

## Экспериментальная проверка аналитических зависимостей для расчета жесткости упругих муфт с пакетами цилиндрических пружинных гильз

© Б.В. Букеткин, А.А. Ширшов

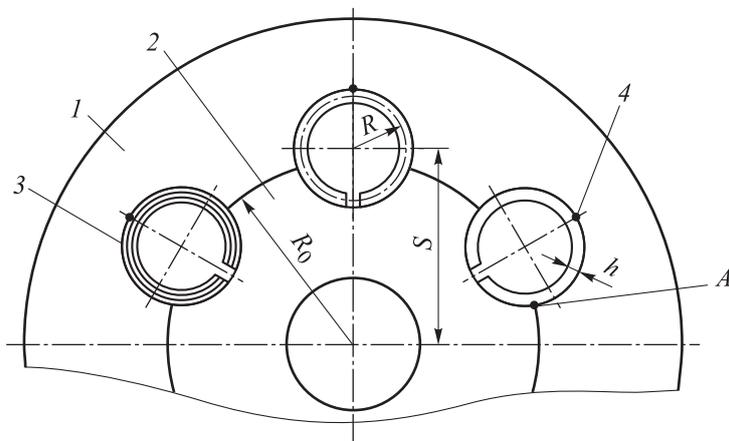
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Для расчета крутильной жесткости, являющейся основной характеристикой упругих муфт с пакетами пружинных гильз, применяются различные достаточно простые аналитические зависимости, основанные на ряде допущений. С целью проверки применимости на практике аналитических зависимостей проведено экспериментальное исследование жесткости на модели муфты с разрезными стальными гильзами. Конструкция модели муфты предусматривала ее установку в захватах испытательной машины кручения, обеспечивающей возможность записи диаграммы кручения в координатах «крутящий момент — взаимный угол поворота полумуфт». Сравнение результатов эксперимента с расчетными данными, полученными путем использования аналитических зависимостей, показало их удовлетворительное соответствие, а следовательно, и предложенные аналитические зависимости целесообразно применять на практике.*

**Ключевые слова:** упругая муфта, жесткость, пружинная разрезная гильза, крутящий момент, угломер

**Введение.** В предыдущей работе авторов [1] предложена методика расчета жесткости муфт с пакетами упругих цилиндрических пружинных гильз. Такие муфты входят в семейство муфт как с металлическими [2–6], так и с полимерными [2, 7, 8] упругими элементами, в том числе со стальными стержнями, лентами, витыми пружинами. Принципиальная схема муфты с разрезными пружинными гильзами приведена на рис. 1. Пружинные гильзы представляют собой тонкостенные цилиндры с продольным разрезом, легко устанавливаемые в гнезда с небольшим натягом. Муфты могут быть как с одинарными гильзами, так и с пакетами гильз, как условно показано на рис. 1. Для уменьшения проскальзывания и износа гильз их фиксируют в одной из полумуфт и используют смазку.

Одна из важнейших характеристик муфты — крутильная жесткость  $C$ , определяемая отношением вращающего момента  $T$  к взаимному углу поворота полумуфт  $\Delta\varphi$ . Угол поворота полумуфт  $\Delta\varphi$ , в свою очередь, равен отношению смещения  $f$  точки  $A$  (см. рис. 1) в направлении касательной к наружному контуру внутренней полумуфты — радиусу  $R_0$ . Принято, что гильза закреплена от проворачивания с противоположной стороны от разреза (см. рис. 1). Разрез может быть обращен в сторону как внутренней, так и наружной полумуфты.



**Рис. 1.** Принципиальная схема муфты с разрезными пружинными гильзами:

1, 2 — полумуфты; 3 — пакет гильз; 4 — место закрепления пакета;  $R$  — средний радиус пакета гильз;  $R_0$  — наружный радиус внутренней полумуфты,  $R_0 = R - \Delta$  ( $\Delta$  — радиальный зазор между полумуфтами);  $h$  — толщина пакета гильз;  $S$  — расстояние между осями муфты и гнезда;  $A$  — точка контакта пакета гильз с полумуфтой

В работе [1] предложена приближенная аналитическая зависимость крутильной жесткости муфты с пакетом гильз от ее основных размеров:

$$C = \frac{nR_0^2 EI_x}{k^2 r^3} \Phi(\alpha, \beta). \quad (1)$$

Здесь  $n$  — число пакетов;  $EI_x$  — обобщенная изгибная жесткость пакета гильз одинаковой толщины,  $EI_x = Ebh^3/12$  ( $b$  — ширина поперечного сечения гильзы;  $h$  — полная толщина пакета гильз,  $h = kh_j$  (где  $k$  — число гильз в пакете, у испытываемой модели  $k = 1$ ;  $h_j$  — толщина отдельной гильзы);  $r$  — средний радиус пакета;  $\Phi(\alpha, \beta)$  — функция угловых параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , определяемых соотношениями между размерами  $R_0$ ,  $r$  и  $S$ .

