

## Многоуровневая математическая модель течения газа в сопловом канале с центральным телом

© Ю.В. Каун, Н.А. Брыков

Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ»  
им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Россия

*Исследовано истечение сверхзвуковой неизобарической струи в условиях взаимодействия со спутным потоком. Составлена многоуровневая математическая модель, позволяющая исследовать структуру газодинамического течения в окрестности центрального тела соплового канала на начальном участке полета летательного аппарата (0...10 км). При многоуровневом подходе к расчету тяговых параметров соплового канала с центральным телом требуется разработать физико-математическую модель нестационарных взаимозависимых процессов, характеризующих работу системы «летательный аппарат — сопловой блок — струя» в целом. При этом необходимо сформировать математические модели процессов для детализации задачи разной степени, т. е. в рамках микро-, мезо- и макромасштаба задачи. Математическая модель включает расчет тяговых характеристик летательного аппарата, исследование особенностей взаимодействия струи с центральным телом и спутным потоком.*

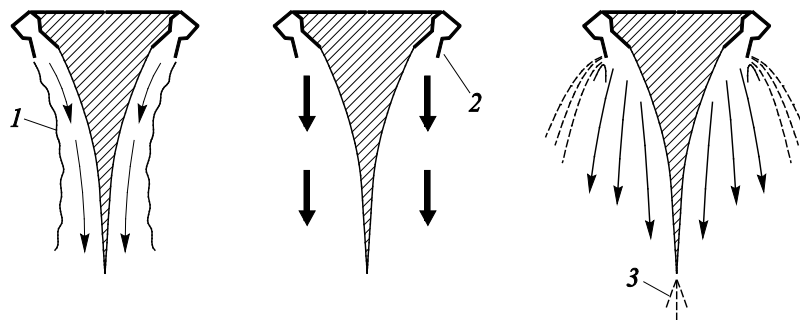
**Ключевые слова:** многоуровневая математическая модель, сопловой канал, центральное тело, спутный поток, сверхзвуковая неизобарическая струя

**Введение.** Одно из важнейших направлений развития аэрокосмической техники — создание широкодиапазонных двигателей, позволяющих эффективно работать на разных высотах и скоростях полета, с возможностью варьирования вектора тяги для изменения направления полета. Изучение газодинамических процессов сопловых установок ракетных двигателей неоднократно проводилось экспериментально как на стендовых, огневых, летных и других видах испытаний, так и численно с применением методов математического моделирования [1].

Создание полномасштабных экспериментальных моделей авторегулируемых высотных сопел с использованием современных технических решений относится к разряду весьма дорогостоящих работ, что повышает значимость численного эксперимента. В связи с этим при изучении газодинамических процессов в ракетных двигателях актуально применять методы математического моделирования [2], так как достоверность и обоснованность полученных результатов при разработке математических моделей обеспечиваются использованием фундаментальных законов механики жидкости и газа. После выбора математической модели проверяется ее корректность для данных задач путем сравнения результатов численного и физического экспериментов [3].

Поскольку принцип работы сопла с центральным телом базируется на способности «подстраиваться» под изменяющееся атмосферное давление, важным пунктом исследования является рассмотрение задачи о структуре сверхзвуковой струи газа, истекающей из сопла в спутный поток [4]. Основная задача заключается в разработке многоуровневой математической модели, которая описывает газодинамические процессы при работе соплового блока с центральным телом в условиях полета в различных слоях атмосферы [5].

**Структура течения при обтекании центрального тела.** Сопло работает с максимальной эффективностью, когда оно расширяет выхлопные газы в струе до атмосферного давления на выходе. Однако поскольку окружающее атмосферное давление снижается по мере того, как ракета разгоняется до орбиты, конические сопла двигателей наиболее эффективны только на определенной высоте. В результате ракета работает с КПД ниже своего максимального показателя на протяжении большей части своего разгона на орбиту, и, следовательно, она должна нести больше топлива. Увеличивается ее вес и уменьшается как высота, которую она может достичь, так и вес полезной нагрузки, которую она может доставить. Таким образом, геометрия выхлопных газов автоматически подстраивается под изменения давления, и двигатель более эффективно использует имеющееся топливо в широком диапазоне высот (рис. 1).



**Рис. 1.** Штыревое сопло внешнего расширения:  
 1 — диффузионная граница струи; 2 — кольцевой канал;  
 3 — присоединенная волна разрежения

Для построения штыревых сопел с максимальной тягой при минимальной длине используются те же подходы, что и для круглых сопел [6]. Разгон потока также осуществляется при обтекании угловых точек или участков с малой кривизной в трансзвуковой области, а для получения контура выравнивающего участка сопла используется либо вариационная, либо равномерная замыкающая характеристика. Интенсивность волн разрежения определяется перепадом давления между камерой сгорания и внешней средой, в которую осуществляется истечение газа. По этой причине сопла, спроектированные для работы

в пустоте, будут иметь малые потери тяги и при существенно меньших перепадах, например при старте с поверхности Земли [7].

