

Двухпараметрический критерий разрушения для трещины нормального отрыва

© А.М. Покровский, М.П. Егранов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложен адаптированный для трещины нормального отрыва двухпараметрический критерий максимальных тангенциальных напряжений, учитывающий T -напряжения. Данный критерий отличается тем, что размеры зоны предразрушения записываются с учетом T -напряжений, а тангенциальные напряжения в этой зоне приравниваются локальной прочности материала, а не пределу прочности, как это обычно делается. Представлены двухпараметрические критерии разрушения для случая плоского напряженного и деформированного состояний, позволяющие учесть стеснение деформации по фронту трещины. Получены выражения для эффективного коэффициента интенсивности напряжений, в которые кроме коэффициента интенсивности напряжений входит отношение T -напряжений к пределу прочности. С помощью этих уравнений можно определить наиболее опасную точку фронта трещины и, зная вязкость разрушения материала, оценить трещиностойкость детали с трещиной. В качестве примера использования критерия разрушения рассмотрена полуэллиптическая краевая трещина в растянутой в двух направлениях пластине.

Ключевые слова: механика разрушения, T -напряжения, трещина нормального отрыва, двухпараметрический критерий разрушения, эффективный коэффициент интенсивности напряжений

Введение. В последнее время все чаще оценка трещиностойкости и живучести упругих тел с трещинами проводится с использованием не только коэффициента интенсивности напряжений (КИН), но и T -напряжений. Впервые эти напряжения были предложены М. Вильямсом [1], который получил разложение для описания их поля у вершины трещины. В данное разложение наряду со слагаемыми, зависящими от расстояния до вершины трещины, входит постоянный член, названный T -напряжением. Такие напряжения лежат в плоскости трещины и не зависят от расстояния до ее вершины. В литературе описаны различные подходы к оценке трещиностойкости и живучести деталей и конструкций с учетом T -напряжений. В первую очередь нужно отметить исследования М. Вильямса и П. Эвинга, впервые предложивших критерий максимальных тангенциальных напряжений с учетом T -напряжений для трещины обобщенного нормального отрыва [2]. Взяв за основу подходы Вильямса и Эвинга, Д. Смит с соавторами получил двухпараметрический критерий максимальных тангенциальных напряжений [3]. В работе [4] Ю.Г. Матвиенко предложил критерий осредненных тангенциальных напряжений, в который также входят T -напряжения. Аятоллахи с соавторами представил энергетическую трактовку

критерия разрушения с учетом Т-напряжений [5]. Следует отметить, что все рассмотренные критерии введены для трещины обобщенного нормального отрыва, а не для трещины нормального отрыва, хотя трещина такого типа достаточно часто встречается на практике. Поэтому в работе [6] А.С. Чернятин с соавторами предложил методику расчета на живучесть с учетом Т-напряжений сварной трубы с трещиной нормального отрыва. В качестве недостатка указанной работы следует отметить наличие в расчетной модели принятого по работе [7] эмпирического параметра, для определения которого требуется проводить специальное экспериментальное исследование. Таким образом, несмотря на многочисленные публикации, касающиеся Т-напряжений, так и не удалось найти в литературе критерий разрушения, позволяющий оценивать трещиностойкость произвольных деталей со сквозными и несквозными трещинами нормального отрыва на основе общепринятых механических характеристик материала. В связи с этим цель настоящего исследования заключается в том, чтобы на основе известных в литературе подходов сформулировать двухпараметрический критерий разрушения, в который в качестве расчетных параметров входят коэффициент интенсивности напряжений и Т-напряжения по фронту трещины, а в качестве экспериментальных данных — предел прочности σ_B и вязкость разрушения K_{Ic} .

Критерий разрушения для плоского деформированного состояния. Рассмотрим сначала плоское деформированное состояние (ПДС). В случае сохранения только одного несингулярного члена в разложении Вильямса выражения для напряжений в плоскости трещины на расстоянии от ее вершины, равном размеру зоны предразрушения, будут иметь вид [8]

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} + T; \quad \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}}; \quad \sigma_z = \mu \left(\frac{2K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} + T \right); \quad \tau_{xy} = 0,$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ — осевые и касательное напряжения; K_I — КИН типа I; T — Т-напряжения; μ — коэффициент Пуассона; r_c — размер зоны предразрушения.

