

Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», Москва, 7–10 декабря 2021 г. Материалы конференции. В двух частях. Часть 2. П.М. Шкапов, М.И. Дьяченко, сост. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 6. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-6-2190>

**Международная научная конференция
«ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ
ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ»**

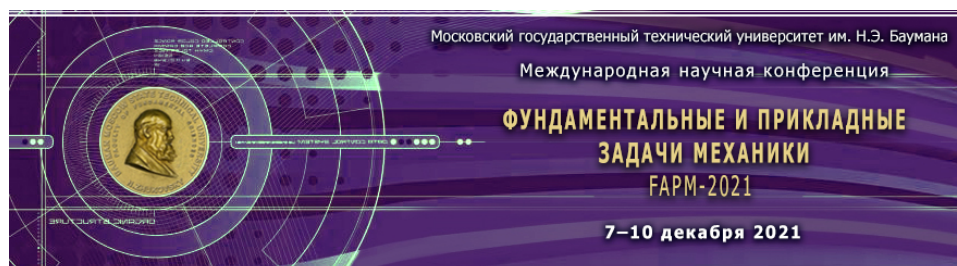
Москва, 7–10 декабря 2021 г.

МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ

В двух частях

Часть 2

Составители: П.М. Шкапов, М.И. Дьяченко



**International Scientific Conference
FUNDAMENTAL AND APPLIED PROBLEMS
OF MECHANICS (FARM-2021)**

Moscow, 7–10 December, 2021

THE MATERIALS OF THE CONFERENCE

In two parts

Part 2

Compiled by P.M. Shkapov, M.I. Dyachenko



Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МГТУ им. Н.Э. Баумана

2022

Международные научные конференции «ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ» (Fundamental and applied problems of mechanics — FARM) с 2012 г. проводятся регулярно в МГТУ им. Н.Э. Баумана на базе Научно-учебного комплекса «Фундаментальные науки» и кафедры «Теоретическая механика» имени профессора Н.Е. Жуковского с участием научных сотрудников из институтов РАН, университетов РФ, известных зарубежных ученых-механиков. Основной целью данной конференции является представление новых результатов исследований, проводимых в российских и зарубежных научных и образовательных учреждениях, по различным направлениям механики.

Очередная конференция FARM-2021 посвящена 175-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского — «отца русской авиации», основоположника прикладной аэро- и гидромеханики, разработчика теории воздухоплавания, создателя ЦАГИ, основателя кафедры теоретической механики, профессора МВТУ и МГУ.

В 2021 г. открытие конференции и первое пленарное заседание прошли в очно-дистанционном режиме в аудитории на кафедре «Теоретическая механика» имени профессора Николая Егоровича Жуковского МГТУ им. Н.Э. Баумана с трансляцией для участников через платформу Zoom. Заседания секций проводились только в дистанционном формате.

Рабочие языки конференции: русский и английский.

Материалы докладов публикуются по рекомендации оргкомитета конференции. Издание выходит в двух частях в авторской редакции. В часть 1 вошли пленарные доклады и материалы секций 1 и 2. В части 2 представлены материалы секций 3–5.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие сведения о конференции

Пленарные доклады

Секция 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- 1.1. Математическое моделирование механических систем, управление движением
- 1.2. Математическое моделирование физических процессов
- 1.3. Математическое моделирование и анализ

Секция 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

- 2.1. Теоретическая механика
- 2.2. Небесная механика

Секция 3. АЭРО- И ГИДРОМЕХАНИКА

Секция 4. ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Секция 5. НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ И ИСТОРИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ

International scientific conferences “FUNDAMENTAL AND APPLIED PROBLEMS OF MECHANICS (FAPM)” (ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ) have been held regularly since 2012 in Bauman Moscow State Technical University on the basis of the Scientific and Educational Complex “Fundamental Sciences” and the Professor N.E. Zhukovsky Department of Theoretical Mechanics with participation of scientists from research institutions of RAS, RF universities, famous foreign scientists-mechanics. The main goal of the conference is to present new results of the investigations in different areas of mechanics, carried out at the Russian and foreign research and educational institutions.

The conference FAPM-2021 was dedicated to the 175th anniversary of the great Russian scientist Nikolai Zhukovsky, “the father of the Russian aviation,” founder of applied aero- and hydro-mechanics, developer of aeronautics theory, founder of TsAGI, founder of the department of theoretical mechanics, professor of the Moscow Higher Technical School and Moscow University.

In 2021 the opening of the conference and the first plenary session were held in the classroom of the Nikolay Zhukovsky Department of Theoretical Mechanics at the Bauman Moscow State Technical University with broadcasting for the participants through the Zoom platform. Sessions of the sections were held only in the remote format.

Working languages of the conference: Russian and English.

The proceedings of the conference are given in the author's edition.

Организаторы конференции

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора
Н.Е. Жуковского
Научно-методический совет по теоретической механике при Минобрнауки
России

Международный организационный комитет

Проф. А.А. Александров (председатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва,
Россия
Проф. В.О. Гладышев (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва,
Россия
Проф. П.М. Шкапов (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва,
Россия
Astronom C. Bizouard (Co-Chairman), Observatoire de Paris, France
Prof. K. Matsumoto, RISE Project, National Astronomical Observatory of Japan,
Japan
Проф. В.С. Асланов, Самарский университет, г. Самара, Россия
Проф. Б.С. Бардин, МАИ (НИУ), Москва, Россия
Проф. В.Д. Бертяев, ТулГУ, г. Тула, Россия
Проф. С.А. Берестова, УрФУ, г. Екатеринбург, Россия
Проф. И.Г. Благовещенский, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
Проф. Ю.И. Димитриенко, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
Проф. В.В. Ивашкин, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия
Проф. В.Т. Калугин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
Проф. В.А. Калиниченко, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва,
Россия
Проф. Г.Н. Кувыркин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
Проф. М.Х. Магомедов, ООО НПФ «Сауно», г. Махачкала, Дагестан, Россия
Проф. В.И. Майорова, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
Проф. С.Н. Саяпин, ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия
Проф. Н.И. Сидняев, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
Проф. Ю.П. Улыбышев, РКК «Энергия», г. Королёв, Россия
Проф. Ю.Д. Чашечкин, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
Проф. В.Н. Чубариков, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
Проф. А.О. Шимановский, БГУТ, г. Гомель, Республика Беларусь

Ученый секретарь — М.И. Дьяченко, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Академический программный комитет

- Проф. В.О. Гладышев (председатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. В.Н. Зимин (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. П.М. Шкапов (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Prof. H. Hanada (Co-Chairman), director of RISE Project, NAO of Japan, Japan
- Astronom C. Bizouard (Co-Chairman), Observatoire de Paris, France
- Professor Shuanggen Jin, Chinese Academy of Sciences, China
- Академик РАН Р.Ф. Ганиев, ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия
- Академик РАН И.Г. Горячева, РНКТПИМ, Москва, Россия
- Академик РАН В.Ф. Журавлёв, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
- Академик РАН С.Т. Суржиков, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
- Академик РАН Д.В. Трещёв, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
- Академик РАН С.Л. Чернышев, ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского, Россия
- Чл.-корр. РАН А.П. Крищенко, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Чл.-корр. РАН И.И. Липатов, ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского, Россия
- Чл.-корр. РАН А.Н. Морозов, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Чл.-корр. РАН О.С. Нарайкин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Чл.-корр. РАН В.А. Соловьёв, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. М.М. Благовещенская, МГУПП, Москва, Россия
- Проф. В.С. Зарубин, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
- Проф. Т.А. Исмаилов, ДГТУ, г. Махачкала, Дагестан, Россия
- Проф. В.В. Сазонов, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия
- Проф. В.А. Самсонов, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
- Проф. А.М. Цирлин, ИПС им. А.К. Айламазяна РАН, г. Переславль-Залесский, Россия
- Проф. В.И. Щербаков, ВКА им. А.Ф. Можайского, С.-Петербург, Россия
- Ученый секретарь — канд. физ.-мат. наук, доц. Е.В. Мелкумова, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА
3. АЭРО- и ГИДРОМЕХАНИКА
4. ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА
5. НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ И ИСТОРИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ

Сайт конференции:

<http://fn.bmstu.ru/coferences-sec-fs/item/1105-fapm-2021>

e-mail: fapm2021@mail.ru

СЕКЦИЯ 3. АЭРО- И ГИДРОМЕХАНИКА

Руководители: д-р техн. наук, проф. В.Т. Калугин,
д-р физ.-мат. наук, проф. В.А. Калиниченко

Ударно-волновые предвестники при прогрессии ударной волны в канализированную нагретую среду. Возможность установления режима

© А.Н. Богданов

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: bogdanov@imec.msu.ru

Аннотация. При расчетах поражающего воздействия ядерных взрывов было открыто неожиданное явление — образование предвестника при распространении ударной волны (УВ) в область с предварительно нагретым слоем¹.

Ключевые слова: ударные волны, предвестники, аэродинамика.

Расчеты показали [1], что ударная волна, выйдя в область покоящегося нагретого газа, ускоряется. Таким образом, наличие перед фронтом УВ областей нагретого газа приведет к перестройке течения. Простейшей для исследования модельной задачей является рассмотрение в плоской геометрии течения, возникающего при распространении прямой УВ в область покоящегося газа, однородность которого нарушена бесконечно тонким бесконечно протяженным в направлении распространения УВ каналом нагретого газа. В такой постановке задача становится автомодельной [2]. Предвестник треугольной формы, выдаваясь вперед с поверхности фронта ударной волны, неограниченно растет со временем.

Но нет ли предела этому росту? Возможны ли предельные стационарные конфигурации?

За фронтом прямой УВ течение тормозится до дозвукового, возмущения из областей сзади УВ догоняют ее фронт и могут изменять интенсивность УВ.

Предвестник образует слабые косые УВ, течение за ними сверхзвуковое, оно не столько тормозится, сколько отклоняется в стороны, клиноподобно раздвигаясь. Казалось бы, слабые возмущения из

¹Автор узнал об этом явлении от И.В. Немчинова.

пройденных УВ областей фронтов этих волн не достигают. В таких условиях причин изменения скорости роста предвестника, определяемой температурой нагретого канала, не усматривается. Однако детальное рассмотрение течения в «теле» предвестника позволяет такие причины обнаружить.

Компьютерное моделирование показало [2, 3] сложную структуру течения в «теле» предвестника, возвратные течения к его вершине, раскручивание которых будет расходовать поступающую из нагретого канала энергию. Таким образом, течение в «теле» предвестника становится аналогичным обтеканию выступа дозвуковым потоком газа — задаче, с которой столкнулись автомобилестроители. Там установка обтекателя от кабины к кузову прекращает образование в уступе вихря и его дальнейшее раскручивание, что приводит к экономии топлива в среднем на 10 %.

При обтекании выступа течение формирует твердая стенка, в случае взаимодействия предвестника и УВ течение более сложное — с разворотом потока системой косых УВ и волн разрежения.

Условие стационарности процесса есть равенство притока энергии из нагретого канала удвоенной энергии образующихся вихрей (их два).

Литература

1. Богданов А.Н. Динамика ударных волн в средах с продольной стратификацией. *Докл. РАН*, т. 491, с. 5–6.
2. Артемьев В.И., Маркович И.Э., Немчинов И.В., Суляев В.А. Двумерное автомодельное движение сильной ударной волны над нагретой поверхностью. *Докл. АН СССР*, т. 293, № 5, 1987, с. 1082–1084.
3. Георгиевский П.Ю., Левин В.А., Сутырин О.Г. Взаимодействие ударной волны с продольным слоем газа пониженной плотности. *Известия РАН. МЖГ*, 2016, № 5, с. 125–132.

The shock wave's harbinger of a shock wave propagation into a channeled heated medium. Possibility of a steady mode

© A.N. Bogdanov

Institute of Applied Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia
E-mail: bogdanov@imec.msu.ru

Abstract. When calculating the damaging effect of nuclear explosions, an unexpected phenomenon was discovered — the formation of a harbinger during the propagation of a shock wave (SW) into an area with a pre-heated layer. Calculations have shown [1] that the shock wave, having entered the region of the heated gas at rest, is accelerated. That the pres-

ence of heated gas regions ahead of the shock front will lead to a restructuring of the flow. The simplest model problem for research is the consideration, in plane geometry, of the flow arising from the propagation of a straight shock wave into the region of a gas at rest, the homogeneity of which is broken by an infinitely thin channel of heated gas infinitely extended in the direction of the shock wave propagation. In this setting, the problem becomes self-similar [2]. The triangular forerunner, protruding forward from the surface of the shock front, grows indefinitely with time. But is there no limit to this growth? Are limiting stationary configurations possible? Behind the front of the direct shock wave, the flow is decelerated to subsonic; disturbances from the regions behind the shock wave catch up with its front and can change the intensity of the shock. The harbinder is formed by weak oblique shock waves, the flow behind them is supersonic; it is not so much decelerated as deviated to the sides, moving apart in a wedge-like manner. It would seem that weak perturbations from the regions of the fronts passed by the shock wave do not reach these waves. Under such conditions, the reasons for the change in the growth rate of the harbinder, determined by the temperature of the heated channel, are not seen. However, a detailed examination of the flow in the “body” of the harbinder allows one to discover such reasons. Computer simulation has shown [2, 3] a complex structure of the flow in the “body” of the harbinder, return flows to its top, the untwisting of which will consume the energy coming from the heated channel. That the flow in the “body” of the harbinder becomes analogous to the subsonic gas flow around the ledge — a task faced by the automakers. There, the installation of the fairing from the cab to the body stops the formation of a vortex in the ledge and its further unwinding, which leads to an average fuel economy of 10 %. When flowing around a protrusion, the flow forms a solid wall; in the case of interaction between the harbinder and the shock wave, the flow is more complex, with a flow reversal by a system of oblique shock waves and rarefaction waves. The condition of the stationarity of the process is the equality of the energy inflow from the heated channel with the doubled energy of the generated vortices (there are two of them).

Keywords: *shock waves, harbinder, aerodynamics.*

References

1. Bogdanov A.N. Dynamics of shock waves in media with longitudinal stratification. *Dokl. RAS*, vol. 491, pp. 5–6.
2. Artemiev V.I., Markovich I.E., Nemchinov I.V., Sulyaev V.A. Two-dimensional self-similar motion of a strong shock wave over a heated surface. *Dokl. Academy of Sciences of the USSR*, vol. 293, no. 5, 1987, pp. 1082–1084.
3. Georgievsky P.Yu., Levin V.A., Sutyurin O.G. Interaction of a shock wave with a longitudinal gas layer of low density. *Izvestiya RAN. MGH*, 2016, no. 5, pp. 125–132.

Особенности гидродинамики надводных судов на гусеницах

© А.В. Бойко, В.А. Ерошин

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: mailband@mail.ru

Аннотация. Одной из основных тенденций развития современного судостроения является рост скоростей судов. Так, в 30-е годы XX в. были построены суда на воздушной подушке, которые и сейчас являются одними из лучших двухсредних транспортных средств [1]. Однако в последнее время появились надводные аппараты на гусеницах (снегоходы), обладающие высокими ходовыми и эксплуатационными свойствами и также могут двигаться (катиться) по поверхности воды с большой скоростью. Одна из особенностей гидродинамики этих надводных судов состоит в следующем: подъемная сила, действующая при качении на гусеницу, зависит от числа Фруда, а горизонтальная составляющая силы — от безразмерного параметра, равного отношению абсолютных скоростей нижней части гусеницы и надводной части конструкции. Отметим также, что при движении на суше их преимущества очевидны. К тому же гусеницы одновременно выполняют функции не только движителей, но несущих поверхностей, что также является определенным преимуществом по сравнению с судами на воздушной подушке.

В докладе обсуждаются зависимости горизонтальной и вертикальной составляющих гидродинамической силы от указанных выше параметров и приводятся подтверждающие это экспериментальные данные [2].

Ключевые слова: качение по воде на гусеницах, физическое моделирование, гидродинамические силы, условия качения.

Литература

1. Егоров И.Т., Соколов В.Т. *Гидродинамика быстроходных судов*. Ленинград, Изд-во «Судостроение», 1971, 424 с.
2. Ерошин В.А., Бойко А.В. Новые тенденции в гидродинамике скоростных надводных систем. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2019, т. 20, № 1.

Features of above-water track-mounted vehicles hydrodynamics

© A.V. Boyko, V.A. Yeroshin

Institute of Applied Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia
E-mail: mailband@mail.ru

Abstract. Speeding-up ship movement is one of the main trends in the modern shipbuilding industry development. So, for example, the air-cushion vehicles, which appeared in the 1930s, even now are the one of the best dual-medium means of transportation [1]. However, in recent years the above-water track-mounted vehicles (snowmobiles) were developed, which have top-class driving and operational properties and can, in addition, move (roll) with high speed on the water surface. One of the distinctive features of this above-water ship hydrodynamics are the following ones: the lifting force acting on the track during rolling movement depends on Froude number, while the horizontal component of force — on the dimensionless parameter, which is equal to the ratio between the absolute speed of the track bottom part and above-water part of the structure. Also worth noting is that during the movement on shore their advantages become obvious. Furthermore, the tracks function not only as the driving units but also as the bearing surfaces, which represents the distinct advantage when compared with the air-cushion boats.

The report discusses the horizontal and vertical components of the hydrodynamic force dependencies on the above mentioned parameters and provides data, which supports the experimental findings [2].

Keywords: *rolling on tracks over water surface, physical simulation, hydrodynamic forces, rolling conditions.*

References

1. Egorov I.T., Sokolov V.T. *Hydrodynamics of high-speed vehicles*. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1971, 424 p.
2. Yeroshin V.A., Boyko A.V. New trends in hydrodynamics of above-water systems. *Physicochemical Kinetics*, 2019, vol. 20, no. 1.

Моделирование внутренних гравитационных волн от нелокальных источников возмущений

© В.В. Булатов

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
E-mail: internalwave@mail.ru

Аннотация. Рассматривается задача о построении аналитических решений, описывающих поля внутренних гравитационных волн от нелокального источника возмущений, движущегося на поверхности стратифицированной среды конечной глубины. Для модельной формы источника с радиальной симметрией в линейном приближении получены аналитические решения, выражающиеся через собственные функции основной вертикальной спектральной задачи внутренних волн. Предложены два метода представления решения, в том числе

на основе теоремы Миттаг — Леффлера о разложении мероморфной функций. Приведены результаты расчетов волновых полей для различных режимов волновой генерации, иллюстрирующих два метода аналитического представления волнового поля.

Ключевые слова: *внутренние гравитационные волны, стратифицированная среда, нелокальный источник возмущений, асимптотики.*

Важным механизмом возбуждения внутренних гравитационных волн (ВГВ) в природных (океан, атмосфера Земли) и искусственных стратифицированных средах является их генерация источниками возмущений различной физической природы: естественного (движущиеся возмущения атмосферного давления, обтекание неровностей рельефа океана, подветренные горы) и антропогенного (морские технологические конструкции, схлопывание области турбулентного перемешивания, подводные взрывы) характеров. В частности, касательное напряжение ветра, создаваемое движущимся ураганом, может формировать на океанической поверхности структуру в виде движущейся воронки с почти радиальной симметрией. Как показывают результаты мониторинга Мирового океана, движущиеся возмущения морской поверхности являются одним из основных природных механизмов генерации интенсивных ВГВ. Распространение диспергирующих ВГВ в стратифицированных средах и создаваемые ими волновые картины на больших расстояниях от источников возмущений (много больших его характерных размеров) практически не зависят от их формы и определяются только законом дисперсии и скоростью источника. Целью настоящей работы является построение аналитических решений, описывающих дальние поля ВГВ, возбуждаемых движущимся нелокальным модельным источником возмущений в слое стратифицированной среды конечной толщины.

Рассматривается задача о полях ВГВ, возникающих при движении нелокального источника возмущений в слое невязкой несжимаемой вертикально стратифицированной среды толщины H . Источник движется на поверхности среды с постоянной скоростью V в горизонтальном направлении оси x , ось z направлена вверх, форма нелокального источника описывается функцией $s(x, y)$, максимальная высота источника возмущений равна h . Рассматривается установившийся режим волновых колебаний. В движущейся системе координат и в приближении Буссинеска имеем следующее уравнение для малых возмущений вертикальной компоненты скорости

$$W(x, y, z): V^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Delta + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) W + N^2(z) \Delta W = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$$N^2(z) = -\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0(z)}{dz},$$

где $N^2(z)$ — квадрат частоты Брента — Вайсяля (частоты плавучести); $\rho_0(z)$ — невозмущенная плотность среды; g — ускорение свободного падения. Линеаризованное граничное условие на поверхности имеет вид: $W = V \frac{\partial s(x, y)}{\partial x}$ при $z = 0$, на дне используется условие непротекания: $W = 0$ при $z = -H$.

В работе решена задача о построении аналитических решений, описывающих генерацию ВГВ вдали от нелокального источника возмущений, который движется на поверхности стратифицированной среды конечной глубины. Использовано модельное распределение формы источника, обладающее радиальной симметрией, которое качественно верно описывает основные пространственно-временные характеристики природных источников генерации ВГВ в океане. Полученное решение представляет собой сумму волновых мод. Решение имеет вид ряда по собственным функциям основной спектральной задачи уравнения внутренних гравитационных волн. Приведены результаты численных расчетов компонент горизонтальной скорости дальних полей ВГВ. Дальние поля ВГВ на больших расстояниях от движущегося нелокального источника (много больших его размеров) определяются законом дисперсии и скоростью источника. Полученные результаты позволяют оценивать вариации донного давления на морском дне, что важно для разработки методов регистрации ВГВ в Мировом океане. В дальней зоне возбуждаемые волновые поля относительно малы по амплитуде и, как правило, хорошо описываются с помощью линейных уравнений, поэтому при исследовании дальнего распространения ВГВ прямые численные расчеты нецелесообразны. Аналитические представления дальних полей ВГВ описываются сравнительно простыми аналитическими выражениями. Начальные и граничные условия для конкретных нелокальных движущихся источников возмущений должны определяться из результатов прямого численного моделирования полной системы уравнений гидродинамики или из сугубо оценочных полуэмпирических соображений, позволяющих адекватно аппроксимировать реальные нелокальные источники возмущений некоторой системой модельных источников. Полученные решения дают возможность эффективно рассчитывать основные амплитудно-фазовые характеристики возбуждаемых дальних полей ВГВ и, кроме того, качественно анализировать полученные решения, что важно для правильной постановки более сложных математических моделей волновой динамики реальных природных стратифицированных сред (океан, атмосфера Земли). Модельные

решения позволяют в дальнейшем получить представления волновых полей с учетом реальной изменчивости и нестационарности этих сред.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-01-00111А.

Internal gravity waves modeling from a non-local source

© V.V. Bulatov

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia
E-mail: internalwave@mail.ru

Abstract. The problem of constructing analytical solutions describing the fields of internal gravity waves from a nonlocal source of perturbations moving on the surface of a stratified medium of finite depth is considered. For a model form of a source with radial symmetry in the linear approximation, analytical solutions are obtained that are expressed in terms of eigenfunctions as the basis of the vertical spectral problem of internal waves. Two methods are proposed for representing the solution, including those based on the Mittag — Leffler theorem on the expansion of meromorphic functions. The results of calculations of wave fields for various modes of wave generation are presented, illustrating two methods of analytical representation of the wave field.

Keywords: *internal gravity waves, stratified medium, non-local source, asymptotics.*

An important mechanism for the excitation of internal gravity waves (IGW) in natural (ocean, Earth's atmosphere) and artificial stratified media is their generation by sources of disturbances of various physical nature: natural (moving disturbances of atmospheric pressure, flow around unevenness of the ocean relief, leeward mountains) and anthropogenic (marine technological structures, collapse of the turbulent mixing region, underwater explosions) characters. In particular, the shear wind stress generated by a moving hurricane can form a moving funnel-like structure with almost radial symmetry on the ocean surface. As the results of monitoring of the World Ocean show, moving disturbances of the sea surface are one of the main natural mechanisms for the generation of intense IGW. The propagation of dispersive IGWs in stratified media and the wave patterns they create at large distances from disturbance sources (much larger than their characteristic dimensions) practically does not depend on their shape and is determined only by the dispersion law and the source velocity. The aim of this work is to construct analytical solutions describing the far fields of IGWs excited by a moving nonlocal model source of perturbations in a layer of a stratified medium of finite thickness.

In this work, we have solved the problem of constructing analytical solutions describing the generation of IGWs far from a nonlocal source of perturbations that moves on the surface of a stratified medium of finite depth. A model distribution of the source shape with radial symmetry was used, which qualitatively correctly describes the main spatio-temporal characteristics of natural sources of IGW generation in the ocean. The resulting solution is the sum of the wave modes. The solution has the form of a series in eigenfunctions of the main spectral problem of the equation of internal gravitational waves. The results of numerical calculations of the components of the horizontal velocity of the far fields of IGW are presented. Far fields of IGW at large distances from a moving nonlocal source (much larger than its size) is determined by the dispersion law and the velocity of the source. The results obtained make it possible to estimate variations in the bottom pressure on the seabed, which is important for the development of methods for registering IGW in the World Ocean. In the far zone, the excited wave fields are relatively small in amplitude and, as a rule, are well described using linear equations; therefore, when studying the long-range propagation of IGW, direct numerical calculations are inappropriate. Analytical representations of IGW far fields are described by relatively simple analytical expressions. The initial and boundary conditions for specific nonlocal moving sources of disturbances should be determined from the results of direct numerical simulation of the complete system of hydrodynamic equations or from purely evaluative semi-empirical considerations that allow one to adequately approximate real nonlocal sources of disturbances by a certain system of model sources. The obtained solutions make it possible to efficiently calculate the main amplitude-phase characteristics of the excited far fields of IGW, and, in addition, to qualitatively analyze the solutions obtained, which is important for the correct formulation of more complex mathematical models of the wave dynamics of real natural stratified media (ocean, Earth's atmosphere). Model solutions allow in the future to obtain representations of wave fields taking into account the real variability and nonstationarity of these media.

This work was supported by the grant RFBR no. 20-01-00111A.

**Исследования аэродинамических особенностей
аппарата для оптимизации потока перед толкающим
воздушным двигателем**

© В.С. Алесин, В.В. Губский*, О.В. Дружинин, О.В. Павленко

ФАУ «ЦАГИ», Жуковский, Россия

*E-mail: Vitaly.Gubsky@tsagi.ru

Аннотация. Одним из возможных путей уменьшения потребной мощности двигателя является размещение воздушного винта в заторможенном потоке за фюзеляжем. Однако ввиду наличия различных элементов и возможных ограниченных размеров самого летательного аппарата становится актуальной проблема оптимизации потока вблизи винта. С целью улучшения обтекания и увеличения тяги винта возможным решением становится применение аппарата для направления потока воздуха под оптимальный угол к лопасти винта. Данное устройство представляет собой пропульсивную систему, включающую в себя воздушный винт, спрямляющий аппарат, выпрямляющий аппарат и центральное тело. При этом лопасти, образующие спрямляющий и выпрямляющий аппараты, выполнены совместно с центральным телом. Спрямляющий аппарат перенаправляет набегающий поток таким образом, чтобы он подходил к лопасти всегда под оптимальным для нее углом атаки и вне зависимости от скорости набегающего потока, а также скорости вращения винта. Выпрямляющий аппарат установлен за воздушным винтом и препятствует естественному вращению отбрасываемого потока, уменьшая, таким образом, индуктивное сопротивление.

Для изучения влияния интерференции лопастей и направляющих поток стационарных поверхностей были проведены численные и экспериментальные исследования. Численные исследования выполнены по программе, основанной на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье — Стокса. Экспериментальные исследования проведены на модели фюзеляжа, представляющего собой тело вращения с установленным шестилопастным толкающим винтом в аэродинамической трубе ЦАГИ. Показано, что разворот потока под оптимальный угол позволяет создавать высокую тягу винта в большем диапазоне скоростей. Также экспериментально было установлено, что работа воздушного винта без направляющего аппарата существенно увеличивает скорости течения и создает разрежение на поверхности фюзеляжа в сечениях перед винтом, что влечет за собой увеличение донного сопротивления всей модели. Расчетным путем выявлено, что установка выпрямляющего аппарата за воздушным винтом снижает описанные негативные эффекты.

В качестве конструктивных направляющих потока воздуха могут быть использованы гребни, образованные самой поверхностью фюзеляжа, или специальные каналы. Их форма определяется математическим путем и напрямую связана с режимом полета.

Проведенные расчетные исследования показали рост тяги на 20 % при применении направляющего аппарата с учетом потерь на сопротивление. Устройство также выравнивает поток за фюзеляжем, что способствует уменьшению потерь на донное сопротивление.

Ключевые слова: *воздушный винт, интерференция воздушного винта, аппарат для оптимизации потока.*

Aerodynamic research of the device for flow optimization in front of the pushing air propeller

© V.S. Alesin, V.V. Gubskiy*, O.V. Drujinin, O.V. Pavlenko

Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovskiy, Russia

*E-mail: Vitaly.Gubsky@tsagi.ru

Abstract. One of possible way of propeller power reduction is installation propeller in a low velocity zone of a boundary layer behind a fuselage. However, for the various elements installation and the possible limited sizes of the aircraft, there is actual a problem of propeller flow optimization. For the purpose of flow improvement and increase propeller thrust, the possible solution is put the air streamline to optimum angle of the propeller. The device has the propulsion system including a propeller, a flow-straightening grids, rectifying grids and a central body. Thus the blades organizing straightening and rectifying grids are executed together with the central body. The flow-straightening grids put the airflow to the blade rear part always an optimum angle of attack. It's not dependence from airflow speed or rotation speed of a propeller. The rectifying grids is installing behind the propeller and prevent the rotation of a rejected flow and reduce the drag.

The influence investigation of the blades interference and flow stationary surfaces directing have been made numerical and experimental researches. Numerical researches using software based on Reynolds-Averaged Navier — Stokes (RANS) equations. In TsAGI wind tunnel were carried out experimental researches of fuselage model with pusher propeller at the fixed rotor speed. It is shown, that the flow turns an optimum angle and allows create high thrust of the propeller in extended velocity range. Also experimentally it has been show that propeller without flow-straightening grids is increase flow rates and creates rarefaction on a fuselage surface in propeller sections that increase the full model drag. By numerical researches it is determined that installation of the rectifying grids behind the propeller reduces these negative effects.