Функция  $\Phi(\alpha, \beta)$  описывается линейной зависимостью

$$\Phi(\alpha, \beta) = -1,65 + 1,85\alpha + (1,85 - 1,88\alpha)\beta, \quad (2)$$

а угловые параметры  $\alpha$  и  $\beta$  рассчитывают по формулам

$$\alpha = \arccos \frac{\rho^2 + s^2 - 1}{2\rho s}, \quad \beta = \arccos \frac{s^2 - \rho^2 + 1}{2s}, \quad (3)$$

где  $\rho = r/R_0$ ,  $s = S/R_0$  — безразмерные величины, введенные для удобства.

При креплении гильзы к внутренней полумуфте разрез будет обращен в сторону наружной полумуфты. В этом случае условия нагружения гильзы будут немного отличаться. Точка приложения равнодействующей контактных сил расположена несколько ниже диаметра, перпендикулярного прямой, которая соединяет разрез с точкой крепления гильзы. Угловую координату точки касания  $\alpha^*$  (в отличие от  $\alpha$ ) можно определять по приближенной формуле

$$\alpha^* \approx \left( 2\pi - \arccos \frac{\rho^2 + s^2 - 1}{2\rho s} \right) \frac{1}{3}. \quad (4)$$

Функция  $\Phi(\alpha, \beta)$  и угловой параметр  $\beta$  рассчитывают по тем же формулам.

В работе [9] жесткость предлагается определять по более простой зависимости, не зависящей от положения разреза,

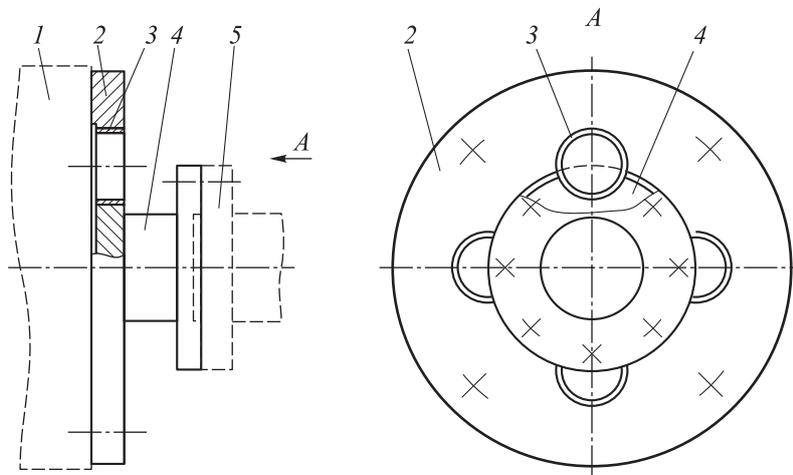
$$C = \frac{nR_0^2 EI_x \pi}{k^2 r^3 4}, \quad (5)$$

при выводе которой предполагалось, что точка контакта  $A$  расположена на диаметре гильзы ( $\alpha = 90^\circ$ ).

Цель работы — экспериментальная проверка приближенных аналитических зависимостей для определения крутильной жесткости муфты, предложенных в [1, 9]. Для проведения исследования было спроектировано специальное устройство в виде модели муфты, приспособленное для установки в захваты испытательной машины кручения (рис. 2). Модель состоит из наружной полумуфты 2, выполненной в виде диска с отверстием диаметром 100 мм (радиус  $R = 50$  мм), и внутренней полумуфты 4, выполненной в виде двух дисков с переходником. Большой диск имел диаметр 100 мм для того, чтобы было удобно формировать четыре отверстия диаметром 36 мм для установки пружинных гильз 3. После выполнения отверстий его диаметр был уменьшен до 99 мм, так как радиальный зазор между полумуфтами  $\Delta = 0,5$  мм. Гильзы представляют собой кольца толщиной 2 мм с разрезом, вставляемые в гнезда с небольшим зазором, равным  $\approx 0,03$  мм. Наружная полумуфта 2 крепится к подвижному захвату 1 испытательной машины, а внутренняя 4 через переходник — к неподвижному захвату 5. Поскольку испытания статические, фиксация гильз не предусмотрена.