Очевидно, что $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ будут главными напряжениями. Введем для упрощения выкладок обозначение

$$\sigma = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}}. \quad (1)$$

Тогда выражения для главных напряжений можно записать в виде

$$\sigma' = \sigma, \quad \sigma'' = \sigma + T, \quad \sigma''' = \mu(2\sigma + T). \quad (2)$$

В результате эквивалентное напряжение по теории прочности Хубера — Мизеса [9] с учетом (2) приобретает вид

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{эКВ}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma' - \sigma'')^2 + (\sigma' - \sigma''')^2 + (\sigma'' - \sigma''')^2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(T^2 + \sigma^2(1-2\mu)^2 + 2\sigma T(1-2\mu)(1-\mu) + \right. \\ &+ \left. T^2(1-\mu)^2 + \sigma^2(1-2\mu)^2 - 2\sigma T(1-2\mu)\mu + \mu^2 T^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \sqrt{\sigma^2(1-2\mu)^2 + T^2(1-\mu + \mu^2) + \sigma T(1-2\mu)^2}.\end{aligned}$$

Приравняв это выражение пределу прочности, придем к квадратному уравнению относительно σ :

$$\sigma^2(1-2\mu)^2 + \sigma T(1-2\mu)^2 - \sigma_{\text{в}}^2 + T^2(1-\mu + \mu^2) = 0.$$

Пригодный корень данного уравнения имеет вид

$$\sigma = -\frac{T}{2} + \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + \frac{\sigma_{\text{в}}^2 - T^2(1-\mu + \mu^2)}{(1-2\mu)^2}}. \quad (3)$$

Определим размер зоны предразрушения аналогично тому, как это делается при вычислении поправки Ирвина на пластическую зону. Также воспользуемся теорией прочности Треска — Сен-Венана [9], учитывая Т-напряжения. Предположим, что $T < 0$. В этом случае главные напряжения можно записать так:

$$\sigma_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}}, \quad \sigma_2 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} + T, \quad \sigma_3 = \mu \left(\frac{2K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} + T \right).$$

Тогда условие прочности будет иметь вид

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{K_{\text{Ic}}}{\sqrt{2\pi r_c}} - \mu \left(\frac{2K_{\text{Ic}}}{\sqrt{2\pi r_c}} + T \right) = \sigma_{\text{в}},$$

где K_{Ic} — вязкость разрушения, т. е. критическое значение КИН, полученное при наиболее жестком стеснении деформации, которое реализуется в условиях ПДС.

Отсюда следует

$$r_c = \frac{(1-2\mu)^2}{2\pi} \left(\frac{K_{\text{Ic}}}{\sigma_{\text{в}} + \mu T} \right)^2. \quad (4)$$

Полученное выражение для r_c при замене предела прочности на предел текучести и при Т-напряжениях, равных нулю, переходит в известное выражение для поправки Ирвина на пластическую зону при ПДС [10]:

$$r_c = \frac{(1-2\mu)^2}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2,$$

где σ_T — предел текучести.

Необходимо указать, что замена предела текучести на предел прочности выглядит оправданно, так как рассматриваются хрупкие тела. Расчет на прочность таких тел обычно проводится по пределу прочности, тем более что для хрупких тел эти характеристики близки.

Подставив в выражение (3) σ по формуле (1), а r_c — по (4), получим

$$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} = \frac{K_I(\sigma_B + \mu T)}{(1-2\mu)K_{Ic}} = -\frac{T}{2} + \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + \frac{\sigma_B^2 - T^2(1-\mu + \mu^2)}{(1-2\mu)^2}}. \quad (5)$$

Правая часть критериального соотношения (5) представляет, по сути, локальную или когезионную прочность материала [8]. Различие заключается только в том, что в выражении используется предел прочности, а не предел текучести, как в работах Ю.Г. Матвиенко. Левая часть уравнения (5), согласно (1), — это выражение для напряжения σ_y , которое для трещины нормального отрыва является тангенциальным. Таким образом, критериальное соотношение (5) фактически представляет учитывающий Т-напряжения обобщенный [11] критерий максимальных тангенциальных напряжений, адаптированный для трещины нормального отрыва. Однако при вычислении с помощью данного критерия размера зоны предразрушения, в отличие от расчета в работе [11], учитывались Т-напряжения, а также тангенциальное напряжение приравнивалось не пределу прочности, а локальной прочности материала. Аналогичный подход описан в [12], где при записи критерия разрушения Новожилова осредненные нормальные напряжения приравниваются локальной прочности материала.