A constructive directing airflow the fuselage surface ridges or special channels can be used. Their form is determined by a mathematically and is linked with a flight condition.

The computational researches have shown that thrust increase on 20 %, at application flow-straightening grids, account drag losses. Also the rectifying grids equalize a flow behind the fuselage that promotes reduction of base drag losses.

Keywords: *a propeller, a propeller interference, flow-straightening grids, rectifying grids.*

Определение профиля скорости плоской струи при ламинарно-турбулентном переходе

© А.В. Дмитренко^{1,2}

¹ Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

² Российский университет транспорта «МИИТ», Москва, Россия

Рассмотрен метод расчета профиля скорости плоской струи при ламинарно-турбулентном переходе на основе теории стохастических уравнений и теории эквивалентности мер. Получена зависимость для профиля скорости плоской струи при ламинарно-турбулентном переходе. С использованием полученных уравнений проведены расчеты профиля скорости плоской струи при ламинарно-турбулентном переходе. Результаты показывают удовлетворительное согласие с экспериментальными данными для профиля скорости плоской струи при ламинарно-турбулентном переходе [2].

Ключевые слова: плоская струя, ламинарно-турбулентный переход, стохастические уравнения.

Литература

1. Schlichting H. *Boundary-Layer Theory*. 6th edition, McGraw-Hill, 1968.
2. Dmitrenko A.V. *Theory of Equivalent Measures and Sets with Repeating Denumerable*, 2013.

Determination of the velocity profile of a plane jet during a laminar-turbulent transition

© A.V. Dmitrenko^{1,2}

¹ National Research Nuclear University «MEPhI», Moscow, Russia

² Russian University of Transport «MIIT», Moscow, Russia

Abstract. The method of calculation of the velocity profile of a plane jet during a laminar-turbulent transition is considered on the basis of the theory of stochastic equations and the theory of equivalence of measures. Dependence for the velocity profile of a plane jet during a laminar-turbulent transition is derived. The calculations of velocity profile of a plane jet during a laminar-turbulent transition is carried out using obtained equations. Results show satisfactory agreement with the experimental data [1] for the velocity profile of a plane jet during a laminar-turbulent transition [2].

References

1. Schlichting H. *Boundary-Layer Theory*. 6th Edition McGraw-Hill, 1968.
2. Dmitrenko A.V. *Theory of Equivalent Measures and Sets with Repeating Denumerable*, 2013.

Исследования аэродинамических особенностей аппарата для оптимизации потока перед толкающим воздушным двигателем

© В.С. Алесин, В.В. Губский*, О.В. Дружинин, О.В. Павленко

ФАУ «ЦАГИ», Жуковский, Россия

*E-mail: Vitaly.Gubsky@tsagi.ru

Аннотация. В работе рассмотрено влияние аппарата для направления потока воздуха на величину тяги воздушного винта. Для изучения влияния интерференции лопастей и направляющих поток стационарных поверхностей были проведены численные и экспериментальные исследования. Численные исследования выполнены по программе, основанной на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье — Стокса. Экспериментальные исследования проведены на модели фюзеляжа, представляющего собой тело вращения с установленным шестилопастным толкающим винтом в аэродинамической трубе ЦАГИ. Показано, что при использовании направляющего аппарата наблюдается существенный рост тяги воздушного винта.

Ключевые слова: *воздушный винт, интерференция воздушного винта, аппарат для оптимизации потока.*

Введение. Размещение воздушного винта в заторможенном потоке за фюзеляжем можно рассматривать в качестве одного из путей, обеспечивающих уменьшение потребной мощности двигателя. Однако из-за наличия разных элементов и возможных ограничений ввиду размеров самого летательного аппарата актуальной становится проблема оптимизации потока вблизи винта.

С помощью численных и экспериментальных исследований изучали влияния интерференции лопастей и направляющих поток стационарных поверхностей. Численные исследования выполнены по программе, основанной на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье — Стокса. Экспериментальные исследования проведены на модели фюзеляжа, представляющего собой тело вращения с установленным шестилопастным толкающим винтом в аэродинамической трубе ЦАГИ. В результате выявлено, что разворот потока под оптимальный угол позволяет создавать высокую тягу винта в большем диапазоне скоростей. Экспериментально также установлено, что в случае работы воздушного винта без направляющего аппарата существенно увеличивается скорость течения и создается разрежение на поверхности фюзеляжа в сечениях перед винтом, и как следствие, увеличивается донное сопротивление всей модели. Расчетным путем

определено, что установка выпрямляющего аппарата за воздушным винтом снижает описанные негативные эффекты.

Гребни, образованные самой поверхностью фюзеляжа, или специальные каналы, которые могут быть использованы в качестве конструктивных направляющих потока воздуха; их форма определяется математическим путем и напрямую связана с режимом полета.

Постановка задачи. Создание лопастями аэродинамической силы в нужном направлении и с наибольшим коэффициентом полезного действия (КПД) возможно только при единственном направлении вектора потока относительно самой лопасти.

Проблема заключается в том, что направление вектора потока относительно лопасти зависит от скорости вращения самого ротора, а также от величины и направления вектора скорости набегающего потока на ротор в целом.

Чтобы создать для лопастного ротора наилучшие условия работы, перед ним устанавливают направляющий аппарат. Это устройство перенаправляет набегающий поток таким образом, чтобы он подходил к лопасти всегда под оптимальным углом атаки и вне зависимости от скорости набегающего потока, а также скорости вращения ротора.

Следует отметить, что при дискретном преобразовании потока вектор потока приобретает нужное направление только в небольшой зоне за лопаткой. В промежутке между лопатками направляющего аппарата вектор потока может не только подойти к лопасти под неоптимальным углом атаки, но даже под отрицательным. Такое обтекание может создавать знакопеременные нагрузки на лопасть, способствующие ее износу и падению тяги в целом.

Существует также проблема дополнительного сопротивления, вызванного потерями энергии на создание вихрей, заключающаяся в том, что резкое изменение направления потока лопаткой приводит к его сжатию и выдавливанию по пути наименьшего сопротивления.

С целью улучшения обтекания и увеличения тяги воздушного винта возможным решением становится применение аппарата для направления потока воздуха под оптимальный угол к лопасти винта (рис. 1).

Данное устройство представляет собой пропульсивную систему, включающую в себя воздушный винт, спрямляющий аппарат, выпрямляющий аппарат и центральное тело; при этом лопатки, образующие спрямляющий и выпрямляющий аппараты, выполнены совместно с центральным телом. Спрямляющий аппарат перенаправляет набегающий поток таким образом, чтобы он подходил к лопасти всегда под оптимальным для нее углом атаки и вне зависимости от скорости набегающего потока, а также скорости вращения винта.

Выпрямляющий аппарат установлен за воздушным винтом и препятствует естественному вращению отбрасываемого потока, уменьшая, таким образом, индуктивное сопротивление.

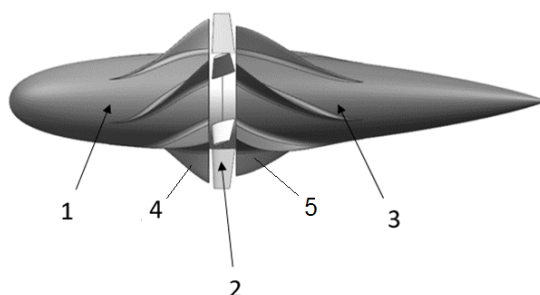


Рис. 1. Схема спрямляющего и выпрямляющего аппарата интегральной схемы: 1 — центральное тело со спрямляющим аппаратом; 2 — воздушный винт; 3 — центральное тело выпрямляющего аппарата; 4 — поверхности спрямляющего аппарата; 5 — поверхности выпрямляющего аппарата

Схема взаимного расположения лопатки спрямляющего аппарата и лопасти винта представлена на рис. 2. Набегающий поток, соприкасаясь с лопатками, плавно разворачивается по всей площади ометаемого лопастями ротора диска на оптимальный угол атаки для лопастей ротора, в каком бы положении они не находились. Затем перенаправленный поток взаимодействует с лопастями ротора. При этом угол атаки для лопастей будет оптимальный при любой скорости набегающего потока и при любой скорости вращения ротора в заданном направлении.

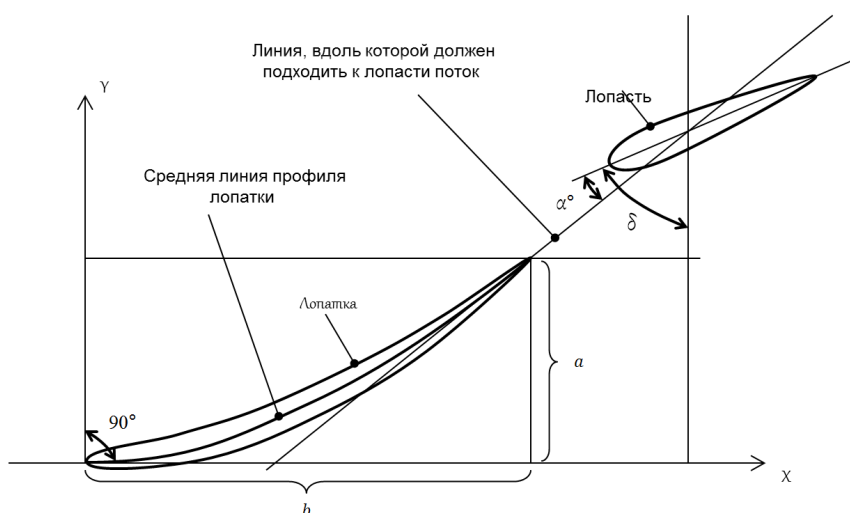


Рис. 2. Схема взаимного расположения лопатки спрямляющего аппарата и лопасти винта

Таким образом, направляющий аппарат исключает на лопасти срывы потока, при этом уменьшается турбулентность в зоне лопастей ротора, шум и излишняя вибрация, вызванные стыком полей больших и малых скоростей, возникающих при вращении ротора и в отрывной зоне на лопасти.

Расчетные исследования и анализ результатов. Численные исследования проведены в программе SOLID WORKS (лицензия № 9000010390515369) и модуле Flow Simulation, работа которого основана на численном решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса. Общий вид расчетной модели показан на рис. 3. Расчеты проведены при числе оборотов винта $N = 6000$ об/мин, в диапазоне скоростей набегающего потока $V_{\infty} = 35 \dots 80$ м/с и числе Рейнольдса $Re = 8,3 \cdot 10^6$, вычисленному по длине фюзеляжа.

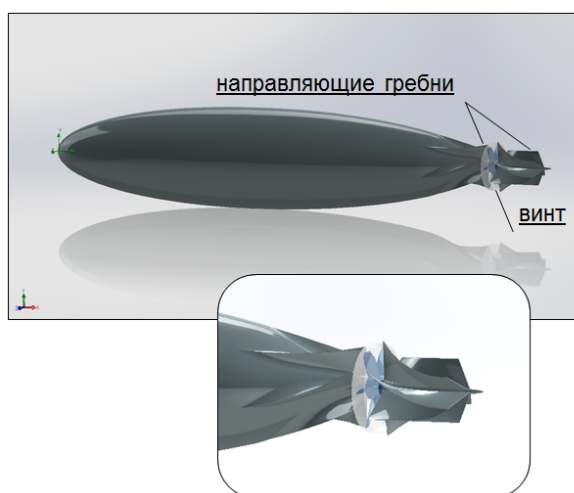


Рис. 3. Общий вид расчетной модели

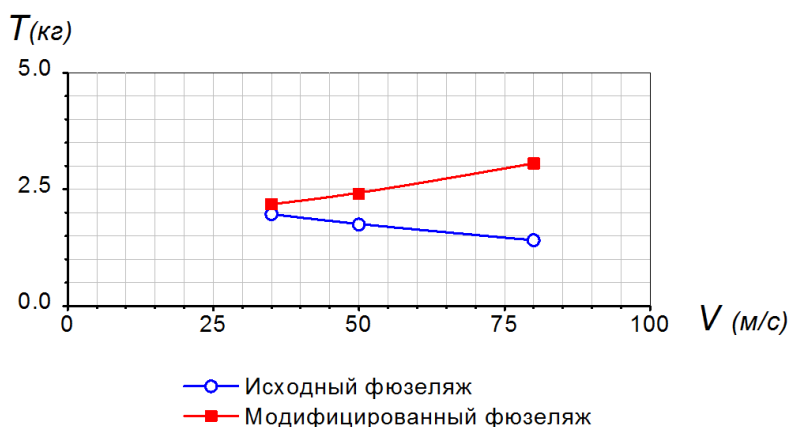


Рис. 4. Расчетные зависимости величины тяги винта от скорости набегающего потока

Для того чтобы одновременно просчитать поступательное движение фюзеляжа и вращение винта, были заданы две расчетные зоны: одна, где поток воздуха набегаёт на исследуемую модель, а другая, где задано вращательное движение воздуха, моделирующее вращение винта [1].

Численные исследования показали, что использование аппарата для направления потока воздуха при увеличении скорости набегающего потока приводит к росту тяги воздушного винта (рис. 4).

Экспериментальные исследования. С целью изучить влияние аппарата оптимизации потока на тягу воздушного толкающего винта в ЦАГИ был проведен эксперимент на модели фюзеляжа, представляющего собой тело вращения с установленным на нем шестилопастным толкающим винтом (рис. 3 без выпрямляющих поверхностей). Угол установки лопасти винта $\varphi = 40^\circ$.

Эксперимент, проведенный на модели, показал, что аппарат оптимизации потока с увеличением скорости набегающего потока увеличивает тягу воздушного винта (рис. 5). Такой эффект мог быть получен только при том условии, что поток подходит к лопастям под оптимальным углом атаки независимо от скорости набегающего потока и скорости вращения винта.

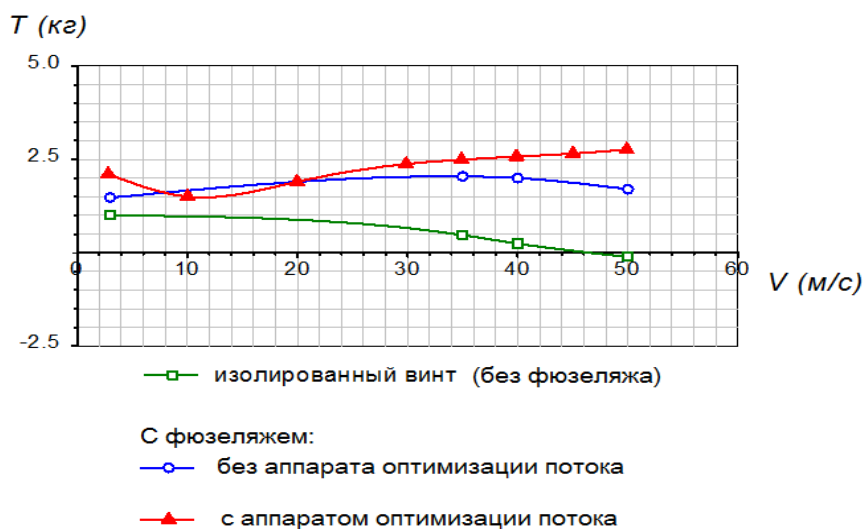


Рис. 5. Экспериментальные зависимости величины тяги винта от скорости набегающего потока

Заключение. Проведенные расчетные исследования показали рост тяги на 20 % при применении направляющего аппарата, с учетом потерь на сопротивление. Также устройство выравнивает поток за фюзеляжем, что способствует уменьшению потерь на донное сопротивление.

Численные и экспериментальные исследования работы аппарата для оптимизации потока, взаимодействующего с воздушным движителем, показали:

– спрямляющий аппарат перенаправляет набегающий поток таким образом, чтобы он подходил к лопасти всегда под оптимальным для нее углом атаки и вне зависимости от скорости набегающего потока, а также скорости вращения винта;

– выпрямляющий аппарат, установленный за воздушным винтом, препятствует естественному вращению отбрасываемого потока, уменьшая индуктивное сопротивление.

Преимущество данной разработки состоит в том, что посредством разворота потока под оптимальным углом к лопасти позволяет ей создавать высокую тягу винта в большем диапазоне скоростей.

Аппарат оптимизации потока подводит поток к лопастям ротора под наиболее оптимальным для них углом атаки, в результате этого уменьшается шум и повышается КПД.

Литература

Алесин В.С., Губский В.В., Дружинин О.В., Ерёмин В.Ю., Павленко О.В. Исследования интерференции толкающего винтокольцевого движителя с фюзеляжем летательного аппарата. *Автоматизация. Современные технологии*, 2018, т. 72, № 2, с. 91–96.

Дозвуковое обтекание стабилизирующих устройств при наличии перфорации их поверхности

© М.Д. Калугина*, Д.К. Назарова, Д.М. Слободянюк

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail: maria224466@yandex.ru

Аннотация. В работе рассмотрены аэродинамические характеристики и структуры обтекания летательного аппарата с проницаемыми стабилизаторами при дозвуковых скоростях набегающего потока.

Ключевые слова: дозвуковое обтекание, перфорированные стабилизаторы.

Текст тезисов. В качестве альтернативы решетчатым стабилизаторам, использующимся для управления обтеканием летательных аппаратов (ЛА), могут быть предложены плоские пластины с перфорацией [1].

Для определения эффективности органов управления проведено численное моделирование обтекания ЛА с перфорированными стабилизаторами в программном комплексе FlowVision. Получены и

проанализированы структуры обтекания, аэродинамические коэффициенты ЛА в дозвуковом несжимаемом потоке воздуха при различных углах атаки.

Литература

Golubev A.G., Stolyarova E.G., Kalugina M.D. Control of separated and vortex flow using perforated aircraft surface. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 1, art. no. 2171.

Subsonic flow around stabilizing devices with perforation of their surface

© M.D. Kalugina*, D.K. Nazarova, D.M. Slobodyanuk

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail: maria224466@yandex.ru

Abstract. The paper considers the aerodynamic characteristics and structures of the flow around an aircraft with permeable stabilizers at subsonic speeds of the incoming flow.

Keywords: *subsonic flow, perforated stabilizers.*

Text of abstracts. As an alternative to lattice stabilizers used to control the flow around an aircraft, perforated flat plates can be proposed.

To determine the effectiveness of the controls, a numerical simulation of the flow around an aircraft with perforated stabilizers was carried out in the FlowVision software package. The flow structures and aerodynamic coefficients of an aircraft in a subsonic incompressible air flow at various angles of attack are obtained and analyzed.

References

Golubev A.G., Stolyarova E.G., Kalugina M.D. Control of separated and vortex flow using perforated aircraft surface. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 1, art. no. 2171.

Особенности трансзвукового обтекания двойного клина с плоскими боковыми сторонами при изменениях угла атаки

© А.Г. Кузьмин

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: a.kuzmin@spbu.ru

Аннотация. Аэродинамические профили, содержащие участки малой кривизны, представляют интерес в связи с тем, что к ним приводят задачи оптимизации крыльев аэробусов или лопаток турбомашин. Однако вопросы устойчивости трансзвукового обтекания таких профилей остаются недостаточно изученными. Фундаментальные причины неустойчивости возникающих местных сверхзвуковых зон были проанализированы в последнее время на примере двойного клина, имеющего постоянную толщину в средней части, при нулевом угле атаки. В настоящей работе для данного клина исследовано изменение подъемной силы и структуры течения при вариациях угла атаки. Полученные решения уравнений Рейнольдса показывают развитие автоколебаний потока и существование гистерезиса по углу атаки в некотором диапазоне числа Маха набегающего потока.

Ключевые слова: *двумерное турбулентное течение, численное моделирование, местные сверхзвуковые зоны, колебания подъемной силы, гистерезис.*

Характерной особенностью трансзвукового обтекания аэродинамических профилей, содержащих участки малой или нулевой кривизны, является формирование нескольких местных сверхзвуковых зон. Взаимодействие этих зон может приводить к неустойчивости структуры течения и неединственности режимов обтекания при заданных стационарных параметрах набегающего потока. Практический интерес к таким профилям обусловлен тем, что они могут возникать как решения задач аэродинамической оптимизации при использовании недостаточно совершенных целевых функций [1, 2].

В работах [3, 4] было численно исследовано трансзвуковое обтекание невязким и турбулентным потоками простого профиля в виде симметричного двойного клина постоянной толщины в средней части. Длина и толщина средней части составляли 0,4 и 0,08 полной длины клина соответственно. Были проанализированы фундаментальные причины неустойчивости положения ударных волн на клине при изменениях числа Маха набегающего потока и нулевом угле атаки.

В настоящей работе для вышеуказанного профиля изучается изменение подъемной силы и структуры течения при вариациях угла атаки. Численное исследование турбулентного трансзвукового течения основано на системе уравнений Рейнольдса (URANS). Используется двухпараметрическая дифференциальная модель турбулентности $k-\omega$ SST.

Внешняя граница расчетной области состоит из дуг Γ_1 и Γ_2 , удаленных на достаточно большое расстояние от клина, расположенного горизонтально. На входной границе расчетной области Γ_1 задается число Маха набегающего потока воздуха $M_\infty < 1$, статическая температура $T_\infty = 250$ К, угол атаки α и уровень турбулентности 1 %. На

выходной границе Γ_2 задается статическое давление $p_\infty = 3 \times 10^5$ н/м². В качестве начальных данных в расчетной области использовались параметры набегающего потока или поле течения, полученное для других значений M_∞ и α . Решения системы уравнений Рейнольдса находились с помощью программы ANSYS-18.2 CFX на неструктурированной сетке с числом ячеек около 8×10^5 .

Для числа Маха набегающего потока $M_\infty = 0,840$ и угла атаки $\alpha = 0,5^\circ$ полученное численное решение показало формирование местной сверхзвуковой зоны (МСЗ) большой протяженности на верхней стороне клина и двух МСЗ меньших размеров на нижней стороне. Вследствие неустойчивости отрыва пограничного слоя от хвостовой части клина наблюдаются автоколебания коэффициента подъемной силы.

При постепенном уменьшении угла атаки от $\alpha = 0,5^\circ$ до $\alpha = 0^\circ$ расчеты показали, что качественная картина обтекания сохраняется, при этом расстояние между сверхзвуковыми зонами на нижней стороне клина уменьшается, а также уменьшается амплитуда колебаний коэффициента подъемной силы. При дальнейшем уменьшении угла атаки в диапазоне $-0,06^\circ < \alpha < 0^\circ$ сохраняется режим обтекания с положительной подъемной силой.

Для углов атаки меньших $-0,06^\circ$ происходит расщепление МСЗ на верхней стороне клина и слияние двух МСЗ на его нижней стороне. Коэффициент подъемной силы C_L изменяет знак с положительного на отрицательный, и амплитуда колебаний C_L возрастает. Полученная картина обтекания с $C_L < 0$ сохраняется при вариациях угла атаки в интервале от $-0,5^\circ$ до $0,06^\circ$. Как следствие, в диапазоне $-0,06^\circ \leq \alpha \leq 0,06^\circ$ наблюдается гистерезис зависимости C_L от α .

Для меньшего числа Маха набегающего потока $M_\infty = 0,839$ расчеты показали, что гистерезис реализуется в более узком интервале $-0,05^\circ \leq \alpha \leq 0,05^\circ$. С уменьшением M_∞ до $0,837$ гистерезисный интервал вырождается в точку $\alpha = 0^\circ$.

Сравнение результатов расчетов обтекания двойного клина при $p_\infty = 3 \times 10^5$ н/м² с результатами, полученными в [4] при $p_\infty = 1,5 \times 10^5$ н/м², показывает, что амплитуда колебаний C_L возрастает с увеличением p_∞ и, соответственно, увеличением числа Рейнольдса.

Для чисел Маха $M_\infty = 0,837$ и $M_\infty = 0,839$, кроме асимметричных режимов обтекания клина с тремя МСЗ при нулевом угле атаки, существует симметричный режим обтекания с двумя МСЗ на каждой стороне клина. Между тем при $M_\infty = 0,840$ симметричный режим обтекания является неустойчивым, так что малые возмущения угла атаки вызывают переход к асимметричному обтеканию с $C_L > 0$ или $C_L < 0$.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проект № 19-01-00242, расчеты проведены с использованием ресурсов Вычислительного центра СПбГУ.

Литература

1. Destarac D., Carrier G., Anderson G.R., Nadarajah S., Poole D.J., Vassberg J.C., Zingg D.W. An example of a pitfall in aerodynamic shape optimization. *AIAA Journal*, 2018, vol. 56, pp. 1532–1540.
2. Chen G., Fidkowski K. Variable-fidelity multipoint aerodynamic shape optimization with output-based adapted meshes. *Aerospace Science and Technology*, 2020, vol. 105, art. no. 106004.
3. Kuzmin A. Non-uniqueness of inviscid transonic flow over symmetric double wedges. *19th Conference on Applied Mathematics, 4–6 February 2020, APLIMAT 2020 Proceedings, Bratislava, Slovak University of Technology*, pp. 727–734.
4. Kuzmin A. Transonic flow bifurcations over a double wedge. *Journal of Physics, Conference Series*, 2020, vol. 1697, art. ID 012207.
DOI: 10.1088/1742-6596/1697/1/012207

Peculiarities of transonic flow over a flat-sided double wedge under variation of the angle of attack

© A.G. Kuzmin

St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia
E-mail: a.kuzmin@spbu.ru

Abstract. Transonic airfoils comprising parts with a small curvature have become of practical interest because they often arise as solutions of optimization problems for airbus wings or turbomachine blades [1, 2]. Meanwhile, the flow stability over such airfoils has not been studied well enough. Basic physical phenomena that cause instability of local supersonic regions on a flat-sided double wedge at zero incidences, were scrutinized in [3, 4]. In the present paper, we study a dependence of the flow structure and lift over the wedge on the incidence. Numerical solutions of the Reynolds-averaged Navier — Stokes equations demonstrate self-exciting oscillations and a flow hysteresis under variation of the angle of attack in a band of the free-stream Mach number.

Keywords: 2D turbulent flow, numerical simulation, local supersonic regions, boundary layer separation, oscillations.

This work was partially supported by the RFBR, project no. 19-01-00242. The research was performed using computational resources provided by the Computational Center of St. Petersburg State University.

References

1. Destarac D., Carrier G., Anderson G.R., Nadarajah S., Poole D.J., Vassberg J.C., Zingg D.W. An example of a pitfall in aerodynamic shape optimization. *AIAA Journal*, 2018, vol. 56, pp. 1532–1540.
2. Chen G., Fidkowski K. Variable-fidelity multipoint aerodynamic shape optimization with output-based adapted meshes. *Aerospace Science and Technology*, 2020, vol. 105, art. no. 106004.

3. Kuzmin A. Non-uniqueness of inviscid transonic flow over symmetric double wedges. *19th Conference on Applied Mathematics, 4–6 February 2020, APLIMAT 2020 Proceedings, Bratislava, Slovak University of Technology*, pp. 727–734.
4. Kuzmin A. Transonic flow bifurcations over a double wedge. *Journal of Physics, Conference Series*, 2020, vol. 1697, art. ID 012207.
DOI: 10.1088/1742-6596/1697/1/012207

Влияние на обтекание и шарнирный момент элерона обдува воздушным винтом

© О.Н. Виноградов^{1*}, А.В. Корнушенко¹, О.В. Павленко¹,
Е.А. Пигусов¹, Мустафа Гази Реслан², Айшвария Сантош²

¹ФАУ «ЦАГИ», Жуковский, Россия

²МФТИ, Долгопрудный, Россия

*E-mail: oleg.vinogradov@tsagi.ru

Аннотация. В данной работе рассматривается влияние на обтекание и шарнирный момент элерона обдува воздушным винтом. Численные исследования проведены по программе, основанной на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье — Стокса, в трехмерной постановке задачи на крейсерском режиме полета и двумерной на профиле крыла с отклоненным элероном на взлетно-посадочном режиме полета.

Ключевые слова: *тянущий воздушный винт, интерференция воздушного винта, шарнирный момент, элерон.*

Введение. Внедрение электрических технологий в авиации ставит новые задачи по исследованию интерференции воздушного винта (ВВ) с элементами компоновки самолета [1–3]. Установка силовой установки с ВВ в концевых сечениях крыла как показали исследования, проведенные в работах, позволяют снизить индуктивное сопротивление на крейсерском режиме полета и соответственно повысить аэродинамическое качество [3–5]. Использование распределенной электрической силовой установки позволяет повысить несущие характеристики самолетов с крыльями довольно большого удлинения [6–10], но в тоже время в зону обдува струями ВВ попадает элерон. В данной работе рассматривается проведение быстрого оценочного расчета в двумерной постановке для оценки влияния обдува на обтекание элерона и его шарнирный момент.

Постановка задачи. Основной целью разработки данного ЛА является апробация технической возможности изготовления крупно-размерной модели-демонстратора, существенно расширяющей состав и размеры изготавливаемых ранее аэродинамических моделей, а также

проведения испытаний разрабатываемой модели в Т-102 ЦАГИ и свободном полете.

Другой задачей является демонстрация и исследование разрабатываемых инновационных решений. Расчетные исследования, представленные в данной работе, должны дополнить экспериментальную информацию и позволят качественно оценить картину течения и влияние диаметра двухлопастного винта на аэродинамические и моментные характеристики ЛА.

В 3D-постановке задачи рассмотрены три конфигурации модели (рис. 1): 1) без обдува струями ВВ; 2) с обдувом тянущего ВВ частотой вращения $N = 15\,000$ об/мин с диаметром 0,22 м; 3) с обдувом струями ВВ с диаметром 0,33 м. В данной работе было рассмотрено вращение винта против часовой стрелки. Данный расчет проведен при числах при числах Маха $M = 0,145$ и Рейнольдса $Re = 0,3 \cdot 10^6$, соответствующих крейсерскому полету ЛА. Данный летательный аппарат имеет прямое крыло с хордой $b = 0,106$ м. Исследования проведены по программе ANSYS FLUENT, основанной на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса, на структурированной расчетной сетке (около 10 млн ячеек) с $k-\epsilon$ -realizable моделью турбулентности, с улучшенным моделированием параметров турбулентности вблизи стенки и с учетом влияния градиента давления.

Для быстрого оценочного расчета влияния обдува на шарнирный момент элерона в двумерной постановке использована программа, основанная на решении осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье — Стокса. Рассмотрено влияние обдува элерона при различных углах его отклонения: $\delta_\alpha = 0$, взлетный $\delta_\alpha = 30^\circ$ и посадочный $\delta_\alpha = 70^\circ$ (рис. 2). Расчет проведен при числах $M = 0,074$ и $Re = 1,78 \cdot 10^6$. Обдув профиля струями ВВ моделировался с использованием активного диска.

