

Расчетный анализ влияния температурной зависимости теплофизических свойств воздуха на ударно-волновую структуру сверхзвукового течения

© А.В. Саркисов¹, К.Ю. Арефьев^{1,2}, М.А. Абрамов^{1,2}

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

²МФТИ, Долгопрудный, 141701, Россия

Закономерности изменения газодинамических характеристик сверхзвукового потока в аналитическом приближении постоянства теплофизических свойств при образовании скачков уплотнения известны и описаны в научной литературе. Тем не менее при формировании ударных волн наблюдаются сильные отклонения теплофизических свойств газа от идеальной модели. В данной работе предложен инженерный метод для определения газодинамических характеристик сверхзвукового потока при наличии ударно-волновой структуры. Проведенный в работе анализ включает в себя оценку параметров газа (в данном случае воздуха) по разработанной инженерной модели. Проведено сравнение их с результатами расчетов в аналитическом приближении с допущением о постоянстве теплофизических свойств и верификации на основе численного расчета с применением коммерческого программного комплекса для моделирования сверхзвукового газового потока.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, скачок уплотнения, теплофизические свойства, численное моделирование

Работа выполнена при поддержке Гранта Президента Российской Федерации № МД-1814.2022.4

Введение. Система скачков уплотнения (СУ) характеризуется сильным изменением теплофизических свойств (ТФС) газа. Особый интерес представляет учет изменения удельной теплоемкости газа при высоких градиентах статической температуры потока. Предметом исследования является оценка влияния вышеописанных изменений свойств газа на его ударно-волновую структуру.

Анализ научных трудов по данной тематике показал следующее. В статье [1] Д.А. Куременос привел аналитическую модель расчета параметров газа в прямом скачке уплотнения. В работе [2] с использованием этой модели был проведен анализ влияния различных уравнений состояния и параметров торможения водяного пара на характеристики потока за ударной волной. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных показало, что модель состояния газа Ридлиха — Квонга имела наибольшую точность в аналитической модели Куременоса, но в относительно небольшом диапазоне значений параметров состояния и скорости. При повышении давления и температуры наблюдались отклонения модели от эксперимента.

М. Пассманн в работе [3], используя модель Куременоса, провел валидационный расчет для газа NovacTM 649 при изоэнтропическом течении и за скачком уплотнения. Результаты расчетов М. Пассмана были сопоставлены с расчетными данными, полученными в программном комплексе Refprop [4]. Однако оценка ограничивалась значением числа Маха потока $M = 2$ и относительно малыми значениями изменения давления и температуры.

Цель настоящего исследования — проанализировать степень влияния переменности ТФС газа на структуру сверхзвукового потока. Для достижения данной цели в рамках настоящего исследования решались следующие задачи:

- разработка инженерной модели расчета газодинамических параметров сверхзвукового течения с СУ и переменными ТФС;
- проведение расчетов с применением разработанной инженерной модели, газодинамических функций (ГДФ) и на основе численного расчета в программном комплексе (ПК) ANSYS Fluent [5] при одинаковых начальных параметрах;
- сопоставление результатов расчетов и определение границ применимости разработанной инженерной модели.

Инженерная модель. Для того чтобы связать параметры воздуха до и после СУ, зададимся системой балансных уравнений, приведенных в [6]. Выделим в пространстве элемент течения, в котором расположен рассматриваемый скачок. Для определения параметров течения запишем следующие уравнения:

система уравнений для прямого СУ:

- закон сохранения массы

$$\rho_i u_i = \rho_{i+1} u_{i+1};$$

- закон сохранения импульса

$$\rho_i u_i^2 + p_i = \rho_{i+1} u_{i+1}^2 + p_{i+1};$$

- закон сохранения энергии

$$h_i + \frac{1}{2} u_i^2 = h_{i+1} + \frac{1}{2} u_{i+1}^2;$$

система уравнений для косого СУ:

- закон сохранения массы

$$\rho_i u_{in} = \rho_{i+1} u_{(i+1)n};$$

- закон сохранения импульса

$$\rho_i u_{in}^2 + p_i = \rho_{i+1} u_{(i+1)n}^2 + p_{i+1};$$

- закон сохранения энергии

$$h_i + \frac{1}{2} (u_n^2 + u_t^2) = h_{i+1} + \frac{1}{2} (u_{(i+1)n}^2 + u_{(i+1)t}^2).$$

Здесь p — давление; ρ — плотность; u — скорость; h — энтальпия; i — индекс, означающий параметры до СУ, $i + 1$ — после СУ.

