый реперный узел r , расположенный отдельно от диска на его оси и в срединной плоскости, с зависимыми узлами i , в качестве которых в данной работе используются центры масс рабочих лопаток. Допустимо также в качестве зависимых узлов применять периферические узлы КЭ-модели диска.

Экстраполирующий конечный элемент работает следующим образом: зависимые узлы ассоциируются с реперным узлом. Значения эксцентриситетов e и χ , свойственные реперному узлу r , разносятся на систему i -х узлов модели диска в соответствии с топологическим списком и выражениями (1).

Тогда проекция центробежной силы, действующей на массу m_i в плоскости $y - z$, описывается выражением

$$Y_i = \omega^2 m_i y_i, \quad (2)$$

где ω — угловая скорость вращения диска, c^{-1} .

Эта сила относительно оси x создает момент

$$M_{x,i} = Y_i \operatorname{tg}(\chi) y_i, \quad (3)$$

определяющий сущность динамического дисбаланса диска.

Значение дисбаланса всего диска определяется суммой моментов по узлам его КЭ-модели.

Моделирование момента (3) осуществляется эквивалентным моментом силы F_χ , приложенной к массе m_i вдоль оси z . Для того чтобы найти эту силу, достаточно сократить формулу (3) на ординату y_i . Тогда с учетом малости угла χ эквивалентная сила

$$F_\chi = 4\pi^2 n^2 m_i y_i \chi, \quad (4)$$

где n — частота вращения диска, об/с (Гц).

Векторы эксцентриситетов вращаются в плоскости $x - y$. Конечное выражение вектора динамических сил статического и динамического дисбалансов в цилиндрической системе координат для i -го узла имеет вид

$$\{ F_{e\chi} \}_i = 4\pi^2 n^2 m_i \left\{ \begin{array}{l} e_i \left[-\sin(\varphi_e) \cos(\theta_i) - \cos(\varphi_e) \sin(\theta_i) \right] \\ e_i \left[\sin(\varphi_e) \sin(\theta_i) - \cos(\varphi_e) \cos(\theta_i) \right] \\ \chi_i \left[y_i \cos(\varphi_\chi) + x_i \sin(\varphi_\chi) \right] \end{array} \right\}, \quad (5)$$

где e_i и χ_i — эксцентриситеты, свойственные i -му узлу КЭ-сетки; φ_e и φ_χ — углы, определяющие текущие положения эксцентриситетов:

$$\varphi_e = \pi \xi t^2 + \varphi_{e0}, \quad \varphi_\chi = \pi \xi t^2 + \varphi_{\chi0}; \quad (6)$$

θ_i — окружная координата i -го узла в глобальной цилиндрической системе координат; x_i и y_i — абсцисса и ордината i -го узла во вспомогательной декартовой системе координат; m_i — эквивалентная узловая масса.

Естественный (статический и динамический) дисбаланс определяется техническими условиями на балансировку ротора и нормируется относительно максимальных значений допустимого дисбаланса. Система моделирования дисбаланса для каждого ротора РС ГТД имеет свою специфику:

– для ротора низкого давления (РНД) эта система в штатном режиме задается отдельно для компрессора, вала и турбины;

– для ротора высокого давления (РВД) система дисбаланса задается на компрессоре отдельно для ступеней 1–3-й, 4–6-й, 7–9-й и, соответственно, для вала и для турбины.

Дисбаланс, вызванный обрывом рабочей лопатки, задается на интервале времени от момента обрыва лопатки до режима авторотации. С появлением обрыва динамическая система (РС) получает дополнительный (приобретенный) эксцентриситет, а выражение (5) преобразуется к виду

$$\{F_{e\chi}\}_i = 4\pi^2 n^2 m_i \left\{ \begin{array}{l} (e_i + e_{i,пр}) \left[-\sin(\varphi_e) \cos(\theta_i) - \cos(\varphi_e) \sin(\theta_i) \right] \\ (e_i + e_{i,пр}) \left[\sin(\varphi_e) \sin(\theta_i) - \cos(\varphi_e) \cos(\theta_i) \right] \\ \chi_i \left[y_i \cos(\varphi_\chi) + x_i \sin(\varphi_\chi) \right] \end{array} \right\}, \quad (7)$$

где $e_{i,пр}$ — эксцентриситет, приобретенный от обрыва рабочей лопатки.