В качестве основного параметра, характеризующего влияние обдува на обтекание профиля, принят коэффициент нагрузки на винт (активный диск) $B = T / q_\infty F$, где $F = \pi D_1^2 / 4$ — площадь активного диска с диаметром $D_1 = 0,022$ м; T — тяга винта; q_∞ — скоростной напор набегающего потока [11].

Расчеты выполнены при значениях $B = 0,5$. В плоскости активных дисков задавалась постоянная скорость течения [12], определяемая согласно теории идеального винта по формуле (1):

$$V = \frac{V_\infty}{2} (1 + \sqrt{1 + B}) = \frac{25}{2} (1 + \sqrt{1 + 0,5}) = 28,032 \text{ (м/с)}, \quad (1)$$

где V_∞ — скорость внешнего невозмущенного потока.

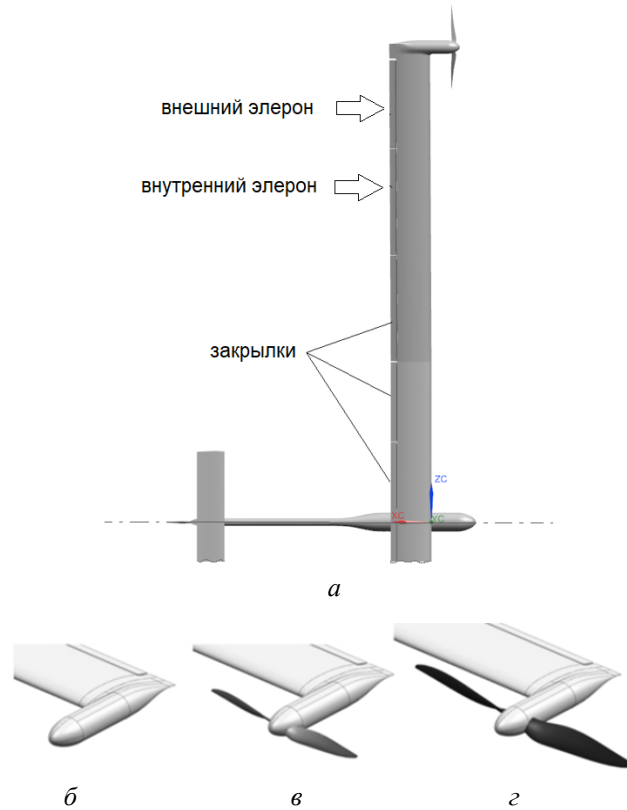


Рис. 1. Общий вид трехмерных расчетных моделей:

a — модель с исходными ВВ; *б* — модель без ВВ; *в* — модель с ВВ диаметром 0,22 м; *г* — модель с ВВ диаметром 0,33 м

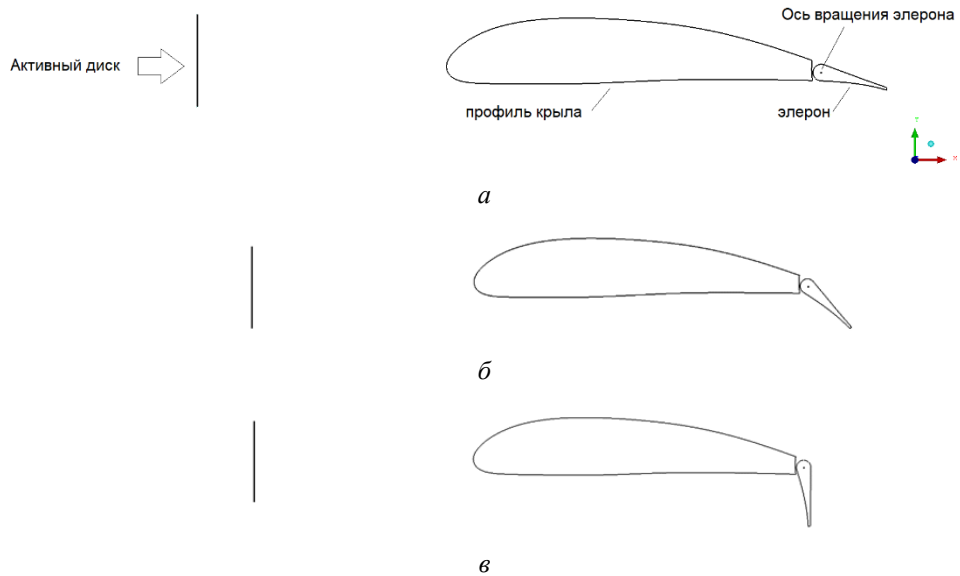


Рис. 2. Общий вид двумерных расчетных моделей с активным диском:

a — $\delta_3 = 0$; *б* — $\delta_3 = 30^\circ$; *в* — $\delta_3 = 70^\circ$

Хорда элерона составляет 17 % от хорды крыла. Носовая часть элерона имеет конструктивную компенсацию, не оказывающую влияние на его шарнирный момент. Шарнирный момент элерона отсчитывался относительно 0,85 % средней аэродинамической хорды крыла (САХ) $x = 0,09$ м. Коэффициент шарнирного момента элерона вычислен по формуле $m_{шэ} = \frac{M_{шэ}}{S_э q b_э}$, где $M_{шэ}$ — момент относительно оси вращения элерона; $S_э$ — площадь руля за ось вращения; $b_э$ — хорда элерона за ось вращения; q — скоростной напор [13–14].

Для численного исследования 2D была построена структурированная сетка, содержащая около миллиона ячеек (рис. 3). Для разрешения пограничного слоя была создана специальная сетка o-grid, построенная по нормали к поверхности и содержащая по высоте 25 ячеек.

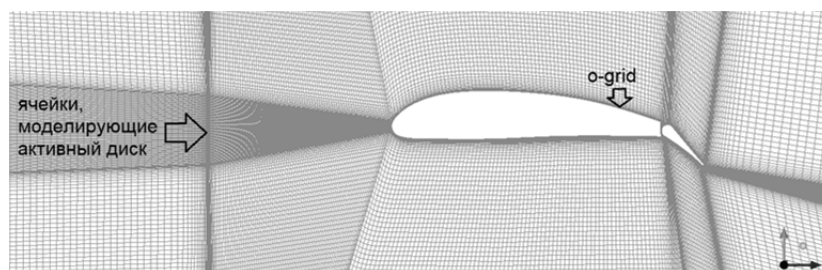


Рис. 3. Общий вид расчетной сетки с активным диском, $\delta_э = 30^\circ$

Расчетные исследования и анализ результатов 3D. Исследования по оценке влияния диаметра ВВ на крейсерские характеристики ЛА с крылом большого удлинения проведены при скорости набегающего потока $V_\infty = 50$ м/с по программе ANSYS FLUENT, основанной на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса, на структурированной расчетной сетке (около 10 млн ячеек) с $k-\varepsilon$ -realizable моделью турбулентности, с улучшенным моделированием параметров турбулентности вблизи стенки и с учетом влияния градиента давления. В пристеночной области использовалась однопараметрическая модель турбулентности, адаптированная к течениям с малыми числами Рейнольдса.

В целях валидации численного метода проведено сопоставление результатов расчетов компоновки ЛА без ВВ с данными испытаний в аэродинамической трубе Т-102 ЦАГИ. На рис. 4 показаны расчетные и экспериментальные зависимости коэффициентов подъемной силы (C_y) от угла атаки (α) модели. Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными. Установка ВВ приводит к снижению подъемной силы в исследуемом диапазоне крейсерских

углов атаки, при этом момент тангажа увеличивается на кабрирование. Снижение коэффициента подъемной силы крыла связано с перераспределением нагрузки в концевой части крыла вследствие обдува струями ВВ. При работе ВВ с диаметром 0,22 м в зоне обдува находится приблизительно 18 % размаха крыла, при увеличении диаметра ВВ до 0,33 м зона обдува увеличивается до 36 %, что соответственно приводит к еще большему снижению подъемной силы крыла.

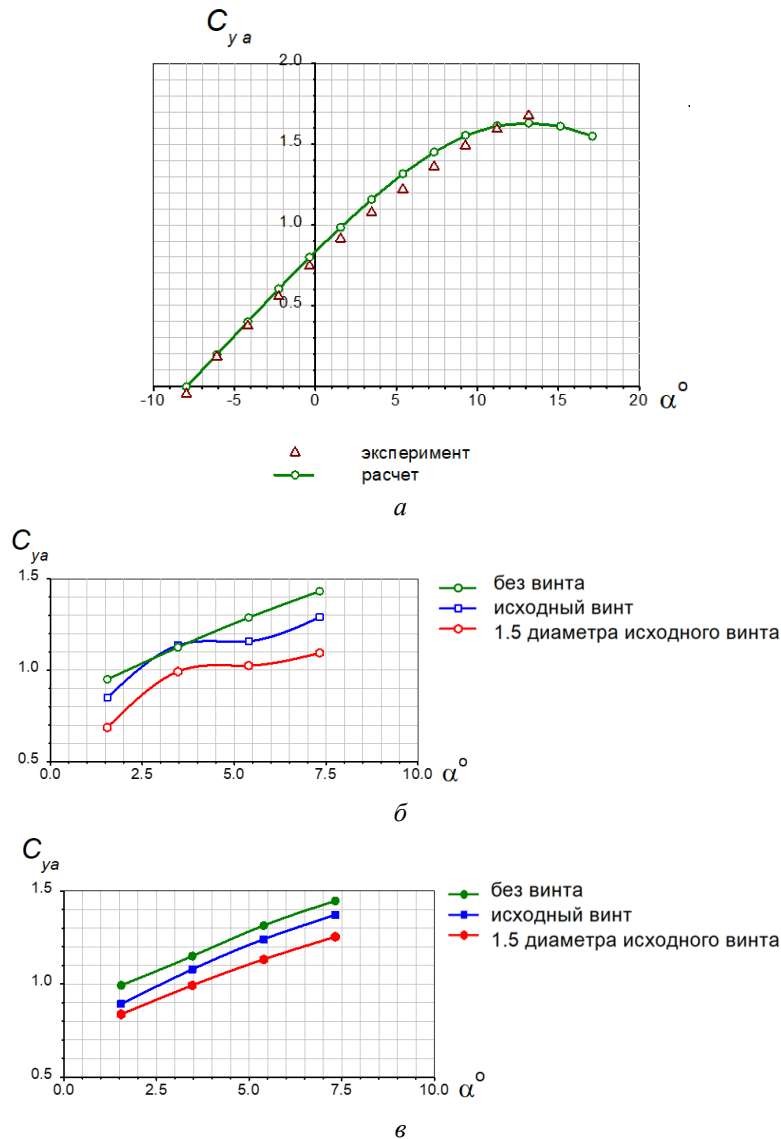


Рис. 4. Расчетные и экспериментальные зависимости коэффициентов подъемной силы от угла атаки модели:
 а — данные расчета и эксперимента без винта, $V_\infty = 50$ м/с; б — влияние винта на подъемную силу $V_\infty = 25$ м/с; в — $V_\infty = 50$ м/с

Снижение подъемной силы при обдуве струями ВВ концевой части крыла объясняется тем, что обдув двухлопастным винтом вносит возмущения и делает неоднородным поле скоростей набегающего на крыло потока (рис. 5), который увеличивает разрежение как на верхней, так и на нижней поверхности крыла (рис. 6), уменьшая тем самым подъемную силу. Таким образом, установка воздушного винта диаметром 0,22 м уменьшает коэффициент подъемной силы примерно на 10 %, а установка винта диаметром 0,33 м — на 16 %.

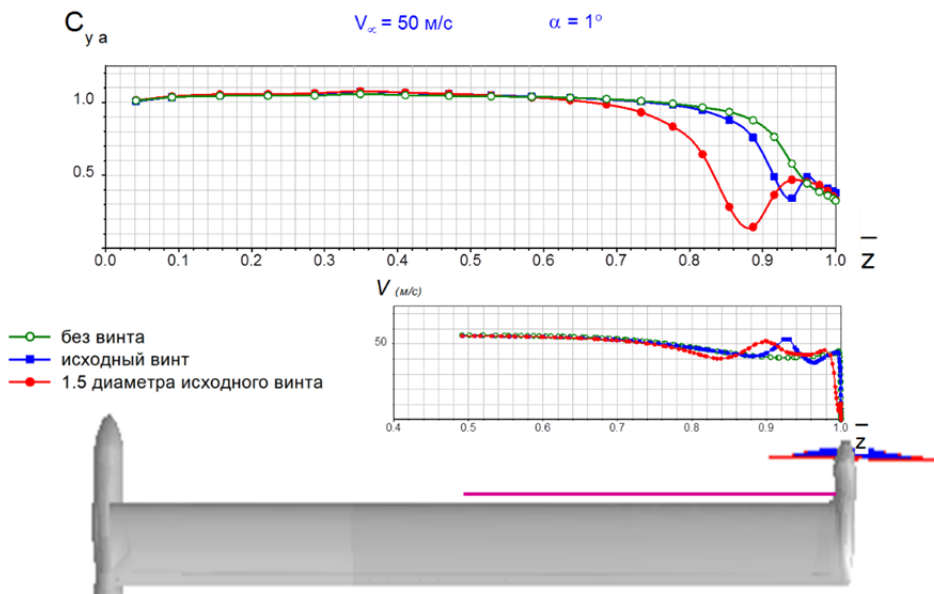


Рис. 5. Распределение коэффициента подъемной силы в сечениях крыла и скорость потока (м/с) на линии за винтом перед левой консолью крыла

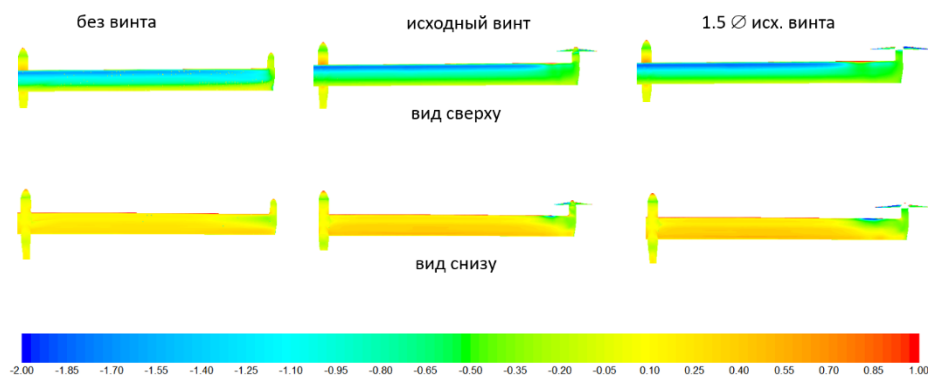


Рис. 6. Распределение коэффициента давления на поверхности крыла

Расчетные исследования влияния обдува на шарнирный момент элерона 2D. Численные исследования показали, что наибольшее влияние обдува ВВ на обтекание элерона наблюдается в диапазоне углов атаки $-5^\circ \leq \alpha < 2^\circ$ (рис. 7). При этом обдув элерона струями ВВ в зависимости от угла отклонения увеличивает давление на его концевой части и приводит к росту (по модулю) шарнирного момента элерона. Незначительное влияние обдува при $\alpha > 2^\circ$ связано с тем, что при увеличении угла атаки набегающий поток воздуха V_∞ отклоняет струю воздуха от винта навверх профиля крыла, не давая ей взаимодействовать с поверхностью элерона.

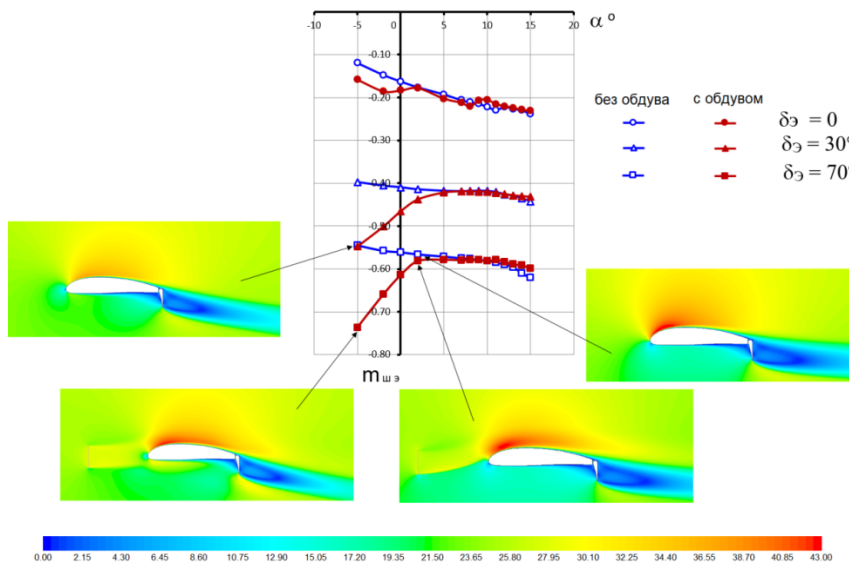


Рис. 7. Зависимости коэффициента шарнирного момента элерона от угла атаки и поля скоростей (м/с)

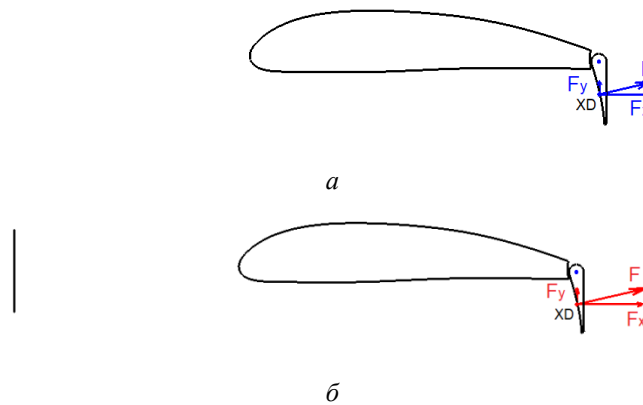


Рис. 8. Положение центра давления и направление составляющих сил элерона $\delta_э = 70^\circ$, $\alpha = -5^\circ$:
 а — без обдува; б — с обдувом

При обдуве винтом на угле атаки $\alpha = -5^\circ$ центр давления несколько сдвигается вниз, а силы, действующие на элерон, увеличиваются примерно в 1,3 раза (рис. 8), вследствие чего увеличивается шарнирный момент.

Заключение. Проведенные расчетные исследования 3D при крейсерском режиме полета $V_\infty = 50$ м/с показали, что установка ВВ диаметром 0,22 м в концевом сечении снижает подъемную силу крыла сверхбольшого удлинения и уменьшает индуктивное сопротивление. Увеличение диаметра ВВ до 0,33 м приводит к усилению указанных эффектов. Снижение подъемной силы связано с влиянием обдува крыла струями ВВ, которое приводит к увеличению разрежения как на верхней, так и на нижней поверхности крыла.

Расчетные исследования по оценке влияния обдува на шарнирный момент элерона, проведенные при взлетно-посадочных режимах $V_\infty = 25$ м/с, показали:

– обдув профиля крыла струей от винта приводит к росту шарнирного момента элерона;

– диапазон углов атаки, при котором происходит влияние обдува на шарнирный момент элерона, зависит от разницы в скорости обдува и набегающего потока, от диаметра ВВ и от расположения воздушного винта по отношению к крылу.

Литература

- [1] Лисейцев Н.К., Самойловский А.А. Современное состояние, проблемы и перспективы развития самолетов, использующих солнечную энергию. *Электронный журнал «Труды МАИ»*, 2012, вып. № 55. <https://trudy.mai.ru/published.php?ID=30018>
- [2] Корнушенко А.В., Кудрявцев О.В., Теперин Л.Л. и др. Использование принципа полезной интерференции для повышения аэродинамического совершенства компоновки воздушного винта и крыла. *Ученые записки ЦАГИ*, 2016, т. 47, № 8, с. 42–49.
- [3] Корнушенко А.В., Кудрявцев О.В., Теперин Л.Л. и др. Исследование полезной интерференции, тянущей и толкающей схем воздушных винтов, установленных на концах крыла. *Ученые записки ЦАГИ*, 2017, т. 48, № 1, с. 3–9.
- [4] Vinogradov O.N., Kornushenko A.V., Pavlenko O.V., Petrov A.V., Pigusov E.A., Trinh Thang Ngoc. Influence of propeller diameter mounted at wingtip of high aspect ratio wing on aerodynamic performance. *The International Scientific Conference on Mechanics "The Ninth Polyakhov's Reading" (ISCM) 2021 9–12 March 2021, Saint Petersburg, Russian Federation. Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1959. DOI: 10.1088/1742-6596/1959/1/012051
- [5] Виноградов О.Н., Корнушенко А.В., Павленко О.В., Петров А.В., Пигусов Е.А., Чинь Т.Н. Особенности интерференции воздушного винта и крыла сверхбольшого удлинения в неоднородном потоке. *Вестник Московского авиационного института*, 2021, т. 28, № 2, с. 7–19. DOI: 10.34759/vst-2021-2-7-19
- [6] Stoll A.M., Bevirt J.B., Moore M.D., Fredericks W.J., Borer N.K. Drag Reduction Through Distributed Electric Propulsion. In: *14th AIAA Aviation Technology, Inte-*

- gration, and Operations Conference (16–20 June 2014; Atlanta, GA). AIAA, paper 2014-2851. DOI: 10.2514/6.2014-2851
- [7] Bowman C.L., Felder J.L., Marien T.V. Turbo- and hybrid-electrified aircraft propulsion concepts for commercial transport. *AIAA/IEEE Electric Aircraft Technologies Symposium — EATS'2018 (12–14 July 2018; Cincinnati, OH, United States)*. AIAA, paper 2018-4984. DOI: 10.2514/6.2018-4984
- [8] Stoll A.M., Mikic G.V. Design Studies of Thin-Haul Commuter Aircraft with Distributed Electric Propulsion. *16th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference (13–17 June 2016; Washington, D.C.)*. AIAA, Paper 2016-3765. DOI: 10.2514/6.2016-3765
- [9] Moore K.R., Ning A. Distributed Electric Propulsion Effects on Existing Aircraft Through Multidisciplinary Optimization. *IAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (08–12 January 2018; Kissimmee, Florida, USA)*. AIAA, paper 2018-1652. DOI: 10.2514/6.2018-1652
- [10] Stoll A.M. Comparison of CFD and Experimental Results of the LEAPTech Distributed Electric Propulsion Blown Wing. *Aviation Technology, Integration, and Operations Conference (22–26 June 2015; Dallas, Texas)*. AIAA, Paper 2015-3188. DOI: 10.2514/6.2015-3188
- [11] Петров А.В. *Аэродинамика транспортных самолетов короткого взлета и посадки с энергетическими системами увеличения подъемной силы*. Москва, Инновационное машиностроение, 2018, 735 с.
- [12] Павленко О.В., Петров А.В., Пигусов Е.А. Исследования обтекания высоконесущего крылового профиля с комбинированной энергетической системой увеличения подъемной силы крыла. *Вестник Московского авиационного института*, 2020, т. 27, № 4, с. 7–20. DOI: 10.34759/vst-2020-4-7-20
- [13] Pavlenko O.V., Pigusov E.A. Numerical investigation of the aerodynamic loads and hinge moments of the flap with boundary layer control. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 1959, no. 1, art. no. 050024. DOI: 10.1063/1.5034652
- [14] Бюшгенс Г.С. *Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов*. Москва–Пекин, Издательский отдел ЦАГИ — АвиаИздательство КНР, 1995, 765 с.

Коэффициент восстановления температуры в сверхзвуковом турбулентном пограничном слое с положительным градиентом давления

© В.Г. Лущик*, М.С. Макарова

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*E-mail (докладчик): vgl_41@mail.ru

Аннотация. С использованием трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности проведено численное исследование турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке с положительным градиентом давления, который был реализован за счет уменьшения числа Маха по длине пластины. Исследование проведено для ряда значений входного числа Маха и температурного фактора. Показано, что изменение коэффициента восстановления

температуры r в диапазоне изменения параметра градиента давления $\beta = 0-20$ слабое и не выходит за пределы точности измерений $r = 0,88 \pm 0,02$, как и для безградиентного потока.

Ключевые слова: положительный градиент давления, коэффициент восстановления температуры, сверхзвуковой пограничный слой.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 19-19-00234.

Temperature recovery factor in supersonic turbulent boundary layer with positive pressure gradient

© V.G. Lushchik*, M.S. Makarova

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): vgl_41@mail.ru

Abstract. Using a three-parameter differential RANS turbulence model, a numerical study of a turbulent boundary layer in a supersonic flow with a positive pressure gradient was carried out, which was realized by reducing the Mach number along the plate length. The study was carried out for a number of values of the input Mach number and temperature factor. It is shown that the change in the temperature recovery coefficient r from the pressure gradient parameter β in the range of the parameter $\beta = 0-20$ is very weak and does not go beyond the measurement accuracy of the recovery coefficient $r = 0,88 \pm 0,02$, as in the case of a non-gradient flow.

Keywords: positive pressure gradient, temperature recovery factor, supersonic boundary layer.

This work was supported by the Russian Science Foundation no. 19-19-00234.

Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковом потоке с положительным градиентом давления

© В.Г. Лущик, М.С. Макарова*

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*E-mail (докладчик): mariia.makarova@gmail.com

Аннотация. С использованием трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности проведено численное исследование турбулентного пограничного слоя на теплоизолированной стенке в сверхзвуковом потоке с положительным градиентом давления, который был реализован за счет уменьшения числа Маха по

длине пластины. Исследование проведено для ряда значений входного числа Маха. Проведено обобщение относительной величины коэффициента трения по параметру градиента давления. Профили интенсивности турбулентности свидетельствуют о существенной турбулизации пограничного слоя с ростом положительного градиента давления по сравнению с дозвуковым безградиентным пограничным слоем.

Ключевые слова: *положительный градиент давления, коэффициент трения, сверхзвуковой пограничный слой.*

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-79-10213.

Turbulent boundary layer in supersonic flow with positive pressure gradient

© V.G. Lushchik, M.S. Makarova*

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): mariia.makarova@gmail.com

Abstract. Using a three-parameter differential RANS-model of turbulence, a numerical study of a turbulent boundary layer on a heat-insulated wall in a supersonic flow with a positive pressure gradient was carried out. was implemented by reducing the Mach number along the length of the plate. The study was carried out for a number of values of the input Mach number. The generalization of the relative value of the friction coefficient in terms of the pressure gradient parameter is carried out. The turbulence intensity profiles indicate a significant turbulization of the boundary layer with an increase in the positive pressure gradient in comparison with the subsonic non-gradient boundary layer.

Keywords: *positive pressure gradient, friction coefficient, supersonic boundary layer.*

*This work was supported by the Russian Science Foundation
no. 19-79-10213.*

Гистерезис в сверхзвуковых осесимметричных течениях

© Ф.А. Максимов

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия

E-mail: f_a_maximov@mail.ru

Аннотация. Выполнены расчеты сверхзвуковых осесимметричных течений около одного тела или системы тел. Рассматриваются условия, когда возможно образование разных схем обтекания. При

движении по параметру с разных сторон выявляются области гистерезиса. Приведены примеры гистерезиса при обтекании конического сопла, системы из двух тел, расположенных вдоль потока. Рассматриваются способы управления структурой течения.

Ключевые слова: *сверхзвуковые осесимметричные течения, гистерезис.*

Введение. Из экспериментальных исследований известно, что в сужающемся коническом сопле, при его определенных параметрах, возможно образование двух схем течения — с прямым скачком перед соплом и с косым скачком уплотнения, присоединенным к передним кромкам сопла [1]. Образование той или иной схемы течения зависит от истории ее построения. В частности, в [1] показано, что если при обтекании с первоначально меньшим числом Маха около сопла реализуется течение с прямым скачком, то и при увеличении числа Маха в некотором диапазоне эта схема обтекания будет сохраняться. Однако если это же сопло мгновенно поместить в поток с большим числом Маха, то образуется схема с косым скачком. Перестройка течения (переход от одной схемы течения к другой) приводит к резкому изменению картины обтекания и оказывает значительное влияние на аэродинамическое сопротивление.

В данной работе выполнены расчеты осесимметричного обтекания конического сужающегося сопла при изменении угла наклона образующей и числа Маха. При расположении сферы за соплом и ее перемещении вдоль потока, при одном и том же расстоянии между телами образуются разные схемы обтекания.

При проведении расчетов в качестве начальных данных используется решение, полученное ранее с близким значением параметра, что фактически определяет первоначальную схему обтекания. Заданная схема обтекания в процессе установления могла либо сохраняться, либо разрушалась с образованием другой схемы обтекания. В последнем случае определяется критическое значение параметра, при котором происходит перестройка схемы обтекания. Проведение расчетов с изменением параметра в двух направлениях позволяет определить область гистерезиса, когда характеристики имеют неоднозначное значение.

Выявление областей гистерезиса и физических причин этого явления имеют большее значение как для однозначного определения аэродинамических свойств обтекаемых тел, так и формирования способов управлять структурой течения.

Метод моделирования. В [2] реализован метод моделирования осесимметричного обтекания набора тел. Метод основан на многосеточной технологии. Для внешней области течения строится регуляр-

ная сетка с прямоугольными ячейками. Данная сетка не связана с обтекаемыми телами. На данную сетку накладывается набор криволинейных сеток, связанных с поверхностью обтекаемых тел. При построении сеток около тел, каждая из которых строится только в небольшой окрестности около поверхности тела, узлы около поверхности сгущаются для возможности описания вязкого пограничного слоя. Граничные условия на внешней границе для сеток около обтекаемых тел определяются из решения на внешней сетке. В свою очередь, значения газодинамических функций в узлах внешней прямоугольной сетки, которые попадают во внутреннюю область сеток около тел, после каждого шага интегрирования по времени также пересчитываются из решения на сетках около тел. Изначально не предполагается, что какие-либо узлы могут совпадать, и пересчет газодинамических функций с одной сетки на другую производится с помощью интерполяции. Это позволяет осуществлять перемещение тел с сеткой около них относительно внешней сетки. Фактически при смещении тела надо только определить новые интерполяционные коэффициенты. Очень важной возможностью является то, что при перемещении тела в качестве начального поля течения можно оставить то поле течения, которое сформировалось при близком значении параметра смещения. Это ускоряет установление, и фактически при этом решение будет определяться не только геометрией задачи, но и историей его формирования. С другой стороны, решение может получаться и при других начальных данных. Обычно решение методом установления получается при использовании в качестве начальных данных условий в набегающем потоке во всем поле течения. Если задача имеет единственное решение, то независимо от начальных данных получается одно решение. Но в задачах обтекания системы тел часто обнаруживаются режимы, когда возможны два различных режима обтекания. Аэродинамические свойства тел и системы в целом при этом существенно различаются.