Нормальная и тангенциальные скорости потока относительно СУ выражаются как $u_n = u \sin\alpha$ и $u_t = u \cos\alpha$, где α – угол наклона характеристики косого СУ. Система замыкается уравнением состояния идеального газа:

$$p = \rho RT,$$

где R — газовая постоянная; T — статическая температура.

Решение систем уравнений происходит итерационным методом присвоения параметру СУ u_{i+1} определенного значения с последующей проверкой сходимости значений полных энтальпий до и после СУ. Промежуточные шаги по нахождению энтропии и энтальпии газа в модели выполняются с помощью ПК TERRA [7] по двум параметрам: статическое давление и температура.

Допустимо применение другого метода, позволяющего определить ТФС газа. Давление и температура торможения рассчитываются по значениям полной энтальпии и энтропии в элементе течения. Выполнив условие цикла, рассчитываются значения параметров газа за СУ. Давление и температура торможения рассчитываются по значениям полной энтальпии и энтропии в элементе течения. Выполнив условие цикла, считаются значения параметров газа за СУ. Для случая прямого СУ блок-схема цикла решателя приведена на рис. 1.

Метод, которым решается система уравнений для комбинированного косого и прямого СУ, включает в себя дополнительный цикл, рассчитывающий угол наклона характеристики. Для нахождения параметров газа после прохождения системы СУ последовательно решаются два алгоритма — для косого и затем для прямого СУ. Блок-схема расчета косого СУ представлена на рис. 2.

