

Применение моделей реального газа к задаче обтекания тела высокоскоростным потоком

© О.К. Овчинникова, Н.Б. Федосенко

БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, 190005, Россия

Представлены результаты вычислительного моделирования обтекания осесимметричного тела высокоскоростным потоком воздуха с использованием различных моделей: идеального газа, описываемого уравнением Менделеева — Клапейрона; реального газа, описываемого уравнением Редлиха — Квонга; пользовательской модели, аппроксимирующей эмпирические данные. Особенность пользовательской модели заключается в том, что используется собственный программный код для двухпараметрической аппроксимации теплофизических свойств воздуха. Таким образом, учитываются изменения, сопровождающие протекающие при высоких температурах явления диссоциации без моделирования физико-химических превращений в многокомпонентной газовой смеси. Цель проводимого исследования — провести оценку различий в газодинамической картине течения, ударно-волновой структуре и термическом нагружении обтекаемого тела в зависимости от выбора модели среды. Полученные результаты позволяют сделать выводы о необходимости применения пользовательских моделей реального газа для сокращения погрешности вычислительного моделирования и корректной оценки тепловых потоков.

Ключевые слова: высокоскоростной поток, реальный газ, высокотемпературный воздух, вычислительное моделирование

Введение. В настоящее время одно из наиболее актуальных направлений развития авиации — разработка высокоскоростных летательных аппаратов (ЛА) [1, 2], которую невозможно реализовать без широкомасштабных исследований фундаментального и прикладного характера [2]. При их выполнении особенно важна корректная постановка вычислительных экспериментов, так как проведение физических экспериментов и, в еще большей степени, летных испытаний сверхзвуковых ЛА весьма затруднительно.

Согласно [2], уже разрабатывают и испытывают многочисленные группы высокоскоростных систем. На основании анализа данных, представленных в [2], можно предположить, что наиболее востребованным является моделирование обтекания тел потоком атмосферного воздуха со скоростями, соответствующими числам Маха $M = 3 \dots 10$ на высоте $10 \dots 50$ км.

Для атмосферного воздуха при математическом и вычислительном моделировании наиболее широкое распространение получило уравнение Менделеева — Клапейрона (называемое также обобщенным газовым законом), описывающее состояние термически совершенного

газа [3]. Когда использование «идеального газа» априори приводит к возникновению больших погрешностей результатов расчета, применяют модель «реального газа» Редлиха — Квонга или ее модификации [5].

Более точные результаты расчетов в случае обтекания тел высокоскоростным потоком воздуха позволили бы получить специфические модели газовых сред, учитывающие изменение состава газа при повышении его температуры вследствие диссоциации и ионизации молекул. К таким моделям относится модель Крайко [4], реализовать которую в программных комплексах термогазодинамических расчетов затруднительно. Более простой способ создать пользовательскую модель высокотемпературного атмосферного воздуха — задать интерполяционные полиномы для описания основных теплофизических свойств газа (плотности, теплоемкости, теплопроводности, вязкости в зависимости от температуры и давления) с помощью известных эмпирически полученных значений, приведенных в справочнике [5].

Постановка задачи. Рассмотрим обтекание осесимметричного тела потоком атмосферного воздуха на высоте 30 км [6]. Геометрическая модель к решению такой задачи представлена на рис. 1.