Из выражения (5) можно записать выражение для критерия разрушения в следующем виде:

$$K_I = \frac{K_{Ic}(1-2\mu)}{\sigma_B + \mu T} \left(\sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + \frac{\sigma_B^2 - T^2(1-\mu + \mu^2)}{(1-2\mu)^2}} - \frac{T}{2} \right). \quad (6)$$

Правую часть уравнения (6) можно назвать эффективной вязкостью разрушения $K_{Ic}^{\text{эф}}$. Тогда, вводя параметр $\chi = \frac{T}{\sigma_B}$, равный отношению Т-напряжений к пределу прочности, получим

$$K_I = K_{Ic}^{\text{эф}} = \frac{K_{Ic}}{1 + \mu\chi} \left(\sqrt{\left(\frac{(1-2\mu)\chi}{2} \right)^2 + 1 - \chi^2(1-\mu+\mu^2)} - \frac{(1-2\mu)\chi}{2} \right). \quad (7)$$

Согласно уравнению (7), эффективная вязкость разрушения, зависящая от степени стеснения деформаций в окрестности фронта трещины, определяется вязкостью разрушения K_{Ic} , а также отношением Т-напряжений к пределу прочности и коэффициентом Пуассона.

Критерий разрушения для плоского напряженного состояния. Рассмотрим теперь критерий разрушения при плоском напряженном состоянии. В этом случае в плоскости трещины на расстоянии от вершины трещины, равном размеру зоны предразрушения, напряжения будут определяться так:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} + T; \quad \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}}; \quad \tau_{xy} = 0,$$

а главные напряжения с учетом (1) будут иметь вид

$$\sigma' = \sigma, \quad \sigma'' = \sigma + T, \quad \sigma''' = 0.$$

Подставив главные напряжения в условие прочности Хубера — Мизеса, придем к выражению

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{T^2 + \sigma^2 + \sigma^2 + 2\sigma T + T^2} = \sigma_B,$$

откуда можно получить следующее квадратное уравнение:

$$\sigma^2 + \sigma T + T^2 - \sigma_B^2 = 0,$$

решение которого приводит к расчету σ :

$$\sigma = -\frac{T}{2} + \sqrt{\left(\frac{T}{2} \right)^2 + \sigma_B^2 - T^2} = -\frac{T}{2} + \sqrt{\sigma_B^2 - \frac{3}{4}T^2}. \quad (8)$$

Размер зоны предразрушения определяем аналогично тому, как это было сделано для ПДС:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} = \sigma_B,$$

откуда получим

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_B} \right)^2. \quad (9)$$

Данное выражение отличается от поправки Ирвина на пластическую зону при ПНС только тем, что в него вместо предела текучести входит предел прочности. Причем, в отличие от ПДС, Т-напряжения не входят в выражение для определения размера зоны предразрушения (9).

Подставим σ по формуле (1), а r_c — по формуле (9) в уравнение (8), что приведет к выражению

$$K_I = \frac{K_{Ic}}{\sigma_B} \left(\sqrt{\sigma_B - \frac{3}{4}T^2} - \frac{T}{2} \right).$$

Теперь с учетом параметра χ получим критерий разрушения

$$K_I = K_{Ic}^{\text{эф}} = K_{Ic} \left(\sqrt{1 - \frac{3}{4}\chi^2} - \frac{\chi}{2} \right). \quad (10)$$

Зависимости (7) и (10) для эффективной вязкости разрушения можно представить в следующем виде:

$$K_I = K_{Ic}^{\text{эф}} = K_{Ic} \alpha,$$

где α — коэффициент, учитывающий стеснение деформации в окрестности фронта трещины.

Значения этого коэффициента в зависимости от параметра $|\chi|$ для положительных и отрицательных значений Т-напряжений применительно к ПДС и ПНС, а также относительное различие коэффициентов α при ПДС и ПНС приведены в таблице. Значения коэффициента α , учитывающего стеснение деформации в окрестности фронта трещины при отрицательных Т-напряжениях, для ПДС и ПНС различаются незначительно. Для положительных Т-напряжений это влияние существенно. Так, для $\chi = 0,8$ различие значений коэффициента α при ПДС и ПНС составляет более 40 %. Кроме того, как при ПДС, так и при ПНС при положительных Т-напряжениях коэффициент α и, следовательно, эффективная вязкость разрушения снижаются, а при отрицательных — повышаются. Причем при одинаковых по модулю значениях Т-напряжений изменение вязкости разрушения для положительных Т-напряжений происходит существенно быстрее, чем для отрицательных, и это различие тем больше, чем выше абсолютное значение Т-напряжений. Например, для $|\chi| = 0,3$

при ПДС изменение вязкости разрушения при положительных Т-напряжениях на 33,1 % больше, чем при для отрицательных, а при $|\chi| = 0,6$ превышает их более чем в 2 раза.