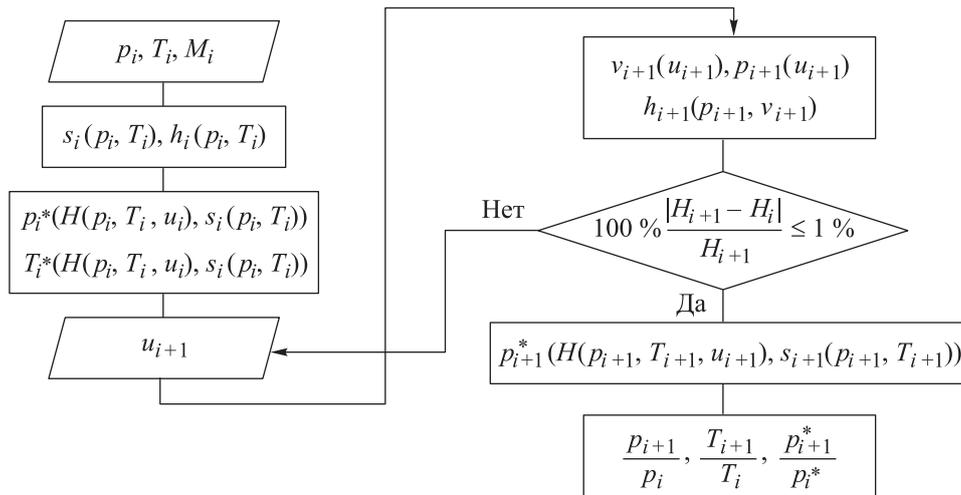


Рис. 1. Схема цикла для расчета параметров воздуха в прямом СУ

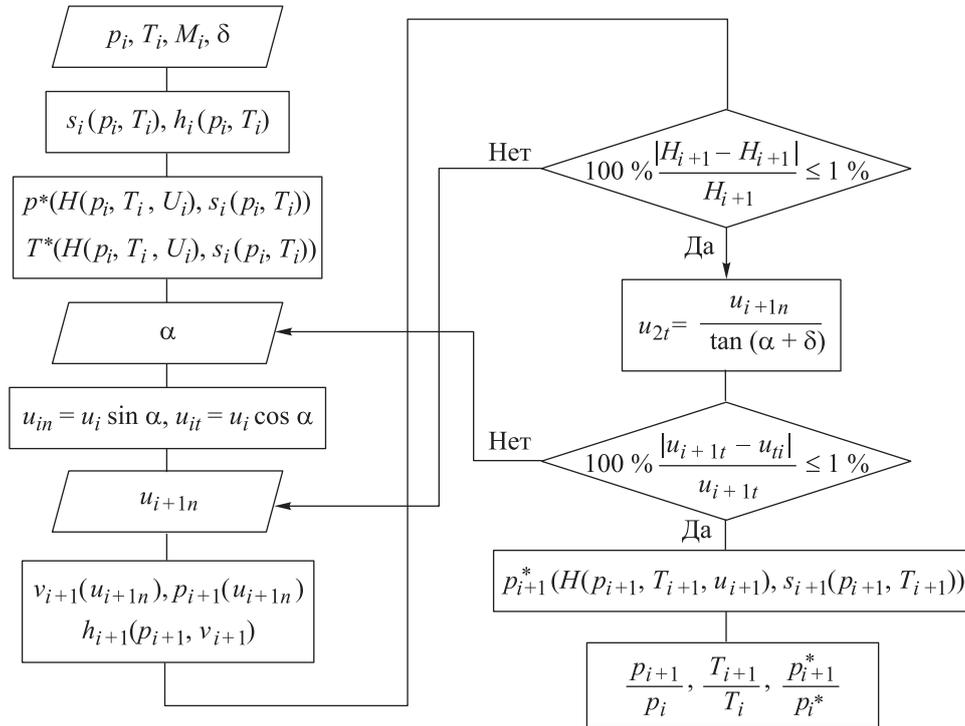


Рис. 2. Схема цикла для расчета параметров воздуха в системе СУ

Результаты расчета. Проведен расчет параметров потока за системой СУ с использованием предложенной инженерной модели. Начальная скорость набегающего потока изменялась в диапазоне значений M от 2 до 10 с шагом, равным 2. Начальные параметры сохранялись равными $p_1 = 101325$ Па и $T_1 = 300$ К по статическому давлению и статической температуре соответственно. Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры газа до и после системы скачков уплотнения

M_1	M_2	M_3	M_4	α_1	α_2	$\frac{T_4}{T_1}$	$\frac{p_4}{p_1}$	$\frac{p_4^*}{p_1^*}$
2	1,441	0,719		45,5	–	1,625	5,02	0,902
4	2,944	2,337	0,531	27	32,5	3,796	58,56	0,427
6	4,042	3,048	0,448	22,6	26,6	6,971	237,5	0,125
8	4,884	3,644	0,402	20,7	24	10,845	632,76	0,037
10	5,526	4,019	0,375	19,7	22,8	15,061	1280	0,011

С целью верификации предложенной инженерной модели проведены расчеты с использованием ПК ANSYS Fluent и ГДФ для

конфигурации, состоящей из двух наклонных плоских клиньев и горизонтальной пластины.

В части расчетов, выполненных в ПК ANSYS Fluent, использована следующая математическая модель. Граничные условия и геометрия расчетной области представлены на рис. 3. Теплофизические свойства воздуха задавались в соответствии с [8]. В качестве модели турбулентности выбрана модель $k-\epsilon$ [9]. Для каждого из значений скорости набегающего потока выбиралась такая конфигурация горизонтальной пластины, чтобы скачки уплотнений сходились на ее конце и образовывался прямой СУ. Углы наклона первого и второго плоских клиньев составляют $\delta_1 = 15^\circ$ и $\delta_2 = 30^\circ$ к горизонтальной оси, соответственно. Для воздуха задавались следующие параметры потока: давление $p_1 = 101325$ Па, температура $T_1 = 300$ К, число Маха M_1 . Для расчета с помощью ГДФ принято, что ТФС газа постоянны. Значения постоянной адиабаты γ и газовой постоянной R соответствуют значениям для воздуха: $\gamma = 1,4$; $R = 287$ Дж·моль/К.