**Математическая модель.** Уравнения результирующей силы для штыревого сопла содержат две составляющие, влияющие на образующую силу тяги [8]:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2; \\ P &= [P_3 + P_4] + [P_5]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$P = [\dot{m}v \cos \theta + (p_\infty - p_a)P_\infty \cos \theta] + \int_{F_{spike}} pdF,$$

где  $\dot{m}$  — секундный расход истекающих газов,  $\dot{m} = dM / dt$ ;  $v$  — скорость истечения газа из сопла;  $\theta$  — угол между осью ракеты-носителя и осью основного сопла;  $(p_\infty - p_a)$  — описывает перепад давления между атмосферным давлением и давлением на выходе из сопла, этот перепад давления умножается на общую площадь выходного сечения сопла с поправкой на угол  $\theta$  между вектором нормали выходного сечения сопла и осью ракеты. Одна из составляющих учитывает силу сопла, разгоняющего выхлопные газы продуктов сгорания до сверхзвуковых скоростей; вторая — давление, действующее нормально к поверхности клина. Слагаемое  $\int_{F_{spike}} pdF$  учитывает дав-

ление, распределенное по поверхности клиновидного центрального тела, и создается потоком низкого давления вблизи поверхности клина и высокого давления окружающей среды.

Давление на поверхности центрального тела зависит не только от параметров в камере сгорания, но и от расширения струи до атмосферного давления и ее взаимодействия со спутным потоком (рис. 2), поэтому вычисление силы тяги связано с необходимостью определения текущих высоты и скорости полета летательного аппарата. Однако для расчета динамики полета необходимо знать силу тяги. Таким образом, определение силы тяги сопла с центральным телом связано с сопряженным решением задач внутренней и внешней газодинамики.

В рассматриваемой задаче — движение летательного аппарата, оснащенного сопловым каналом с центральным телом, в широком диапазоне высот — процессы, определяющие параметры движения, включают в себя явления несопоставимых пространственных и/или временных масштабов. В связи с этим предлагается многоуровневый подход к расчету тяговых параметров соплового канала с центральным телом, при котором требуется провести разработку физико-математической модели нестационарных взаимозависимых процессов, характеризующих работу системы «летательный аппарат —

сопловой блок — струя» в целом. При этом необходимо сформировать математические модели процессов для разной степени детализации задачи, т. е. в рамках микро-, мезо- и макромасштаба задачи.

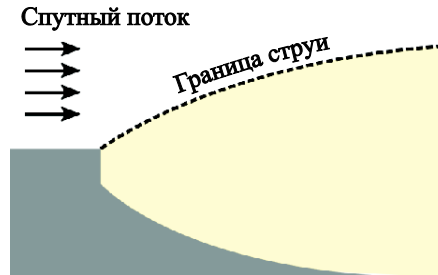


Рис. 2. Схема взаимодействия струи со спутным потоком в окрестности центрального тела

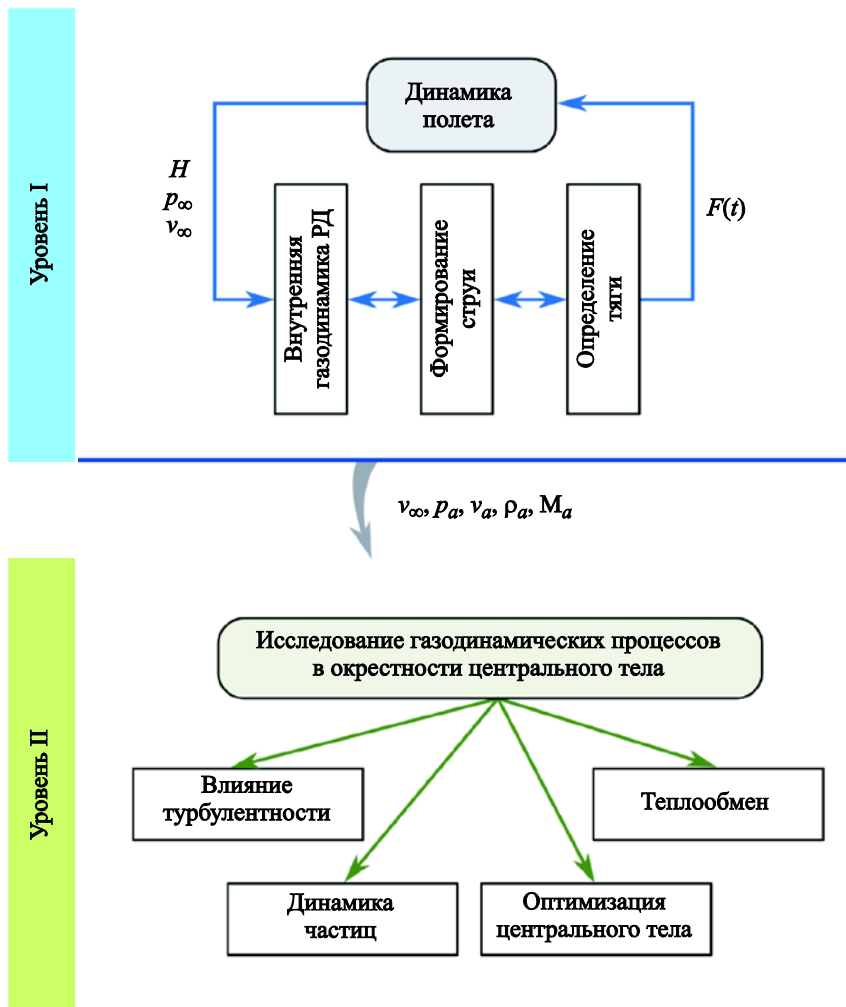


Рис. 3. Схема многоуровневой математической модели течения газа в сопловых каналах с центральным телом

Общая схема построения программной реализации — двухуровневая (рис. 3). На данном этапе исследования особое внимание уделяется первому этапу математического моделирования.