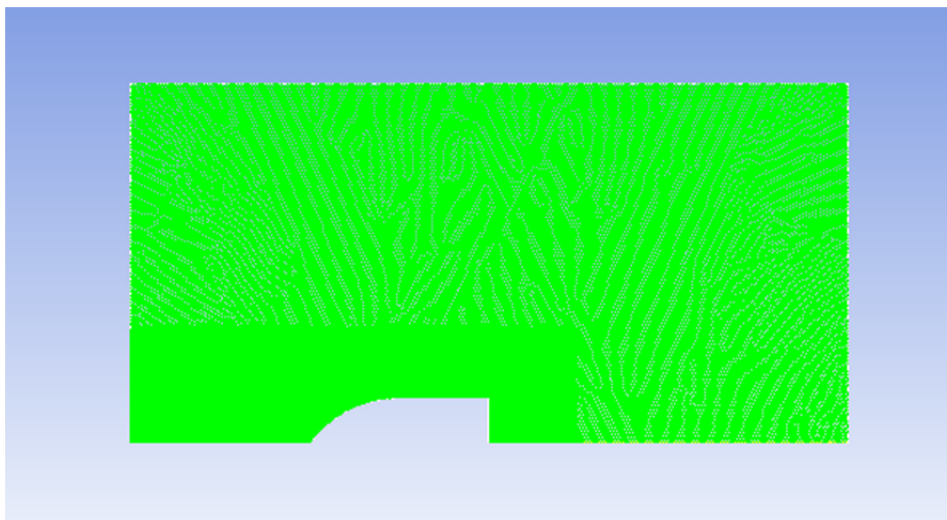


Рис. 1. Геометрическая модель обтекаемого осесимметричного тела

Моделирование в вязкой стационарной постановке проводится средствами вычислительного программного комплекса ANSYS Fluent. Для уравнений RANS в качестве замыкающих соотношений используется модель турбулентности SST [7]. Скорости потока, соответствующие числам Маха $M = 5; 6; 7; 8; 9$ при давлении и температуре на высоте 30 км, заданы как граничные условия [6].

В качестве рабочего тела (воздуха) приняты следующие модели среды:

- стандартная модель «идеального газа», описываемая уравнением Менделеева — Клапейрона;
- стандартная модель «реального газа», представленная уравнением Редлиха — Квонга [3];
- пользовательская модель высокотемпературного воздуха, аппроксимирующая эмпирические данные [5].

Двухпараметрическое уравнение состояния Редлиха — Квонга имеет вид

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{T^{0,5}V(V+b)}, \quad (1)$$

где R — газовая постоянная; T — температура воздуха; V — объем потока; $a = \frac{Q_a R^2 T_c^{2,5}}{P_c}$, $Q_a = 0,4274802327\dots$; $b = \frac{Q_b RT_c}{P_c}$, $Q_b = 0,086640350\dots$

Уравнение (1), являющееся кубическим относительно объема или коэффициента сжимаемости, можно записать так:

$$Z^3 - Z^2 + (A - B^2 - B)Z - AB = 0,$$

где Z — коэффициент сжимаемости; $A = \frac{Q_a P_r}{T_r^{2,5}} = \frac{aP}{R^2 T^{2,5}}$; $B = \frac{Q_b P_r}{T_r} = \frac{bP}{RT}$.

Пользовательская модель высокотемпературного воздуха базируется на аппроксимации теплофизических свойств воздуха, заданных таблично [5], с использованием отдельных файлов-функций (так называемых udf — user defined functions), написанных на языке C, для ANSYS Fluent.

Двухпараметрическая зависимость теплофизических параметров от деления и температуры на основе таблично заданных значений создается с помощью метода наименьших квадратов. Рассмотрим построение аппроксимирующей плоскости, т. е. линейное изменение рассматриваемого параметра от давления и температуры.

Аппроксимирующий полином F для теплофизического параметра воздуха Z^* (плотности, теплоемкости, теплопроводности или вязкости) можно представить в следующем виде:

$$F_{i,j}(T_i, p_j) = a_1 T_i + a_2 p_j + a_3,$$

где a_1, a_2, a_3 — неизвестные коэффициенты полинома; T, p — температура и давление; индексы i и j соответствуют количеству значений температуры и давления в аппроксимируемых таблицах параметров.

Функция среднеквадратичного отклонения определяется по формуле

$$\Phi = \sum_{\substack{i=1, \\ j=1}}^{n,m} (a_1 T_i + a_2 p_j + a_3 - Z_{i,j}^*)^2.$$

Система уравнений для определения коэффициентов аппроксимирующей плоскости составляется путем приравнивания к нулю частных производных по неизвестным коэффициентам:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1, j=1}^{n,m} (a_1 T_i + a_2 p_j + a_3 - Z_{i,j}) T_i = 0;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1, j=1}^{n,m} (a_1 T_i + a_2 p_j + a_3 - Z_{i,j}) p_j = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_3} = 2 \sum_{i=1, j=1}^{n,m} (a_1 T_i + a_2 p_j + a_3 - Z_{i,j}) = 0.$$

Для дальнейшего решения систему (2) удобнее переписать в матричной форме:

$$A = \begin{pmatrix} \sum_{i=1, j=1}^{n,m} T_i^2 & \sum_{i=1, j=1}^{n,m} T_i p_j & \sum_{i=1, j=1}^{n,m} T_i \\ \sum_{i=1, j=1}^{n,m} T_i p_j & \sum_{i=1, j=1}^{n,m} p_j^2 & \sum_{i=1, j=1}^{n,m} p_j \\ \sum_{i=1, j=1}^{n,m} T_i & \sum_{i=1, j=1}^{n,m} p_j & n, m \end{pmatrix};$$

$$X = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} \sum_{i=1, j=1}^{n, m} T_i Z_{i, j} \\ \sum_{i=1, j=1}^{n, m} p_j Z_{i, j} \\ \sum_{i=1, j=1}^{n, m} Z_{i, j} \end{pmatrix}.$$