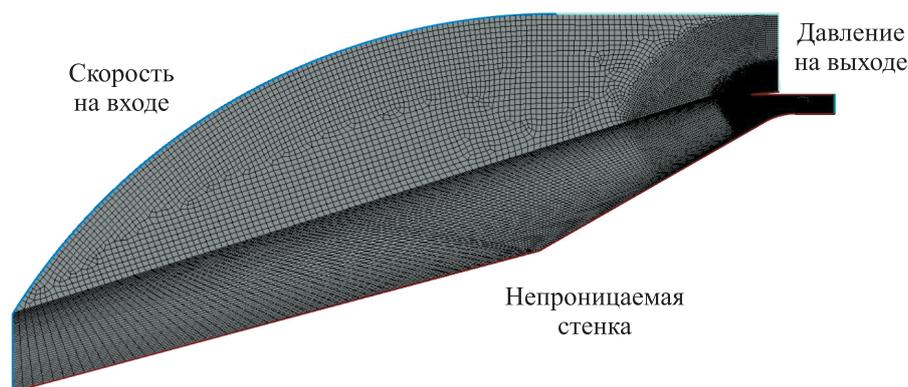


Рис. 3. Граничные условия задачи в ANSYS Fluent

На рис. 4 приведены картины течения сверхзвукового потока воздуха при обтекании профиля с образованием системы СУ в двумерной постановке с использованием ПК ANSYS Fluent.

По результатам расчета параметров потока за системой СУ, полученных с помощью инженерной модели, численным расчетом в ПК ANSYS Fluent и с применением ГДФ, построены графики (рис. 5).

Анализируя полученные данные, можно заметить, что для случая $M_1 = 2$ в соответствии с результатами расчетов с помощью инженерной модели (см. табл. 2) и численным методом (см. рис. 4) наблюдается отсоединенный СУ, критерием возникновения которого является максимальный угол отклонения потока [10], зависящий от постоянной