Результаты расчетов. Приведем результаты расчета конического сопла, которое образуется отрезком длины 2, расположенным на расстоянии 4 от оси симметрии. Отрезок относительно своей середины может поворачиваться на угол φ . Рассматривается обтекание при числе Маха набегающего потока $M = 3$. В зависимости от величины φ около данного сопла реализуются две схемы течения. На рис. 1 приведены результаты при $\varphi = 10$ и 25° . Течение представлено изолиниями давления. Если угол наклона образующей сопла маленький, то образуется течение с косым скачком. Решение при $\varphi = 25^\circ$ получено при начальных данных с меньшим значением угла наклона φ .

При дальнейшем увеличении угла φ схема обтекания качественно изменяется. На рис. 2 приведено решение при $\varphi = 26$ и 60° . Образуется отошедшая ударная волна.

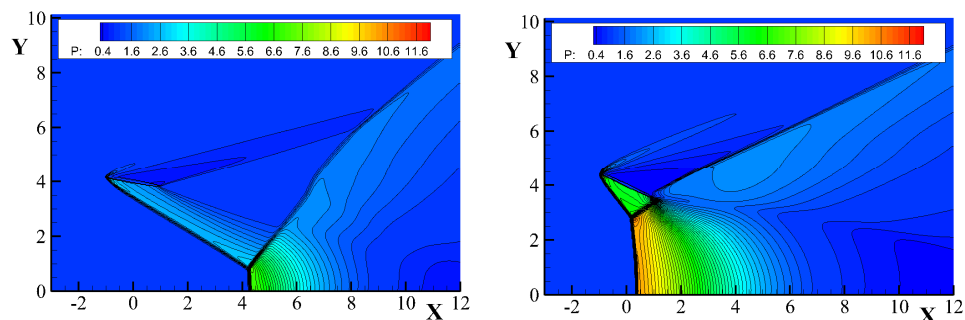


Рис. 1. Течение с косым скачком уплотнения, $\varphi = 10$ и 25°

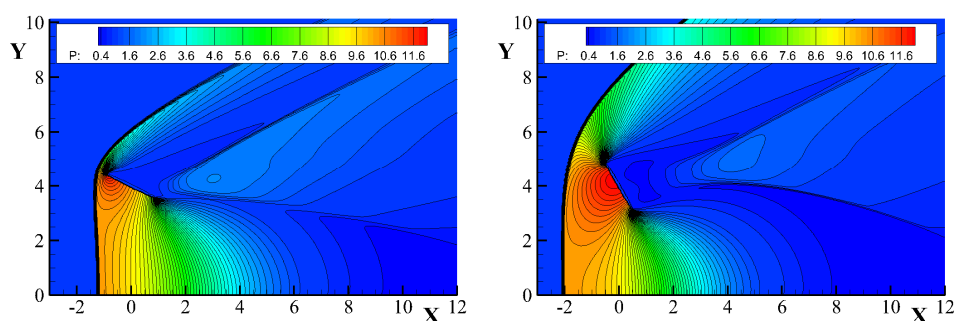


Рис. 2. Течение с отошедшей ударной волной, $\varphi = 26$ и 60°

После образования отошедшей ударной волны, если теперь уменьшать угол φ , то данная схема обтекания сохраняется при меньших значениях угла φ до $\varphi = 19^\circ$. На рис. 3 приведено два варианта течения около сопла с углом наклона $\varphi = 20^\circ$.

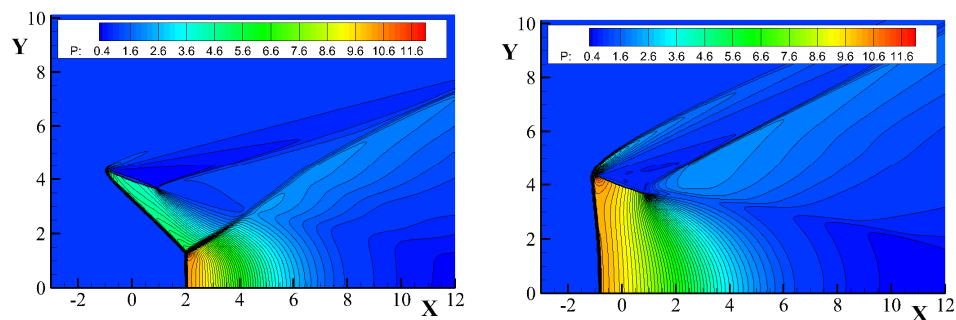


Рис. 3. Течения с косой и отошедшей ударной волной, $\varphi = 20^\circ$

Разница в качественной картине обтекания отражается количественно в коэффициенте сопротивления C_x . На рис. 4 приведен коэффициент C_x сопла в зависимости от φ . В качестве характерной площади — площадь круга с радиусом 4 (расстояние от оси до точки

вращения образующей). Набор данных на линии 1 получается при постепенном увеличении φ , на линии 2 — при постепенном уменьшении φ . В области $19^\circ \leq \varphi \leq 25^\circ$ реализуются две возможные схемы течения.

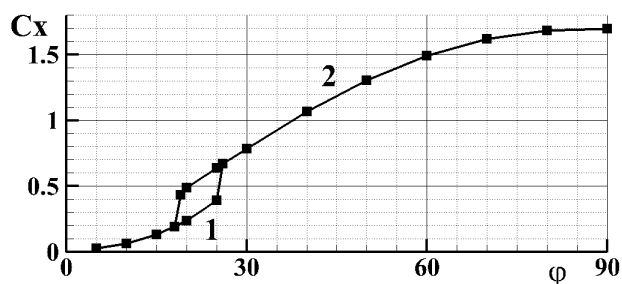


Рис. 4. Коэффициент сопротивления сопла от φ

Аналогичные результаты получаются, если в качестве параметра использовать число Маха набегающего потока. Рассмотрим сопло с углом наклона $\varphi = 20^\circ$, по результатам расчетов которого известно, что при $M = 3$ возможно образование двух режимов обтекания. На рис. 5 приведены результаты расчета при $M = 2,0$ и $3,5$.

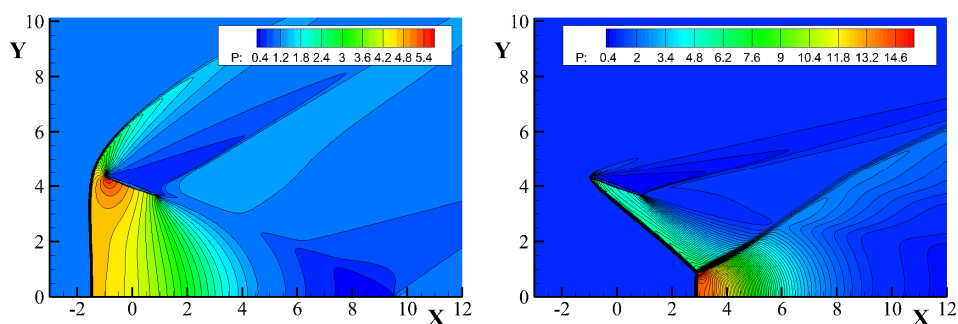


Рис. 5. Течение около сопла $\varphi = 20^\circ$ при $M = 2,0$ и $3,5$

Если провести расчеты, используя в качестве начальных данных решение при $M = 2,0$ с увеличением числа Маха, то получим критическое число Маха, до которого может реализовываться режим с отошедшей ударной волной. Наоборот, если проводить от $M = 3,5$ с уменьшением числа Маха, то получим второе критическое число Маха, до которого может реализовываться режим с косою ударной волной. На рис. 6 приведен коэффициент сопротивления C_x в зависимости от M : линия 1 — расчеты с увеличением по числу Маха; 2 — с уменьшением по M . Так же и в случае изменения угла φ , при изменении числа M есть область $2,4 \leq M \leq 3,2$, когда возможна реализация двух схем обтекания.

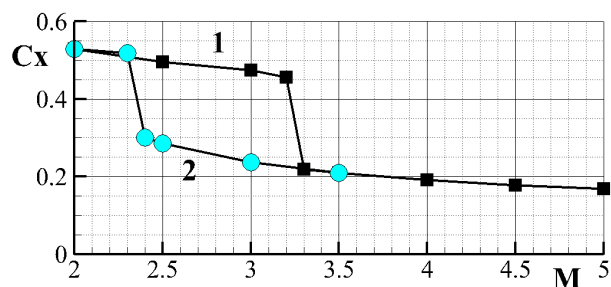


Рис. 6. Коэффициент сопротивления сопла от числа M

Для оценки возможных схем обтекания сферы радиусом 1, которая располагается в следе за коническим соплом с углом наклона $\varphi = 20^\circ$, выполнены расчеты при $M = 3$ с перемещением сферы по продольной координате в двух направлениях — с приближением и с удалением от сопла. На рис. 6 представлены коэффициенты сопротивления в зависимости от расстояния между соплом и сферой. Приведены суммарное сопротивление сопла и сферы (сплошные линии) и только сопла (штрихпунктирные линии). Характерная площадь, как и ранее площадь круга, с радиусом 4. Набор линий 1 соответствует движению сферы к соплу, при этом первоначальное решение рассчитывается от начальных данных в виде набегающего потока, и около сопла реализуется течение с косым скачком уплотнения.

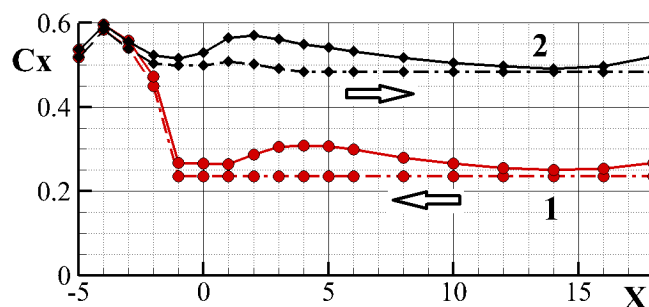


Рис. 7. Коэффициент C_x системы сопло+сфера в зависимости от X

При смещении сферы до положения $X = -3$, т. е. сфера расположена уже перед соплом, косой скачок уплотнения перед соплом разрушается и реализуется течение с отошедшей ударной волной. Набор линий 2 соответствует перемещению сферы в обратном направлении — вниз по потоку. Течение с отошедшей ударной волной около сопла сохраняется, и суммарный коэффициент сопротивления системы почти в 2 раза выше, несмотря на смещение сферы на большее расстояние вниз по потоку.

На рис. 8 приведен коэффициент C_x сферы (характерная площадь — площадь миделя). Коэффициент C_x сферы существенно зависит от положения X , а также от схемы течения, которая реализуется около сопла. На рис. 9, 10 показана картина течения соответственно при косои и отошедшей ударной волне для двух положений сферы $X=4$ и 10.

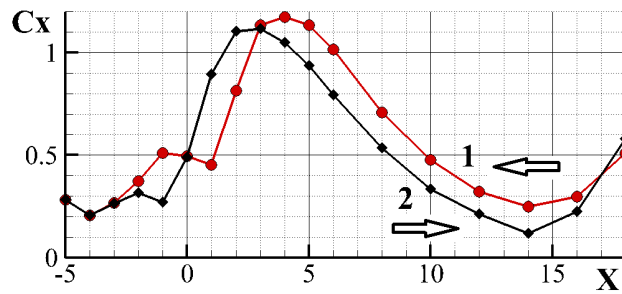


Рис. 8. Коэффициент C_x сферы в зависимости от X

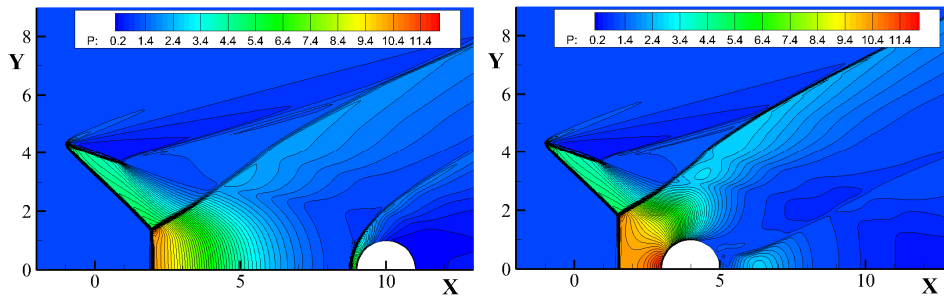


Рис. 9. Течение с косои ударной волной, $X=10$ и 4

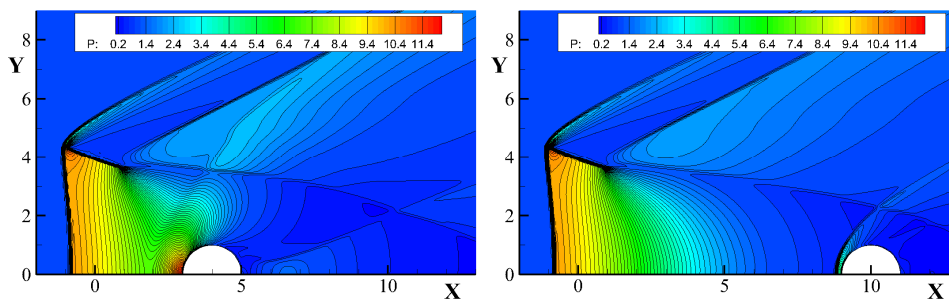


Рис. 10. Течение с отошедшей ударной волной, $X=4$ и 10

Заключение. Примененный метод численного моделирования на системе сеток с возможностью проведения расчетов по параметру позволяет учитывать режим обтекания, в котором система находи-

лось до изменения параметра. Реализованный подход к проведению расчетов позволяет выявить область гистерезиса.

Смоделирован эффект гистерезиса при обтекании конического сопла при изменении угла наклона образующей, числа Маха набегающего потока.

Литература

1. Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Математическое моделирование проницаемых поверхностей. *Математическое моделирование*, 2018, № 11, с. 127–144.
2. Зубин М.А., Туник Ю.В. Запуск осесимметричного сопла Лавалья в гиперзвуковом потоке. *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*, 2014, № 4, с. 155–160.

Hysteresis in supersonic axisymmetric flows

© F.A. Maksimov

Institute of Computer Aided Design RAS, Moscow, Russia
E-mail: f_a_maximov@mail.ru

Abstract. Calculations of supersonic axisymmetric flows around one body or a system of bodies were performed. Conditions are considered when the formation of different flow patterns is possible. When moving along the parameter from different sides, hysteresis areas are revealed. Examples of hysteresis are given when flowing around a conical nozzle, a system of two bodies located along the flow. Methods for controlling the flow structure are considered.

Keywords: *supersonic axisymmetric flows, hysteresis.*

References

1. Maksimov F.A., Shevelev Y.D. Modeling a Flow around Permeable Surfaces. *Math. Models Comput. Simul.*, 2019, vol. 11, art. no. 531.
<https://doi.org/10.1134/S2070048219040124>
2. Zubin M.A., Tunik Y.V. Starting of an axisymmetric convergent-divergent nozzle in a hypersonic flow. *Fluid Dynamics*, 2014, vol. 49, no. 4, pp. 557–561.

Исследования гидропривода с объемным регулированием с различными регуляторами аксиально-поршневого насоса

© Нгуен Ван Хоа^{*}, Н.Г. Сосновский

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
^{*}E-mail (докладчика): thoigian226@gmail.com

Ключевые слова: гидравлический привод с объемным регулированием, регулятор аксиально-поршневого насоса, судно на воздушной подушке, энергоэффективность.

В настоящее время суда на воздушной подушке (СВП) широко применяются во всем мире с помощью способности амфибийности и проходимости на водных и элементарно подготовленных площадках с низкой несущей способностью.

Трансмиссия таких судов реализуется с помощью электрогидравлической системы, что позволяет уменьшить габариты и массу СВП, но обеспечивает хорошие характеристики передачи и проста в управлении во время использования.

Современный подход к разработке конкурентоспособных транспортных средств заключается в повышении энергоэффективности используемых в нем гидроприводов. При этом повышение эффективности является предметом интенсивных исследований.

В СВП применяется гидропривод с объемным регулированием для вращения аэродинамического маршевого движителя, а также вентиляторов, подающих сжатый воздух в секции подушки.

Питание гидропривода СВП осуществляется аксиально-поршневым насосом, в процессе эксплуатации автоматическое изменение объема насоса за счет изменения угла наклона шайбы позволяет упростить процесс и структуру системы управления транспортным средством.

Целью данной работы является оптимизация управления гидросистемой СВП при различных режимах движения за счет рассмотрения трех типов регуляторов аксиально-поршневого насоса: по давлению, мощности и подаче.

При движении СВП необходимо поддерживать определенные частоты вращения вентиляторов, обеспечивающих функционирование шасси. Оптимальное значение частоты вращения вентиляторов зависит от скорости движения транспортного средства и вида опорной поверхности. При этом будет изменяться кривая сопротивления пневматической системы элементов воздушной подушки, что отразится на изменении рабочей точки (давление—расход) вентилятора и момента сопротивления вращения вала вентилятора. Это учитывается за счет изменения момента на валу по кривой сопротивления, входящего в математическую модель [1].

Разработаны математические модели динамики системы гидравлического привода с различными регуляторами, позволяющие исследовать изменения таких параметров системы, как объем аксиально-поршневого насоса, давление в системе, частота вращения вала гидромотора, а также рассчитывать переходные характеристики. Для

моделирования гидропривода был использован пакет MATLAB Simulink.

Анализ энергоэффективности и переходных характеристик при различных режимах движения судна с разными регуляторами насоса показал, что из-за схожести конструкции и механизма управления двух регуляторов по давлению и подаче параметры, изменение параметров и переходные характеристики в двух случаях регуляторов схожи.

Насос с регулятором по давлению обеспечивает постоянство давления p_1 (давление перед гидромотором в магистрали питания), а насос с регулятором по подаче обеспечивает постоянство разности давлений " $p_1 - p_2$ ", где p_2 — давление за гидромотором в сливной магистрали, к которой подключен подпиточный насос, давление p_2 поддерживается на определенном уровне, поэтому система в обоих случаях работает одинаково.

Расчеты показали, что потребляемая мощность насоса $N = p_1 Q$ (p_1 — давление в магистрали, развиваемое насосом; Q — подача насоса) с регуляторами по давлению и подаче при увеличении момента на валу гидромотора меньше потребляемой мощности насоса с регулятором по мощности на 30 %.

Насос с регулятором по мощности обеспечивает постоянную мощность в различных режимах работы гидросистемы (при увеличении момента на валу гидромотора), уменьшает изменение частоты вращения вала гидромотора, вращающего вентилятор подачи воздуха для реализации эффекта воздушной подушки. В свою очередь частота вращения вала гидромотора влияет на скорость движения и проходимость СВП и при использовании насоса с регулятором мощности время переходного процесса по частоте вращения гидромотора примерно в 2 раза меньше, чем при использовании насоса с регулятором давления.

Литература

1. Брусов В.А., Мерзликин Ю.Ю., Меньшиков А.С. Разработка системы управления параметрами гидравлической системы транспортного средства с комбинированным шасси на воздушной подушке. *Труды НАМИ*, 2021, № 1, с. 35–46. <https://doi.org/10.51187/0135-3152-2021-1-35-46>
2. Пильгунов В.Н. Математическая модель гидропривода с двойным объемным регулированием. *Наука и образование*, 2014, вып. 7. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/719739.html> (дата обращения 07.07.2014).

Research of the hydraulic drive with volumetric control with various axial piston pump regulators

© Nguyen Van Hoa*, N.G. Sosnovsky

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): thoigian226@gmail.com

Abstract. The results of numerical simulation of a hydraulic drive with volumetric control of a hovercraft are presented. The hydraulic drive rotates the fans that implement the hovercraft chassis. For an axial piston pump, 3 types of regulators are considered: in terms of pressure, power and flow. Mathematical models of the dynamics of a hydraulic drive system with various regulators have been developed. Its transient characteristics were obtained when changing the moment on the shaft of the hydraulic motor during the movement of the vessel. The analysis of energy efficiency and transient characteristics under different modes of vessel movement with different pump regulators is carried out.

Keywords: *hydraulic drive with volumetric control, axial piston pump regulator, hovercraft, energy efficiency.*

References

1. Brusov V.A., Merzlikin Yu.Yu., Men'shikov A.S. Development of a control system for the hydraulic system parameters of a vehicle with a combined chassis on an air cushion. *Trudy NAMI*, 2021, vol. 1, pp. 35–46. (In Russ.).
<https://doi.org/10.51187/0135-3152-2021-1-35-46>
2. Pilgunov V.N. Mathematical model of a hydraulic drive with double volumetric regulation. *Science and Education*, 2014, iss. 7.
URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/719739.html> (accessed 07.07.2014).

Эффекты гидроупругости в экспериментах со стоячими волнами

© В.А. Калиниченко

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: kalin@ipmnet.ru

Аннотация. Представлены результаты экспериментального исследования влияния плавающей тонкой упругой пластины из пенополиэтилена на процесс регуляризации разрушающихся стоячих гравитационных поверхностных волн. Показано, что стоячие изгибно-гравитационные волны в исследуемой гидроупругой системе (плавающая пластина–вода) определяются толщиной пластины: при малой толщине превалирует гравитационная волна, при больших — волна изгибная. Установлена критическая толщина пластины, при которой волны отсутствуют. Предельная крутизна регулярных изгибно-гравитационных волн зависит от толщины пластины: при увеличении толщины крутизна растёт, достигает максимума и затем убывает. Максимум крутизны волны соответствует толщине, определяющей переход от гравитационных волн к волнам изгибным. Выявлено неэкспоненциальное затухание изгибно-гравитационных волн. Прове-

денные оценки показали, что возбуждение изгибных колебаний пластины требует значительных затрат энергии гравитационной волны.

Ключевые слова: разрушающиеся волны, плавающая пластина, изгибно-гравитационные волны, гидроупругость, диссипативные эффекты.

*Работа выполнена по теме государственного задания
№ АААА-А20-120011690131-7.*

Hydroelasticity effects in experiments with standing waves

© V.A. Kalinichenko

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: kalin@ipmnet.ru

Abstract. The results of an experimental study of the influence of a floating thin elastic plate (polyethylene foam) on the process of regularization of breaking standing gravity surface waves are presented. It is shown that standing flexural-gravity waves in the investigated hydroelastic system (floating plate — water) are determined by the thickness of the plate: with a small thickness, the gravity wave prevails; and with large thickness, a flexural wave prevails. The critical thickness of the plate, at which there are no waves, has been established. The limiting steepness of regular flexural-gravity waves depends on the thickness of the plate — with increasing thickness, the steepness increases, reaches a maximum, and then decreases. The maximum steepness of the wave corresponds to the thickness that determines the transition from gravity waves to flexural waves. Non-exponential attenuation of flexural-gravity waves is revealed. The performed estimates have shown that the excitation of bending vibrations of the plate requires significant expenditures of the energy of the gravity wave.

Keywords: breaking waves, floating plate, flexural-gravity waves, floating plate, hydroelasticity, dissipative effects.

*The work was supported by the State Program
no. АААА-А20-120011690131-7.*

Взаимосвязь процессов завихренности и вязкости трехмерных закрученных потоков

© Е. Милюте*, А. Милюс

МНИГ “LITAVEM-3”, Вильнюс, Литва
*E-mail: litavem-3@post.com

Аннотация. В данной работе проводится аналитический геометрический анализ формирования и поведения трехмерных закрученных потоков свободной конструкции. Было определено, что двухмерная теория для таких вихревых филаментов не учитывает специфику трехмерного влияния таких дополнительных факторов, как завихренность, идущая вместе с вязкостью, и влияние тангенциального эффекта скорости с поворачивающим моментом при отрыве вихревых филаментов от источника, и что взаимодействие продольного и поперечного секторов вихревого филамента влияет на общий параметр фактора закрутки закрученных потоков.

Ключевые слова: *закрутка, закрученные потоки, вихревые филаменты, крутящий момент, свободно-вынужденный вихрь, завихренность, вязкость.*

В теоретической гидромеханике два закона Гельмгольца, как известно, играют наибольшую роль в качестве отправных точек для различных исследований. Однако в некоторых случаях были обнаружены такие несоответствия между реальными природными явлениями и теоретическими выведенными процессами, что, по крайней мере, стало ясно, что законы Гельмгольца по вихревому потоку требуют очередного внимательного рассмотрения.

В наших работах рассмотрена физическая природа сферического вихря, вращающегося вокруг собственной оси [1–3]. Было установлено, что такой сферический вихрь (наша модель) обладает возможностью самого себя поддерживать и генерировать собственные вихревые потоки, не теряя при этом свой объем и массу. Именно его особенные вихревые свойства заключаются в свойстве и способности его вихревых филаментов, составляющих каркас сферического вихря, сохранять и даже возвращать испущенную массу, если это соответствует закону сохранения массы сферического вихря, вращающегося вокруг собственной оси.

Очень часто закрученные течения, особенно в ячейках вихревых филаментов, представляют собой автомодельный самозамыкающийся свободно-вынужденный вихрь. В зарубежной научно-технической литературе такой составной закрученный поток в осесимметрических каналах принято называть вихрем Рэнкина — Куэтта. Но, перейдя к изучению диагонального потока, т. е. потока, имеющего одновременно как радиальные, так и осевые составляющие, дело становится сложным. Получаем изогнутые линии потока даже при разрезе по оси, и когда мы выясняем, что простейший поток по сложному изогнутому пути — это непростая теоретическая проблема, то трудности предстают в еще более ясном свете. Именно этой проблеме поведения закрученных потоков в двухмерном и трехмерном случаях и посвящена наша работа.

Работа выполнена на собственные средства авторов.

Литература

1. Milyuvene V., Milyute E., Milyus A.J.V. A new look at a vortical dynamics of a substance in the universe. *IUTAM Symposium "150 Years of Vortex Dynamics"*. DTU, Lyngby and Copenhagen, Denmark, 2008.
2. Milyute E., Milyuvene V., Milyus A.J.V. Some questions of dynamics of substance in the spherical vortex. *IUTAM Symposium "Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence"*. Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, 2006.
3. Milyus A., Milyute E. Radius-vector of the vector potential and its essence. *Lietuvos Matematikų Draugijos LXII Konferencija, skirta J. Kubiliaus 100-osioms gimimo metinėms*, Vilnius, Lithuania, 2021.

The relationship of vorticity and viscosity processes of three-dimensional swirling flows

© E. Milyute*, A. Milyus

IRG "LITAVEM-3", Vilnius, Lithuania

*E-mail: litavem-3@post.com

Abstract. In this paper, an analytical geometric analysis of the formation and behavior of three-dimensional swirling flows of a free structure is carried out. It was determined that the two-dimensional theory for such vortex filaments does not take into account the specifics of the three-dimensional influence of additional factors, such as vorticity, which goes along with viscosity, and the influence of the tangential effect of velocity with a turning moment when the vortex filaments are separated from the source, and that the interaction of the longitudinal and transverse sectors of the vortex filament affects the overall parameter of the torsion factor of swirling flows.

Keywords: *twist, swirling flows, vortex filaments, torque, freely forced vortex, vorticity, viscosity.*

In theoretical hydromechanics, the two Helmholtz theorems are known to play the greatest role as starting points for various studies. However, in some cases, such inconsistencies were found between real natural phenomena and theoretical derived processes that, at least, it became clear that Helmholtz's theorems on vortex flows require another careful consideration.

In our works, we considered the physical nature of a spherical vortex rotating around its own axis [1–3]. It was found that such a spherical vortex (our model) has the ability to support itself and generate its own vortex flows without losing its volume and mass. It is its special vortex properties that consist in the property and ability of its vortex filaments forming the frame of a spherical vortex, to preserve and even return the emitted mass,

if this corresponds to the law of conservation of mass of the main spherical vortex rotating around its own axis.

Very often, swirling currents, especially in the cells of vortex filaments, represent a self-similar freely-forced vortex. In foreign scientific and technical literature, such a composite swirling flow in axisymmetric channels is commonly called a Rankine-Couette vortex. But, turning to the study of diagonal flow, that is, a flow having both radial and axial components at the same time, then the matter becomes difficult. We get curved flow lines even when we cut along the axis, and when we find out that the simplest flow along a complex curved path is not an easy theoretical problem, so the difficulties appear so more clearly. It is precisely this problem of the behavior of swirling flows in the two-dimensional and three-dimensional case that our work is devoted to.

This work was held on personal fund of the authors.

References

1. Milyuvene V., Milyute E., Milyus A.J.V. A new look at a vortical dynamics of a substance in the universe. *IUTAM Symposium "150 Years of Vortex Dynamics"*. DTU, Lyngby and Copenhagen, Denmark, 2008.
2. Milyute E., Milyuvene V., Milyus A.J.V. Some questions of dynamics of substance in the spherical vortex. *IUTAM Symposium "Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence"*. Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, 2006.
3. Milyus A., Milyute E. Radius-vector of the vector potential and its essence. *Lietuvos Matematikų Draugijos LXII Konferencija, skirta J.Kubiliaus 100-osioms gimimo metinėms*. Vilnius, Lithuania, 2021.

Теорема о сохранении суммы циркуляций вихревых потоков, создающих внешнюю оболочку сферического вихря

© Е. Милюте*, А. Милюс

МНИГ "LITAVEM-3", Вильнюс, Литва

*E-mail: litavem-3@post.com

Аннотация. Дана полная визуализация циркуляции общего характера периодических движений отрывных струйных вихревых потоков, несущих заряд Q [1–3].

Ключевые слова: вихревые потоки, вихревая динамика, циркуляция, завихренность, закрутка.

Струйные вихревые потоки вращающегося вокруг собственной оси сферического вихря разбиваются на два потока: радиальные и соленоидальные.