**Значения коэффициента α , учитывающего стеснение деформации
в окрестности фронта трещины**

$ \chi $	$T < 0$			$T > 0$		
	ПДС	ПНС	$\delta, \%$	ПДС	ПНС	$\delta, \%$
0,1	1,048	1,046	0,191	0,9478	0,9462	0,127
0,2	1,090	1,085	0,459	0,8914	0,8849	0,735
0,3	1,127	1,116	0,986	0,8309	0,8157	1,863
0,4	1,157	1,138	1,845	0,7661	0,7381	3,794
0,5	1,178	1,151	2,2346	0,6969	0,6514	6,9850
0,6	1,188	1,154	2,946	0,6224	0,5544	12,266
0,7	1,184	1,145	3,406	0,5416	0,4453	21,626
0,8	1,159	1,121	3,390	0,4525	0,3211	40,921

В некоторых случаях удобнее вычислять не эффективную вязкость разрушения, а эффективный КИН, который можно получить для ПДС из уравнения (7):

$$K_I^{\text{эф}} = \frac{2(1+\mu\chi)K_I}{\left(\sqrt{((1-2\mu)\chi)^2 + 4 - 4\chi^2(1-\mu+\mu^2)} - (1-2\mu)\chi\right)} = K_{Ic}, \quad (11)$$

а для ПНС — из формулы (11):

$$K_I^{\text{эф}} = \frac{2K_I}{\sqrt{4 - 3\chi^2} - \chi} = K_{Ic}. \quad (12)$$

Следует отметить, что наибольший практический интерес представляет формула (11), так как с большой степенью точности можно считать, что напряженное состояние по фронту объемной трещины нормального отрыва близко к ПДС. В связи с этим обычно при оценке трещиностойкости по силовому критерию разрушения Ирвина [13], не учитывающего Т-напряжения, максимальный КИН по фронту объемной трещины нормального отрыва приравнивается вязкости разрушения K_{Ic} , т. е. критическому значению КИН, полученному в условиях ПДС. Такой подход, например, применен в работе [14] при оценке трещиностойкости трубопровода с краевой полуэллиптической трещиной. В данном случае подход аналогичен. Методика оценки трещиностойкости деталей с произвольными трещинами нормального отрыва заключается в следующем: вычисляются КИН и Т-напряжения

по фронту трещины, а по формуле (11) или (12), в зависимости от типа напряженного состояния, при известных σ_y и коэффициенте Пуассона определяется эффективный КИН. Опасной точкой фронта окажется та, в который $K_I^{\text{эф}}$ будет наибольшим.

Формулу для эффективного КИН можно использовать и для расчета на живучесть с учетом Т-напряжений. Для этого необходимо знать режимы цикла нагружения и рассчитать размахи КИН и Т-напряжений за цикл нагружения, а по формулам (11) или (12) определить размах эффективного КИН, который нужно подставить, например, в формулу Пэриса [13].

Пример реализации критерия разрушения. В качестве примера использования предложенного критерия разрушения был представлен расчет распределения КИН и Т-напряжений по фронту полуэллиптической краевой трещины в растянутой в двух направлениях пластине (рис. 1). Размеры пластины и трещины принимали следующими, мм: $W = 20$; $h = 20$; $t = 30$; $a = 4$; $b = 2$. Расчет выполнялся в конечно-элементном комплексе ANSYS. Предел прочности был принят равным 600 МПа, коэффициент Пуассона — 0,3.