Основные размеры модели приведены ниже:

Средний радиус гильзы $r$ , мм .....	17
Толщина гильзы $h$ , мм .....	2
Ширина гильзы $b$ , мм .....	12
Наружный радиус внутренней полумуфты $R_0$ , мм .....	49,5



**Рис. 2.** Устройство в виде модели муфты:

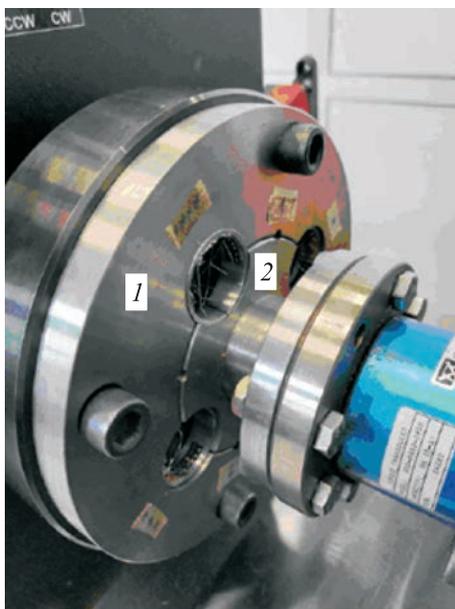
1 — подвижный захват; 2 — наружная полумуфта; 3 — пружинная гильза;  
4 — внутренняя полумуфта с переходником; 5 — неподвижный захват

**Испытания.** На испытательной машине кручения INSTRON типа Torsion (рис. 3, 4) были проведены испытания модели 55MTS-5PL с автоматической обработкой диаграммы кручения  $M_k$  —  $\Delta\varphi$ . Цена деления крутящего момента  $M_k$  — 0,01 Н·м; цена деления угломера —  $1 \cdot 10^{-4}$  град.



**Рис. 3.** Общий вид испытательной машины с установленной моделью муфты:

1 — подвижный захват; 2 — неподвижный захват



**Рис. 4.** Внешний вид модели муфты, установленной в захваты испытательной машины:

1 — наружная полумуфта; 2 — внутренняя полумуфта с переходником

Размеры испытываемой модели муфты:  $S = 50$  мм,  $\rho = 0,343$ ,  $s = 1,01$  и, следовательно, согласно зависимостям (3) и (2),  $\alpha = 1,37$  рад ( $78,5^\circ$ );  $\beta = 0,342$  рад ( $19,6^\circ$ ) и  $\Phi(\alpha, \beta) = 0,872$ . По формуле (1) была определена жесткость  $C = 2840$  Н·м/рад. При установке колец с разрезом, ориентированным в сторону наружной полумуфты,  $\alpha^* = 1,62$  рад ( $92,8^\circ$ );  $\beta = 0,342$  рад ( $19,6^\circ$ )  $\Phi(\alpha, \beta) = 0,937$ ; и  $C = 3050$  Н·м/рад. Согласно формуле (5),  $C = 4150$  Н·м.

**Результаты испытаний.** Перед проведением испытаний модели муфты с разрезной гильзой была проведена градуировка. В закрепленную в захватах испытательной машины модель вместо разрезных колец были вставлены диски с центральным отверстием диаметром 10 мм и толщиной 12 мм. Было проведено три цикла нагружение — разгрузка с записью зависимости  $M_{kt} — \Delta\varphi_t$  (здесь  $M_{kt}$  и  $\Delta\varphi_t$  — крутящий момент и угол поворота при градуировке). Результаты второго и третьего нагружения практически совпали — различие значений крутящего момента при одинаковых значениях  $\Delta\varphi$  не превышало двух единиц четвертой значащей цифры.