Решение системы выполняется для теплофизических параметров — плотности, теплоемкости, теплопроводности или вязкости газа. Таким образом, моделируется изменение теплофизических свойств воздуха без решения физико-химической задачи расчета многокомпонентной газовой среды [8–10], что существенно упрощает вычисления, сокращает время вычислительного моделирования и позволяет снизить требования к используемой вычислительной технике.

Цель проводимого исследования — оценка различий в газодинамической картине течения, ударно-волновой структуре и термическом нагружении обтекаемого тела в зависимости от выбора модели среды.

Результаты исследований. Картины линий тока, окрашенных в соответствии со скоростью потока, представлены на рис. 2, 3, поля распределения температуры газа — на рис. 4, 5. Значения температуры торможения в лобовой части обтекаемого тела, а также различия полученных значений при использовании стандартной модели термически совершенного идеального газа T_{ideal} и пользовательской модели реального газа T_{user} приведены в таблице.

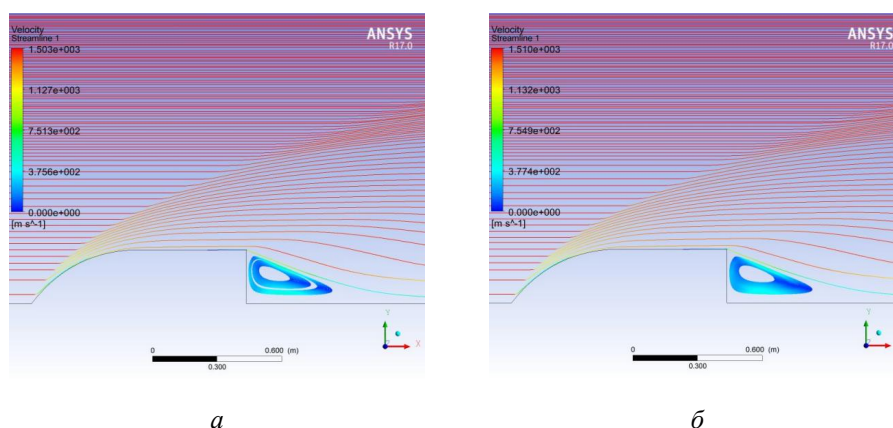


Рис. 2. Линии тока в соответствии со скоростью потока идеального (а) и пользовательского (б) газа при $M = 5$

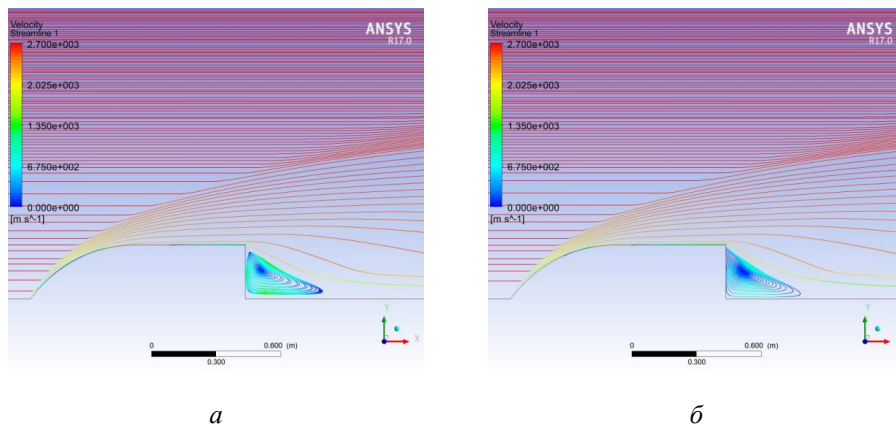


Рис. 3. Линии тока в соответствии со скоростью потока идеального (*a*) и пользовательского (*б*) газа при $M = 9$