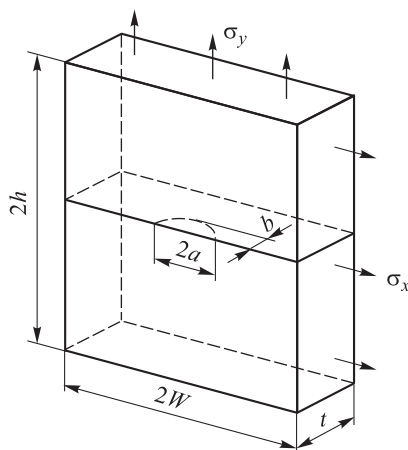


Рис. 1. Расчетная схема

Были рассмотрены два варианта нагружения. Для варианта 1 напряжения принимались равными, МПа: $\sigma_y = 200$; $\sigma_x = 0, 25, 50, 75, 100$, для варианта 2 — $\sigma_y = 100$; $\sigma_x = 0, 50, 100, 150, 200$. Распределения КИН и Т-напряжений по фронту трещины для вариантов нагружения 1 и 2 приведены на рис. 2, 3 и 5, 6 соответственно, а для сравнения рассчитанный по формуле (11) эффективный КИН и обычный — на рис. 4 и 7. По оси абсцисс всех графиков отложен относительный угол $\bar{\varphi} = \varphi / \pi$, определяющий точку на фронте трещины, а также отсчитываемый от точки, выходящей на поверхность.