Радиальные потоки подчиняются законам динамического напора

$$\Psi_r = \frac{\rho v}{2}, \quad (1)$$

а соленоидальные линии, составляющие внешний каркас, подчиняются закону

$$\Psi_s = \frac{\rho \kappa}{2\Gamma}, \quad (2)$$

где $\kappa = 2\xi\pi r^2$ — интенсивность вихря, пронизывающего его поперечное сечение; ρ — плотность; Γ — циркуляция вихревой нити — филамента [2–3].

В каждой точке вихревого филамента внешней оболочки сферического вихря (красные линии на рис. 1) общая сумма двух потоков имеет вид

$$\vec{\Psi}_B = \vec{\Psi}_r + \vec{\Psi}_\perp = \frac{\rho}{2}(\vec{v}_r + \vec{v}_\xi). \quad (3)$$



Рис. 1. Вращающийся вокруг собственной оси сферический вихрь со сдвигом [3]

Показано, что величина Γ циркуляции вихревых филаментов напрямую связана с величиной завихренности ξ самого сферического вихря, вращающегося вокруг собственной оси со скоростью v , где завихренность ξ в декартовых координатах записывается так:

$$\xi = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (4)$$

и с завихренностью частицы вихревого филамента, записанной в собственных координатах, где величина $v\kappa_s$ известна как закрутка завихренности

$$\xi_{MP} = v\kappa_s - \partial v / \partial n. \quad (5)$$

Таким образом, для осесимметрического движения несжимаемого вихревого филамента мы будем иметь уравнение относительно циркуляции

$$u_x \frac{\partial \Gamma_\varphi}{\partial x} + u_r \frac{\partial \Gamma_\varphi}{\partial r} = \left(\frac{\partial^2 \Gamma_\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma_\varphi}{\partial r} \right), \quad (6)$$

принимая во внимание, что $\Gamma_\varphi = \text{const}$, то решение этого уравнения приводит к закону изменения удельного момента микровихря-частицы, являющейся элементом вихревого филамента.

С учетом внутреннего вращения элемента вихревого филамента закон полного изменения углового момента частицы

$$\int_V ([\vec{x} \times \vec{u}] + \vec{\xi}) dV = \int_S p [\vec{n} \times \vec{x}] dS, \quad (7)$$

где V — объем микровихря; S — сечение микровихря; \vec{n} — нормаль к поверхности, вносит общий вклад в изменение величины $\overline{\Psi}_B$.

Работа выполнена на собственные средства авторов.

Литература

1. Milyus A.J.V., Milyute E., Milyuvene V. On a question of definition of potential by the vortex motion of a liquid. *IUTAM Symposium "150 years of vortex dynamics"*. Denmark, Lyngby and Copenhagen, 2008.
2. Milyute E., Milyuvene V., Milyus A.J.V. Some questions of dynamics of substance in the spherical vortex. *IUTAM Symposium "Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence"*. Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, 2006.
3. Milyute E., Milyus A. Modelling of internal dynamics of rotating matter flows in a spherical vortex (our model). *Lietuvos Matematikų Draugijos LXII Konferencija, skirta J.Kubiliaus 100-osioms gimimo metinėms*, Vilnius, Lithuania, 2021.

A theorem on the conservation of the sum of circulations of vortex flows creating an outer shell of a spherical vortex

© E. Milyute*, A. Milyus

IRG "LITAVEM-3", Vilnius, Lithuania

*E-mail: litavem-3@post.com

Abstract. A complete visualization of the circulation of the general nature of periodic motions of separated jet vortex flows carrying a charge Q is given [1].

Keywords: vortex fluxes, vortex dynamics, circulation, vorticity, twist.

The jet vortical fluxes of this spherical vortex rotating around its own axis are divided into two fluxes: radial and solenoidal. Radial flows obey the laws of dynamic pressure

$$\Psi_r = \frac{\rho v}{2}. \quad (1)$$

The solenoidal lines that make up the outer frame are described by the equation

$$\Psi_s = \frac{\rho \kappa}{2\Gamma}, \quad (2)$$

where $\kappa = 2\xi\pi r^2$ is the intensity of the vortex, penetrating its cross-section, ρ — density, Γ — circulation of the vortical filament [2, 3].

At each point of the vortical filament of the outer shell of the spherical vortex (red lines in Fig. 1) the total sum of the two streams has the form

$$\vec{\Psi}_B = \vec{\Psi}_r + \vec{\Psi}_s = \frac{\rho}{2}(\vec{v}_r + \vec{v}_\xi). \quad (3)$$



Fig. 1. A spherical vortex rotating around its own axis with a shift [3]

It is shown that the value of the circulation Γ of vortex filaments is directly related to the vorticity value ξ of the spherical vortex itself rotating around its own axis at the speed v ; where the vorticity ξ in Cartesian coordinates is written as follows

$$\xi = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (4)$$

and in natural coordinates of a microvortex (a particle of vortex filament), where $v\kappa_s$ is known as curvature vorticity.

$$\xi_{MP} = v\kappa_s - \partial v / \partial n. \quad (5)$$

Thus, for the axisymmetric motion of an incompressible vortex filament, we will have an equation with respect to circulation

$$u_x \frac{\partial \Gamma_\varphi}{\partial x} + u_r \frac{\partial \Gamma_\varphi}{\partial r} = \left(\frac{\partial^2 \Gamma_\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma_\varphi}{\partial r} \right), \quad (6)$$

taking into account, that $\Gamma_\varphi = \text{const}$, then the solution of this equation leads to the law of change of the specific moment of a microvortex — a particle that is being a dynamic element of a vortex filament.

Taking into account the internal rotation of the vortex filament element, the law of the total change in the angular momentum of the particle

$$\int_V ([\bar{x} \times \bar{v}] + \bar{\xi}) dV = \int_S \rho v^2 [\bar{n} \times \bar{x}] dS \quad (7)$$

(where V is the volume of microvortex, S — the cross-section of the microvortex, \bar{n} — surface normal) makes a general contribution to the change in the value $\overline{\Psi_B}$.

This work was held on personal fund of the authors.

References

1. Milyus A.J.V., Milyute E., Milyuvene V. On a question of definition of potential by the vortex motion of a liquid. *IUTAM Symposium "150 years of vortex dynamics"*. Denmark, Lyngby and Copenhagen, 2008.
2. Milyute E., Milyuvene V., Milyus A.J.V. Some questions of dynamics of substance in the spherical vortex. *IUTAM Symposium "Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence"*. Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, 2006.
3. Milyute E., Milyus A. Modelling of internal dynamics of rotating matter flows in a spherical vortex (our model). *Lietuvos Matematikų Draugijos LXII Konferencija, skirta J.Kubiliaus 100-osioms gimimo metinėms*. Vilnius, Lithuania, 2021.

Генерация периодических волн при обтекании полуцилиндра на плоскости

© В.М. Овсянников

Российский университет транспорта, Москва, Россия

Аннотация. Члены второго порядка малости уравнения неразрывности Эйлера (1752) генерируют периодическое колебательное движение. Интенсивность колебаний пропорциональна квадрату якобиана поля скорости. Задачник по ТФКП под редакцией М.А. Евгра-

фова содержит большое количество комплексных потенциалов, которые можно использовать для расчета полей якобианов и источников колебаний. Рассматривается полукруг, расположенный на горизонтальной прямой. Это модель течения воздуха через горный хребет. Поле скорости показывает, что над поверхностью полукруга единичного радиуса течение идет в положительном направлении оси x . При значениях вертикальной координаты y , большей $3 + 2\sqrt{2}$, поток движется в отрицательном направлении оси x . При натекании ветра на полукруг образуется сильное возрастание величины якобиана и генерации колебательного движения. Якобиан имеет полюс восьмого порядка по продольной координате x у подножья полукруга. Течение моделирует возникновение в г. Новороссийске сильного ветра, который называют «бора».

Ключевые слова: уравнение неразрывности, члены второго порядка малости, автоколебания.

Со времени обнаружения в 2006 г. членов высокого порядка малости в уравнении неразрывности несжимаемой жидкости, выведенном Эйлером [1] в 1752 г., было опубликовано достаточно большое число работ, обсуждающих физический смысл дополнительных к дивергенции вектора скорости слагаемых. Важным шагом было написание аналогичного уравнения для малосжимаемой жидкости и газа. Добавляемые к оператору дивергенции члены высокого порядка малости отклоняют режим движения от сохранения количества вещества в локальном контрольном объеме и побуждают тем самым к возникновению волновых колебательных движений [2, 3]. Интегральное сохранение количества вещества во всем потоке при этом выполняется. Образование волн возможно только в сжимаемой среде. Поэтому введение сжимаемости дало понимание физического смысла дополнительных членов второго порядка малости как источников генерации периодических волн. При проведении расчета волнообразования в потенциальном течении, соответствующем комплексному потенциалу

$$w = \left[\frac{z-1}{z+1} \right]^2,$$

возникает точка с бесконечно большой интенсивностью волнообразования. Потенциал взят из задачника по ТФКП под редакцией М.А. Евграфова, описывает течение над полукругом, лежащим на прямой, и соответствует двухслойному встречному течению атмосферного воздуха над горным хребтом (рис. 1).



Рис. 1. Схема течения воздуха над горным хребтом

Неоднородное волновое уравнение для звукового давления

$$c^{-2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = -\rho_0 J$$

$$J = \frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)}$$

имеет решение, полученное с использованием запаздывающего потенциала

$$p(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{\rho_0}{4\pi} \right] \int J|_{t-R/c} \mathbf{R}^{-1} dW,$$

где $\mathbf{R} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|$, \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения, \mathbf{r}_1 — радиус-вектор бегущей точки в области интегрирования W . Подынтегральное выражение берется в запаздывающий момент времени $t - R/c$. Расчет поля скорости потенциального течения, соответствующего приведенному выше комплексному потенциалу, дает возможность вычислить распределение величины якобиана и интенсивность I генерируемых потоком волн

$$I \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right] = \frac{p^2}{c\rho_0}.$$

Якобиан J в цилиндрических координатах r, α вблизи полуокружности $r = 1$ выражается формулой

$$J = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) =$$

$$= \frac{\{-[2 \cos \alpha (1 + \cos \alpha) - 4 (\sin \alpha)^2 (1 + 2 \cos \alpha)]^2 - [3 \sin \alpha [2(1 + \cos \alpha)] - 8 (\sin \alpha)^3]^2\}}{(1 + \cos \alpha)^6}$$

и имеет в точке с координатами $x = -1$, $y = 0$ полюс по углу α шестого порядка. На прямой $y = 0$ якобиан дается формулой

$$J = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = -64 \frac{(2-x)^2}{(1+x)^8}$$

и имеет в точке с координатами $x = -1$, $y = 0$ полюс по координате x восьмого порядка. Половиной цилиндра, положенного на плоскость, моделируют течение атмосферного воздуха в окрестности горного хребта.

Исследование членов второго порядка малости уравнения неразрывности, выведенного Эйлером в 1752 г., показало, что на стационарное потенциальное течение накладывается колебательное движение или звук, интенсивность которого прямо пропорциональна квадрату якобиана поля скорости. Также источник колебаний, но в два раза большей интенсивности создается согласно результатам Ландау и Лифшица за счет учета конвективных членов уравнения движения. Таким образом, используя в решении волнового уравнения поле значений якобианов, можно озвучить течение газа или малосжимаемой жидкости.

Расчет поля скорости показывает, что над поверхностью полукруга единичного радиуса течение идет в положительном направлении оси x . Но при значениях координаты y , большей $3 + 2\sqrt{2}$ от радиуса полукруга, поток принимает обратное направление и движется в отрицательном направлении оси x . Поле значений якобиана представлено на рис. 2.

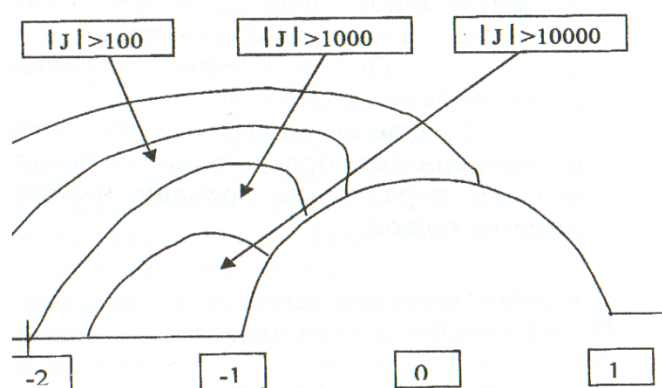


Рис. 2. Поле значений якобиана при обтекании полукруга круговым потоком воздуха

Как получено выше, в точке с координатами $(-1, 0)$ при натекании на подошву полукруга образуется сильное возрастание величины якобиана и генерации колебательного движения ветра. Это точка образования полюса восьмого порядка якобиана поля скорости. Картина напоминает явление новороссийской боры, причиной возникновения которой считают расположенный недалеко хребет Варада.

Литература

1. Эйлер Л. *Принципы движения жидкостей. Перевод начальных разделов доклада 1752 г. в Берлинской АН.* 4-е изд., доп. Москва, Издательство «Спутник +», 2020.
2. Овсянников В.М. Уравнение неразрывности Эйлера с членами высокого порядка малости по времени течения. *Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Тематический обзор*, 2020, т. 182, с. 95–100.
<https://doi.org/10.36535/0233-6723-2020-182-95-100>
3. Ovsyannikov V.M. Euler's Equation of Continuity: Additional Terms of High Order of Smallness — An Overview. *Fluids*, 2021, vol. 6, p. 162.
<https://doi.org/10.3390/fluids6040162>

Generation of periodic waves when flowing around a half-cylinder on a plane

© V.M. Ovsyannikov

Russian University of Transport (МИИТ), Moscow, Russia
E-mail: OvsyannikovVM@yandex.ru

Abstract. The terms of the second order of smallness of the Euler continuity equation 1752 generate periodic oscillatory motion. The vibration intensity is proportional to the square of the Jacobian of the velocity field. Textbook edited by M.A. Evgrafov contains a large number of complex potentials that can be used to calculate the fields of Jacobians and sources of oscillations. A semicircle on a horizontal line is considered. This is a model of the flow of air through a mountain range. The velocity field shows that over the surface of a semicircle of unit radius, the flow goes in the positive direction of the x axis. For vertical y -coordinate values greater than $3 + 2\sqrt{2}$, the flow moves in the negative direction of the x -axis. When the wind flows into a semicircle, a strong increase in the value of the Jacobian and the generation of oscillatory motion are formed. The Jacobian has a pole of the eighth order in the longitudinal coordinate x . The current simulates the occurrence of a strong wind in the city of Novorossiysk, which is called “bora”.

Keywords: continuity equation, terms of the second order of smallness, self-oscillations.

References

1. Euler L. *Principi dvizhenia zhidkosti* [Principia motus fluidorum]. Perevod nachalnih rasdelov doklada 1752 g. v Berlinskoi AN. Moscow, Sputnik+ Publ., 2020.
2. Ovsyannikov V.M. Uravnenie nerazrivnosti Eilera s chlenami vysokogo poryadka malosti po vremeni techenia [Euler's continuity equation with high-order terms of smallness in flow time]. *Itogi nauki i tehniki. Seria Sovremennaiia matematika i ee prilozhenia. Tematicheskii obzor*, 2020, vol. 182, pp. 95–100. <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2020-182-95-100>
3. Ovsyannikov V.M. Euler's Equation of Continuity: Additional Terms of High Order of Smallness. An overview. *Fluids*, 2021, vol. 6, art. no. 162. <https://doi.org/10.3390/fluids6040162>

Колебания материальных тел на свободной поверхности жидкости в жестком прямоугольном баке

© А.А. Пожалостин, Д.А. Гончаров, А.В. Паншина

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: a.pozhalostin@mail.ru, panalv@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрены две краевые задачи: задача о малых колебаниях жесткой пластины, плавающей на свободной поверхности жидкости в жестком баке, и задача о малых колебаниях струны на свободной поверхности жидкости. Жидкость идеальная, а ее движение — потенциальное и подчиняющееся уравнению Лапласа. В обоих случаях представлены аналитические решения в замкнутой форме. Использовано разложение по собственным функциям уравнения Лапласа. В первой задаче определяется приведенный момент инерции пластины с учетом жидкости. Во второй задаче выводится частотное уравнение, коэффициенты которого представляют собой быстро сходящиеся ряды.

Ключевые слова: малые колебания, потенциал скоростей, несжимаемая жидкость, пластина, струна, краевая задача.

Постановка и решение задачи 1. Рассматриваются плоские колебания жидкости в жестком прямоугольном баке длиной l и высотой H (рис. 1). На свободной поверхности жидкости лежит жесткая пластина, погонная масса которой равна μ_0 . Пластина совершает плоские движения в плоскости Oxy . Поэтому в качестве координат выберем декартовы координаты x, y ее центра масс и угол φ — угол поворота пластины вокруг оси z^* , перпендикулярной плоскости Oxy . Отклонения пластины относительно равновесного положения системы считаем малыми.

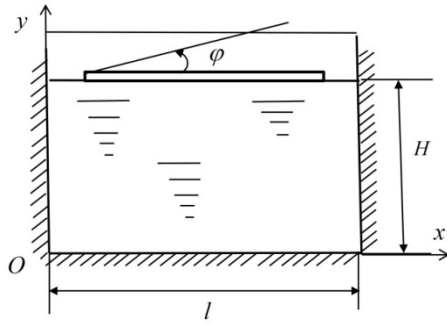


Рис. 1. Жесткая пластина на поверхности жидкости

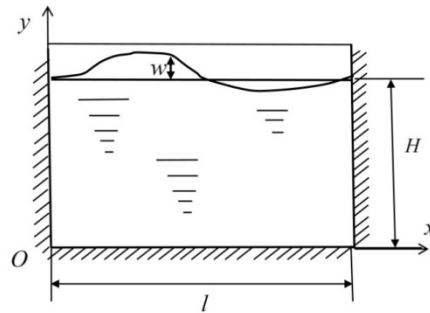


Рис. 2. Идеальная струна на поверхности жидкости

Примем допущения: жидкость идеальная и несжимаемая, ее движение потенциальное с потенциалом скоростей $\Phi(x, y, t)$, колебания малые.

Потенциал скоростей $\Phi(x, y, t)$ удовлетворяет уравнению Лапласа [1] в прямоугольной системе координат Oxy в области жидкости τ :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

Потенциал Φ удовлетворяет граничным условиям (отсутствие протекания) [1]: $\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$ при $x=0$, $\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$ при $x=l$ и $\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$ при $y=0$.

Таким образом, потенциал скоростей частиц жидкости Φ имеет вид:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cos \lambda_i x \cdot ch \lambda_i y \cdot \dot{s}(t).$$

Кроме того,

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{y=H} = \zeta \dot{\phi}, \quad (2)$$

где $\zeta = x$ — координата вдоль оси балки (см. рис. 1).

Собственные значения краевой задачи $\lambda_i = \frac{i\pi}{l}$ ($i=1,2,3,\dots$). Собственные функции $\cos \lambda_i x$ обладают свойством ортогональности [2]:

$$\int_0^l \cos \lambda_i x \cdot \cos \lambda_j x dx = 0 \quad \text{при } i \neq j.$$

Поэтому $\lambda_i = \frac{i\pi}{l}$ ($i=1,2,3,\dots$) из условия (2) получим, что $C_i \beta_i = \gamma_i$, где $\gamma_i = \int_0^l x \cos \lambda_i x dx = \frac{1}{\lambda_i} (\sin i\pi - 1)$, $\beta_i = \frac{i\pi}{2} ch \frac{i\pi}{l} \cdot H$.

Составим уравнение движения балки с помощью уравнений Лагранжа второго рода [3]. Выпишем кинетическую и потенциальную энергии системы:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \mu_0 x^2 \dot{\varphi}^2 dx = \frac{\mu_0 l^3}{6} \dot{\varphi}^2, \quad \Pi = \frac{1}{2} \int_0^l \rho g x \varphi dx = \frac{\rho g l^2}{2} \varphi^2.$$

Здесь μ_0 — погонная масса балки; $x\dot{\varphi}$ — скорость ее материальной частицы; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность жидкости.

Весом балки пренебрегаем. Динамическое давление жидкости определяем с помощью линеаризованного интеграла Коши:

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \rho \sum_0^l \frac{\gamma_i}{\beta_i} ch \lambda_i H \dot{\varphi} x dx.$$

Выпишем полученное уравнение Лагранжа 2-го рода для балки:

$$\frac{\mu_0 l^2}{3} \ddot{\varphi} + \rho g l^2 \varphi = \int_0^l p x dx \Rightarrow J_0 \ddot{\varphi} + \rho g l^2 \varphi = 0. \quad (3)$$

Здесь J_0 — приведенный момент инерции с учетом жидкости:

$$J_0 = \frac{\mu_0 l^2}{3} + \rho \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\gamma_i}{\beta_i} ch(\lambda_i H) \frac{l^2}{2}.$$

Частота системы, описываемой уравнением (3), равна $\omega^2 = \frac{\rho g l^2}{J_0}$.

Постановка и решение задачи 2. Рассматриваются малые поперечные колебания идеальной струны, расположенной на свободной поверхности жидкости (рис. 2). Приняты следующие допущения: жидкость идеальная и несжимаемая плотности ρ , движение ее потенциальное с потенциалом скоростей $\Phi(x, y, t)$, колебания малые, сосуд длины l абсолютно жесткий, струна испытывает постоянное натяжение T_1 .

Дифференциальное уравнение движения струны под действием жидкости имеет вид [2]:

$$w'' + \lambda^2 w = \frac{\rho_0}{T_1} \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad (4)$$

где $w(x, t)$ — прогиб струны; $w'' = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$; ρ_0 — плотность единицы площади струны; T_1 — постоянное натяжение струны.

Динамическое давление жидкости подчиняется интегралу Лагранжа — Коши [1] $p(x, y, t) = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t}$.

Пусть $\lambda^2 = \frac{\rho_0}{T_1} \omega^2$, где ω — частота свободных колебаний системы.

Потенциал скоростей Φ , как и в первой задаче, имеет вид

$$\Phi = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos \lambda_i \frac{x}{l} \cdot \operatorname{ch} \lambda_i \frac{y}{H} \cdot \dot{s}(t), \quad \lambda_i = \frac{i\pi}{l}.$$

Общее решение уравнения (4) имеет вид:

$$w(x, t) = w_0 + w^*. \quad (5)$$

где $w_0 = (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) \cdot \varphi(t)$ — общее решение однородного уравнения; $w^* = \sum_{i=1}^{\infty} D_i \cos \lambda_i \frac{x}{l} \cdot \operatorname{ch} \lambda_i \cdot s(t)$ — частное решение неоднородного уравнения.

Подставив частное решение w^* в (4), получим:

$$w^* = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos \lambda_i \frac{x}{l} \cdot \operatorname{ch} \lambda_i \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \cdot s(t).$$

Граничное условие непротекания при $y=H$ имеет вид

$$\dot{w} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{y=H}. \quad (6)$$

Разложим функции $\sin \lambda x$ и $\cos \lambda x$ в ряды по собственным функциям краевой задачи — $\cos \lambda_i \frac{x}{l}$ [5, 6]. Тогда решение (5) примет вид

$$w(t) = [C_1 \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{1i} \cos \lambda_i \frac{x}{l} + C_2 \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{2i} \cos \lambda_i \frac{x}{l}] \cdot \varphi(t) + \sum_{i=1}^{\infty} A_{1i} \cos \lambda_i \frac{x}{l} \operatorname{ch} \lambda_i \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \cdot s(t).$$

Удовлетворим граничному условию (6). Получим:

$$\varphi = s, \quad C_1 \gamma_{1i} + C_2 \gamma_{2i} = A_i \theta_i,$$

$$w(x, t) = [C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x + C_1 \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{1i} \cos \lambda_i \frac{x}{l} + C_2 \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{2i} \cos \lambda_i \frac{x}{l}] \cdot s(t). \quad (7)$$

Условия закрепления струны: $w(0, t) = 0, \quad w(l, t) = 0$.

Подставив эти условия в решение (7), получим однородную систему линейных уравнений относительно констант C_1, C_2 :

$$\begin{cases} C_1 \Delta_{11} + C_2 \Delta_{12} = 0 \\ C_1 \Delta_{21} + C_2 \Delta_{22} = 0 \end{cases}.$$

Для существования ненулевого решения необходимо, чтобы определитель системы был равен нулю:

$$\Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{12} \Delta_{21} = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) есть частотное уравнение механической системы.

Литература

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. *Теоретическая гидромеханика*. Кибель И.А., ред. Ч. 1, 2. Москва, Физматлит, 1963, 583 с.
2. Тимошенко С.П. *Колебания в инженерном деле*. Москва, КомКнига, 2009, 439 с.
3. Колесников К.С., Дубинин В.В., ред. *Курс теоретической механики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 584 с.
4. Стрелков С.П. *Введение в теорию колебаний*. Москва, URSS, 2021, 440 с.
5. Балабух Л.И., Молчанов А.Г. Об одной задаче теории колебаний с граничными условиями, зависящими от параметра. *Прикладная механика и техническая физика*, 1966, т. 6, с. 1098–1102.
6. Лейбензон Л.С. О натуральных периодах колебаний плотины, подпирающей реку. *Труды АН СССР*, 1951, т. 1, с. 125–133.

Vibrations of material bodies on the free surface of the liquid in a rigid rectangular tank

© A.A. Pozhalostin, D.A. Goncharov, A.V. Panshina

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: a.pozhalostin@mail.ru, panalv@mail.ru

Abstract. Two boundary value problems are considered in the paper: the problem of small vibrations of a rigid plate floating on the free surface of a liquid in a rigid tank, and the problem of small vibrations of a string on a free surface of a liquid. The fluid is considered ideal, and its motion

is potential and obeys the Laplace equation. In both cases, analytical solutions are presented in a closed form. The eigenfunction decomposition of the Laplace equation is used. In the first problem, the reduced moment of inertia of the plate is determined taking into account the fluid. In the second problem, a frequency equation is derived, the coefficients of which are rapidly converging series.

Keywords: *small vibrations, velocity potential, incompressible fluid, plate, string, boundary value problem.*

Влияние параметров выходного насадка на кавитационные автоколебания и на генерацию импульсных струй

© В.В. Прокофьев, С.А. Очеретяный

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: vlad.prokof@yandex.ru , ocheret@imec.msu.ru

Аннотация. Проведенные ранее экспериментальные исследования струйных течений жидкости в присутствии искусственной каверны с отрицательным числом кавитации показали, что при определенных условиях в гидравлической системе возникают кавитационные автоколебания с высокой интенсивностью пульсаций давления. В работе исследуется течение в магистрали, состоящей из сопротивления (кавитатора), искусственной газовой каверны и канала (насадка), через который жидкость и газ истекают в атмосферу. Обнаружено, что при умеренных пуддувах газа, когда давление в каверне стационарно, и при взаимодействии струи с препятствием наблюдаются импульсы давления ударного характера. Этот эффект связан, по-видимому, с развитием тейлоровских структур на границе каверны с отрицательным числом кавитации.

Экспериментальные исследования проведены на плоской струйной установке. Канал, соединяющий каверну с атмосферой, состоял из входной сужающейся части, участка постоянного сечения с линейно сужающимся участком на выходе. Для двух частотных режимов автоколебаний проведено исследование зависимости интенсивности периодического импульсного воздействия на препятствие от величины сужения сопла и длины участка постоянного сечения. Расчеты, проведенные в рамках одномерной модели истечения из канала порции несжимаемой жидкости, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: *струйное течение, каверна, отрицательное число кавитации, кавитационные автоколебания, пульсационные технологии.*

The influence of the parameters of the output nozzle on cavitation self-oscillating and on the generation of pulsed jets

© V.V. Prokofiev, S.A. Ocheretyaniy

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia
E-mail: vlad.prokof@yandex.ru, ocheret@imec.msu.ru

Abstract. Earlier experimental studies of jet fluid flows in the presence of an artificial cavity with a negative cavitation number have shown that under certain conditions, cavitation self-oscillations with a high intensity of pressure pulsations occur in the hydraulic system. The paper investigates the flow in a pipeline consisting of a resistance (cavitator), an artificial gas cavity and a channel (nozzle) through which liquid and gas flow into the atmosphere. It was found that at moderate gas blowing, when the pressure in the cavity is stationary, shock pressure pulses are observed when the jet interacts with an obstacle. This effect is apparently related to the development of Taylor structures at the boundary of a cavity with a negative cavitation number.

Experimental studies were carried out on a flat jet installation. The channel connecting the cavern to the atmosphere consisted of an inlet tapering part, a section of constant cross-section with a linearly tapering section at the outlet. For two frequency self-oscillation modes, the dependence of the intensity of the periodic pulse action on the obstacle on the size of the nozzle narrowing and the length of the section of constant cross-section was studied. The calculations carried out within the framework of a one-dimensional model of the outflow of a portion of incompressible fluid from the channel are in good agreement with experimental data.

Keywords: jet flow, cavity, negative cavitation number, cavitation self-oscillations, pulsation technologies.

Акустические характеристики ступенчатого вихревого устройства

© М.Н. Сергеев, А.И. Пудеев

РГАТУ им. П.А. Соловьева, Рыбинск, Россия
E-mail: mihail_sergeev@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается закрученный поток. Закрутка создается с помощью тангенциального завихрителя, который находится радиально выше вихревой камеры, образуя по отношению к ней радиальную ступеньку. Далее вихревая камера переходит в ци-

линдрическое отверстие меньшего диаметра. Таким образом, получается система из трех цилиндрических участков, похожая на вихревой звукоизлучатель. При выходе в атмосферу закрученного потока в области выходного цилиндрического участка генерируются интенсивные акустические колебания. В результате эксперимента было установлено, что при увеличении давления число Струхала сначала возрастает, а затем становится практически неизменным.

Ключевые слова: *закрученный поток, акустика, спектр, давление, частота, число Струхала.*

Литература

Кныш Ю.А. *Автоколебания в закрученных струях*. Самара, Изд-во Самарского научного центра РАН, 2006, 248 с.

Acoustic characteristics of a stepped vortex device

© M.N. Sergeev, A.I. Pudeev

Rybinsk State Aviation Technical University, Rybinsk, Russia
E-mail: mihail_sergeev@mail.ru

Abstract. The paper considers a swirling duct. The twist is created using a tangential swirl, which is located radially above the vortex chamber, forming a radial step with respect to it. Next, the vortex chamber passes into a cylindrical hole of a smaller diameter. Thus, a system of three cylindrical sections is obtained, similar to a vortex sound emitter. When a swirling stream enters the atmosphere, intense acoustic vibrations are generated in the area of the output cylindrical section. As a result of the experiment, it was found that with an increase in pressure, the Strouhal number first increases, and then becomes almost unchanged.