Подготовка модели роторной системы к динамическому анализу. Диаграмма изменения приобретенного (в процессе обрыва рабочей лопатки) эксцентриситета вентилятора (компрессора низкого давления) приведена на рис. 5. Диаграмма, полученная в результате натурального эксперимента, проведенного в условиях Производственного комплекса АО ОДК «Салют» [14], используется в настоящей работе в КЭ-модели РНД роторной системы ГТД.

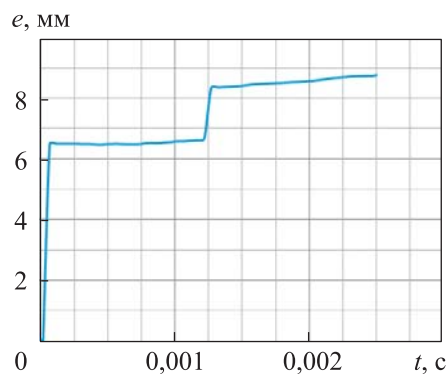


Рис. 5. Диаграмма изменения приобретенного эксцентриситета вентилятора в процессе обрыва рабочей лопатки

Раскрутка ротора низкого давления (рис. 6) производится по определенной программе, представленной в виде функции времени и отвечающей аналогии с раскруткой реального прототипа.

Программа раскрутки (см. рис. 6) РНД подразделяется на следующие этапы:

- раскрутка от нуля до максимальной частоты вращения (интервал $0-t_1$);
- стационарная работа ротора на максимальной частоте вращения в штатном режиме (интервал t_1-t_2);
- процесс обрыва лопатки на максимальной частоте вращения (интервал t_2-t_3);
- работа РНД на максимальной частоте вращения с оборванной лопаткой (интервал t_2-t_{10});

- отсечка топлива и замедление РНД с оборванной лопаткой до режима авторотации, составляющего 30 % от максимальной частоты вращения (интервал $t_{10}-t_{11}$);
- стационарная работа ротора на режиме авторотации с оборванной лопаткой (интервал $t_{11}-t_{12}$).

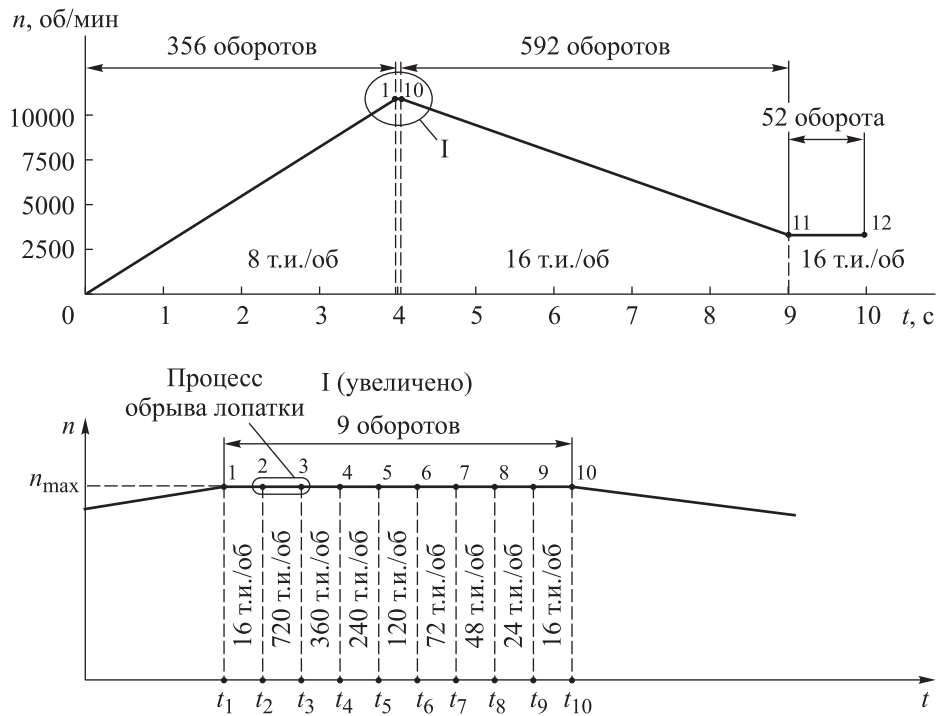


Рис. 6. График программы раскрутки ротора низкого давления ГТД (размерность т.и./об — точка измерения на оборот)

Интервал времени работы ротора на максимальном режиме (t_1-t_{10}) отдельно представлен на рис. 6 внизу, он разделен на девять равных участков по 0,05 с.