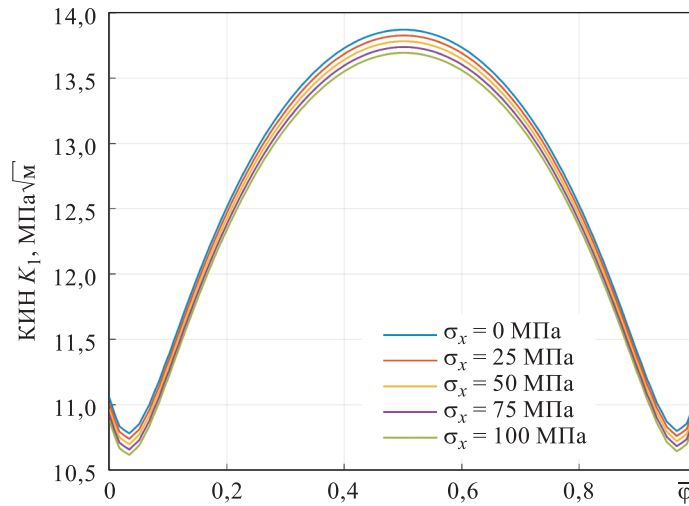


Рис. 2. Распределение КИН по фронту трещины для варианта нагружения 1

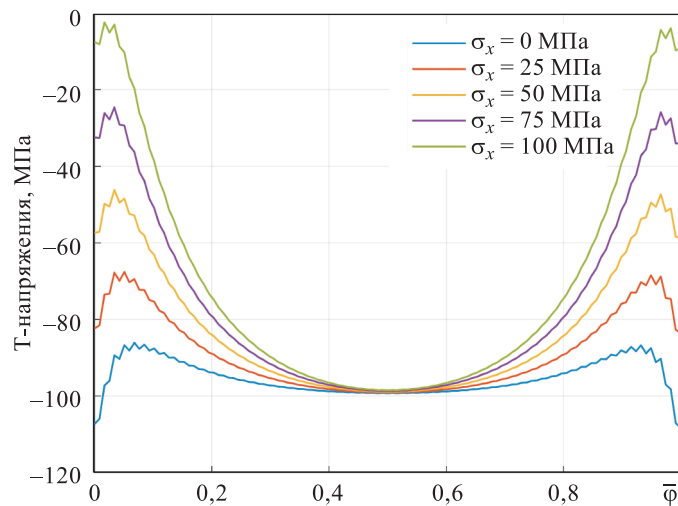


Рис. 3. Распределение T-напряжений по фронту трещины для варианта нагружения 1

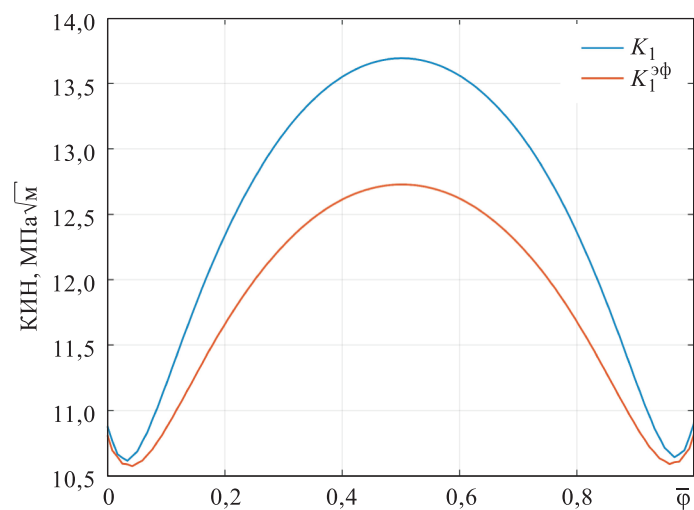


Рис. 4. Эффективный и обычный КИН для варианта нагружения 1

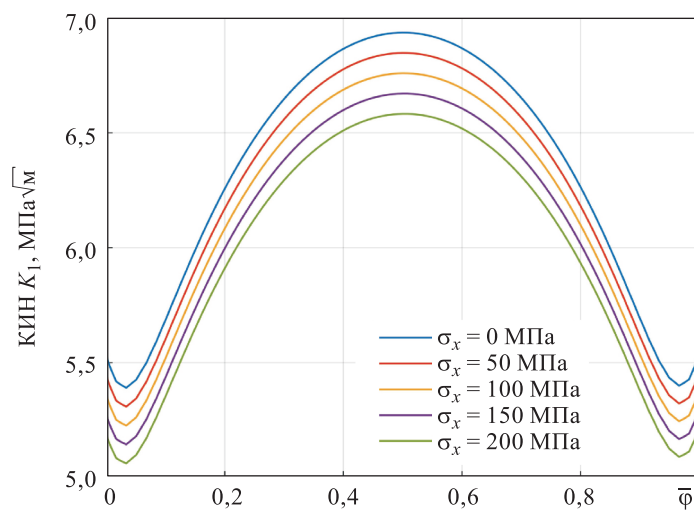


Рис. 5. Распределение КИН по фронту трещины для варианта нагружения 2

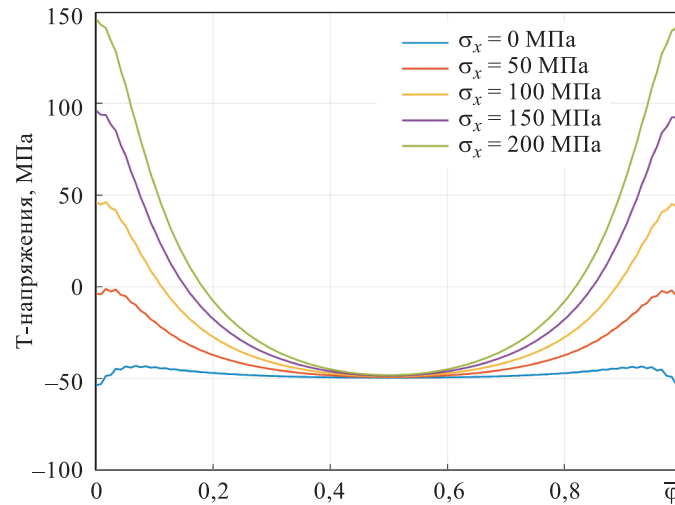


Рис. 6. Распределение T-напряжений по фронту трещины для варианта нагружения 2

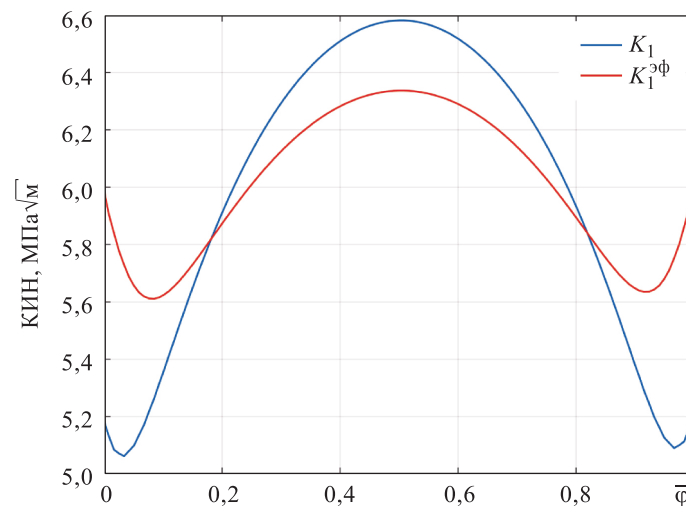


Рис. 7. Эффективный и обычный КИН для варианта нагружения 2

Обсуждение полученных результатов. Значения КИН прежде всего зависят от напряжений σ_y , направленных перпендикулярно плоскости трещины (см. рис. 2 и 5). Лежащие в плоскости трещины напряжения σ_x оказывают незначительное влияние на значения КИН. В свою очередь, T-напряжения, согласно рис. 3 и 6, сильно зависят от напряжений σ_x на всем протяжении фронта трещины, за исключением наиболее заглубленной точки, в которой на T-напряжения не влияет значение σ_x . Причем T-напряжения для варианта 2 даже изменяют знак в зависимости от напряжений σ_x . В связи с этим

эквивалентный КИН, как видно на рис. 7, становится даже больше обычного КИН. Для варианта 1 эффективный КИН для рассматриваемого случая нагружения по всему фронту трещины меньше обычного КИН. На рис. 4 и 5 также видно, что опасной точкой для обоих вариантов нагружения будет наиболее заглубленная точка фронта трещины. Поэтому для оценки трещиностойкости нужно сравнивать $K_I^{\text{эф}}$ в этой точке с вязкостью разрушения материала K_{Ic} . Следует отметить, что для трещин с другим соотношением полудлины к глубине наиболее опасной может оказаться точка, выходящая на поверхность пластины.

Заключение. Проведенное исследование позволило представить полученные результаты и сформулировать следующие выводы.

1. Предложен двухпараметрический критерий разрушения для трещины нормального отрыва, в котором в роли расчетных параметров выступают КИН и Т-напряжения, а в качестве механических характеристик — предел прочности и вязкость разрушения материала.

2. Установлено, что положительные Т-напряжения вследствие того, что в этом случае происходит большее стеснение деформации, оказывают более существенное влияние на эффективную вязкость разрушения и эффективный КИН, чем отрицательные Т-напряжения.

3. Показано, что для полуэллиптической краевой трещины в растянутой в двух направлениях пластине фактически влияние на значения КИН оказывают только напряжения, перпендикулярные фронту трещины, а напряжения, лежащие в плоскости трещины, влияют лишь на Т-напряжения.