Уровень I объединяет макро- и мезомасштабы описания процессов внутренней и внешней газодинамики соплового канала с центральным телом. В случае макромасштаба процесс рассматривается относительно движения летательного аппарата как материального объекта в гравитационном поле Земли с учетом переменной массы. Динамика полета определяется программой изменения его угла тангажа. При этом ощутимое влияние на силу тяги будет оказывать изменение параметров набегающего потока, зависящее от текущей скорости и высоты полета летательного аппарата.

Вычисление силы тяги сопла с центральным телом неразрывно связано с определением поля давления на поверхности центрального тела, а значит зависит от уровня прижатия струи и степени нерасчетности. Учет этих явлений происходит при моделировании на мезомасштабе.

Уровень II базируется на математических моделях микромасштаба, что позволяет детально исследовать особенности газодинамических и тепловых процессов, протекающих в струйных течениях вблизи центрального тела.

Движение летательного аппарата удобно описывать в различных системах координат в зависимости от задач моделирования. Рассмотрим математическую модель движения баллистической ракеты в нормальной земной системе координат, связанной с точкой старта:

$$\left\{ \begin{array}{l} m(t) \frac{dv_x}{dt} = F \cos \theta - X_a \cos \theta - Y_a \sin \theta - m(t) g \sin \varphi; \\ m(t) \frac{dv_y}{dt} = F \sin \theta - X_a \sin \theta - Y_a \cos \theta - m(t) g \cos \varphi; \\ \frac{dx}{dt} = v_x; \\ \frac{dy}{dt} = v_y, \end{array} \right.$$

где  $x, y$  — координаты центр масс летательного аппарата;  $v_x, v_y$  — проекции скорости центр масс летательного аппарата;  $F$  — сила тяги;  $X_a$  — сила лобового сопротивления;  $Y_a$  — подъемная сила;  $g$  — ускорение свободного падения;  $m(t)$  — переменная во времени масса летательного аппарата;  $\theta, \varphi$  — эйлеровы углы.

Ускорение свободного падения в зависимости от высоты определяется соотношением

$$g = \frac{GM_e}{x^2 + (R_e + y)^2},$$

где  $G$  — гравитационная постоянная;  $M_e$  — масса Земли;  $R_e$  — радиус Земли.

Масса летательного аппарата  $m$  вследствие расхода топливной смеси зависит от времени  $t$ :

$$m(t) = m_0 - \dot{m}(t - t_0),$$

где  $\dot{m}$  — массовый расход топливной смеси.

Силы сопротивления и подъемные силы в скоростной системе координат определяются так:

$$X_a = c_x \frac{\rho v^2}{2} S, \quad Y_a = c_y \frac{\rho v^2}{2} S.$$

Здесь эйлеровы углы можно представить следующим образом:

$$\theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{v_y}{v_x} \right), \quad \alpha = \vartheta - \theta, \quad \vartheta = \vartheta_{np}(t).$$

Данные соотношения представляют математическую модель движения летательного аппарата в системе координат наблюдателя, находящегося в точке старта. Влияние вращения Земли на неинерциальность системы координат не учитывается.

Для замыкания системы уравнений динамики летательного аппарата необходимо определить зависимость аэродинамических коэффициентов летательного аппарата от числа Маха и угла атаки. В целях проведения оценочных тракторных расчетов для определения аэродинамических нагрузок можно воспользоваться следующими зависимостями для аэродинамических коэффициентов, предложенными в [9]:

$$c_x = \begin{cases} 0,29, & 0 \leq M \leq 0,8, \\ M - 0,51, & 0,8 < M \leq 1,68, \\ 0,091 + \frac{0,5}{M}, & 1,68 < M; \end{cases}$$

$$c_y^\alpha = \begin{cases} 2,8, & 0 \leq M \leq 0,25, \\ 2,8 + 0,477(M - 0,25), & 0,25 < M \leq 1,1, \\ 3,18 - 0,66(M - 1,1), & 1,1 < M \leq 1,6, \\ 2,85 + 0,35(M - 1,6), & 1,6 < M \leq 3,6, \\ 3,55, & 3,6 < M; \end{cases}$$

$$c_y = \alpha c_y^\alpha.$$

Систему необходимо также дополнить программой изменения угла тангажа  $\vartheta(t)$ .

Определение величины силы тяги  $F$  на каждом временном слое будет выполнено на мезомасштабе с учетом особенностей пространственного течения продуктов сгорания вблизи центрального тела на высоте полета  $H$  и взаимодействия струи со спутным потоком. Спутный поток характеризуется параметрами воздуха на высоте полета и скоростью спутного потока, равной по модулю скорости летательного аппарата в текущий момент времени. Параметры воздуха на высоте полета устанавливает ГОСТ 4401–81 «Атмосфера стандартная. Параметры».

Структура струи вблизи центрального тела определяется параметрами течения в камере сгорания и дозвуковой части соплового канала. Для организации эффективного алгоритма расчета силы тяги следует провести декомпозицию расчетной области. Для моделирования процессов внутренней газодинамики в камере сгорания и части соплового канала используем метод Годунова в одномерном приближении, а для моделирования течения в зоне внешнего расширения потока — двумерный маршевый метод (рис. 4). Вследствие требований маршевого метода к сверхзвуковой скорости по преимущественной координате граница раздела двух зон соответствует условию  $M_a = 1,05$ .