Keywords: *swirling flow, acoustics, spectrum, pressure, frequency, Strouhal number.*

References

Knysh Yu.A. *Self-oscillations in swirling jets*. Samara, Publishing House of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, 2006, 248 p.

Магнитные свойства вращающейся заряженной капли в потоке

© М.Н. Сергеев

РГАТУ им. П.А. Соловьева, Рыбинск, Россия
E-mail: mihail_sergeev@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрена заряженная закрученная капля в потенциальном потоке. Определен ее магнитный момент. При определенных значениях закрутки капли и ее заряда капля теряет устойчивость и распадается. Установлены гидродинамические ограничения на возможное значение магнитного момента капли. Приведена оценка возможности использования магнитного поля для управления движением капли.

Ключевые слова: *потенциальный поток, угловая скорость, заряд, магнитный момент.*

Литература

Sergeev M.N., Evdokimov O.A. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2019, art. no. 1348 012019.

Magnetic properties of a rotating charged drop in a stream

© M.N. Sergeev

Rybinsk State Aviation Technical University, Rybinsk, Russia
E-mail: mihail_sergeev@mail.ru

Abstract. The paper considers a charged swirling drop in a potential flow. Its magnetic moment is determined. At certain values of the spin of the drop and its charge, the drop loses stability and disintegrates. Hydrodynamic restrictions on the possible value of the magnetic moment of the droplet are established. An assessment of the possibility of using a magnetic field to control the movement of a drop is given.

Keywords: *potential flow, angular velocity, charge, magnetic moment.*

References

Sergeev M.N., Evdokimov O.A. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2019, art. no. 1348 012019.

Гидродинамика жидких капель при защите человека от вируса COVID'19

© А.И. Федюшкин*, А.Н. Рожков, А.О. Руденко

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
*E-mail: fai@ipmnet.ru

Аннотация. В связи с защитой людей от инфекционных заболеваний, передающихся воздушно-капельным путем, в том числе от вируса COVID'19, стоит задача исследования проникновения капель жидкости через защитные маски. Вирус живет в питательной жидкой среде малого объема, поэтому данная работа посвящена исследованию деформации и фрагментации капель жидкости при их столкно-

вении с масками и фильтрами, защищающими человека от инфекционных капель в воздухе. В работе представлены результаты численного моделирования и экспериментального исследования поперечного обтекания жидкой каплей различных твердых препятствий (тонкой нити, кольца, плоскости). Рассмотрены случаи для разных свойств капель и разных скоростей капель. Показано существование разных режимов обтекания капель нити: отскок, удержание, прохождение с разделением на части, с их последующим слиянием (коалесценцией) и без слияния. Найден экспериментально и подтвержден результатами численного моделирования критерий разбрызгивания капель при падении капель на твердую поверхность.

Ключевые слова: COVID'19, капля, отскок, обтекание, разбрызгивание, удержание, реология, эксперимент, численное моделирование.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-04-60128.

Hydrodynamics of liquid droplets in protecting a person from the COVID'19 viruses

© A.I. Fedyushkin*, A.N. Rozhkov, A.O. Rudenko

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

*E-mail: fai@ipmnet.ru

Abstract. In connection with the protection of people from infectious diseases transmitted by airborne droplets, including the COVID'19 viruses, the task is to study the penetration of liquid droplets through protective masks. The virus lives in a nutrient liquid medium of small volume, therefore, this work is devoted to the study of deformation and fragmentation of liquid droplets when they collide with masks and filters that protect a person from infected droplets in the air. The paper presents the results of numerical modeling and experimental investigation of the transverse flow of a liquid drop around various solid obstacles (thin thread, rings, planes). Cases for different properties of droplets and different velocities of droplets are considered. The existence of different modes of flow around a drop of thread is shown: rebound, retention, passage with separation into parts, with their subsequent fusion (coalescence) and without fusion. The criterion of droplet spraying when droplets fall on a solid surface has been found experimentally and confirmed by the results of numerical modeling.

Keywords: COVID'19, drop flow, rebound, splashing, retention, rheology, experiment, numerical simulation.

The work was supported by RFBR grant no. 20-04-60128 Viruses.

Численное моделирование естественно-конвективной вентиляции в больших помещениях

© А.И. Федюшкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

E-mail: fai@ipmnet.ru

Аннотация. Для поддержания необходимых санитарных температурных условий и удаления загрязненного или инфицированного вирусами воздуха во всех помещениях используются системы вентиляции. Естественно-конвективная вентиляция является наиболее экономичной и эффективной, особенно в случаях больших помещений и когда температура внутри помещения гораздо выше, чем снаружи. Такие условия часто существуют в производственных помещениях с большими тепловыделяющими установками, находящимися внутри здания, например, в литейных цехах, корпусах электролиза алюминия и выращивания кристаллов, котельных и других. Важнейшими факторами для эффективной естественной вентиляции промышленных помещений являются геометрия, форма и конструкция аэрационных фонарей, через которые удаляется загрязненный воздух. В данной работе математическое моделирование осуществляется на основе численного решения уравнений Рейнольдса для турбулентного течения воздуха. Анализ результатов численного моделирования вентиляции промышленных помещений с различными, наиболее часто используемыми аэрационными фонарями показал возможность проведения оценки эффективности естественно-конвективной вентиляции промышленного помещения и выбора оптимального типа аэрационного фонаря.

Ключевые слова: естественно-конвективная вентиляция, численное моделирование.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-04-60128.

Numerical simulation of natural convective ventilation in large rooms

© A.I. Fedyushkin

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

E-mail: fai@ipmnet.ru

Abstract. Ventilation systems are used in all rooms to maintain the necessary sanitary temperature conditions and remove contaminated or virus-infected air. Naturally convective ventilation is the most economical and efficient, especially in cases of large rooms and when the temperature

inside the room is much higher than outside. Such conditions often exist in industrial premises with large heat-generating installations located inside the building, for example, in foundries, in aluminum electrolysis and crystal growing buildings, in boiler rooms and others. The most important factors for effective natural ventilation of industrial premises are the geometry, shape and design of ridge roof ventilator systems through which polluted air is removed. In this paper, mathematical modeling is carried out based on the numerical solution of the Reynolds equations for turbulent air flow. Analysis of the results of numerical simulation of ventilation of industrial premises with various, most commonly used, aeration lamps has shown that it is possible to evaluate the effectiveness of natural convective ventilation of industrial premises and to choose the optimal type of ridge roof ventilator systems.

Keywords: *natural convective ventilation, numerical simulation.*

The work was supported by RFBR grant no. 20-04-60128 Viruses.

Конвекция: причина сегрегации и стратификации в жидкости

© А.И. Федюшкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
E-mail: fai@ipmnet.ru

Аннотация. При определенных параметрах в ламинарных стационарных конвективных процессах переноса проявляются нелинейные свойства течений, которые могут кардинально менять структуру течений и изменять характеристики переноса. В работе приведены результаты численного моделирования о влиянии естественной конвекции на перераспределение температуры и концентрации в объеме жидкости (газа) и динамике формирования структур конвективных течений с образованием вертикальной стационарной стратификации. Также показано влияние свойств жидкостей и граничных условий на образование стационарных слоистых структур. Представлены результаты макросегрегации в зависимости от числа Рэлея в сравнении с экспериментальными данными. Для термокапиллярной конвекции продемонстрировано существование метастабильной неустойчивости положения свободной границы раздела «воздух–вода» в условиях невесомости и стабилизирующий эффект гравитации.

Ключевые слова: *численное моделирование, конвекция, температурное и концентрационное расслоение, метастабильная неустойчивость.*

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-04-60128.

Convection is the cause of segregation and stratification in a fluid

© A.I. Fedyushkin

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia
E-mail: fai@ipmnet.ru

Abstract. At certain parameters in laminar stationary convective processes of heat and mass transfer, nonlinear properties of flows manifest themselves, which can radically change the structure of flows and change the characteristics of heat and mass transfer. The paper presents the results of numerical modeling on the effect of natural convection on the redistribution of temperature and concentration in the volume of liquid (gas) and the dynamics of the formation of convective flow structures with the formation of vertical stationary stratification. The influence of the properties of liquids and boundary conditions on the formation of stationary layered structures is also shown. The results of macro-segregation depending on the Rayleigh number are presented in comparison with experimental data. For thermo-capillary convection, the existence of metastable instability of the position of the free air-water interface in zero gravity and the stabilizing effect of gravity are demonstrated.

Keywords: convection, temperature and concentration stratification, metastable instability, numerical simulation.

The work was supported by RFBR grant no. 20-04-60128 Viruses.

Конвекция, вращение и вибрации при выращивании монокристаллов

© А.И. Федюшкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
E-mail: fai@ipmnet.ru

Аннотация. В работе приводятся результаты численного исследования таких основных факторов, как конвекции, вращения и управляемой вибрации, влияющих на тепломассоперенос при выращивании монокристаллов из расплава методами зонной плавки, Чохральского и Бриджмена с погруженным вибратором (нагревателем). Математическое моделирование основано на численном решении уравнений Навье — Стокса и уравнений конвективного переноса теплоты и массы. При моделировании использовались различные численные методы (метод конечных элементов, метод конечных разностей

и метод контрольных объемов). Представлены результаты о влиянии вращения и скорости кристаллизации на тепломассоперенос при росте кристаллов. Показано влияние частоты и амплитуды управляемых гармонических вибраций на структуру осредненного вибрационного течения. Для рассмотренных методов роста кристаллов полупроводниковых материалов показано влияние вибраций на толщину пограничных слоев и градиент температуры на фронте кристаллизации.

Ключевые слова: численное моделирование, конвекция, вращение, вибрации, рост кристаллов, пограничный слой.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы по теме № АААА-А20-120011690131-7 и гранта РФФИ № 20-04-60128 Вирусы.

Convection, rotation and vibrations during crystal growth

© A.I. Fedyushkin

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia
E-mail: fai@ipmnet.ru

Abstract. This paper presents the results of a study of hydrodynamics and heat transfer during crystal growth by various approaches: zone melting, Chokhralsky and Bridgman with a submerged vibrator (or heater). Mathematical modeling is based on the numerical solution of the Navier — Stokes equations and the convective heat and mass transfer equations. Various numerical methods (the finite element method, the finite difference method, and the control volume method) were used in the simulation. Results on the effect of rotation and crystallization rate on heat and mass transfer during crystal growth are presented. The influence of the frequency and amplitude of controlled harmonic vibrations on the structure of the averaged vibration flow is shown. The influence of vibrations on the thickness of the boundary layers and the temperature gradient at the crystallization front is shown for the considered methods of crystal growth of semiconductor materials.

Keywords: convection, rotation, vibrations, crystal growth, boundary layers.

The study was supported by the Government program (contract no. АААА-А20-120011690131-7) and was funded by RFBR, project no. 20-04-60128 Viruses.

Вынужденные колебания капиллярной жидкости в подвижных коаксиально-цилиндрических сосудах

© Юй Чжаокай, А.Н. Темнов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: yuzhaokai933@mail.ru, antt45@mail.ru

Аннотация. Представлено решение задачи о волновых движениях капиллярной жидкости в топливных сосудах, совершающих поступательное возмущенное движение. Для сосудов в форме коаксиального цилиндра получены выражения потенциала относительной скорости жидкости и поля смещения свободной поверхности в виде ряда Бесселя. По интегралу Коши — Лагранжа определено давление в любой точке объема жидкости и вычислена суммарная сила, действующая на стенку сосуда от жидкости. Предложен механический аналог для замены взаимодействия жидкости с сосудом в условиях микрогравитации.

Ключевые слова: микрогравитация, капиллярная жидкость, коаксиальный цилиндр, ряд Бесселя, сила поверхностного натяжения, механический аналог.

Литература

1. Dodge F.T. *The new “Dynamic behavior of liquids in moving containers”*. NASA SP-106, 2000, 202 p.
2. Yue B., Wu W., Yan Y. Modeling and Coupling Dynamics of the Spacecraft with Multiple Propellant Tanks. *AIAA J.*, 2016, vol. 54 (11), pp. 3608–3618. <https://doi.org/10.2514/1.J055110>

Forced sloshing of capillary fluid in moving coaxial-cylindrical tanks

© Yu Zhaokai, A.N. Temnov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: yuzhaokai933@mail.ru, antt45@mail.ru

Abstract. A solution to the problem of wave motions of a capillary liquid in fuel vessels performing translational perturbed motion is presented. For vessels in the form of a coaxial cylinder, expressions for the potential of the relative velocity of the liquid and the displacement field of the free surface are obtained in the form of a Bessel series. Using the Cauchy — Lagrange integral, the pressure at any point in the volume of the liquid is determined and the total force acting on the wall of the vessel from the liquid is calculated. A mechanical analogue is proposed for re-

placing the interaction of a liquid with a vessel under microgravity conditions.

Keywords: *microgravity, capillary fluid, coaxial cylinder, Bessel series, surface tension force, mechanical analog.*

References

1. Dodge F.T. *The new “Dynamic behavior of liquids in moving containers”*. NASA SP-106, 2000, 202 p.
2. Yue B., Wu W., Yan Y. Modeling and Coupling Dynamics of the Spacecraft with Multiple Propellant Tanks. *AIAA J.*, 2016, vol. 54 (11), pp. 3608–3618. <https://doi.org/10.2514/1.J055110>

Механический аналог движений неоднородной жидкости

© А.Н. Темнов, Ян Наинг У

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: antt45@mail.ru, yanaingoo5256@gmail.com

Аннотация. Используя переменные Лагранжа, рассмотрено однородное вихревое движение неоднородной жидкости в неподвижной эллипсоидальной полости, произвольно ориентированной относительно направления однородного поля сил тяжести.

В предлагаемом сообщении показывается, что уравнения однородного вихревого движения тяжелой неоднородной жидкости в эллипсоидальной полости при линейном распределении плотности, и использовании переменных Лагранжа подобны уравнениям движения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки, записанных в неподвижной системе координат.

Ключевые слова: *переменные Лагранжа, уравнение Фридмана.*

Введение. Механические аналоги движений жидкости дают наглядное представление решений сложных гидродинамических задач и часто используются в инженерных расчетах, например при исследовании динамики ракет-носителей на жидком топливе [1]. В настоящее время в связи с широким использованием криогенных жидкостей представляет интерес рассмотреть простейшие движения такой неоднородной жидкости. Одним из простейших движений жидкости является однородное вихревое движение, которое применительно к однородной жидкости рассматривалось в работах [2–4] при исследовании движения твердого тела, имеющего эллипсоидальную полость, полностью заполненную однородной жидкостью. Механическим аналогом движений однородной жидкости в этом случае

являлись движения твердого тела вокруг неподвижной точки, совпадающей с центром масс тела.

В данной работе показывается, что однородное вихревое движение неоднородной жидкости в неподвижной эллипсоидальной полости возможно при линейном распределении плотности и использовании приближения Буссинеска. Показано также, что параметры, определяющие подобное движение неоднородной жидкости, могут быть определены из уравнений, аналогичных уравнениям движения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки.

Постановка задачи. Рассмотрим однородное вихревое движение неоднородной жидкости, полностью заполняющей неподвижную полость в форме эллипсоида с полуосями $b_i (i = 1, 2, 3)$. Введем правую неподвижную систему координат $K : Ox_1x_2x_3$ с началом в геометрическом центре полости и с осями, совпадающими с полуосями b_i . Уравнение поверхности эллипсоида в системе координат $Ox_1x_2x_3$ запишется в виде:

$$\mathcal{E}^2(x_1x_2x_3) = \frac{x_1^2}{b_1^2} + \frac{x_2^2}{b_2^2} + \frac{x_3^2}{b_3^2} - 1 = 0. \quad (1)$$

Введем также правую подвижную систему координат $K_0 : Ox_1^0x_2^0x_3^0$, связанную с частицами жидкости, и пусть $x_1^0 = a$, $x_2^0 = b$, $x_3^0 = c$ — переменные Лагранжа, характеризующие начальное положение частиц жидкости в полости в системе K_0 . Положим, что в начальный момент времени обе системы координат совпадают.

Для описания кинематической картины движения неоднородной жидкости прибегнем к методу, используемому Пуанкаре [2], для описания аналогичного движения однородной жидкости. Сопоставим однородному вихревому движению частиц жидкости в эллипсоидальной полости движение тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Рассматривая движение твердого тела, будем считать произвольно ориентированную в пространстве систему координат $Ox_1^0x_2^0x_3^0$ неподвижной, а систему координат $Ox_1x_2x_3$, связанную с твердым телом, подвижной. При движении твердого тела вокруг неподвижной точки каждая точка твердого тела будет описывать кривую на поверхности сферы S^2 — неподвижной в пространстве, и будут справедливы соотношения [7]:

$$x_i^0 = \alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \alpha_{i3}x_3, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

где $\alpha_{ij}(t)$ – направляющие косинусы, определяющие положение подвижной системы координат $Ox_1x_2x_3$, связанной с твердым телом, относительно неподвижной $Ox_1^0x_2^0x_3^0$. Построим отображение $F: \mathcal{E}^2 \rightarrow S^2 \rightarrow A \cdot S^2 \rightarrow \mathcal{E}^2$, состоящее из трех последовательных преобразований: 1) преобразования внутренней области эллипсоида в шар: $z_i = x_i^0 R/b_i$, $i = 1, 2, 3$; $R = \sqrt[3]{b_1 b_2 b_3}$, z_i — координаты точек после преобразования; 2) преобразования поворота шара относительно центра: $y_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} z_j$, где y_i — координаты точек шара после поворота; 3) обратного преобразования шара в область, ограниченную эллипсоидом: $x_i = y_i b_i / R$, $i = 1, 2, 3$;

В результате действия F траектории точки твердого тела на неподвижной поверхности сферы S^2 перейдут в траектории на поверхности \mathcal{E}^2 . Тогда для частиц жидкости будут справедливы выражения:

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{b_1} &= \alpha_{11} \frac{1}{b_1} a + \alpha_{21} \frac{1}{b_2} b + \alpha_{31} \frac{1}{b_3} c \\ \frac{x_2}{b_2} &= \alpha_{12} \frac{1}{b_1} a + \alpha_{22} \frac{1}{b_2} b + \alpha_{32} \frac{1}{b_3} c \\ \frac{x_3}{b_3} &= \alpha_{13} \frac{1}{b_1} a + \alpha_{23} \frac{1}{b_2} b + \alpha_{33} \frac{1}{b_3} c \end{aligned} \quad (3)$$

которые и примем для описания в переменных Лагранжа однородного вихревого движения жидкости. Выражения (3) показывают, что частицы жидкости, находящаяся в момент t_0 в точках с координатами (a, b, c) , в момент времени t будут находиться в точках с координатами (x_1, x_2, x_3) и матрица A направляющих косинусов $\alpha_{ij}(t)$ имеет вид:

$$A = \begin{vmatrix} \cos \varphi \cos \psi - \sin \psi \sin \varphi \cos \theta & -\cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \\ \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \cos \theta & -\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \cos \theta & -\sin \psi \sin \theta \\ \sin \varphi \sin \theta & \cos \varphi \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}.$$

Дифференцируем выражение (3) по времени, получим следующие выражения для скорости частиц жидкости, удовлетворяющие граничным условиям (7)

$$V_i = \frac{\partial x_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^3 \dot{\alpha}_{ij} \frac{b_i}{b_j} x_j^0, \quad (i=1,2,3) \quad (4)$$

Принимая во внимание соотношения между направляющими косинусами [7] и их производными, зависящими от проекций угловой скорости в системах K и K_0 , компоненты скорости V_i можно также выразить через эйлеровы координаты x_1, x_2, x_3

$$V_i(t, x) = \frac{dx_i}{dt} = b_i \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \dot{\alpha}_{ij} a_{kj} \frac{x_k}{b_k}, \quad (i=1,2,3),$$

или в развернутом виде

$$\begin{aligned} V_1(t, x) &= \frac{dx_1}{dt} = \omega_2 \frac{b_1}{b_3} x_3 - \omega_3 \frac{b_1}{b_2} x_2 \\ V_2(t, x) &= \frac{dx_2}{dt} = \omega_3 \frac{b_2}{b_1} x_1 - \omega_1 \frac{b_2}{b_3} x_3 \\ V_3(t, x) &= \frac{dx_3}{dt} = \omega_1 \frac{b_3}{b_2} x_2 - \omega_2 \frac{b_3}{b_1} x_1 \end{aligned}$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — проекции мгновенной угловой скорости жидкости на неподвижные оси $Ox_1 x_2 x_3$.

Движение жидкости в полости опишем в переменных Лагранжа уравнениями [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a} + \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial a} - A_a^0 &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial a} \\ \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial b} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial b} + \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial b} - A_b^0 &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial b} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial c} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial c} + \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial c} - A_c^0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial c}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \rho_0(a, b, c, t) = \rho(x_1, x_2, x_3, t) \quad (6)$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} \cdot v_1 + \frac{\partial x_2}{\partial t} \cdot v_2 + \frac{\partial x_3}{\partial t} \cdot v_3 = 0 \quad \text{на } \mathcal{E}^2 \quad (7)$$

где p — давление; ρ_0 — плотность жидкости. Предположим, что плотность жидкости в начальный момент времени t_0 изменяется по закону

$$\rho_0 = S_0 + S_1^0 \cdot a + S_2^0 \cdot b + S_3^0 \cdot c \quad (8)$$

Коэффициенты S_i^0 можно рассматривать так же как коэффициент разложения произвольного закона плотности $\rho_0 = \rho_0(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ в степенной ряд в начальный момент времени, если ограничиться линейными слагаемыми разложения и отбросить все произведения. v_i — проекции орта внешней нормали к Ξ^2 на оси Ox_1, Ox_2, Ox_3 ; символы (1, 2, 3) рядом с уравнениями указывают, что два других невыписанных уравнения получаются из написанного перестановкой цифр, указанных в скобках:

$$A_a^0 = -\frac{\partial \Phi}{\partial a} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial a}, \quad (1,2,3), \quad (9)$$

где Φ — потенциал массовых сил, действующих на жидкость. Пусть полость произвольно расположена в пространстве с однородным полем сил тяготения. Потенциал Φ в этом случае представим как

$$\Phi = (\gamma_1 \cdot x_1 + \gamma_2 \cdot x_2 + \gamma_3 \cdot x_3)g \quad (10)$$

$\gamma_i (i = 1, 2, 3) = \text{const}$ — направляющие косинусы, определяющие положение осей b_i относительно направления однородного поля сил тяжести.

Подставим выражения (4), (8), (9) и (10) в уравнение гидродинамики (2). Затем, применив операцию *got*, от полученного выражения мы приходим к уравнениям вихревого движения жидкости в форме А.А. Фридмана [6], записанным в переменных Лагранжа:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b_2 b_3} [b_1^2 (\ddot{\alpha}_{12} \alpha_{13} - \ddot{\alpha}_{13} \alpha_{12}) + b_2^2 (\ddot{\alpha}_{22} \alpha_{23} - \ddot{\alpha}_{23} \alpha_{22}) + \\ & + b_3^2 (\ddot{\alpha}_{32} \alpha_{33} - \ddot{\alpha}_{33} \alpha_{32})] = \frac{1}{\rho_0^2} \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial b} \frac{\partial p}{\partial c} - \frac{\partial \rho_0}{\partial c} \frac{\partial p}{\partial b} \right), \\ & \frac{1}{b_1 b_3} [b_1^2 (\ddot{\alpha}_{13} \alpha_{11} - \ddot{\alpha}_{11} \alpha_{13}) + b_2^2 (\ddot{\alpha}_{23} \alpha_{21} - \ddot{\alpha}_{21} \alpha_{23}) + \\ & + b_3^2 (\ddot{\alpha}_{33} \alpha_{31} - \ddot{\alpha}_{31} \alpha_{33})] = \frac{1}{\rho_0^2} \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial c} \frac{\partial p}{\partial a} - \frac{\partial \rho_0}{\partial a} \frac{\partial p}{\partial c} \right), \\ & \frac{1}{b_2 b_1} [b_1^2 (\ddot{\alpha}_{11} \alpha_{12} - \ddot{\alpha}_{12} \alpha_{11}) + b_2^2 (\ddot{\alpha}_{21} \alpha_{22} - \ddot{\alpha}_{22} \alpha_{21}) + \\ & + b_3^2 (\ddot{\alpha}_{31} \alpha_{32} - \ddot{\alpha}_{32} \alpha_{31})] = \frac{1}{\rho_0^2} \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial a} \frac{\partial p}{\partial b} - \frac{\partial \rho_0}{\partial b} \frac{\partial p}{\partial a} \right). \end{aligned}$$

Преобразуем левую часть полученного уравнения, используя дифференциальные уравнения от направляющих косинусов через проекции угловой скорости на оси неподвижной системы координат:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_{11} &= \omega_2 \alpha_{31} - \omega_3 \alpha_{21}, & \dot{\alpha}_{12} &= \omega_2 \alpha_{32} - \omega_3 \alpha_{22}, & \dot{\alpha}_{13} &= \omega_2 \alpha_{33} - \omega_3 \alpha_{23}, \\ \dot{\alpha}_{21} &= \omega_3 \alpha_{11} - \omega_1 \alpha_{31}, & \dot{\alpha}_{22} &= \omega_3 \alpha_{12} - \omega_1 \alpha_{32}, & \dot{\alpha}_{23} &= \omega_3 \alpha_{13} - \omega_1 \alpha_{33}, \\ \dot{\alpha}_{31} &= \omega_1 \alpha_{21} - \omega_2 \alpha_{11}, & \dot{\alpha}_{32} &= \omega_1 \alpha_{22} - \omega_2 \alpha_{12}, & \dot{\alpha}_{33} &= \omega_1 \alpha_{23} - \omega_2 \alpha_{13}.\end{aligned}$$

Заменим вторые производные от направляющих косинусов через первые производные и воспользуемся тем, что каждый косинус равен своему алгебраическому дополнению. После несложных, но громоздких преобразований получим:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}[(b_2^2 + b_3^2)\omega_1 \alpha_{11} + (b_3^2 + b_1^2)\omega_2 \alpha_{21} + (b_1^2 + b_2^2)\omega_3 \alpha_{31}] &= \frac{b_2 b_3}{\rho_0^2} \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial b} \frac{\partial p}{\partial c} - \frac{\partial \rho_0}{\partial c} \frac{\partial p}{\partial b} \right), \\ \frac{d}{dt}[(b_2^2 + b_3^2)\omega_1 \alpha_{12} + (b_3^2 + b_1^2)\omega_2 \alpha_{22} + (b_1^2 + b_2^2)\omega_3 \alpha_{32}] &= \frac{b_1 b_3}{\rho_0^2} \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial c} \frac{\partial p}{\partial a} - \frac{\partial \rho_0}{\partial a} \frac{\partial p}{\partial c} \right), \\ \frac{d}{dt}[(b_2^2 + b_3^2)\omega_1 \alpha_{13} + (b_3^2 + b_1^2)\omega_2 \alpha_{23} + (b_1^2 + b_2^2)\omega_3 \alpha_{33}] &= \frac{b_2 b_1}{\rho_0^2} \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial a} \frac{\partial p}{\partial b} - \frac{\partial \rho_0}{\partial b} \frac{\partial p}{\partial a} \right).\end{aligned}$$

Воспользуемся далее уравнением статического равновесия и умножим полученные уравнения на плотность ρ_0 . Затем проинтегрируем уравнения Фридмана по объему, занимаемому жидкостью. В результате интегрирования слагаемые, содержащие линейные функции x_1, x_2, x_3 обратятся в нуль, и после некоторых преобразований будем иметь:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(A_1 \omega_1 \alpha_{11} + A_2 \omega_2 \alpha_{21} + A_3 \omega_3 \alpha_{31}) &= \frac{V_{эл}}{5} (S_2^0 \gamma_3^0 - S_3^0 \gamma_2^0) b_2 b_3 g, \\ \frac{d}{dt}(A_1 \omega_1 \alpha_{12} + A_2 \omega_2 \alpha_{22} + A_3 \omega_3 \alpha_{32}) &= \frac{V_{эл}}{5} (S_3^0 \gamma_1^0 - S_2^0 \gamma_3^0) b_1 b_3 g, \quad (11) \\ \frac{d}{dt}(A_1 \omega_1 \alpha_{13} + A_2 \omega_2 \alpha_{23} + A_3 \omega_3 \alpha_{33}) &= \frac{V_{эл}}{5} (S_1^0 \gamma_2^0 - S_2^0 \gamma_1^0) b_2 b_1 g,\end{aligned}$$

где $A_i = m \frac{b_2^2 + b_3^2}{5}$, $(1,2,3)$ — моменты инерции «затвердевшей»

жидкости относительно неподвижных осей Ox_1, Ox_2, Ox_3 соответственно; m — масса «затвердевшей» жидкости; $V_{эл}$ — объем эллипсоида

$$\begin{aligned}\gamma_1^0(t) &= \gamma_1 \cdot \alpha_{11} + \gamma_2 \cdot \alpha_{21} \cdot \frac{b_2}{b_1} + \gamma_3 \cdot \alpha_{31} \cdot \frac{b_3}{b_1}, \\ \gamma_2^0(t) &= \gamma_1 \cdot \alpha_{12} \frac{b_1}{b_2} + \gamma_2 \cdot \alpha_{22} + \gamma_3 \cdot \alpha_{32} \cdot \frac{b_3}{b_2}, \\ \gamma_3^0(t) &= \gamma_1 \cdot \alpha_{13} \frac{b_1}{b_3} + \gamma_2 \cdot \alpha_{23} \cdot \frac{b_2}{b_3} + \gamma_3 \cdot \alpha_{33}.\end{aligned}\quad (12)$$

Уравнения однородного вихревого движения неоднородной жидкости, записанные в форме (5), совпадают по форме с уравнениями движения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки, написанными в неподвижной системе координат при произвольной ориентации последней относительно направления однородного поля сил тяжести. Чтобы сделать совпадение формально полным, заменим параметры S_i^0 через координаты центра тяжести c_i^0 неоднородной жидкости в начальный момент времени

$$c_i^0 = \frac{S_i^0}{5 \cdot S_0} b_i^2 \quad (13)$$

В результате уравнения (11) могут быть записаны в виде

$$\frac{d\overline{M}^0}{dt} = mg[\overline{c}^0 \times \overline{\gamma}^0] \quad (14)$$

где \overline{M}^0 — кинетический момент жидкости при $t = t_0$

$$\overline{c}_i^0 = \frac{c_i^0}{b_i} \quad \overline{\gamma}_i^0 = \gamma_i^0 b_i$$

Несмотря на одинаковую форму записи, уравнения однородного вихревого движения неоднородной жидкости (14) и уравнения движения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки различны по смыслу, вкладываемому в параметры $\omega_i, c_i^0, \gamma_i^0$. При движении твердого тела параметры c_i^0 — функции времени, определяющие положение центра тяжести твердого тела в пространстве и удовлетворяющие уравнениям: $\frac{dc_i^0}{dt} = \overline{\omega} \times \overline{c}^0, \gamma_i^0 = const$ — направляющие косинусы, определяющие ориентацию неподвижной системы координат $Ox_1x_2x_3$ относительно направления однородного силового поля. При однородном вихревом движении неоднородной жидкости

параметры \vec{c}_i^0 — постоянные величины, характеризующие положение центра тяжести в начальный момент времени; $\gamma_i^0(t)$ — функции времени, которые определяют ориентацию частицы жидкости в эллипсоидальной полости относительно направления однородного силового поля и удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{d\gamma_1^0}{dt} + \frac{b_3}{b_1} \omega_2 \gamma_3^0 - \frac{b_2}{b_1} \omega_3 \gamma_2^0 = 0 \quad (15)$$

Теперь умножим каждое из уравнений (11), (12) на $\frac{\partial x_1}{\partial a}, \frac{\partial x_2}{\partial b}, \frac{\partial x_3}{\partial c}$ соответственно и сложим. После небольших преобразований придем к уравнениям, описывающим движение неоднородной жидкости в переменных Эйлера:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = [\vec{\omega} \times \vec{M}] + mg[\vec{c} \times \vec{\gamma}] \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \gamma_1^0 \alpha_{11} + \gamma_2^0 \alpha_{12} \frac{b_2}{b_1} + \gamma_3^0 \alpha_{13} \frac{b_3}{b_1}, \\ \gamma_2 &= \gamma_1^0 \alpha_{21} \frac{b_1}{b_2} + \gamma_2^0 \alpha_{22} + \gamma_3^0 \alpha_{23} \frac{b_3}{b_2}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\gamma_3 = \gamma_1^0 \alpha_{31} \frac{b_1}{b_3} + \gamma_2^0 \alpha_{32} \frac{b_2}{b_3} + \gamma_3^0 \alpha_{33},$$

$$c_i = c_i^0 \alpha_{11} + c_2^0 \alpha_{21} \frac{b_1}{b_2} + c_3^0 \alpha_{31} \frac{b_1}{b_3}, \quad (1,2,3) \quad (18)$$

$$\vec{c}_i = \frac{c_i}{b_i} \quad \vec{\gamma}_i = \gamma_i b_i$$

Найдем уравнения для коэффициентов c_i . Для этого запишем уравнение постоянства плотности жидкости в переменных Эйлера:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\nabla \rho \cdot \vec{U}) = 0 \quad (19)$$

Используя соотношения (9), (13), (18), (19), получим следующее уравнение для вектора \vec{c} :

$$\frac{d\vec{c}}{dt} = [\vec{c} \times \vec{\omega}] \quad (20)$$

Вид уравнений (16), (20) формально совпадает с видом уравнений Эйлера — Пуассона движения тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Однако роль параметров $\vec{c}, \vec{\gamma}$ в уравнениях (16), (20) так же, как и при использовании переменных Лагранжа, нелинейному члену $[\vec{\gamma}^0 \times \omega]$ соответствует выражение $[\vec{\omega} \times \vec{c}]$, а при использовании переменных Эйлера нелинейным членам $(U \cdot \nabla \rho)$ или $[\vec{\omega} \times \vec{c}]$, $(\vec{U} \cdot \nabla \vec{U})$ или $[\vec{\omega} \times \vec{M}]$, соответствуют выражения $[\vec{\omega} \times \vec{\gamma}]$ и $[\vec{M} \times \vec{\omega}]$ в уравнениях Эйлера — Пуассона.