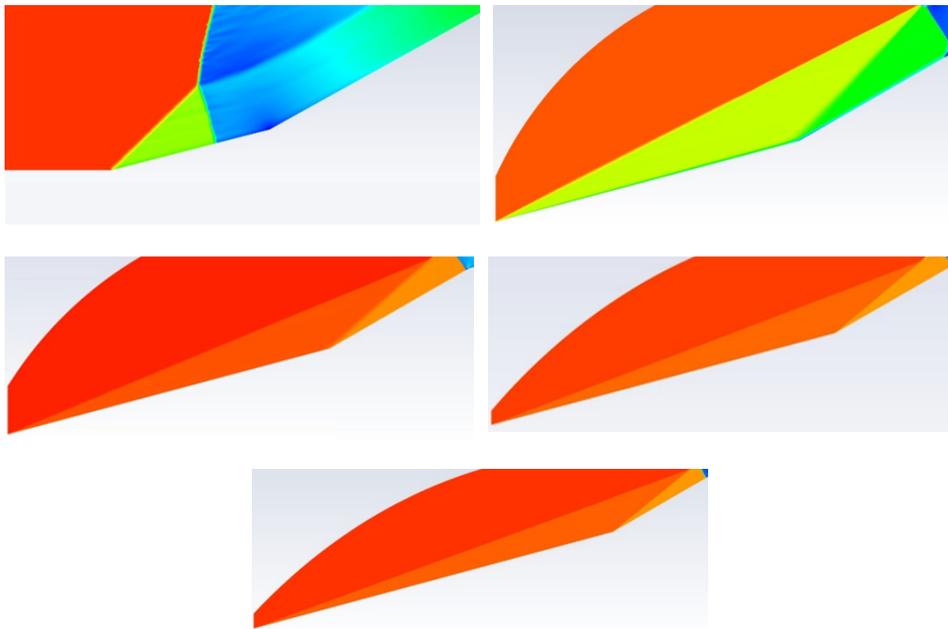


Рис. 4. Поля распределения чисел Маха при различных значениях M_1

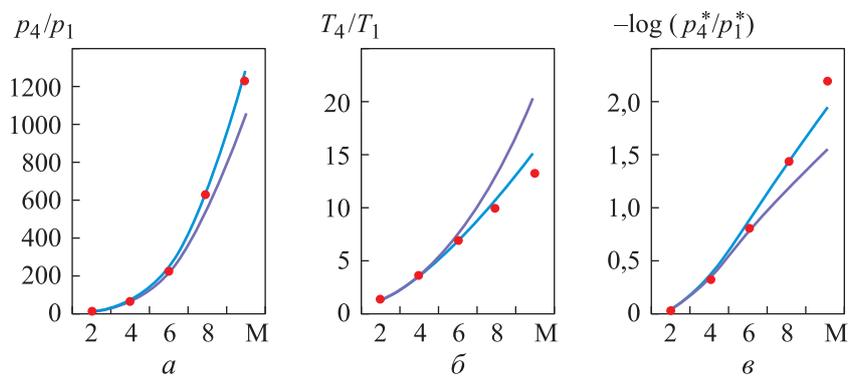


Рис. 5. Зависимости относительных параметров (до и после СУ) от M_1 для статического давления (а), статической температуры (б) и давления торможения (в), полученные для переменных ТФС с использованием ПК ANSYS Fluent (•) и инженерной модели (—); для постоянных ТФС с помощью ГДФ (—)

адиабаты и числа Маха в сечении. Аналитическое выражение, аппроксимирующее предельный угол отклонения, записывается так:

$$\delta_{\max} = \frac{4}{3\sqrt{3}(\gamma+1)} \frac{(M^2-1)}{M^2}.$$

Зависимость $\delta_{\max}(M)$ при постоянных ТФС приведена на рис. 6. Анализируя данные на графике (см. рис. 6), видим, что для рассматриваемого угла наклона плоского клина $\delta_1 = 15^\circ$ образование отсоединенного СУ в приближении постоянства ТФС происходит только при $M = 2,33$, тогда как при расчетах с помощью инженерной модели и ПК ANSYS Fluent отсоединенный СУ наблюдается уже при $M = 2$. Методика расчета конфигураций трехволнового и четырехволнового взаимодействия ударных волн подробно рассмотрена в [11, 12].

В дозвуковой зоне за СУ возрастает влияние изменения параметров газа вблизи тройной точки на поток. Учет температурной зависимости динамической вязкости приводит к увеличению числа Маха на 2,5 %, повышению статической температуры на 8 % и уменьшению статического давления на 2 %.

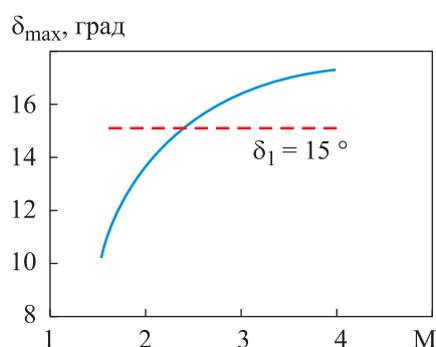


Рис. 6. Зависимость $\delta_{\max}(M)$ при постоянных теплофизических свойствах воздуха

В случае расчета с использованием ГДФ (постоянные ТФС) отличия расчетных значений от результатов численного моделирования могут составлять до 25 % по статической температуре и до 20 % по статическому давлению. С увеличением скорости течения отклонения возрастают. Так, в случае полного давления при $M = 6$ отклонение значения, полученного с помощью ГДФ, от результата численного расчета составляет более 40 %.