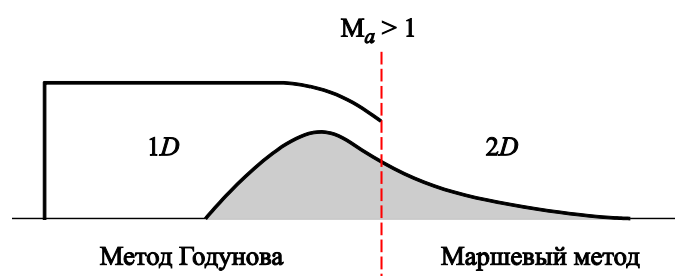


Рис. 4. Декомпозиция  $D$  расчетной области

Система уравнений одномерной газовой динамики в канале переменного сечения имеет вид

$$\frac{\partial S \cdot U}{\partial t} + \frac{\partial S \cdot F}{\partial x} = G,$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения;  $U$ ,  $F$ ,  $G$  — векторы переменных и источникового члена, которые записывают следующим образом:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e \end{pmatrix}; \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (\rho e + p)u \end{pmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ p \frac{dS}{dx} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ненулевой член в уравнении импульсов обусловлен воздействием стенок канала на газ.

Для численного решения задачи используем метод Годунова. Подробное описание данного метода численного решения уравнений газодинамики с помощью соотношений на разрывах изложено в [10], здесь ограничимся приведением разностной схемы:

$$\begin{aligned} & \left[ \rho_{j+1/2}^{n+1} - \rho_{j-1/2}^n \right] \Delta h + \tau \left[ \mathcal{M}_j - \mathcal{M}_{j-1} \right] = 0; \\ & \left[ (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j-1/2}^n \right] \Delta h + \tau \left[ \mathcal{I}_j - \mathcal{I}_{j-1} \right] = p \frac{S_{j+1/2}^n - S_{j-1/2}^n}{\Delta h}; \quad (2) \\ & \left[ \left( \rho \left( \varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) \right)_{j+1/2}^{n+1} - \left( \rho \left( \varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) \right)_{j-1/2}^n \right] \Delta h + \tau \left[ \mathcal{E}_j - \mathcal{E}_{j-1} \right] = 0, \end{aligned}$$

где  $\Delta h$  — шаг по пространству;  $\tau$  — шаг по времени;  $\mathcal{M}_j = (RU)_j$ ,

$\mathcal{I}_j = (P + RU^2)_j$ ,  $\mathcal{E}_j = \left[ RU \left( E + \frac{U^2}{2} \right) + PU \right]_j$  — потоки масс, импуль-

са и энергии на единицу длины бокового ребра прямоугольной ячейки сетки на плоскости  $x, t$ .

Дополнив систему (2) уравнением состояния, получаем возможность записать явные формулы для вычисления параметров  $(u, \rho, p, \varepsilon)^{n+1}$ .

На гладких функциях описанная разностная схема дает аппроксимацию дифференциальных уравнений газовой динамики с первым порядком точности. Граничные условия на входной границе ставят из условия истечения газа из объема с постоянным давлением, а на выходной границе — условие сверхзвукового истечения. Стационарное решение получают методом установления.

Метод расчета сверхзвукового течения вблизи центрального тела базируется на применении метода конечных объемов и маршевого метода. Использование маршевого метода предполагает пошаговое (слой за слоем) интегрирование уравнений газовой динамики стационарного сверхзвукового течения идеального сжимаемого газа вдоль



преимущественной координаты. Параметры потока могут быть рассчитаны, если известны потоки массы, импульса, энергии на входной границе, которые определяются из решения задачи внутренней газодинамики дозвуковой части сопла.

Процедура вычисления потоков включает в себя решение задачи о распаде произвольного разрыва при взаимодействии двух сверхзвуковых струй, аналитическое решение которой представлено в [10]. Потоки через грани контрольного объема находятся из соотношения, приведенного в [9].

Возможность детального исследования газодинамических и тепловых процессов вблизи центрального тела связана с рассмотрением протекающих процессов на микромасштабе. Для моделирования процессов газодинамики, теплообмена на микромасштабе используются уравнения Навье — Стокса, осредненные по Рейнольдсу для сжимаемого совершенного газа с учетом модели турбулентности. Параметры набегающего потока определяются из решения задачи на первом уровне.

Для решения задач газовой динамики традиционно используются уравнения Навье — Стокса, осредненные по Рейнольдсу для сжимаемого совершенного газа (знаки осреднения опущены), представленные в системе уравнений [12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0; \\ \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_m + \tau_t); \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} H) = \nabla \cdot [\vec{u} \cdot (\tau_m + \tau_t) + (\vec{q}_m + \vec{q}_t)]; \\ \rho = pm / (RT), \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $\vec{u}$  — вектор скорости осредненного течения с компонентами  $u, v$  и  $w$ ;  $\tau_m + \tau_t$  — молекулярная и турбулентная составляющие тензора вязких напряжений;  $E$  — полная энергия газа,  $E = C_v T + 0,5(u^2 + v^2 + w^2)$ ;  $H = E + \frac{p}{\rho} = C_p T + 0,5(u^2 + v^2 + w^2)$  — полная энтальпия газа;  $\vec{q}_m + \vec{q}_t$  — молекулярная и турбулентная составляющие вектора плотности теплового потока;  $T$  — температура;  $C_v$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме,  $C_v = (C_p - R/m)$ ;  $C_p$  — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении;  $m$  — молярная масса газа;  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $R = 8,31434 \text{ Дж / (моль} \cdot \text{К)}$ .