Выясним причину перестановки сомножителя ω в векторных произведениях (15), (16) и (20) при переходе от уравнений движения жидкости к уравнениям движения твердого тела. С этой целью воспользуемся результатами работы [5], [6], где введено понятие «обобщенного твердого тела» с конфигурационным пространством G на произвольной группе Ли. Согласно результатам [5], в качестве «обобщенного твердого тела» в рассматриваемом случае выступает неоднородная идеальная (несжимаемая и невязкая) жидкость, в качестве группы G — группа диффеоморфизмов ограниченной области D , сохраняющих элемент объема. Движение такой идеальной жидкости обладает кинетической энергией T , которая задает правоинвариантную риманову матрицу на этой группе, в то время как кинетическая энергия эйлерова движения твердого тела задает левоинвариантную метрику по группе S_3^0 .

Приведенная аналогия уравнений однородного вихревого движения неоднородной жидкости уравнениям движения твердого тела вокруг неподвижной точки позволяет определить параметры движения и траектории частиц жидкости в любой момент времени по имеющимся решениям уравнений движения твердого тела.

Литература

1. Колесников К.С. *Динамика ракет*. Москва, Машиностроение, 2003, 520 с.
2. Poincare H., Bigourdan G., Deslandres H., Puiseux P., Radau R. *Bulletin astronomique*. Paris, 1910, vol. XXVII.
3. Жуковский Н.Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью. *Собр. соч. Т. II*. Москва, Гостехиздат, 1948.
4. Слудский Ф.А., Фе (a. rotation de ta textes Hpposei J-fuide ason Cntezieur). *Bulletin de ta Soeiete des. natuxatistes de Moscow*, votix, it95. H. Hough, 3hl Oscit-fationb oj-a Rotating.
5. Арнольд В.И. *Математические методы классической механики*. Москва, Наука, 1974, 472 с.
6. Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. *Системы гидродинамического типа и их применение*. Москва, Наука, 1981, 366 с.

Mechanical analogue of the motions of an inhomogeneous liquid

© A.N. Temnov, Yan Naing Oo

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: antt45@mail.ru, yanaingoo5256@gmail.com

Abstract. The mechanical analogs of the fluid motions provide a visual representation of the solutions to complex hydrodynamic problems and they are often used in engineering calculations, for example, in the study of the dynamics of liquid-fueled launch vehicles [1]. At present, due to the wide use of the cryogenic liquids, it is of interest to consider the simplest motions of such an inhomogeneous liquid. One of the simplest fluid motions is a homogeneous vortex motion, which, as applied to a homogeneous fluid, was considered in [2], [3], [5], [6] when studying the motion of a rigid body having an ellipsoidal cavity completely filled with a homogeneous fluid. In this case, the mechanical analogue of the motions of a homogeneous fluid was the motion of a rigid body around a fixed-point coinciding with the center of mass of the body.

This proposed paper shows that a homogeneous vortex motion of an inhomogeneous fluid in a stationary ellipsoidal cavity is possible with a linear density distribution and the use of the Boussinesq approximation. It is also shown that the equations defining such the motion of an inhomogeneous fluid in an ellipsoidal cavity are a hydrodynamic analogue of the motion of a heavy rigid body around a fixed-point.

Keywords: *Lagrange variables, Friedmann equation, vortex motion, coordinate system.*

References

1. Kolesnikov K.S. *Dynamics of rockets*. Moscow, Mashinostroenie, 2003, 520 p.
2. Poincare H., Bigourdan G., Deslandres H., Puiseux P., Radau R. *Bulletin astronomique*, Paris, 1910, vol. XXVII.
3. Zhukovsky N.E. *About the motion of a solid body having cavities filled with a homogeneous droplet liquid*. Moscow, Gostekhizdat, 1948, 143 p.
4. Arnold V.I. *Mathematical methods of classical mechanics*. Moscow, Nauka, 1974, 472 p.
5. Slutsky F.A., Fe (a. rotation de ta textes Hpposei J-fuide ason Cntezieur). *Bulletin de ta Soeiete des. natuxatistes de Moscow*, votix, it95. H. Hough, 3hl Oscitfationb oj-a Rotating.
6. Gledzer E.B., Dolzhansky F.V., Obukhov A.M. *Hydrodynamic type systems and their application*. Moscow, Nauka, 1981, 366 p.

СЕКЦИЯ 4. ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Руководители: д-р техн. наук, проф. С.С. Гаврюшин,
д-р техн. наук, проф. А.Ю. Карпачев

Исследование закритического поведения мембран с учетом физической нелинейности

© С.А. Подкопаев*, С.С. Гаврюшин, Т.Б. Подкопаева

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mails: sergey0511@mail.ru

Аннотация. Рассмотрена физически нелинейная расчетная модель в виде сферической оболочки и прямоугольной пластины. Приводятся методы решения нелинейных уравнений. Численными методами исследуется эффективность использования методов продолжения по наилучшему параметру в расчетной модели при наличии предельных точек кривой решений. Разработан и реализован в виде авторской программы численный алгоритм исследования процессов нелинейного деформирования многопараметрических систем.

Ключевые слова: нелинейное деформирование, закритическое поведение, дискретное переключение, продолжение по параметру, смена подпространства параметров.

Введение. В настоящее время в связи цифровой промышленной революцией (Индустрия 4.0) широко используются коммутационные устройства, применяемые в промышленном интернете вещей [2, 8, 12, 13, 18, 20, 23]. В статье рассмотрены устройства, выполненные в виде квадратных пластин и осесимметричных мембран. Под мембраной (рис. 1, а) будем принимать тонкостенную осесимметричную оболочку, которая под действием внешней нагрузки может скачкообразно изменять свой прогиб. Данный способ потери устойчивости, не сопровождающийся разрушением оболочки, будем называть прощелкиванием [1, 3, 4, 16, 17].

Важным эксплуатационным элементом мембраны является упругая характеристика, отражающая зависимость между перемещением контрольной точки мембраны и изменением внешней нагрузки (рис. 1, б) [15, 18].

Под воздействием внешней нагрузки при достижении первой экстремальной точки (экстремума) (точка В на рис. 1, б), соответствующей величине критического давления $p_{кр1}$, мембрана, минуя

неустойчивый участок графика BC , скачкообразно меняет прогиб, и процесс деформирования продолжится по участку CD упругой характеристики. При уменьшении (снятии) внешней нагрузки с оболочки будет происходить обратное скачкообразное изменение прогиба, соответствующее второму критическому давлению $p_{кр2}$ [10, 11].

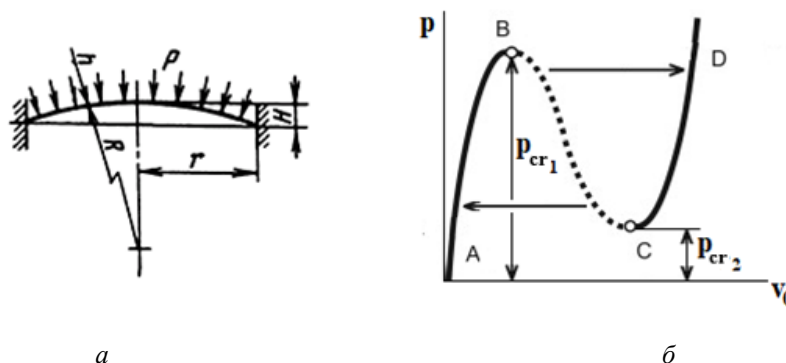


Рис. 1. Схема (а) и упругая характеристика (б) мембраны

Подробно задача закритического поведения мембран в форме осесимметричной оболочки решена в работах [5, 6, 7, 9, 13, 14].

Численные методы решения. При исследовании модели сечения встречается три разновидности численных задач: задача численного двумерного интегрирования, краевая двумерная задача и задача решения системы нелинейных уравнений [5, 19, 22, 25].

Численное интегрирование по поперечному сечению производится по квадратурным формулам Гаусса для треугольника, для чего необходима предварительная триангуляция области.

Решение краевой задачи выполняется вариационным методом в форме метода конечных элементов. Для решения системы нелинейных уравнений модели можно использовать методы дискретного или непрерывного продолжения по параметру, а также их сочетания [21, 24, 26].

Методы дискретного продолжения по параметру. Методы дискретного продолжения по параметру являются итерационными. Наиболее часто используются метод простой итерации, обобщенный метод секущих и метод Ньютона — Рафсона и его модификации. Некоторые из перечисленных методов имеют физическую интерпретацию в виде методов переменных параметров упругости [3], дополнительных нагрузок, дополнительных деформаций и комбинированного метода [4]. Отметим, что перечисленные варианты метода упругих решений являются более общими и могут использоваться не только при сведении задачи к системе нелинейных уравнений.

В качестве первого приближения вектора параметров деформаций \mathbf{u} в методе дискретного продолжения по параметру оптимально использовать значения, полученные из упругого расчета:

$$\mathbf{u} = \langle \mathbf{d} \rangle^{-1} \mathbf{f}, \quad (1)$$

где $\langle \mathbf{d} \rangle$ — симметрическая матрица.

Нулевые элементы матрицы жесткости сечения $\langle \mathbf{d} \rangle$ указывают на отсутствие взаимовлияния соответствующих силовых факторов.

Для метода Ньютона — Рафсона, имеющего квадратичную скорость сходимости, новый вектор деформаций на i -й итерации определяется:

$$\mathbf{U}_{(i+1)} = \mathbf{u}_{(i)} - \mathbf{J}_{(i)}^{-1} [\mathbf{f} - F(\mathbf{u}_{(i)})], \quad (2)$$

где $\mathbf{J}_{(i)}^{-1}$ — матрица, псевдообратная матрице Якоби.

Методы непрерывного продолжения по параметру нагрузки.

Методы непрерывного продолжения по параметру более медленные, но позволяют проследить напряженно-деформированное состояние сечения на всей истории нагружения, что в том числе дает возможность учесть временные процессы — коррозию, влияние температуры и др. Кроме того, некоторые из них позволяют исследовать «запредельную» работу сечения и найти все возможные решения. Наиболее часто используются методы Эйлера (метод последовательных нагружений), явные и неявные методы Рунге — Кутты различных порядков.

В матричном виде система разрешающих уравнений модели сечения имеет вид

$$\mathbf{f} - F(\mathbf{u}) = \psi(\mathbf{u}) = 0, \quad (3)$$

где \mathbf{u} — вектор параметров деформаций.

После ввода параметра t в вектор нагрузки \mathbf{f} и дифференцирования $\psi(\mathbf{u}, t)$ по t :

$$\mathbf{J}(\mathbf{u}, t) \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{d\psi(\mathbf{u}, t)}{dt} = 0, \quad (4)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{u}, t) = \frac{d\psi(\mathbf{u}, t)}{d\mathbf{u}}$ — матрица Якоби $m \times m$ (матрица касательной жесткости).

То же в явном виде

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{u}, t) \frac{d\psi(\mathbf{u}, t)}{dt}. \quad (5)$$

Это есть система обыкновенных линейных относительно производной дифференциальных уравнений первого порядка. Незвестная

вектор-функция параметров деформаций $u(t)$ удовлетворяет начальным условиям:

$$u(t_0) = u(0) = 0, \quad (6)$$

что соответствует начальному ненагруженному состоянию сечения.

Данная постановка задачи является методом непрерывного продолжения решения по параметру и сводится к интегрированию задач Коши.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (5) может быть решена методами Эйлера (метод последовательных нагружений), Рунге — Кутты, Адамса — Штермера и другими.

Методы непрерывного продолжения по наилучшему параметру. Решение системы (5) образует непрерывную кривую K в $(m + 1)$ -мерном евклидовом пространстве $R_{m+1}: \{u, t\}$. Однако кривая K даже при простых нагружениях является немонотонной и негладкой, наряду с регулярными точками имеет особые. В регулярных точках определитель $\det(\mathbf{J}) \neq 0$ и ранг матрицы $\text{rank}(\mathbf{J}) = m$, в особых $\det(\mathbf{J}) = 0$, $\text{rank}(\mathbf{J}) = r < m$. Продолжение решения в особых точках невозможно, что обычно приводит к прерыванию процесса решения. Таким образом, может быть получено только одно решение из нескольких или не получено ни одного решения. Для возможности продления решения можно использовать смену параметра (иногда неоднократно), но выбор оптимального параметра не очевиден, и его смена усложняет решение [7].

Более эффективным с вычислительной точки зрения подходом является введение нового параметра продолжения s , являющегося длиной кривой K множества решений системы (4) в R_{m+1} [7, 14]. Данная постановка задачи получила название метод продолжения по наилучшему параметру [10].

После введения параметра продолжения s имеем:

$$y(\mathbf{u}, s) = 0, \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}(s), \quad t = t(s). \quad (7)$$

Дифференцируя вектор-функцию y по параметру продолжения s и добавляя выражение для длины кривой K , получим систему:

$$\left(\frac{du}{ds}\right)^T \left(\frac{du}{ds}\right) + \left(\frac{dt}{ds}\right)^2 = 1, \quad (8)$$

$$\frac{d\Psi}{du} \frac{du}{ds} + \frac{d\Psi}{dt} \frac{dt}{ds} = 0.$$

Систему нелинейных уравнений (8) можно решать относительно производных непосредственно численными методами. Последнее матричное уравнение представляет собой недоопределенную систему

m линейных обыкновенных уравнений для $m+1$ неизвестных dv/ds , ее можно записать в виде

$$\left[\frac{d\Psi}{du}, \frac{du}{ds} \right] \left\{ \frac{du}{ds}, \frac{dt}{ds} \right\}^T = 0 \Leftrightarrow \bar{\mathbf{J}} \frac{dv}{ds} = 0, \quad (9)$$

где $v = \{u, t\}^T$ — расширенный вектор-столбец параметров деформаций, $v \in R_{m+1}$; \mathbf{J} — расширенная матрица Якоби $m \times (m+1)$.

Уравнение (9) с начальным условием $v|_{s=0} = 0$ (что соответствует ненагруженному состоянию) представляет неявно сформулированную задачу Коши.

Отметим, что среди особых точек ($\det(\mathbf{J}) = 0$) кривой решений расчетной модели сечения обычно встречаются предельные, в которых $\text{rank}(\mathbf{J}) = m$. Существенно особые точки, в которых возможно ветвление (т.е. $\text{rank}(\mathbf{J}) \leq \text{rank}(\cdot) m$) кривой K встречаются редко. Так как в предельных точках $\det(\mathbf{J}) \neq 0$, продолжение решения в них возможно.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (9) в явном виде

$$v' = \frac{dv}{ds} = \bar{\mathbf{J}}_a o = \text{ort}(\bar{\mathbf{J}}, Q), \quad (10)$$

где v' — неизвестный орт касательной к кривой K в точке v и ортогональный векторам-строкам матрицы $\bar{\mathbf{J}}$; $v' \in R_{m+1}$; $\bar{\mathbf{J}}_a = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{J}} \\ Q \end{bmatrix}$ — дополненная матрица Якоби $(m+1) \times (m+1)$, образованная присоединением $(m+1)$ -мерного вектора-строки Q снизу; $\bar{\mathbf{J}}_a^{-1}$ — псевдообратная дополненная матрица Якоби.

По смыслу (9) сводится к определению орта v' по заданным векторам-строкам $\bar{\mathbf{J}}_{i,j}$, $i = 1, m$; $j = \{1, 2, \dots, m+1\}$ матрицы $\bar{\mathbf{J}}$ и вектору Q , линейно независимому со строками $\bar{\mathbf{J}}_{i,j}$.

Заметим, что введение псевдообратной матрицы (Мура — Пенроуза) позволяет улучшить устойчивость численного решения при $\text{rank}(\mathbf{J}) < m$. Данная ситуация возможна при наличии только одной ненулевой нагрузки.

Вычислительная погрешность решения системы (9) будет тем меньше, чем ближе Q к искомому вектору v' . Очевидно, что на итерации $k+1$ в качестве вектора $Q_{(k+1)}$ можно принять вектор $v'_{(k)}$ с предыдущей итерации. На первой итерации обычно принимается $Q_{(1)} = \{0, \dots, 0, 1\}$.

Рассмотрим две явные схемы непрерывного продолжения решения путем численного интегрирования задач Коши (9) с начальным условием $v|_{s=0} = 0$ по параметру s .

Обозначим:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(s_k) &= \mathbf{v}_{(k)}, \mathbf{v}'(s_k) = \mathbf{v}'_{(k)}, \\ \bar{J}(\mathbf{v}(s_k)) &= \bar{J}(\mathbf{v}_{(k)}) = \overline{J_{(k)}} \quad \mathbf{Q}(s_k) = \mathbf{Q}_{(k)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Алгоритм метода Эйлера на итерации $k = 1, 2, 3, \dots$ примет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_l &= \mathbf{0}, \mathbf{v}_{(l)} = \mathbf{0}, \mathbf{Q}_{(l)} = \{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \\ \mathbf{S}_{k+1} &= \mathbf{s}_k + \Delta \mathbf{s}_k, \mathbf{v}'_{(k)} = \text{ort}(\overline{J_{(k)}}, \mathbf{Q}_{(k)}), \\ \mathbf{V}_{(k+1)} &= \mathbf{v}_{(k)} + \mathbf{v}'_{(k)} \Delta \mathbf{s}_k, \mathbf{Q}_{(k+1)} = (\mathbf{v}'_{(k)})^T. \end{aligned} \quad (12)$$

Алгоритм для четырех шагового метода Рунге — Кутты 4-го порядка с погрешностью $O(S^5)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_l &= \mathbf{0}, \mathbf{v}_{(l)} = \mathbf{0}, \mathbf{Q}_{(l)} = \{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \\ \mathbf{S}_{k+1} &= \mathbf{s}_k + \Delta \mathbf{s}_k, \mathbf{v}'_{1(k)} = \text{ort}(\bar{J}(\mathbf{v}_{(k)}), \mathbf{Q}_{(k)}), \\ \mathbf{v}'_{2(k)} &= \text{ort}(\bar{J}(\mathbf{v}_{(k)} + \mathbf{0}, 5\mathbf{v}'_{1(k)} \Delta \mathbf{s}_k), \mathbf{v}'_{1(k)}), \\ \mathbf{v}'_{3(k)} &= \text{ort}(\bar{J}(\mathbf{v}_{(k)} + \mathbf{0}, 5\mathbf{v}'_{2(k)} \Delta \mathbf{s}_k), \mathbf{v}'_{2(k)}), \\ \mathbf{v}'_{4(k)} &= \text{ort}(\bar{J}(\mathbf{v}_{(k)} + \mathbf{v}'_{3(k)} \Delta \mathbf{s}_k), \mathbf{v}'_{3(k)}), \\ \mathbf{v}_{(k+1)} &= \mathbf{v}_{(k)} + (1/6)(\mathbf{v}'_{1(k)} + 2\mathbf{v}'_{2(k)} + 2\mathbf{v}'_{3(k)} + \mathbf{v}'_{4(k)})\Delta \mathbf{s}_k, \\ \mathbf{Q}_{(k+1)} &= (\mathbf{v}'_{4(k)})^T. \end{aligned} \quad (13)$$

Отметим, что для устойчивости процесса численного решения необходимо масштабирование вектора \mathbf{v} .

Результаты численных расчетов. Для тестирования программы использовалась диаграмма одноосного растяжения–сжатия в виде синусоиды с ограниченной областью определения (рис. 2).

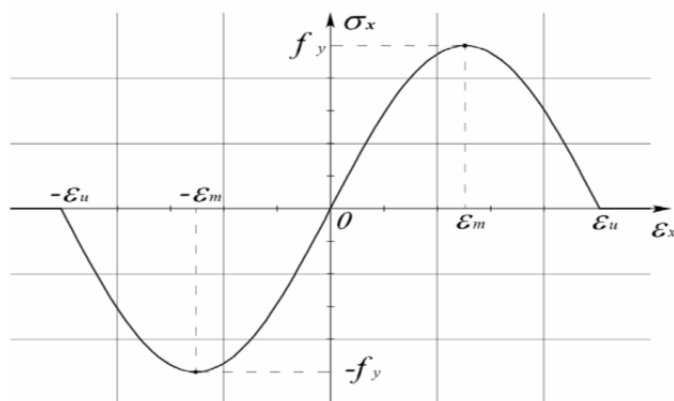


Рис. 2. Тестовая диаграмма одноосного растяжения–сжатия

Данная кривая имеет предельные точки $(-\varepsilon_m, -f_y)$, (ε_m, f_y) и их прохождение имеет интерес. Очевидно, что при использовании данной диаграммы классические методы последовательных нагружений и Ньютона — Раффсона будут давать только одно решение и не будут сходиться при достижении предельной точки.

Заметим, что ниспадающая ветвь диаграммы на участке $[|\varepsilon_m|, |\varepsilon_u|]$ не является абсолютно условной, а присуща некоторым реальным материалам.

Расчеты выполнялись методом Эйлера и четырехшаговым методом Рунге — Кутты 4-го порядка точности. Точные кривые получены методом последовательных перемещений.

Первоначально численные расчеты проводились для квадратной плиты под действием давления 11,25 МПа. Сторона плиты 0,10 м, толщина 0,005 м. Механические свойства: модуль упругости 3 ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,46$. Верхние ребра не имеют вертикального смещения, но могут перемещаться в своей плоскости. Критерием пластичности служит условие Губера — Мизеса с нелинейным изотропным упрочнением. В силу симметрии была рассмотрена четверть плиты, конечно-элементная модель представлена на рис. 3.

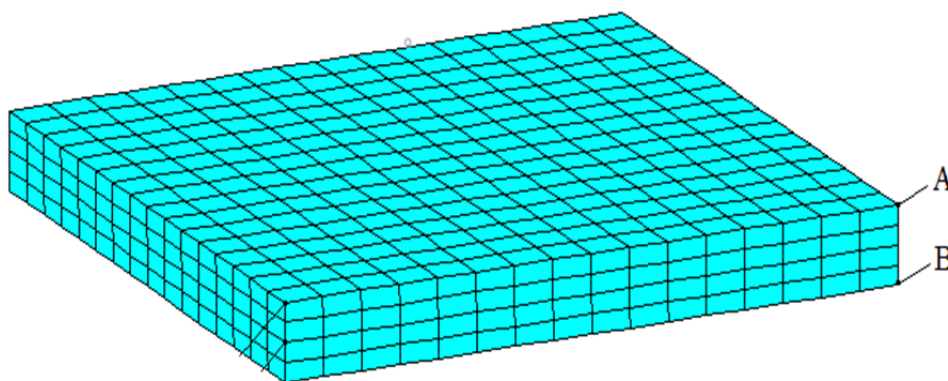


Рис. 3. Конечно-элементная модель

Точки A и B лежат на центральной оси. На рис. 4 показан график зависимости от нагрузки вертикальных перемещений точек A и B , по которому также можно судит об изменении толщины в центральном осевом сечении.

Деформированное состояние с полем вертикальных перемещений точек A и B соответственно представлено на рис. 5. При достижении нагрузки значения 11,25 МПа, как показано на рис. 5, максимальные значения интенсивности пластических деформаций развиваются на боковой грани.

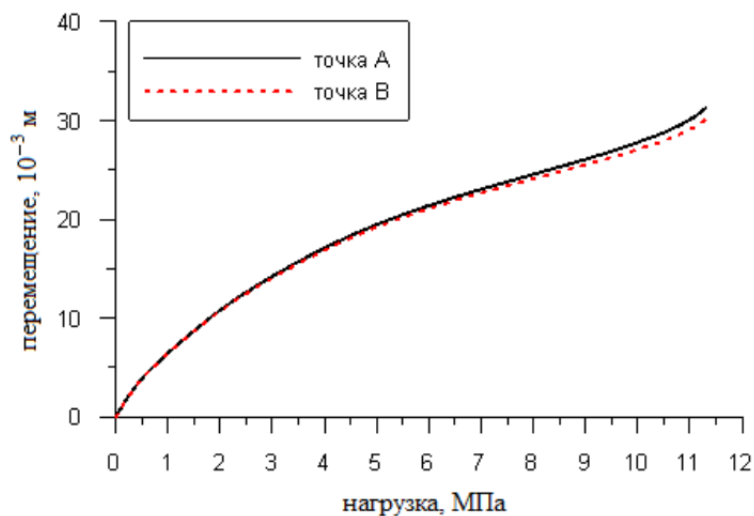


Рис. 4. Зависимость вертикальных перемещений точек A и B от нагрузки

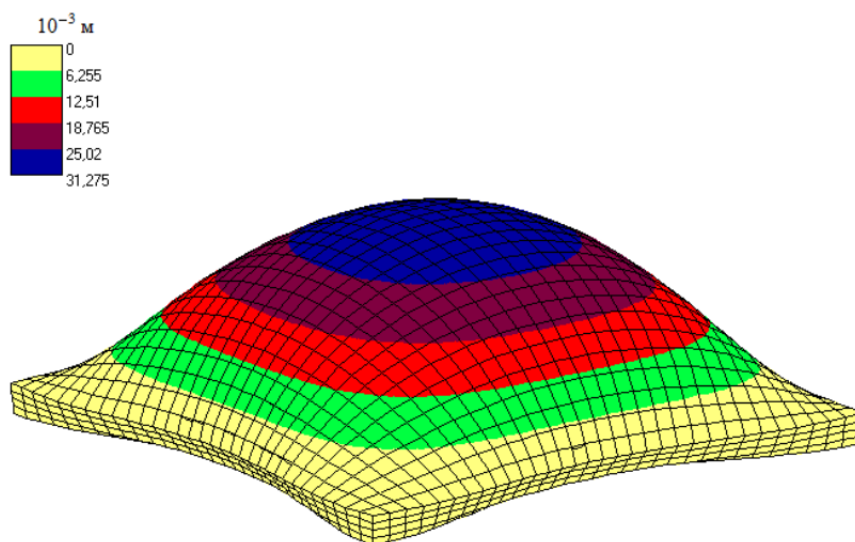


Рис. 5. Деформированное состояние плиты

На втором этапе решалась задача о деформировании круглой плиты под действием давления $P = 0,12$ МПа, приложенного к нижней поверхности плиты. Радиус плиты $0,04$ м, толщина $0,012$ м, $G = 0,44$ МПа. Граничные условия задавались следующим образом: верхнее ребро плиты не имеет вертикального смещения, но может перемещаться в своей плоскости. На рис. 6 изображена плита в начальном состоянии, на рис. 7 — деформированное состояние плиты.