Процесс непосредственно обрыва рабочей лопатки, представленный на диаграмме (см. рис. 5), расположен на интервале (t_2-t_3), где занимает его начальную часть продолжительностью 0,0025 с. Дальнейшая работа ротора происходит с естественным и приобретенным дисбалансом.

Анализ результатов расчета. Амплитудно-временная характеристика (АВХ) колебаний на опорах РНД, полученная в ходе численного эксперимента, показана на рис. 7.

Поле перемещений роторной системы в момент обрыва рабочей лопатки КНД (рис. 8) представлено цветовой шкалой, показанной на рис. 7. Четверть вида КЭ-модели РС с полем перемещений (см. рис. 8) скрыта с целью визуализации всей полноты особенностей моделирования его сборной конструкции и результатов расчета.

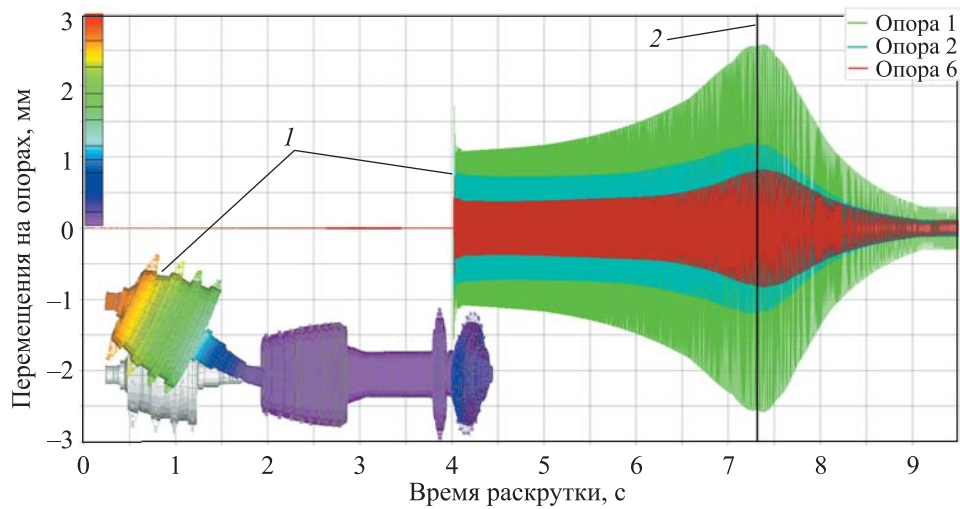


Рис. 7. Амплитудно-временная характеристика колебаний на опорах ротора:
 1 — момент обрыва лопатки; 2 — отклик при замедлении до режима авторотации

Приведенные результаты позволяют сделать вывод, что основная динамическая нагрузка от обрыва лопатки имеет место в области опоры 1 роторной системы двигателя (на рис. 8 показано красным цветом) на КНД, где наблюдается первый пик резкого повышения уровня вибрации в момент обрыва рабочей лопатки. В этом случае амплитуда увеличивается приблизительно в 20 раз.

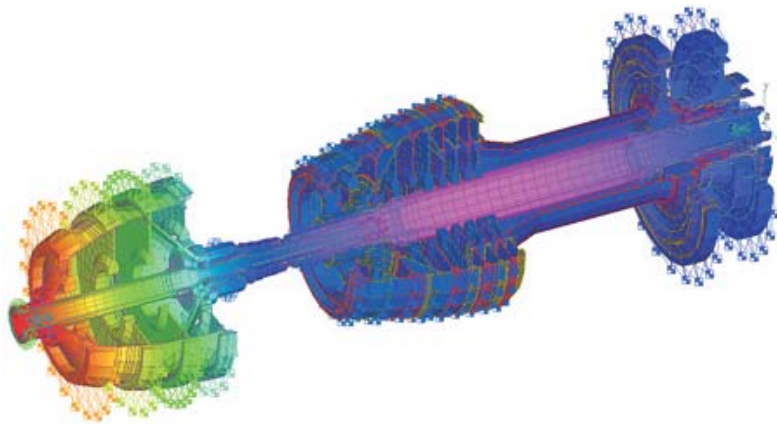


Рис. 8. Поле перемещений роторной системы ГТД в момент обрыва рабочей лопатки компрессора низкого давления