Для замыкания системы уравнений (3) используются соотношения, которые и составляют модель турбулентности  $k-\omega$ -SST. Выражения для кинетической энергии турбулентности и удельная скорость ее диссипации, как правило, связанной с кинетической энергией турбулентности и изотропной диссипацией соотношением, имеют вид

$$\varepsilon = C_\mu k \omega;$$

$$\rho \frac{dk}{dt} = \nabla \cdot ((\mu + \sigma_k \mu_T) \nabla k) + P_k - \rho \beta^* \omega k;$$

$$\rho \frac{d\omega}{dt} = \nabla \cdot ((\mu + \sigma_\omega \mu_T) \nabla \omega) + \rho \frac{\gamma}{\mu_T} P_k - \rho \beta \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega},$$

где  $k$  — кинетическая энергия турбулентности;  $\omega$  — удельная скорость диссипации;  $P_k$  — генерационный член в уравнении для кинетической энергии;  $\nu_\tau$  — турбулентная вязкость;  $D$  — коэффициент перемешивания (турбулентно-молекулярной диффузии),  $\text{м}^2/\text{с}$ .

Здесь  $\mu_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}$ ,  $\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2$ ,  $\phi = \{\sigma_k \sigma_\omega \beta\}$ ,  $CD_{k\omega} =$

$$= \max(D_{k\omega}, 10^{-20}), \quad arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0,09\omega d}, \frac{500\nu}{d^2\omega}\right), \quad D_{k\omega} = \frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} (\nabla k) \cdot (\nabla \omega),$$

$$arg_1 = \min\left[\max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0,09\omega d}, \frac{500\nu}{d^2\omega}\right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2}\right], \quad F_1 = \tanh(arg_1^4).$$

Константы модели:  $\sigma_{k1} = 0,85$ ,  $\sigma_{\omega 1} = 0,5$ ,  $\beta_1 = 0,075$ ,  $\sigma_{k2} = 1,0$ ,  $\sigma_{\omega 2} = 0,856$ ,  $\beta_2 = 0,0828$ ,  $\beta^* = 0,09$ ,  $\kappa = 0,41$ ,  $\gamma = \beta / \beta^* - \sigma_\omega \kappa^2 / \sqrt{\beta^*}$ ,  $a_1 = 0,31$ .

Данная модель хорошо описывает пристенные течения, в том числе с большими градиентами давления [12]. При расчетах струйных течений необходимо учитывать чрезвычайную чувствительность модели  $k-\omega$  к граничным условиям во внешнем потоке и начальным условиям уровня турбулентности.

Высокореинольдсовая версия хорошо описывает пристенные течения и не имеет проблем с градиентом давления [13].

**Результаты численного моделирования.** Расчеты соответствуют моменту времени на траектории полета летательного аппарата: высота — 10 км, скорость движения — 970 м/с.

Результат построения сеточной области маршевым методом для задачи моделирования двухмерного струйного течения в рамках мезомасштаба представлен на рис. 5. Поле чисел Маха в окрестности центрального тела, рассчитанного по (3), представлено на рис. 6.