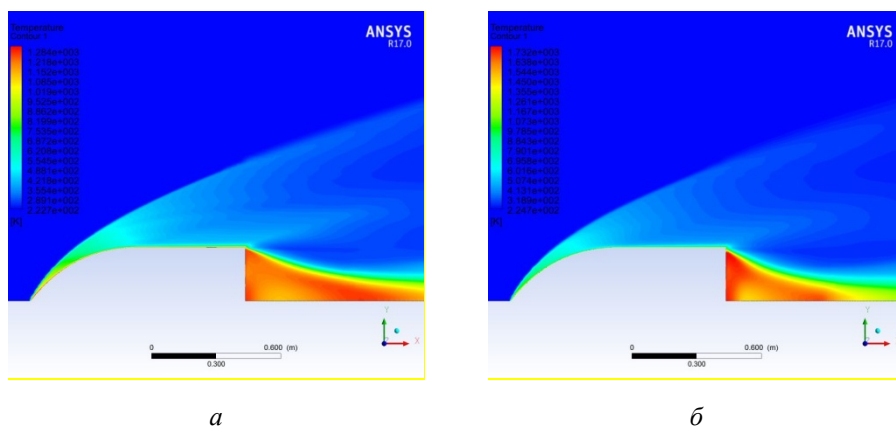


Рис. 4. Поля распределения температур идеального (*a*) и пользовательского (*б*) газа при $M = 5$

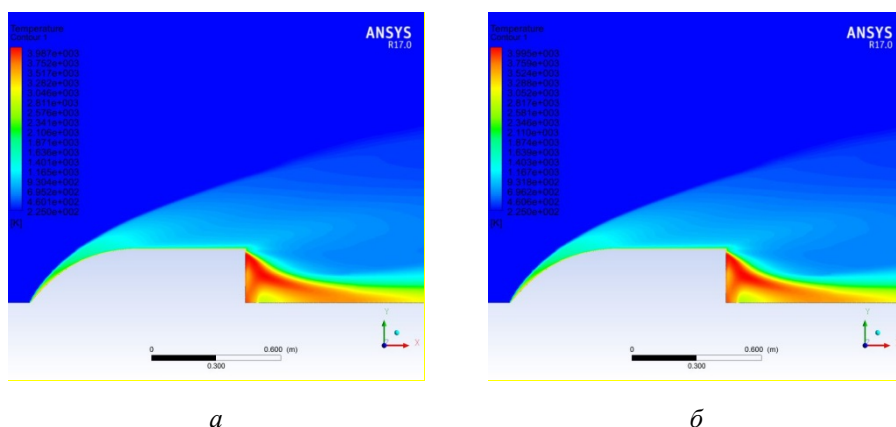


Рис. 5. Поля распределения температур идеального (*a*) и пользовательского (*б*) газа при $M = 9$

Значения температуры торможения

Число Маха М	Температура газа, К		$\Delta = T_{ideal} - T_{user}, \text{ К}$
	идеального T_{ideal}	пользовательского T_{user}	
5	1284	1293	9
6	2286	1752	534
7	2618	2292	326
8	3337	2662	675
9	3987	2866	1121

Для более наглядного отображения различий полученных значений температуры торможения на рис. 6 представлены графики температуры торможения в зависимости от числа Маха набегающего потока для всех трех рассмотренных моделей воздуха.

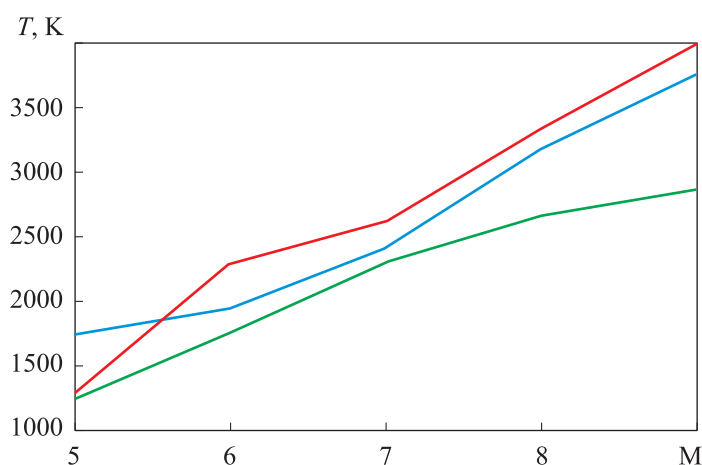


Рис. 6. Зависимость температуры торможения от числа Маха:

— идеальный газ; — газ Редлиха — Квонга; — газ пользовательской модели

Заключение. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что характер течения и ударно-волновая структура незначительно изменяются при варьировании моделей среды. При этом значения температуры в окрестности точки торможения и на поверхности обтекаемого тела критически зависят от выбора модели среды. Различие результатов, полученных для температуры торможения в окрестности обтекаемого тела, при использовании стандартных моделей среды и пользовательской модели воздуха увеличивается с ростом скорости набегающего потока (числа Маха). При сверхзвуковых

числах Маха ($M \leq 5$) стандартная модель идеального газа показывает совпадение по температуре торможения с погрешностью не более 5 % по сравнению с моделью реального газа. При этом модель газа Редлиха — Квонга оказывается неприменимой, так как погрешность вычисления температуры торможения превышает 25 %.

При числах Маха $6 \leq M \leq 5$ модель реального газа Редлиха — Квонга лучше согласуется с пользовательскими приближениями теплофизических параметров, чем модель идеального газа, и погрешность вычисления температуры торможения составляет 5...10 %.

При дальнейшем увеличении числа Маха потока наблюдается расхождение в характере изменения температуры торможения, полученной при использовании стандартных и пользовательской моделей. Несмотря на то что модель Редлиха — Квонга лучше описывает поведение реального газа, ее применение приводит к погрешности расчета температуры торможения, равной 15 % при числе Маха $M = 8$, а при увеличении числа Маха погрешность нелинейно возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Аронов Д.И., Клягин В.А. Перспективные методы организации тепловой защиты гиперзвуковых летательных аппаратов. *Вестник Концерна ВКО «Алмаз — Антей»*, 2021, № 1, с. 52–66.
<https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-1-52-66>
- [2] Балмина Р.В., Губанов А.А., Иванькин М.А., Лапинский Д.А. Состояние и перспективы разработки гиперзвукового вооружения. *Техническая информация ЦАГИ*, 2012, вып. 1–2, 72 с.
- [3] Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. *Свойства газов и жидкостей: Справочное пособие*. 3-е изд., перераб. и доп. Ленинград, Химия, 1982, 592 с.
- [4] Крайко А.Н., Макаров В.Е. Явные аналитические формулы, определяющие равновесный состав и термодинамические функции воздуха для температур от 200 до 20000 К. *Теплофизика высоких температур*, 1996, т. 34, № 2, с. 208–219.
- [5] Варгафтик Н.Б. *Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей*. 2-е изд., доп. и перераб. Москва, Наука, 1972, 721 с.
- [6] *ГОСТ 4401–81. Атмосфера стандартная. Параметры*. Москва, Изд-во стандартов, 2004.
- [7] Белов И.А., Исаев С.А. *Моделирование турбулентных течений*. Санкт-Петербург, Балт. гос. техн. ун-т, 2001, 108 с.
- [8] Vlasov V.I., Gorshkov A.B., Kovalev R.V. Modeling of high-temperature flows of multicomponent gas and heat exchange processes in space vehicles. *Physicochemical kinetics in gas dynamics*, 2008, vol. 7.
URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2008-7/articles/438/>
- [9] Волков К.Н., Емельянов В.Н., Карпенко А.Г. Численное моделирование газодинамических и физико-химических процессов при обтекании тел гиперзвуковым потоком. *Вычислительные методы и программирование*, 2017, т. 18, вып. 4, с. 387–405.
- [10] Schouler M., Prévereaud Y., Mieussens L. Survey of flight and numerical data of hypersonic rarefied flows encountered in Earth orbit and atmospheric reentry. *Progress in Aerospace Sciences*, 2020, vol. 118, pp.100638.

Статья поступила в редакцию 20.06.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Овчинникова О.К., Федосенко Н.Б. Применение моделей реального газа к задаче обтекания тела высокоскоростным потоком. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 11. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-11-2226>

Овчинникова Ольга Константиновна — доцент, канд. техн. наук, БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова. Область деятельности и научные интересы: математическое и вычислительное моделирование, программирование в задачах гидроаэродинамики и теплотехники. e-mail: ovchinnikova_ok@voenmeh.ru

Федосенко Надежда Борисовна — старший преподаватель БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова. Область деятельности и научные интересы: математическое и вычислительное моделирование, программирование в задачах гидроаэродинамики и теплотехники. e-mail: fedosenko_nb@voenmeh.ru

Application of real gas models to the problem of high-speed flow around a body

© O.K. Ovchinnikova, N.B. Fedosenko

Ustinov Voenmeh Baltic State Technical University,
St. Petersburg, 190005, Russia