4. В зависимости от соотношения растягивающих напряжений и отношения полудлины трещины к ее глубине эффективный КИН может быть как ниже, так и выше обычного КИН, т. е. оценка трещиностойкости на основании однопараметрического критерия разрушения без учета Т-напряжений не всегда является консервативной.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Williams M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*, 1957, vol. 24 (1), pp. 109–114.
- [2] Williams J.G., Ewing P.D. Fracture under complex stress — the angled crack problem. *Int. J. Fract.*, 1972, vol. 26 (8), pp. 441–446.
- [3] Smith D.J., Ayatollahi M.R., Pavier M.J. The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2001, vol. 24 (2), pp. 137–150.
- [4] Matvienko Yu.G. Maximum average tangential stress criterion for prediction of the crack path. *Int. J. Fract.*, 2012, vol. 176, pp. 113–118.
- [5] Ayatollahi M.R., Rashidi Moghaddam M., Berto F. A generalized strain energy density criterion for mixed mode fracture analysis in brittle and quasi-brittle materials. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2015, vol. 79, pp. 70–76.

- [6] Чернятин С.А., Разумовский И.А., Матвиенко Ю.Г. Кинетика поверхностной трещины в поле остаточных напряжений. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2016, № 6, с. 25–34.
- [7] Seifl S., Knesl Z. Two parameter fracture mechanics: Fatigue crack behavior under mixed mode conditions. *Eng. Fract. Mech.*, 2008, vol. 75, pp. 857–865.
- [8] Матвиенко Ю.Г. *Двухпараметрическая механика разрушения*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2020, 208 с.
- [9] Феодосьев В.И. *Сопротивление материалов*. Москва, Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018, 544 с.
- [10] Брок Д. *Основы механики разрушения*. Москва, Высшая школа, 1980, 368 с.
- [11] Aliha M.R.M., Ayatollahi M.R., Smith D.J., Pavier M.J. Geometry and size effect on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading. *Eng. Fract. Mech.*, 2010, vol. 77, pp. 2200–2212.
- [12] Матвиенко Ю.Г. *Модели и критерии механики разрушения*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2006, 328 с.
- [13] Партон В.З., Морозов Е.М. *Механика упругопластического разрушения. Основы механики разрушения*. Москва, Издательство ЛКИ, 2008, 352 с.
- [14] Махутов Н.А., Покровский А.М., Дубовицкий Е.И. Анализ трещиностойкости магистрального нефтепровода с учетом изменяющейся вязкости разрушения. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2019, № 1, с. 44–52.