При анализе АВХ колебаний (см. рис. 7) на опорах ротора по времени следует отметить, что возникает второй пик возрастания амплитуд или отклика, определяемый прохождением ротора (при замедлении до режима авторотации) критической частоты вращения. Этот

отклик возникает вследствие того, что штатная работа РНД проходит в режиме «гибкого» вала [1, 2]. Для используемых в работе параметров демпфирования на опорах этот отклик превышает по величине пик амплитуд в момент обрыва лопатки.

Поле динамических нормальных напряжений, действующих вдоль оси ротора и вызванных изгибом поперечной силой от повышенного дисбаланса РНД (РС), которая возникла в момент обрыва лопатки, показано на рис. 9. Анализ полученных результатов приводит к выводу, что максимальные значения этих напряжений воспринимает вал-рессора (см. рис. 9), а также область вала в районе опоры 1 двигателя.

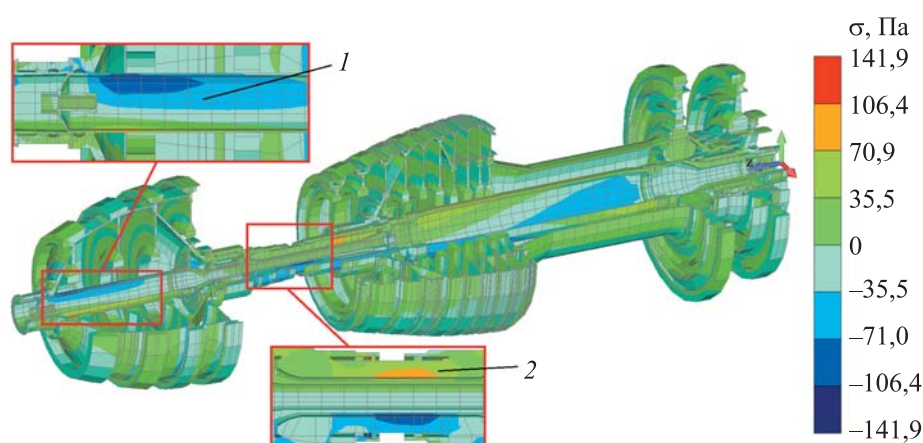


Рис. 9. Поле динамических (дополнительных) напряжений σ , Па, вызванных изгибом роторной системы в момент обрыва лопатки:

1 — вал КНД в районе опоры 1; 2 — вал-рессора

Закключение. Таким образом, разработана методика анализа динамического поведения сборных конструкций роторных систем ГТД на нештатном режиме, возникающем при обрыве рабочей лопатки вентилятора, с применением МКЭ и решения контактной задачи динамического поведения роторных систем высоконагруженных турбомашин. Параметры динамического поведения, полученные в ходе представленного анализа, позволяют давать качественное и количественное толкование результатов натурных испытаний РС ГТД.

В частности, по результатам анализа можно сделать следующие выводы:

– в момент обрыва рабочей лопатки возникает резкое повышение нагрузки от дисбаланса, действующей на ротор и его опоры, что приводит к возрастанию амплитуд колебаний конструкции ротора приблизительно в 20 раз по сравнению с аналогичными колебаниями на штатном режиме. Эти нагрузки продолжают действовать на элемен-

ты конструкции вплоть до момента выхода двигателя на режим авторотации (30 % от максимальной частоты вращения);

– наряду со значительным возрастанием амплитуды колебаний ротора, происходящим в момент обрыва лопатки, при переходе на частоту вращения режима авторотации имеет место дополнительный пик (отклик) амплитуд колебаний, связанный с работой РНД в режиме «гибкого» вала, т. е. на частотах вращения, превышающих первую критическую частоту;

– напряжения, вызванные представленным динамическим воздействием, достигают максимальных значений на вал-рессоре ротора и на валу ротора под первой опорой.