The paper presents results of computational simulation of the high-speed airflow around an axisymmetric body using various models that include ideal gas described by the Mendeleev—Clapeyron equation, real gas described by the Redlich—Kwong equation and user model approximating the empirical data. The user model is characterized by its own program code for the two-parameter approximation of the air thermophysical properties and taking into account in this context changes accompanying dissociation phenomena occurring at high temperatures without simulating physical and chemical transformations in the multicomponent gas mixture. The purpose of this study is to evaluate differences in the gas-dynamic flow pattern, shock-wave structure and thermal loading of the streamlined body depending on selection of the medium model. The results obtained make it possible to conclude on the need to introduce the real gas user models to reduce the error of computational simulation and ensure correct estimation of the heat flows.

Keywords: high-speed flow, real gas, high-temperature air, computational simulation

REFERENCES

- [1] Aronov D.I., Klyagin V.A. Perspektivnye metody organizatsii teplovoy zashchity giperzvukovykh letatelnykh apparatov [Advanced methods for organizing thermal protection of hypersonic aircrafts]. *Vestnik Kontserna VKO "Almaz – Antey" — Journal of "Almaz – Antey" Air and Space Defence Corporation*, 2021, no. 1, pp. 52–66. <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-1-52-66>
- [2] Balmina R.V., Gubanov A.A., Ivankin M.A., Lapinsky D.A. Sostoyanie i perspektivy razrabotki giperzvukovogo vooruzheniya [Status and prospects for development of the hypersonic weapons]. *Tekhnicheskaya informatsiya TsAGI*, 2012, no. 1–2, 72 p.
- [3] Reid R., Prausnitz J., Sherwood T. *The properties of gases and liquids*. Third edition. New York, McGraw-Hill Book Company, 1977 [In Russ.: Reid R., Prausnitz J., Sherwood T. *Svoystva gazov i zhidkostey: Spravochnoe posobie*. 3rd ed., rev. and enl. Leningrad, Khimiya Publ., 1982, 592 p.].
- [4] Kraiko A.N., Makarov V.E. Yavnye analiticheskie formuly, opredelyayushchie ravnovesnyi sostav i termodinamicheskie funktsii vozdukh dlya temperatur ot 200 do 20000 K [Explicit analytic formulae defining the equilibrium composition and thermodynamic functions of air for temperatures from 200 to 20000 K]. *Teplofizika vysokikh temperatur — High Temperature*, 1996, vol. 34, iss. 2, pp. 208–219.
- [5] Vargaftik N.B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey* [Handbook on thermophysical properties of gases and liquids.]. 2nd ed., enl. and rev. Moscow, Nauka Publ., 1972, 721 p.
- [6] *GOST 4401–81. Atmosfera standartnaya. Parametry* [Standard atmosphere. Parameters]. Moscow, Standards Publ., 1982.
- [7] Belov I.A., Isaev S.A. *Modelirovanie turbulentnykh techeniy* [Modeling of turbulent flows]. St. Petersburg, Balt. State. Tech. Univ., 2001, 108 p.

- [8] Vlasov V.I., Gorshkov A.B., Kovalev R.V. Modeling of high temperature flows of multispecies gases and surface heat transfer to space vehicles. *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2008, vol. 7. Available at: <http://chemphys.edu.ru/issues/2008-7/articles/438/>
- [9] Volkov K.N., Emelyanov V.N., Karpenko A.G. Numerical simulation of gas dynamic and physical-chemical processes in hypersonic flows past bodies. *Numerical Methods and Programming*, 2017, vol. 18, no. 4, pp. 387–405.
- [10] Schouler M., Prevereaud Y., Mieussens L. Survey of flight and numerical data of hypersonic rarefied flows encountered in Earth orbit and atmospheric reentry. *Progress in Aerospace Sciences*, 2020, vol. 118, paper ID 100638.

Ovchinnikova O.K., Associate Professor, Cand. Sc. (Eng.), Ustinov Voenmeh Baltic State Technical University. Field of activity and scientific interests: mathematical and computational simulation, programming in problems of hydroaerodynamics and heat engineering. e-mail: ovchinnikova_ok@voenmeh.ru

Fedosenko N.B., Senior Lecturer, Ustinov Voenmeh Baltic State Technical University. Field of activity and scientific interests: mathematical and computational simulation, programming in problems of hydroaerodynamics and heat engineering. e-mail: fedosenko_nb@voenmeh.ru