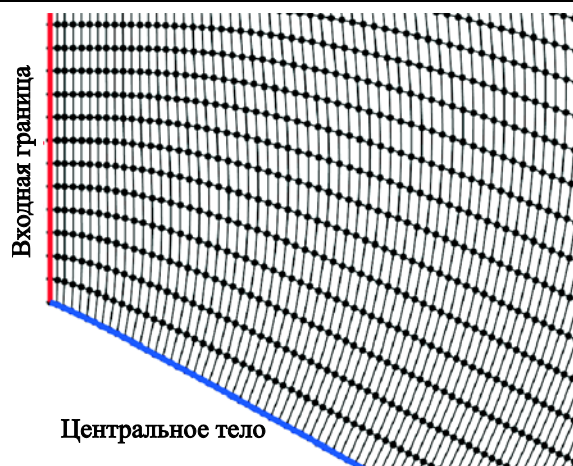


Рис. 5. Фрагмент сформированной расчетной сетки

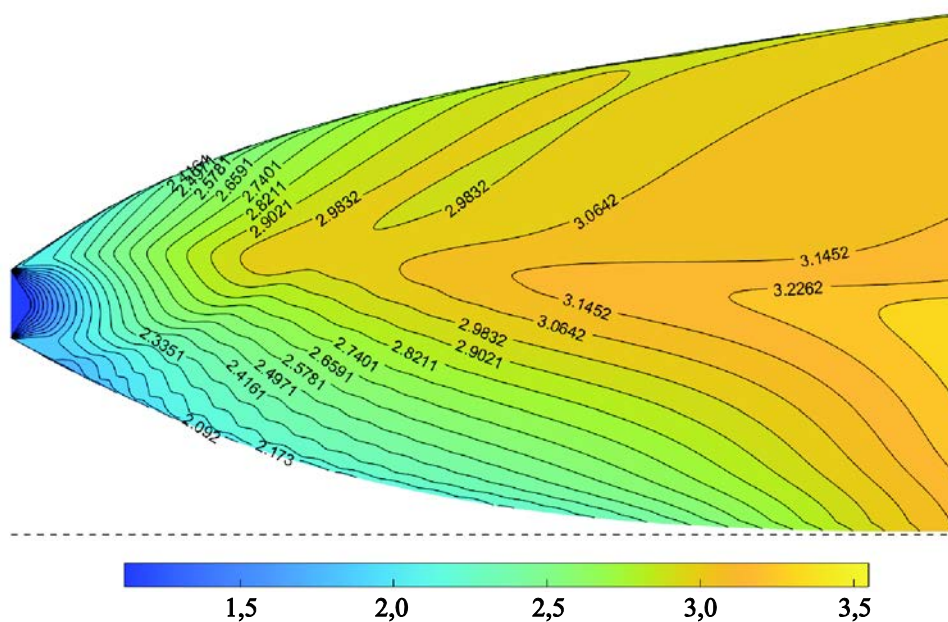


Рис. 6. Поле чисел Маха в окрестности центрального тела

Детальное представление об особенностях струйного течения позволяет сформировать результаты путем расчета по модели микромасштаба, которая учитывает влияние вязких эффектов на тяговые характеристики сопла.

Взаимодействие сверхзвуковой струи продуктов сгорания с центральным телом в условиях полета на высоте 10 км при наличии спутного потока изображено на рис. 7, 8.

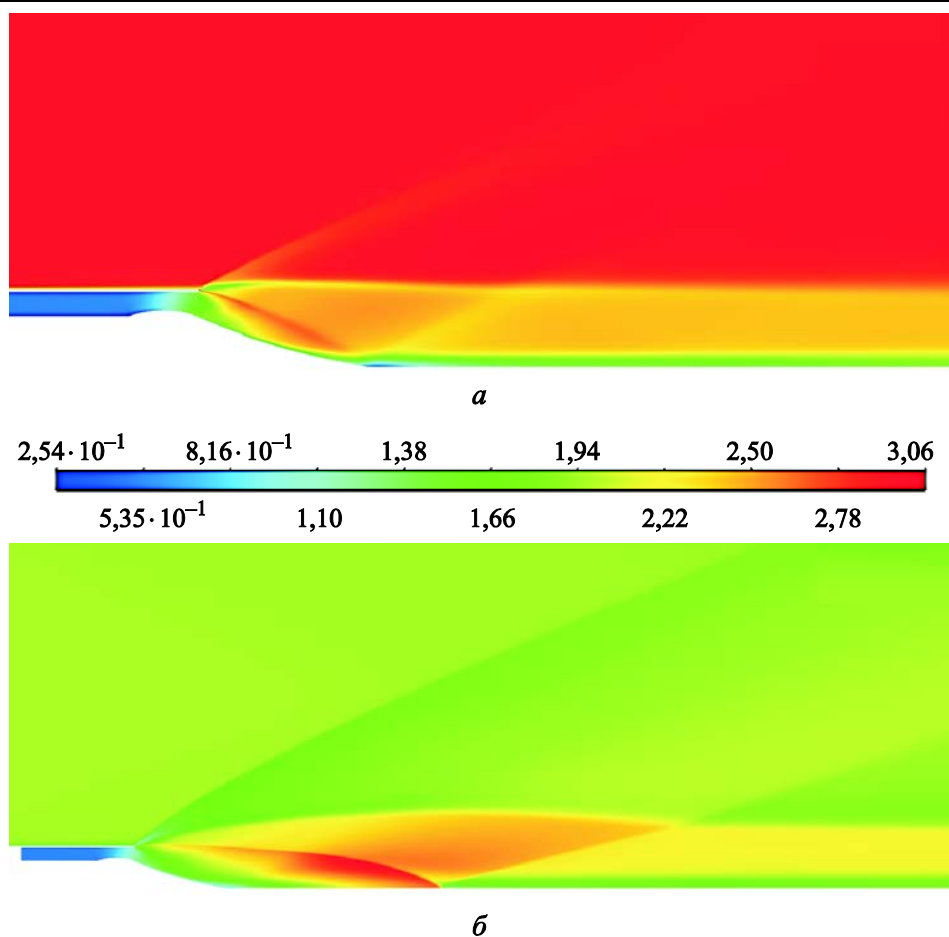


Рис. 7. Поле чисел Маха в окрестности центрального тела

Решалась система двумерных дифференциальных уравнений Навье — Стокса (осесимметричный случай) с добавлением  $k-\omega$ -SST модели турбулентности и с помощью density-based-решателя. В расчетах использована неявная схема второго порядка точности по времени и неявная схема второго порядка точности по пространству с методом расщепления конвективных потоков Roe-FDS. Характерный размер сетки  $10^{-4}$ , структурированная сетка содержит  $1,2 \cdot 10^6$  ячеек. Остановка расчета проводилась при значении невязок  $10^{-5}$ .

Картины полей распределения скорости и газодинамическая структура течения в окрестности центрального тела позволяют судить о расчетном режиме работы высотного сопла. На расчетном режиме работы сопла характеристика с числом Маха, равным 1, представляет собой прямую линию, выходящую к вершине корпуса центрального тела сопла, а граница потока параллельна осевой линии. На границе взаимодействия струи продуктов сгорания со спут-

ным потоком возникают турбулизированные возмущения. Наблюдается увеличение кинетической энергии турбулентности в окрестности кромки внешнего контура сопла.