Исследуемая РС ГТД продемонстрировала достаточно устойчивое динамическое поведение на нештатном (аварийном) режиме и необходимый уровень безопасности изделия в целом, что вместе с представленными особенностями (эффектами) его поведения подтверждается натурным экспериментом.

Полученные теоретические результаты, соответствующие результатам натуральных испытаний, приведенных в работе [17], направлены на то, чтобы реализовать выявление недостатков сборной конструкции роторов ГТД при их динамическом поведении на штатных и нештатных режимах работы, и, если будет необходимо, вносить уже на стадии проектирования доработки в конструкцию с целью обеспечения безопасности полета в случае обрыва лопатки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Иноземцев А.А., Сандрацкий В.Л. *Газотурбинные двигатели*. Пермь, ОАО «Авиадвигатель», 2006, 1204 с.
- [2] Хронин Д.В. *Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей*. Москва, Машиностроение, 1989, 565 с.
- [3] Хронин Д.В. *Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов*. Москва, Машиностроение, 1970, 412 с.
- [4] Иноземцев А.А., Нихамкин М.А. *Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок*. Пермь, ОАО «Авиадвигатель», 2008, т. 4, 199 с.
- [5] Мясников В.Ю. Исследование динамики авиационного двигателя при обрыве лопатки вентилятора. *Авиационные двигатели*, 2022, № 2 (15), с. 13–26.
- [6] Куртеев В.А. Экспериментальное моделирование ударного взаимодействия оторвавшейся лопатки с корпусом вентилятора турбореактивного двигателя. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника*, 2018, № 52, с. 97–116.
- [7] Yu P., Zhang D., Ma Y., Hong J. Dynamic modeling and vibration characteristics analysis of the aero-engine dual-rotor system with fan blade out. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, vol. 106, pp. 158–175.
- [8] Wang C., Zhang D., Ma Y., Liang Z., Hong J. Theoretical and experimental investigation on the sudden unbalance and rub-impact in rotor system caused by blade off. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, vol. 76, pp. 111–135.

- [9] Леонтьев М.К., Давыдов А.В., Дегтярев С.А., Гладкий И.Л. К моделированию обрыва лопатки двигателя большой степени двухконтурности. *Известия высших учебных заведений. Aviационная техника*, 2014, № 2, с. 33–38.
- [10] Балугев Б.А. Способы обрыва лопатки при испытаниях корпусов на непробиваемость. *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королёва*, 2008, № 3 (16), с. 119–125.
- [11] Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1996, XIV, 1037 p.
- [12] Chen Z. *Finite Element Methods and Their Applications*. Berlin, Springer, 2005, 411 p.
- [13] Пыхалов А.А. *Контактная задача статического и динамического анализа сборных роторов турбомашин: дис. ... д-ра техн. наук*: 05.07.05. Москва, 2006, 428 с.
- [14] Дудаев М.А., Пыхалов А.А. Контактная задача в анализе динамического поведения сборных роторов турбомашин. *Вестник НГТУ*, 2015, № 3, с. 113–129.
- [15] Pykhalov A.A., Dudaev M.A., Kolotnikov M.Ye. and etc. Dynamics of Assembled Structures of Rotor Systems of Aviation Gas Turbine Engines of Type Two-Rotor. *Vibroengineering Procedia* : 22, Dynamics of Strongly Nonlinear Systems. Ser. “22nd International Conference on Vibroengineering”, 2016, no. 22, pp. 316–321.
- [16] Дудаев М.А. *Конечно-элементный решатель задачи роторной динамики одно- и двухвальных турбомашин с контактными взаимодействиями деталей и межвальными связями. (РФ) Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019617798. заявка № 2019616638 от 11.06.2019 РФ. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20.06.2019 (РФ)*.
- [17] *Анализ пробиваемости и оптимизация конструкции корпусов компрессора при различных сценариях обрыва лопатки. Прогнозирование динамического поведения ротора при обрыве лопатки компрессора: отчет о НИР (составная часть); рук. П.А. Моссаковский; исполн.: Л.А. Костырева [и др.]. Москва, 2016, 175 с. Регистрационный номер НИОКТР: 115052270013, регистрационный номер ИКРБС: АААА-Б16-216120870042-5.*