Диски на гильзы заменяли без демонтажа установки. Испытания были проведены для двух вариантов расположения разреза гильзы: ориентированного к центру и ориентированного к периферии. Для

каждого положения было проведено по три цикла нагружение — разгрузка с записью зависимости  $M_k$  ( $\Delta\varphi_m$ ). Как и при градуировке, второй и третий циклы выдали практически одинаковые результаты. При одинаковых значениях крутящих моментов  $M_k$  и  $M_k$  разность  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_m - \Delta\varphi_{t_i}$  позволяет определить крутильную жесткость модели муфты. Максимальное значение крутящего момента составило 50 Н·м.

Графики зависимости  $M_k$  ( $\Delta\varphi$ ) для двух вариантов положения разреза гильзы представлены на рис. 5. Кружки соответствуют ориентации разреза к центру модели, а крестики — к периферии. На рисунке видно, что при  $M_k > 10$  Н·м приращение угла поворота  $\Delta\varphi$  практически пропорционально приращению крутящего момента. Поэтому коэффициенты линейной зависимости были получены по результатам измерений в диапазоне изменения  $M_k$  от 10 до 50 Н·м с использованием условия минимума квадратичного отклонения. Угловой коэффициент линейной зависимости соответствует жесткости модели муфты. Для прямой, отмеченной цифрой 1, жесткость  $C_1 = 3100$  Н·м/рад, для прямой, отмеченной цифрой 2, жесткость  $C_2 = 3390$  Н·м/рад. Заметим, что ярко выраженная нелинейность на начальном этапе нагружения связана с выборкой зазоров в силовой цепи испытательной установки.

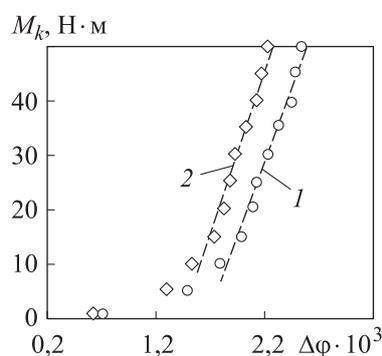


Рис. 5. Экспериментальные зависимости  $M_k$  —  $\Delta\varphi$ :  
1 — разрез к центру модели; 2 — разрез к периферии модели

**Заключение.** Испытания модели муфты с упругой разрезной гильзой показало удовлетворительное соответствие между экспериментально полученной крутильной жесткостью и жесткостью, рассчитанной по аналитической зависимости, приведенной в [1]. Различие между ними составило примерно 10 %. Теоретические значения жесткости оказались ниже экспериментальных. Это можно объяснить принятыми при расчете допущениями, что деформируется весь участок гильзы от точки его закрепления до точки приложения силы. Кроме того, у гильзы с ориентацией разреза к периферии не очень

точно обосновано положение точки приложения контактной силы. Более точное обоснование расчетной схемы может быть получено на основании более подробного численного исследования, выполненного, например, методом конечных элементов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Букеткин Б.В., Зябликов В.М., Ширшов А.А. Расчет жесткости упругих муфт с пакетами цилиндрических пружинных гильз. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 4.  
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-4-2168>
- [2] Ряховский О.А., Иванов С.С. *Справочник по муфтам*. Ленинград, Политехника, 1991, 384 с.
- [3] Yamano I., Takemura K., Endo K., Maeno T. Method for controlling master-slave robots using switching and elastic elements. In: *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Cat. No. 02CH37292, IEEE, 2002, vol. 2, pp. 1717–1722.
- [4] Deshbhratar V.J., Kakde N.U. Design and structural analysis of single plate friction clutch. *International Journal of Engineering Research and Technology*, 2013, vol. 2, no. 10, pp. 3726–3732.
- [5] Stroe I. Simple mechanical clutch with multiple functions. *Tez. SYROM, 2009*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 433–443.
- [6] Andrzej K. Investigation of damping of vibrations in a system with two-disc inseparable clutch. In: *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. Berlin, WILEY—VCH Verlag, 2004, vol. 4, no 1, pp. 97–98.
- [7] Stroe I. Elastic and safety clutch with metallic roles and elastic rubber elements. In: *New Trends in Mechanism Science*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 285–292.
- [8] Stroe I. Elastic and safety clutch with radial tapered roller and metallic elastic elements axially arranged. In: *Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering*, 2014, vol. 13, pp. 139–142.
- [9] Зябликов В.М., Букеткин Б.В., Смирнов В.Ф., Ширшов А.А. Муфта привода с разрезными стальными гильзами. *Справочник. Инженерный журнал с приложением*, 2020, № 7, с. 32–34.
- [10] Феодосьев В.И. *Соппротивление материалов*. 14-е изд. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007, 590 с.