Статья поступила в редакцию 08.06.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Покровский А.М., Егранов М.П. Двухпараметрический критерий разрушения для трещины нормального отрыва. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 7. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-7-2191>

Покровский Алексей Михайлович — д-р техн. наук, профессор, заместитель по научной работе заведующего кафедрой «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: pokrovsky@bmstu.ru

Егранов Максим Петрович — аспирант кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: maxim.egranov@gmail.com

Two-parametric fracture criterion for Mode I crack

© A.M. Pokrovsky, M.P. Egranov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The study introduces a two-parametric criterion for maximum tangential stresses adapted to the Mode I crack, which includes T-stresses. The difference of this criterion is that the size of the fracture process zone is written with account for the T-stresses, while the tangential stresses in the fracture process zone are equated to the local strength of the material rather than to the ultimate strength, as it is usually done. The paper gives two-parametric fracture criteria for the case of plane stress and strain states, allowing the strain constraint along the crack front. Within the study, we obtained expressions for the effective stress intensity factor which include the T-stresses — ultimate strength ratio, in addition to the stress intensity factor. This expression allows us to determine the most dangerous point of the crack front and, provided we know the fracture toughness of the material, to estimate the crack resistance of the part with the crack. As an example of using the fracture criterion, we considered a semi-elliptical edge crack in a plate stretched in two directions.

Keywords: fracture mechanics, T-stress, Mode I crack, two-parametric fracture criterion, effective stress intensity factor

REFERENCES

- [1] Williams M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*, 1957, vol. 24 (1), pp. 109–114.
- [2] Williams J.G., Ewing P.D. Fracture under complex stress — the angled crack problem. *Int. J. Fract.*, 1972, vol. 26 (8), pp. 441–446.
- [3] Smith D.J., Ayatollahi M.R., Pavier M.J. The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2001, vol. 24 (2), pp. 137–150.
- [4] Matvienko Yu.G. Maximum average tangential stress criterion for prediction of the crack path. *Int. J. Fract.*, 2012, vol. 176, pp. 113–118.
- [5] Ayatollahi M.R., Rashidi Moghaddam M., Berto F. A generalized strain energy density criterion for mixed mode fracture analysis in brittle and quasi-brittle materials. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2015, vol. 79, pp. 70–76.
- [6] Chernyatin S.A., Razumovskiy I.A., Matvienko Yu.G. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2016, no. 6, pp. 25–34.
- [7] Seitzl S., Knesl Z. Two parameter fracture mechanics: Fatigue crack behavior under mixed mode conditions. *Eng. Fract. Mech.*, 2008, vol. 75, pp. 857–865.
- [8] Matvienko Yu.G. *Dvukhparametricheskaya mekhanika razrusheniya* [Two-parameter fracture mechanics]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2020, 208 p.
- [9] Feodosev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow, BMSTU Publ., 2018, 544 p.
- [10] Broek D. *Elementary engineering fracture mechanics*. Springer, 4th ed., 1982, 540 p. [In Russ.: Broek D. *Osnovy mekhaniki razrusheniya*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1980, 368 p.].
- [11] Aliha M.R.M., Ayatollahi M.R., Smith D.J., Pavier M.J. Geometry and size effect on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading. *Eng. Fract. Mech.*, 2010, vol. 77, pp. 2200–2212.

- [12] Matvienko Yu.G. *Modeli i kriterii mekhaniki razrusheniya* [Models and criteria of fracture mechanics]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2006, 328 p.
- [13] Parton V.Z., Morozov E.M. *Mekhanika uprugoplasticheskogo razrusheniya. Osnovy mekhaniki razrusheniya* [Mechanics of elastoplastic fracture. Fundamentals of fracture mechanics]. Moscow, LKI Publ., 2008, 352 p.
- [14] Makhutov N.A., Pokrovskiy A.M., Dubovitskii E.I. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin* — *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2019, no. 1, pp. 44–52.

Pokrovsky A.M., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Deputy Head for Research, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University.
e-mail: pokrovsky@bmstu.ru

Egranov M.P., post-graduate student, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: maxim.egranov@gmail.com