Статья поступила в редакцию 31.01.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дудаев М.А., Пыхалов А.А., Романович Т.С. Математическое моделирование динамического поведения роторной системы энергетической турбомашин осевого типа при обрыве рабочей лопатки. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2024, вып. 2. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2024-2-2334>

Дудаев Михаил Алексеевич — старший преподаватель кафедры «Физика, механика и приборостроение», ИрГУПС. e-mail: dudaev_ma@mail.ru

Пыхалов Анатолий Александрович — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры «Физика, механика и приборостроение», ИрГУПС, профессор кафедры «Механика и сопротивление материалов» ИРНТУ. e-mail: pykhalov_aa@mail.ru

Романович Татьяна Сергеевна — аспирант кафедры «Механика и сопротивление материалов», ИРНТУ. e-mail: 1292000@mail.ru

Mathematical simulation of the axial-type power turbomachine rotor system dynamic behavior in case of a working blade out

© M.A. Dudaev¹, A.A. Pykhalov^{1,2}, T.S. Romanovich²

¹ Irkutsk State Transport University, Irkutsk, 664074, Russian Federation

² Irkutsk National Research Technical University,
Irkutsk, 664074, Russian Federation

Rotor system (RS) is the main unit in the highly energy-intensive turbomachines, such as the gas turbine engines (GTE) operating for the aviation and ground purposes. Its stable operation in the design (standard) modes determines the machine reliability and durability as a whole. However, in a number of cases related to the mechanical system safety, the GTE RS operation analysis is required in the off-design (emergency) modes. One of them is the RS dynamic behavior in the case of the GTE fan working blade out. The paper presents computational and experimental approach to mathematical simulation of the GTE axial RS dynamic behavior when the fan stage rotor blade breaks. The low-pressure cascade rotor operating under conditions of a two-rotor system designed for a real dual-circuit GTE is considered as the study object. The RS build-up structure mathematical simulation is carried out on the basis of the finite element method (FEM) and solving the contact problem of the elasticity theory. The following dynamic modes sequence of the GTE operation is considered: increase in the rotor speed from zero to maximum, maximum mode, blade out, fuel cut-off, and the rotor with a blade-out passes into the autorotation mode. The blade-out is simulated using results of the GTE RS full-scale testing in the form of a diagram of alteration in the center of mass radius (imbalance) of the fan during the blade-out process. Numerical experiment presented in the work shows that, along with a significant increase in the oscillation amplitude at the blade-out moment, an additional peak (response) in oscillation amplitudes occurs during transition to the autorotation mode, and it is associated with the rotor operation in the flexible shaft mode. In general, the RS mathematical model shows fairly stable behavior in the presented abnormal mode, which is also confirmed by results of the full-scale testing.

Keywords: gas turbine engine, rotor system, working blade breakage, finite element method, rotor dynamic behavior

REFERENCES

- [1] Inozemtsev A.A., Sandratskiy V.L. *Gazoturbinnnye dvigateli* [Gas turbine engines]. Perm, OAO Aviadvigatel Publ., 2006, 1204 p.
- [2] Khronin D.V. *Konstruktsiia i proektirovanie aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigateley* [Construction and design of aircraft gas turbine engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 565 p.
- [3] Khronin D.V. *Teoriya i raschet kolebaniy v dvigateliakh letatelnykh apparatov* [Theory and calculation of oscillations in aircraft engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970, 412 p.
- [4] Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.A. *Dinamika i prochnost aviatsionnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok* [Dynamics and strength of aircraft engines and energy installations]. Perm, OAO Aviadvigatel Publ., 2008, vol. 4, 199 p.
- [5] Miasnikov V.Yu. *Issledovanie dinamiki aviatsionnogo dvigatelia pri obryve lopatki ventilatora* [Investigation of the aircraft engine dynamics in case of fan blade-out]. *Aviatsionnye dvigateli — Aviation Engines*, 2022, no. 2 (15), pp. 13–26.