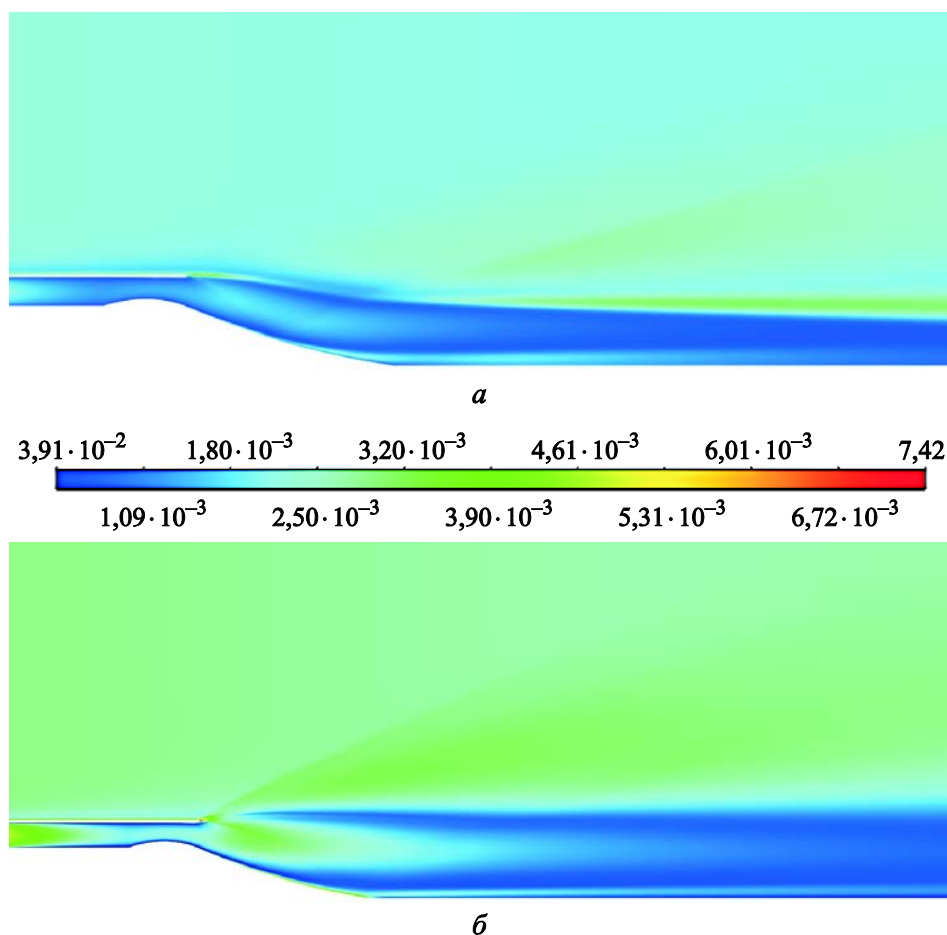


Рис. 8. Поле кинетической энергии турбулентности в окрестности центрального тела: 0 км (а); 10 км (б)

При работе сопла на высоте полета 10 км реализуется расчетный режим работы сопла, при котором граница потока параллельна осевой линии сопла.

**Заключение.** Составлена двухуровневая математическая модель газодинамики соплового канала с центральным телом, позволяющая учесть влияние спутного потока, характеристики которого зависят от изменения высоты и скорости полета летательного аппарата, на особенности протекания процессов тепломассопереноса в окрестности центрального тела.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского  
научного фонда № 21-79-00100, <https://rscf.ru/project/21-79-00100/>*

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Коротеева А.С. *Газодинамические и теплофизические процессы в ракетных двигателях твердого топлива*. Москва, Машиностроение, 2004, 512 с.
- [2] Лавров Л.Н. *Конструкции ракетных двигателей на твердом топливе*. Москва, Машиностроение, 1993, 215 с.
- [3] Hagemann G., Immich H., Nguyen T. V., Dumnov G. E. Advanced rocket nozzles. *Journal of Propulsion and Power*, 1998, vol. 14, no. 5, pp. 620–633.
- [4] Ellis R.A., Berdoyes M. An example of successful international cooperation in rocket motor technology. *Acta Astronautica*, 2002, vol. 51, no. 1–9, pp. 47–56.
- [5] Калугин В.Т. *Аэрогазодинамика органов управления полетом летательных аппаратов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, с. 688.
- [6] Ruf J.H., McConnaughey P.K. *The plume physics behind aerospike nozzle altitude compensation and slipstream effect*. Washington, USA, Paper No. 97–3217, Jul. 6–9, 1997. DOI: 10.2514/6.1997-3218
- [7] Kaun Yu.V., Brykov N.A., Chernyshov M.V. Numerical simulation of gas flow in nozzle channels with a central body. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2094. DOI: 10.1088/1742-6596/2094/4/042083
- [8] Ferlauto M., Ferrero A., Marsicovetere M., Marsilio R. Differential throttling and fluidic thrust vectoring in a linear aerospike. *Int. J. Turbomach. Propuls. Power*, 2021, vol. 6, Paper No. 8. <https://doi.org/10.3390/ijtrp6020008>
- [9] Волков К.Н., Емельянов В.Н., Пустовалов А.В. Сверхзвуковые течения невязкого сжимаемого газа в аэродинамических окнах газовых лазеров. *Выч. мет. программирование*, 2014, т. 15, № 4, с. 712–725.
- [10] Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. Москва, Наука, 1976, 400 с.
- [11] Авдудевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г. *Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй*. Москва, Машиностроение, 1989, 320 с.
- [12] Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. *Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений*. Санкт-Петербург, Изд-во Политехн. ун-та, 2012.
- [13] Alekseeva M.M., Kaun Y.V., Chernyshov M.V., Yatsenko A.A. Influence of surface permeability on gas-dynamic characteristics of high-speed flight. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1959 (1), art. no. 012001.