Учет переменности ТФС с использованием предложенной инженерной модели позволяет приблизить результаты аналитического расчета с помощью предложенной методики к результатам численного моделирования. Различия в статических параметрах снижаются до 2,3 % по давлению и 11,5 % по температуре в пределе $M = 10$. Получаемые значения полного давления вплоть до $M = 9$ имеют отклонение в пределах 20 %. Из-за учета диссипации энергии вследствие трения отклонение значений полного давления при более высоких числах M продолжает возрастать и его расчет по инженерной модели не целесообразен.

Таким образом, предложенная инженерная модель существенно повышает точность предварительного прогнозирования параметров газового потока в системе СУ относительно использования ГДФ с постоянным ТФС.

Заключение. В результате проведенной работы были получены параметры газового потока, рассчитанные по предложенной инженерной модели с учетом переменности теплофизических свойств. Проведено сравнение с параметрами течения в приближении постоянства ТФС воздуха с помощью ГДФ и численным расчетом в ПК ANSYS Fluent.

При сравнении результатов, полученных по инженерной модели, а также с помощью численного расчета в ANSYS Fluent, можно сделать вывод, что отклонение статических давления и температуры находится в пределах 2,5 % и 12 % соответственно вплоть до значения $M = 10$. Различие в значении полного давления лежит в пределах 20 % до $M = 9$.

Разработанная инженерная модель может быть использована для предварительных оценок газодинамических параметров течения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kouremenos D.A. The normal shock waves of real gases and the generalized isentropic exponents. *Forschung Im Ingenieurwesen*, 1986, pp. 23–31.
- [2] Kouremenos D.A., Kakatsios X.K., Krikkis R.N. Berechnung des senkrechten Verdichtungsstoßes des Wasserdampfes durch die Redlich–Kwong-Zustandsgleichung. *Forschung im Ingenieurwesen*, 1990, Bd. 56, N. 2, S. 54–57. DOI: 10.1007/BF02560959
- [3] Passmann M. *et al J. Phys.: Conf. Ser.*, 2017, vol. 821, art. ID 012004.
- [4] Lemmon E.W., Bell I.H., Huber M.L., McLinden M.O. *NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 10.0*. National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg, 2018.
- [5] *ANSYS Fluent User's Guide. ANSYS, Inc., Release 2021 R1*.
- [6] Голубев А.Г. *Аэродинамика*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 607 с.
- [7] Трусов Б.Г. Программная система TERRA для моделирования фазовых и химических равновесий при высоких температурах. *Труды XIV Международной конф. по хим. термодинамике*. Санкт-Петербург, 2002.
- [8] Gupta R.N., Lee K.-P., Thompson R.A., Yos J.M. Calculations and curve fits of thermodynamic and transport properties for equilibrium air to 30000K. *NASA Reference Publication 1260*, 2013.
- [9] Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1974, no. 3, pp. 269–289.
- [10] Ames Research Staff. *Report 1135. Equations, Tables, and Charts for Compressible Flow*. Ames Aeronautical Laboratory, Moffett Field, Calif., 1953.
- [11] Крайко А.Н. *Теоретическая газовая динамика: классика и современность*. Москва, ТОРУС ПРЕСС, 2010, 440 с.

- [12] Васильев Е.И., Крайко А.Н. Численное моделирование дифракции слабых скачков на клине в условиях парадокса Неймана. *ЖВМиМФ*, 1999, т. 39, № 8, с. 1393–1404.

Статья поступила в редакцию 15.11.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Саркисов А.В., Арефьев К.Ю., Абрамов М.А. Расчетный анализ влияния температурной зависимости теплофизических свойств воздуха на ударно-волновую структуру сверхзвукового течения. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2023, вып. 12. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2023-12-2326>

Саркисов Александр Вадимович — студент кафедры «Ракетные двигатели» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: hagovia@gmail.com

Арефьев Константин Юрьевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Ракетные двигатели» МГТУ им. Н.Э. Баумана; ведущий научный сотрудник, МФТИ. e-mail: arefyev@ Rambler.ru