Статья поступила в редакцию 31.10.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Букеткин Б.В., Ширшов А.А. Экспериментальная проверка аналитических зависимостей для расчета жесткости упругих муфт с пакетами цилиндрических пружинных гильз. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 11.  
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-11-2224>

**Букеткин Борис Васильевич** — ст. преподаватель кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов — экспериментальные исследования материалов и конструкций; автор 30 научных работ.  
e-mail: [buketkin-boris@yandex.ru](mailto:buketkin-boris@yandex.ru)

**Ширшов Анатолий Артемович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов — расчеты в пределах и за пределами упругости; автор более 100 научных работ.  
e-mail: [chirchovaa@mail.ru](mailto:chirchovaa@mail.ru)

## Experimental verification of analytical dependences for calculating rigidity of the elastic couplings with packages of cylindrical spring sleeves

© B.V. Buketkin, A.A. Shirshov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*Torsional rigidity is the main characteristic of flexible couplings. Various fairly simple analytical dependencies are used for calculating torsional rigidity of couplings with the spring sleeve packages based on a number of assumptions. In order to verify the analytical dependencies applicability in practice, an experimental study of rigidity was carried out on a model of coupling with the split steel sleeves. Design of the coupling model provided for installation of the latter in the torsion testing machine grips with the ability to register the torsion diagram in the “torque — mutual angle of the coupling halves rotation” coordinates. Experimental results were compared with the calculated analytical dependencies and showed satisfactory agreement and suitability of the proposed analytical dependencies for practical purposes.*

**Keywords:** elastic coupling, rigidity, split spring sleeve, torque, goniometer

### REFERENCES

- [1] Buketkin B.V., Zyablikov V.M., Shirshov A.A. Raschet zhestkosti uprugikh muft s paketami tsilindricheskikh pruzhinnykh gilz [Analysis of stiffness of elastic couplings with packages of cylindrical spring sleeves]. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2022, iss. 4. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-4-2168>
- [2] Ryakhovsky O.A., Ivanov S.S. *Spravochnik po muftam* [Clutch Handbook]. Leningrad, Politekhnik Publ., 1991, 384 p.
- [3] Yamano I., Takemura K., Endo K., Maeno T. Method for controlling master-slave robots using switching and elastic elements. In: *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Cat. no. 02CH37292, IEEE, 2002, vol. 2, pp. 1717–1722.
- [4] Deshbhratar V.J., Kakde N.U. Design and structural analysis of single plate friction clutch. *International Journal of Engineering Research and Technology*, 2013, vol. 2, no. 10, pp. 3726–3732.
- [5] Stroe I. Simple mechanical clutch with multiple functions. *Tez. SYROM*, 2009. Springer und Dordrecht, 2010, pp. 433–443.
- [6] Andrzej K. Investigation of damping of vibrations in a system with two-disc inseparable clutch. In: *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. Berlin, WILEY–VCH Verlag, 2004, vol. 4, no 1, pp. 97–98.
- [7] Stroe I. Elastic and safety clutch with metallic roles and elastic rubber elements. In: *New Trends in Mechanism Science*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 285–292.
- [8] Stroe I. Elastic and safety clutch with radial tapered roller and metallic elastic elements axially arranged. In: *Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering*, 2014, vol. 13, pp. 139–142.
- [9] Zyablikov V.M., Buketkin B.V., Smirnov V.F., Shirshov A.A. Mufta privoda s razreznymi stalnymi gilzami [Drive coupling with split steel sleeves]. *Spravochnik. Inzhenerny zhurnal s prilozheniem — Handbook. An Engineering Journal (with Appendix)*, 2020, no. 7, pp. 32–34.
- [10] Feodosiev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. 14th ed. Moscow, BMSTU Publ., 2007, 590 p.

**Buketkin B.V.**, Senior Lecturer, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Field of scientific interests: experimental study of materials and structures; author of 30 scientific papers. e-mail: buketkin-boris@yandex.ru

**Shirshov A.A.**, Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Field of scientific interests: calculations within and beyond the elasticity limits; author of more than 100 scientific papers. e-mail: chirchovaa@mail.ru