- [6] Kurteev V.A. Eksperimentalnoe modelirovanie udarnogo vzaimodeystviya otorvavsheysya lopatki s korpusom ventilatora turboreaktivnogo dvigatel'ia [Experiment modeling under impact of torn vane with turbojet fan case]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika — PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2018, no. 52, pp. 97–116.
- [7] Yu P., Zhang D., Ma Y., Hong J. Dynamic modeling and vibration characteristics analysis of the aero-engine dual-rotor system with fan blade out. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, vol. 106, pp. 158–175.
- [8] Wang C., Zhang D., Ma Y., Liang Z., Hong J. Theoretical and experimental investigation on the sudden unbalance and rub-impact in rotor system caused by blade off. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, vol. 76, pp. 111–135.
- [9] Leontyev M.K., Davydov A.V., Degtyarev S.A., Gladkii I.L. K modelirovaniyu obryva lopatki dvigatel'ia bolshoy stepeni dvukhkонтurnosti [To simulation of fan blade-out for an engine with high bypass ratio]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatcionnaya tekhnika — University Proceedings. Russian Aeronautics*, 2014, no. 2, pp. 33–38.
- [10] Baluev B.A. Sposoby obryva lopatki pri ispytaniyakh korpusov na neprobivayemost [Methods of the blade release at casings containment capability]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva — Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2008, no. 3 (16), pp. 119–125.
- [11] Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1996, xiv, 1037 p.
- [12] Chen Z. *Finite Element Methods and Their Applications*. Berlin, Springer, 2005, 411 p.
- [13] Pykhalov A.A. *Kontaktnaya zadacha staticheskogo i dinamicheskogo analiza sbornykh rotorov turbomashin. Dis. ... d-ra. tekhn. nauk, 05.07.05* [Contact problem of static and dynamic analysis of the rotor assembly turbomachines. Diss. ... Dr. Sc. (Eng.), 05.07.05]. Moscow, 2006, 428 p.
- [14] Dudaev M.A., Pykhalov A.A. Kontaktnaya zadacha v analize dinamicheskogo povedeniia sbornykh rotorov turbomashin [The contact problem in the analysis of the dynamic behavior of modular turbomachine rotors]. *Vestnik NGTU — Scientific Bulletin of NSTU*, 2015, no. 3, pp. 113–129.
- [15] Pykhalov A.A., Dudaev M.A., Kolotnikov M.Ye., et al. Dynamics of assembled structures of rotor systems of aviation gas turbine engines of type two-rotor. *Vibroengineering Procedia: 22, Dynamics of Strongly Nonlinear Systems. Ser. "22nd International Conference on Vibroengineering"*, 2016, no. 22, pp. 316–321.
- [16] Dudaev M.A. (RF) *Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM №2019617798. Konechnoelementnyi reshatel zadachi rotornoy dinamiki odno- i dvukhvalnykh turbomashin s kontaktnym vzaimodeystviem detaley i mezhvalnymi svyaziami* [Certificate of state registration of the computer program No. 2019617798. Finite element solver of the problem of rotor dynamics of single- and two-shaft turbomachines with contact interaction of parts and inter-shaft connections]. Application no. 2019616638 dated June 11, 2019 (RF). Registered in the Computer Software Register on June 20, 2019 (RF).
- [17] *Analiz probivaemosti i optimizatsiya konstruksii korpusov kompressora pri razlichnykh stsenariyakh obryva lopatki. Prognozirovanie dinamicheskogo povedeniya rotora pri obryve lopatki kompressora* [Penetration analysis and optimization of the compressor housings design by various blade breakage chains. The rotor dynamic behavior predicting at the compressor blade breakage]. Otkh. o NIR (sostavnaya chast), ruk. Mossakovskiy P.A.; ispoln.: Kostyreva L.A.

[i dr.]. M., 2016, 175 s. Registratsionnyi nomer NIOKTR: 115052270013, registratsionnyi nomer IKRBS: AAAA-B16-216120870042-5 [Report on Research Work (constituent), head Mossakovskiy P.A., executor Kostyreva L.A. et al. Moscow, 2016, 175 p. NIOKTR Registration Number 115052270013, IKRBS Registration Number AAAA-B16-216120870042-5].

Dudaev M.A., Senior Lecturer, Department of Physics, Mechanics and Instrument Engineering, Irkutsk State Transport University. e-mail: mishan_123@mail.ru

Pykhalov A.A., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Physics, Mechanics and Instrument Engineering, Irkutsk State Transport University. e-mail: pykhalov_aa@mail.ru

Romanovich T.S., Postgraduate, Department of Mechanics and Strength of Materials, Irkutsk National Research Technical University. e-mail: 1292000@mail.ru