Абрамов Максим Александрович — канд. техн. наук, инженер НИИЭМ МГТУ им. Н.Э. Баумана; младший научный сотрудник, МФТИ. e-mail: abramov.ma@mipt.ru; abramovmaks94@gmail.com

Numerical analysis of the influence of temperature-dependent thermophysical properties of supersonic airflow on shockwave structure

© A.V. Sarkisov¹, K.Yu. Arefyev^{1,2}, M.A. Abramov^{1,2}

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701, Russia

The gas-dynamic characteristics of a supersonic flow in the analytical approximation of constancy of thermophysical properties during shock wave formation have been described in scientific literature. However, thermophysical properties' deviations from the ideal model are observed during shock wave formation. This paper presents an engineering method for determining the gas-dynamic characteristics of a supersonic flow with a shock wave structure. The analysis includes assessing air parameters using the proposed engineering model and comparing them to analytical approximation calculations assuming thermophysical properties constancy. Numerical calculations using commercial software for simulating supersonic gas flow will verify the results.

Keywords: supersonic flow, shock wave, thermophysical properties, numerical modeling

*This work was supported by the Grant of the President of the Russian Federation
No. MD-1814.2022.4*

REFERENCES

- [1] Kouremenos D.A. The normal shock waves of real gases and the generalized isentropic exponents. *Forschung Im Ingenieurwesen*, 1986, pp. 23–31.
- [2] Kouremenos D.A., Kakatsios X.K., Krikkis R.N. Berechnung des senkrechten Verdichtungsstoßes des Wasserdampfes durch die Redlich–Kwong-Zustandsgleichung. *Forschung im Ingenieurwesen*, 1990, Bd. 56, N. 2, S. 54–57. DOI: 10.1007/BF02560959
- [3] Maximilian Passmann *et al* 2017 *J. Phys.: Conf. Ser.* **821** 012004.
- [4] Lemmon E.W., Bell I.H., Huber M.L., McLinden M.O. *NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 10.0*. National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg, 2018.
- [5] *ANSYS Fluent User's Guide*. ANSYS, Inc. Release 2021 R1.
- [6] Golubev A.G. *Aerodynamics*. Moscow, BMSTU Publ., 2017, 607 p.
- [7] Trusov B.G. TERRA software system for modeling phase and chemical equilibria at high temperatures. *International Conference on Chemical Thermodynamics XIV*. Sain-Petersburg, 2002.
- [8] Gupta R.N., Lee K.-P., Thompson R.A., Yos J.M. Calculations and curve fits of thermodynamic and transport properties for equilibrium air to 30000K. *NASA Reference Publication 1260*, 2013.
- [9] Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1974, no. 3, pp. 269–289.
- [10] Ames Research Staff. *Report 1135. Equations, Tables, and Charts for Compressible Flow*. Ames Aeronautical Laboratory. Moffett Field, Calif., 1953.
- [11] Kraiko A.N. *Teoreticheskaya gazovaya dinamika: klassika i sovremennost* [Theoretical gas dynamics: classic and modern]. Moscow, Torus Press, 2010, 440 p.

- [12] Vasiliev E.I., Kraiko A.N. Chislennoye modelirovaniye difraktsii slabykh skachkov na kline v usloviyakh paradoksa Neymana [Numerical modeling of the diffraction of weak jumps on the wedge in the conditions of the paradox of Neumann]. *ZhVMIMF — Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1999, vol. 39, no. 8 pp. 1393–1404.

Sarkisov A.V., student of the Rocket Engines Department, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: hagovia@gmail.com

Arefyev K.Yu., Dr. Sc. (Eng.), Professor of the Rocket Engines Department, Bauman Moscow State Technical University; Leading Scientist, Moscow Institute of Physics and Technology. e-mail: arefyev@rambler.ru

Abramov M.A., Cand. Sc. (Eng.), engineer of Research Institute of Power Engineering, Bauman Moscow State Technical University; Junior Scientist, Moscow Institute of Physics and Technology. e-mail: abramovmaks94@gmail.com