Статья поступила в редакцию 20.04.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Каун Ю.В., Брыков Н.А. Многоуровневая математическая модель течения газа в сопловом канале с центральным телом. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 9. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-9-2211>

**Каун Юлия Владимировна** — аспирант кафедры «Плазмогазодинамика и теплотехника» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова. e-mail: [kaun\\_iuv@voenmeh.ru](mailto:kaun_iuv@voenmeh.ru)

**Брыков Никита Александрович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Плазмогазодинамика и теплотехника» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова. e-mail: [brykovna@ya.ru](mailto:brykovna@ya.ru)

## Gas flow multilevel mathematical model in the nozzle channel with a central body

© Yu.V. Kaun, N.A. Brykov

Ustinov VOENMEH Baltic State Technical University,  
St. Petersburg, 190005, Russia

*Supersonic non-isobaric jet outflow was studied under conditions of interaction with the slipstream. Multilevel mathematical model was compiled making it possible to analyze structure of the gas-dynamic flow in the vicinity of the nozzle channel central body at the aircraft take-off path (0...10 km). Multilevel approach to calculating thrust parameters of the nozzle channel with central body requires development of a physical and mathematical model of the non-stationary interdependent processes that characterize operation of the "aircraft – nozzle cluster – jet" system as a whole. At the same time, it is necessary to form mathematical models of the processes for different degrees of the task detailing, i.e. within each scale of the task (micro-, meso- and macro-scale). Mathematical model includes calculation of the aircraft traction characteristics, study of the interaction features between the jet, the central body and the slipstream.*

**Keywords:** multilevel mathematical model, nozzle channel, central body, slipstream, supersonic non-isobaric jet

The study was funded by a grant of the Russian Science Foundation  
No. 21-79-00100, <https://rscf.ru/project/21-79-00100/>

### REFERENCES

- [1] Koroteeva A.S. *Gazodinamicheskie i teplofizicheskie protsessy v raketnykh dvigatelyakh tverdogo topliva* [Gas-dynamic and thermophysical processes in the solid propellant rocket engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2004, 512 p.
- [2] Lavrov L.N. *Konstruktsii raketnykh dvigateley na tverdom toplive* [Design of solid propellant rocket engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993, 215 p.
- [3] Hagemann G., Immich H., Nguyen T. V., Dumnov G. E. Advanced rocket nozzles. *Journal of Propulsion and Power*, 1998, vol. 14, no. 5, pp. 620–633.
- [4] Ellis R.A., Berdoyes M. An example of successful international cooperation in rocket motor technology. *Acta Astronautica*, 2002, vol. 51, no. 1–9, pp. 47–56.
- [5] Kalugin V.T. *Aerogazodinamika organov upravleniya poletom letatelnykh apparatov* [Aerogas dynamics of the aircraft flight controls]. Moscow, BMSTU Publ., 2004, p. 688.
- [6] Ruf J.H., McConnaughey P.K. *The plume physics behind aerospike nozzle altitude compensation and slipstream effect*. Washington, USA, Paper No. 97–3217, Jul. 6–9, 1997.
- [7] Kaun Yu.V., Brykov N.A., Chernyshov M.V. Numerical simulation of gas flow in nozzle channels with a central body. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2094. DOI: 10.1088/1742-6596/2094/4/042083
- [8] Ferlauto M., Ferrero A., Marsicovetere M., Marsilio R. Differential throttling and fluidic thrust vectoring in a linear aerospike. *Int. J. Turbomach. Propuls. Power*, 2021, vol. 6, no. 8. <https://doi.org/10.3390/ijtpp6020008>
- [9] Volkov K.N., Emelyanov V.N., Pustovalov A.V. Sverkhzvukovye techeniya nevyazkogo szhimaemogo gaza v aerodinamicheskikh oknakh gazovykh lazerov [Supersonic flows of the inviscid compressible gas in the aerodynamic windows]

- of gas lasers]. *Vych. met. programmirovaniya — Numerical Methods and Programming*, 2014, vol. 15, no. 4, pp. 712–725.
- [10] Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya. *Chislennoye reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solution of multidimensional problems in gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 400 p.
- [11] Avduevsky V.S., Ashratov E.A., Ivanov A.V., Pirumov U.G. *Gazodinamika sverkhzvukovykh neizobaricheskikh strui*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 320 p.
- [12] Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Shur M.L. *Modelirovanie turbulentnosti v raschetakh slozhnykh techeniy* [Turbulence simulation in calculations of complex flows]. St. Petersburg, Polytechnic University Publ., 2012.
- [13] Alekseeva M.M., Kaun Y.V., Chernyshov M.V., Yatsenko A.A. Influence of surface permeability on gas-dynamic characteristics of high-speed flight. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1959 (1), art. no. 012001.

**Kaun Yu.V.**, PG, Department of Plasma Gas Dynamics and Thermal Engineering, Ustinov VOENMEH BSTU. e-mail: kaun\_iuv@voenmeh.ru

**Brykov N.A.**, Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of Plasma Gas Dynamics and Thermal Engineering, Ustinov VOENMEH BSTU. e-mail: brykovna@ya.ru