На рис. 8 представлен график зависимости перемещения центральной точки A , лежащей на верхней грани.

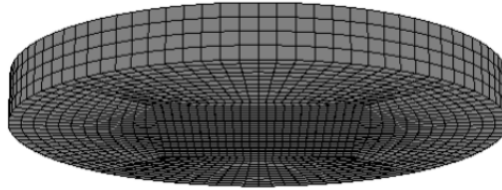


Рис. 6. Начальное состояние круглой плиты

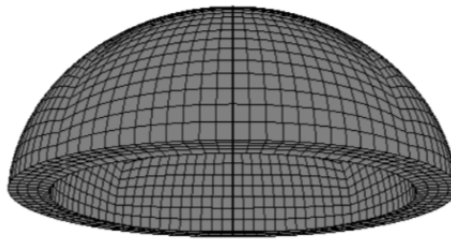


Рис. 7. Деформированное состояние плиты

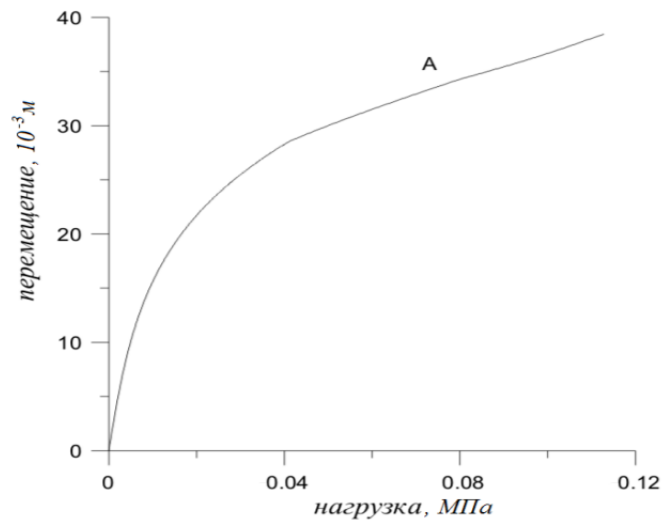


Рис. 8. Перемещение точки A

В обоих расчетах метод Рунге — Кутты показал хорошую сходимость, во втором расчете вследствие малого шага параметра s неплохую сходимость показал также метод Эйлера.

На основе разработанных математических моделей и вычислительных алгоритмов создана авторская программа и для подтверждения достоверности результатов численного решения рассматриваемые задачи были решены с использованием метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS. Результаты авторской программы с высокой точностью совпали с результатами програм-

много комплекса ANSYS, что свидетельствует о достоверности представленных результатов.

Заключение. В статье выполнен обзор существующих численных методов решения и методик исследования закритического поведения осесимметричных сферических оболочек и мембран с учетом физической нелинейности.

Выбрана рациональная математическая модель для описания процесса нелинейного деформирования.

Разработан и реализован в виде авторской программы численный алгоритм исследования процессов нелинейного деформирования многопараметрических систем.

Литература

1. Алфутов Н.А. *Основы расчета на устойчивость упругих систем*. Москва, Машиностроение, 1977, 488 с.
2. Андреева Л.Е. *Упругие элементы устройств*. Москва, Машиностроение, 1982, 456 с.
3. Бидерман В.Л. *Механика тонкостенных конструкций. Статика*. Москва, Машиностроение, 1977, 488 с.
4. Биргер И.А. Расчет конструкций с учетом пластичности и ползучести. *Известия Академии наук СССР. Механика*, 1965, № 2, с. 113–119.
5. Валишвили Н.В. *Методы расчета оболочек вращения на электронной цифровой вычислительной машине*. Москва, Машиностроение, 1976, 278 с.
6. Вольмир А.С. *Сопrotивление деформируемых систем*. Москва, Физматгиз, 1967, 984 с.
7. Гаврюшин С.С. *Разработка методов расчета и проектирования упругих оболочечных конструкций приборных устройств*. Диссертация. Москва, 1994, 316 с.
8. Гаврюшин С.С., Барышникова О.О., Борискин О.Ф. *Численные методы в динамике и прочности машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012, 492 с.
9. Григолюк Е.И., Лопаницин Е.А. *Конечные прогибы, устойчивость и поведение тонких неглубоких оболочек после потери устойчивости*. Москва, МГТУ «МАМИ», 2004, 162 с.
10. Григолюк Е.И., Кабанов В.В. *Устойчивость оболочек*. Москва, Наука, 1978, 360 с.
11. Доклад на Международной научной конференции «Граничные задачи механики сплошной среды и их приложения», посвященной 100-летию со дня рождения Г.Г. Тумашева и 110-летию со дня рождения Х.М. Муштари. *Труды Математического центра им. Н.И. Лобачевского*. Казань, Математическое общество, 2010, т. 42, с. 5–19.
12. Подкопаев С.А., Гаврюшин С.С., Николаева А.С. Анализ процесса нелинейного деформирования гофрированных мембран. *Межвузовский сборник научных трудов: Математическое моделирование и экспериментальная механика деформируемого твердого тела. Том 1*. Тверь, Тверской государственный технический университет, 2017, 162 с. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=29068499>
13. Подкопаев С.А., Гаврюшин С.С., Николаева А.С., Подкопаева Т.Б. Расчет рабочих характеристик перспективных конструкций микроактиваторов. *Межвузовский сборник научных трудов: Математическое моделирование и экспериментальная механика деформируемого твердого тела. Т. 1*. Тверь, Тверской государственный технический университет, 2017, 162 с. <http://elibrary.ru/item.asp?id=29068499>

14. Podkopaev S.A., Gavrushin S.S., Podkopaeva T.B. Methods for studying the post-buckling behavior of axisymmetric membrane. *The First International Symposium on Computer Science, Digital Economy and Intelligent Systems (CSDEIS2019), 4–6 October 2019, Moscow, Russia.*
15. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К. и др. *Расчеты на прочность в машиностроении. Т. 2.* Москва, Машгиз, 1958.
16. Феодосьев В.И. *Упругие элементы точного приборостроения.* Москва, Оборонгиз, 1949.
17. Феодосьев В.И. К расчету хлопающей мембраны. *Прикладная математика и механика*, 1946, т. 10, № 2, с. 295–306.
18. Belhocine Ali. Exact analytical solution of boundary value problem in a form of an infinite hypergeometric series. *International Journal of Mathematical Sciences and Computing (IJMSC)*, 2017, vol. 3, no. 1, pp. 28–37. DOI: 10.5815/ijmsc.2017.01.03
19. Crisfield M.A. A fast Incremental/Iterative solution procedure that handles "snapthrough". *Comput. and Structures*, 1981, vol. 13, no. 1, pp. 55–62.
20. Chuma F.M., Mwanga G.G. Stability analysis of equilibrium points of Newcastle disease model of village chicken in the presence of wild birds' reservoir. *International Journal of Mathematical Sciences and Computing (IJMSC)*, 2019, vol. 5, no. 2, pp. 1–18. DOI: 10.5815/ijmsc.2019.02.01
21. Gupta N.K. Venkatesh Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin-walled spherical shells. *Int. J. of Impact engineering*, 2004, vol. 30, pp. 1225–1240.
22. Marguerre K. Zur Theorie der gerkrümmten Platte großer Formänderung. *Proc. 5th Intern. Congr. Appl. Mech.* Cambridge, Massachusetts, 1938, New York, Wiley, 1939, pp. 93–101.
23. Moshizi M.M., Bardsiri A.K. The Application of MetaHeuristic Algorithms in Automatic Software Test Case Generation, *International Journal of Mathematical Sciences and Computing (IJMSC)*, 2015, vol. 1, no. 3, pp. 1–8. DOI: 10.5815/ijmsc.2015.03.01
24. Mescall J. Numerical solution of nonlinear equations for shell of revolution. *AIAA J.*, 1966, vol. 4, no. 11, pp. 2041–2043.
25. Reissner E. Asymmetrical deformations of thin shells of revolution, Proc. of Symp. In: *Appl. Math., Amer. Math. Soc.*, 1950, vol. 3, pp. 27–52.
26. Riks E. The application of Newton's method to the problem of elastic stability. *J. Appl. Mech.*, 1972, vol. 39, pp. 1060–1065.

Моделирование соединительного слоя при конечно-элементном анализе биомеханических систем

© С.С. Гаврюшин, И.В. Компаниец, П.С. Шильников*

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail (докладчика): shilnicov@bmstu.ru

Аннотация. Рассматривается методика, реализованная в виде прикладной программы, позволяющая моделировать тонкие промежуточные слои для анализа биомеханических объектов. Использование разработанной методики помогает преодолеть трудности, обу-

словенные недостаточной разрешающей способностью компьютерных томограмм, используемых для построения конечно-элементных моделей. Приведен пример конечно-элементной модели, содержащей соединительный слой, предназначенный для анализа реальных биомеханических систем. В качестве примера прикладная программа GlueMaker была использована для моделирования слоя периодонта. Проведены расчеты с двумя наборами исходных данных. Для каждого набора исходных данных представлены расчеты без слоя периодонта и со слоем периодонта. Добавление в модель соединительного слоя позволяет достичь более адекватных результатов расчета.

Ключевые слова: биомеханика, моделирование, периодонт, призма, слой, тетраэдр, томограмма.

Наиболее значимые достижения мирового уровня в области биомеханики и высокотехнологичной хирургии связаны с использованием специальных программно-аппаратных систем (САС-систем), предназначенных для автоматизации проведения диагностических процедур, предоперационного планирования и виртуального моделирования анализируемых будущих операций. Поскольку отсутствует возможность проводить операцию заново желаемое число раз для улучшения ее результатов при первоначальном предоперационном состоянии организма, существует потребность иметь индивидуальную модель, а не обобщенную модель.

При обработке диагностических данных, полученных методом компьютерной томографии, возникает необходимость моделирования относительно тонких, но функционально важных промежуточных и соединительных слоев (слой периодонта, адгезионный слой, соединяющий естественные ткани зуба и композитную реставрацию и т. д.).

Соединительный слой может изначально отсутствовать или не распознаваться при программной обработке компьютерной томографии, поскольку часто его толщина сопоставима с разрешающей способностью томограммы, и выделить его не представляется возможным. В обоих случаях требуется построение модели слоя. Аналогичные задачи возникают и в других областях, где также актуально моделирование соединительных слоев. Для построения модели соединительного слоя, соединяющего пары смежных компонентов, разработана прикладная программа GlueMaker.

Конечно-элементная модель, созданная в системе Amiga на основе данных компьютерной томографии, является исходными данными для программы GlueMaker.

Методика проверялась на примере из области биомеханики: моделирование периодонта (слой изначально существует, но не распознается) [1]. Между компонентами, представляющими кортикальную

кость и губчатую кость, построен компонент, имеющий слой периодонта с постоянной толщиной 0,28 мм.

Расчеты проводились в программе ANSYS с заданием граничных условий (закрепление сторон модели, которые параллельны вестибулярно-язычному направлению) и приложением нагрузки (сосредоточенная сила величиной 1 Н прикладывалась в середине вестибулярной поверхности коронки зуба в вестибулярно-язычном направлении).

Проведены расчеты с двумя наборами механических характеристик эмали, дентина, кортикальной и губчатой костей, периодонта. Для каждого набора исходных данных проведены расчеты без слоя периодонта и со слоем периодонта.

В случае жестких свойств костной ткани перемещение составит для модели без слоя периодонта 0,0000847 мм, а для модели со слоем периодонта — 0,003685 мм:

$$\frac{0,003685}{0,0000847} \approx 43,5,$$

т. е. перемещения отличаются приблизительно в 43,5 раза.

В случае мягких свойств костной ткани перемещение составит для модели без слоя периодонта 0,000366 мм, а для модели со слоем периодонта 0,0045 мм:

$$\frac{0,0045}{0,000366} \approx 12,3,$$

т. е. перемещения отличаются приблизительно в 12,3 раза.

Заключение. Использован пример конечно-элементной модели, содержащей соединительный слой, предназначенный для анализа реальных биомеханических систем. Подтверждено, что добавление в модель соединительного слоя позволяет достичь более адекватных результатов расчета.

Литература

1. Гаврюшин С.С., Компаниец И.В., Шильников П.С. Моделирование соединительного слоя при конечно-элементном анализе биомеханических систем. *Материалы XXVII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (Вятичи, 17–21 мая 2021 г.)*, 2021, т. 1, с. 70–72.
2. Wolf H. *Color Atlas of Dental Medicine. Periodontology*. Stuttgart, Thieme, 2005, 532 p.

Modeling of the connecting layer in the finite element analysis of biomechanical systems

© S.S. Gavryushin, I.V. Kompaniets, P.S. Shilnikov*

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): shilnicov@bmstu.ru

Abstract. A technique is considered, implemented in the form of an application program, which makes it possible to model thin intermediate layers for the analysis of biomechanical objects. The use of the developed technique makes it possible to overcome the difficulties caused by the insufficient resolution of computer tomograms used to construct finite element models. An example of a finite element model containing a connecting layer intended for the analysis of real biomechanical systems is given. As an example, the GlueMaker application was used to simulate the periodontal layer. Simulations were carried out with two sets of initial data. For each set of initial data, Simulations were performed without a periodontal layer and with a periodontal layer. Adding a connecting layer to the model allows to achieve more adequate simulation results.

Keywords: *biomechanics, modeling, periodontium, prism, layer, tetrahedron, tomogram.*

References

1. Gavryushin S.S., Kompaniets I.V., Shilnikov P.S. Modeling of the connecting layer in the finite element analysis of biomechanical systems. *Proceedings of the XXVII International Symposium "Dynamic and technological problems of a mechanics of constructions and continuous mediums" dedicated to A.G. Gorshkov (Vyatichi, May 17–21, 2021)*, 2021, vol. 1, pp. 70–72.
2. Wolf H. *Color Atlas of Dental Medicine. Periodontology*. Stuttgart, Thieme, 2005, 532 p.

Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния элемента конструкции топливного бака ракеты-носителя без усиления сварного шва от действия внутреннего давления при разных температурах эксплуатации

© В.И. Богданович, М.Г. Гиорбелидзе

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва (Самарский университет), Самара, Россия

E-mail: bogdanovich@ssau.ru, m.giorbelidze@ssau.ru

Аннотация. В настоящее время одной из актуальных проблем является создание новых образцов ракетно-космической техники тяжелого и сверхтяжелого классов для выведения на орбиту полезной нагрузки. Задача по разработке новых образцов космической техники, исправно выполняющих назначенные им функции, решается в том числе оптимизацией конструкции, а также внедрением новых материалов и сплавов. В работе проведены исследования относительно применения алюминиевых сплавов при производстве топливных баков ракеты-носителя. Обобщены достоинства и недостатки алюминиевых сплавов АМг6 и 1580, а также их сварных соединений. Проведено математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в ANSYS элемента конструкции топливного бака ракеты-носителя без усиления сварного шва из алюминиевых сплавов АМг6 и 1580. Определены критические давления в элементе конструкции топливного бака ракеты-носителя без усиления сварного шва, приводящие к разрушению сварного соединения применительно к алюминиевым сплавам АМг6 и 1580 при нормальной, пониженной и повышенной температурах эксплуатации.

Ключевые слова: *ракета-носитель, элемент конструкции топливного бака, алюминиевые сплавы, сварной шов без усиления, математическое моделирование, напряженно-деформированное состояние, критическое давление.*

В настоящее время одной из актуальных проблем является создание новых образцов ракетно-космической техники тяжелого и сверхтяжелого классов для выведения на орбиту полезной нагрузки. Задача по разработке новых образцов космической техники, исправно выполняющих назначенные им функции, решается в том числе оптимизацией конструкции, а также внедрением новых материалов и сплавов [1–7].

В работе проведены исследования относительно применения алюминиевых сплавов при производстве топливных баков ракеты-носителя. Обобщены достоинства и недостатки алюминиевых сплавов АМг6 и 1580, а также их сварных соединений.

Проведено математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в ANSYS элемента конструкции топливного бака ракеты-носителя без усиления сварного шва из алюминиевых сплавов АМг6 и 1580. Рассматриваемый элемент конструкции топливного бака ракеты-носителя, сваренный из трех листов с расположением сварных швов без усиления через 120° , представлял собой тонкостенный цилиндр, к внутренней поверхности которого приложено внутреннее давление. Материал топливного бака и сварных швов в первом случае — алюминиевый сплав АМг6, во втором случае — алюминиевый сплав 1580. Исследования по определению кри-

тические давления в элементе конструкции топливного бака ракеты-носителя без усиления сварного шва, приводящие к разрушению материала сварного соединения, проводились для нормальной, пониженной и повышенной температур эксплуатации.

Анализ полученных результатов математического моделирования позволил определить для исследуемых алюминиевых сплавов зависимость критического давления в элементе конструкции топливного бака ракеты-носителя без усиления сварного шва от температуры эксплуатации. Таким образом, замена используемого в данный момент при производстве топливного бака ракеты-носителя алюминиевого сплава АМг6 на новый алюминиевый сплав 1580 позволит существенно увеличить прочность сварной конструкции, в некоторых случаях — на десятки процентов.

Литература

1. Барвинок В.А., Богданович В.И., Дементьев С.Г. и др. *Современные технологии в авиа- и ракетостроении*. Барвинок В.А., ред. Москва, Машиностроение, 2014, 402 с.
2. Чумадин А.С., Ершов В.И., Барвинок В.А. и др. *Избранные главы по авиа- и ракетостроению*. Москва, Наука и технологии, 2005, 655 с.
3. Чумадин А.С., Ершов В.И., Барвинок В.А. и др. *Теоретические основы авиа- и ракетостроения*. Москва, Дрофа, 2005, 783 с.
4. Клочков Г.Г., Плотников А.Д. Применение новых сплавов в ракетно-космической технике. *Цветные металлы*, 2013, № 9, с. 54–57.
5. Каблов Е.Н. Материалы для изделия «Буран» — инновационные решения формирования шестого технологического уклада. *Авиационные материалы и технологии*, 2013, № S1, с. 3–9.
6. Захаров В.В. Особенности кристаллизации алюминиевых сплавов, легированных скандием. *Металловедение и термическая обработка металлов*, 2011, № 9, с. 12–18.
7. Rioja R.J., Denzer D.K., Mooy D., Venema G. Lighter and Stiffer Materials for Use in Space Vehicles. In: *Proc. 13th Int. Conf. on Aluminum Alloys (ICAA-13)*, 2012, pp. 593–598.

Mathematical modeling of the stress-strain state of structural element booster fuel tank without strengthening the weld from the action of internal pressure at different operating temperatures

© V.I. Bogdanovich, M.G. Giorbelidze

Samara National Research University, Samara, Russia
E-mail: bogdanovich@ssau.ru, m.giorbelidze@ssau.ru

Abstract. Currently, one of the urgent problems is the creation of new models of heavy and super heavy rocket and space technology for launching a payload into orbit. The task of developing new samples of space

technology that properly perform their assigned functions is solved, among other things, by optimizing the design, as well as by introducing new materials and alloys. In this paper, research has been conducted on the use of aluminum alloys in the production of fuel tanks of a launch vehicle. The advantages and disadvantages of aluminum alloys AMg6 and 1580, as well as their welded joints, are summarized. Mathematical modeling of the stress-strain state in ANSYS of the structural element of the fuel tank of the launch vehicle without reinforcing the weld made of aluminum alloys AMg6 and 1580 is carried out. The critical pressures in the structural element of the booster fuel tank without strengthening the weld, leading to the destruction of the welded joint in relation to aluminum alloys AMg6 and 1580 at normal, low and elevated operating temperatures, are determined.

Keywords: *launch vehicle, fuel tank structural element, aluminum alloys, weld without reinforcement, mathematical modeling, stress-strain state, critical pressure.*

References

- 1 Barvinok V.A., Bogdanovich V.I., Dementiev S.G., et al. *Modern technologies in aviation and rocket engineering*. Barvinok V.A., ed. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2014, 402 p.
- 2 Chumadin A.S., Ershov V.I., Barvinok V.A., et al. *Selected chapters on aviation and rocket engineering*. Moscow, Science and Technology, 2005, 655 p.
- 3 Chumadin A.S., Ershov V.I., Barvinok V.A., et al. *Theoretical foundations of aviation and rocket engineering*, Moscow, Drofa, 2005, 783 p.
- 4 Klochkov G.G., Plotnikov A.D. Application of new alloys in rocket and space technology. *Non-ferrous Metals*, 2013, no. 9, pp. 54–57.
- 5 Kablov E.N. Materials for the Buran product - innovative solutions for the formation of the sixth technological order. *Aviation materials and technologies*, 2013, no. S1, pp. 3–9.
- 6 Zakharov V.V. Features of crystallization of aluminum alloys alloyed with scandium. *Metal Science and Heat Treatment*, 2011, no. 9, pp. 12–18.
- 7 Rioja R.J., Denzer D.K., Mooy D., Venema G. Lighter and Stiffer Materials for Use in Space Vehicles. In: *Proceedings of the 13-th International Conference on Aluminum Alloys (ICAA-13)*, 2012, pp. 593–598.

Анализ возможностей и ограничений наземной экспериментальной обработки процессов трансформации ракетно-космических конструкций

© В.Н. Бакулин^{1*}, С.В. Борзых^{2*}, Р.С. Бычков², К.В. Терешина²

¹ИПРИМ РАН, Москва, Россия

²ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва», Королёв, Россия

*E-mail: vbak@yandex.ru, rigidbor@gmail.ru

Аннотация. Процессы механической трансформации ракетно-космических конструкций — одна из ключевых операций, непосредственно определяющих успех миссии. В связи с этим становится остроактуальной их экспериментальная отработка на наземных стендах, в максимальной степени учитывающих условия реального протекания процессов трансформации.

Проанализированы возможности наземных стендов для отработки различных процессов трансформации — раскрытия солнечных батарей, процессов отделения элементов ракетно-космических систем, трансформации посадочных устройств, содержащих энергопоглотители. Рассмотрены схемы стендов, описаны ограничения, не позволяющие в полной мере воспроизвести условия протекания процессов трансформации.

Ключевые слова: космические конструкции, трансформация, экспериментальная отработка.

Тезисы. Трансформация (изменение формы или структуры) ракетно-космических конструкций является одной из самых ответственных фаз их функционирования, поскольку отказ систем, обеспечивающих трансформацию, практически всегда ведет к возникновению нештатных и аварийных ситуаций и, как следствие, к невыполнению задач миссии в целом. В связи с этим такого рода процессы проходят экспериментальную отработку на комплексных наземных стендах, которые должны в максимальной степени воспроизводить реальные условия протекания процессов трансформации [1].

Раскрытие крупногабаритных космических конструкций (антенн, солнечных батарей) происходит на орбитальном участке полета, поэтому ключевой проблемой наземной экспериментальной отработки является необходимость воспроизведения невесомости. Как правило, при наземной экспериментальной отработке фрагмент корпуса аппарата (базы, относительно которой происходит раскрытие) фиксируется на поверхности, а элементы раскрываемой конструкции «обезвешиваются» с помощью блочно-тросовой системы с противовесом, равным весу обезвешиваемого элемента — т. н. стенды вертикального раскрытия. На таком стенде можно проверить работу механических устройств (замков, толкателей, пружин кручения и т. д.), логику подачи команд, электрические связи, оценить время полного раскрытия, можно также импульсным методом определить частоты низших тонов колебаний раскрытой в рабочее положение конструкции. В то же время на такого рода стендах невозможно воспроизвести угловую скорость, которой обладал аппарат в момент начала процесса раскрытия, невозможно также учесть влияние температуры внешней среды, которая в реальном полете колеблется в широких пределах ($\pm 40^\circ$). Не удастся также воспроизвести нештатные ситуации раскрытия, такие,

например, как задержка или даже нераскрытие одного из «крыльев» солнечной батареи.

Тем не менее вновь создаваемые трансформируемые конструкции обязательно проходят наземную отработку, несмотря на то, что создание экспериментальной установки — чрезвычайно трудоемкий и дорогостоящий процесс. Это объясняется тем что помимо реализации возможностей экспериментальной установки такая отработка необходима по формальной причине — при прохождении проектом экспертизы, осуществляемой головными профильными научно-исследовательскими организациями. Кроме того, результаты экспериментальной отработки позволяют верифицировать математическую модель процесса трансформации, созданную на этапе проектирования и использовавшуюся при рациональном выборе характеристик системы раскрытия. При этом необходимо отметить, что модель процесса раскрытия на экспериментальной установке существенно сложнее модели штатного раскрытия, поскольку учитывает, помимо прочего, свойства тросов как вязкоупругих пружин, трение в осях блоков и др.

Другим критически важным процессом трансформации является отделение створок обтекателя полезного груза (пилотируемого, грузового, автоматического аппарата и др.). Как правило, обтекатель состоит из нескольких отдельно сбрасываемых створок, причем кинематическая схема процесса отделения предполагает предварительный разворот створок относительно оси вращения, зафиксированной на носителе. После достижения определенного угла разворота ось раскрывается, и начинается участок автономного движения створок относительно носителя, продолжающего функционирование. Экспериментальный стенд для отработки отделения створок содержит раму, установленную достаточно высоко от земли, на которой размещается детальный макет аппарата, закрытый обтекателем. После срабатывания элементов крепления створок и раскрытия осей вращения створки совершают свободное движение и падают на сеть улавливания, предназначенную для исключения повреждения створок и обеспечения их многократного использования в процессе испытаний. На таком стенде также можно проверить работу механических, пиротехнических устройств, логику подачи команд, а также зафиксировать кинематические параметры процесса — углы разворота, угловую скорость и т. д. — с помощью кинокамеры и датчиков угловой скорости. На стенде также подтверждается достаточность зазоров между створками обтекателя и конструкцией аппарата, поскольку створки, представляющие собой тонкостенные разрезные оболочечные конструкции, обладают выраженными упругими свойствами и в процессе разворота и последующего отделения совершают колебания, которые могут привести к соударению отдельных «опасных» точек с конструкцией космического аппарата. Принципиально невозпроиз-

водима на таком стенде угловая скорость носителя, которой он обладает на момент подачи команды на отделение створок, а также перегрузка, обусловленная силой тяги маршевого двигателя, которая может быть отличной от единицы. Хотя процесс отделения створок обычно осуществляется после прохождения атмосферного участка, тем не менее на момент отделения створок сохраняется скоростной напор порядка 50 Н/м^2 , который также не воспроизводится при экспериментальной установке, хотя интегральную силу аэродинамического сопротивления при длине створок в 10 и более метров и диаметре в несколько метров нельзя считать несущественной.

Еще одним примером трансформируемой механической конструкции является посадочное устройство возвращаемого аппарата. Устройство включает три или четыре опоры, представляющие собой стержневые конструкции, содержащие энергопоглощающие элементы и контактирующие с посадочной поверхностью опорными тарелками. Гашение скорости возвращаемого аппарата перед посадкой осуществляется (при наличии атмосферы) с помощью аэродинамических тормозных устройств, например парашюта, либо с помощью специальных тормозных двигателей. Тем не менее в силу погрешностей системы управления спуском к моменту контакта у возвращаемого аппарата сохраняется остаточная угловая скорость до нескольких метров в секунду, а также угловая скорость до десяти и более градусов в секунду. При массе аппарата в несколько тонн его кинетическая энергия существенна и должна быть погашена путем обжатия энергопоглощающих элементов (сотовых, фрикционных на сухом трении, энергопоглотителей среза, энергопоглотителей с деформируемым стержнем), которое приводит к трансформации опор посадочного устройства [2].

После того как облик посадочного устройства определен (обычно после этапа выпуска рабочей документации), обязательной является наземная экспериментальная отработка отдельных элементов посадочного устройства, посадочного устройства в целом и комплексная отработка процесса посадки с использованием полноразмерного габаритно-массового макета с штатным посадочным устройством.

Экспериментальная отработка процесса посадки проходит в несколько этапов. Сначала автономно определяются действительные характеристики энергопоглотителей, затем проводятся так называемые копровые испытания, целью которых является проверка работоспособности собственно посадочного устройства, когда штатным посадочным устройством снабжается массовый аналог возвращаемого аппарата.

Наиболее трудоемкими, сложными и дорогостоящими являются комплексные испытания процесса посадки полноразмерного габаритно-массового макета. Экспериментальная отработка проводится

для определения перегрузок, действующих на экипаж и приборы, анализа влияния начальных кинематических параметров аппарата (скорости центра масс, угловой скорости, ориентации аппарата относительно посадочной поверхности) на устойчивость его движения, изучения влияния свойств грунта на динамику процесс посадки. Важнейшей целью, как и для других процессов трансформации, является также сравнение экспериментальных данных с результатами расчета по математической модели, модифицированной к условиям проведения эксперимента, с целью оценки достоверности расчетной модели, что важно не только по сути, но и с формальной точки зрения — для прохождения экспертиз проекта в профильных головных научно-исследовательских организациях.

Используются различные типы стендов. Например, массовый аналог возвращаемого аппарата сбрасывается с определенной высоты, выбранной из условия получения необходимой вертикальной скорости в момент удара о поверхность. Горизонтальная компонента скорости обеспечивается разгоном макета на тележке, при этом рельса располагается на требуемой высоте. Начальные условия — углы ориентации аппарата и угловые скорости — при этом не воспроизводятся.

Маятниковый стенд позволяет более адекватно воспроизвести процесс посадки. Достижение необходимой вертикальной и горизонтальной компонент скорости центра масс осуществляется значительной высотой подвески макета и значительными размерами консольной отклоняемой стрелы. Горизонтальная скорость макета в момент отрыва от консольной стрелы может составлять 5–7 м/с, а в нестандартных ситуациях и более, поэтому размеры всего стенда и площадки приземления весьма значительны, трудоемкость и стоимость создания такого стенда крайне велики. Сложной конструкцией является также площадка приземления, которая должна быть снабжена поворотным устройством для моделирования углов уклона посадочной поверхности и приспособлением для смены грунта, механические свойства которого должны меняться в широком диапазоне, применительно к разным сезонам.

Дополнительная сложность состоит в том, что до момента отрыва от консольной стелы макет совершает поступательное движение и после отрыва движется, не вращаясь, в то время как ориентация аппарата, его угловая скорость являются одними из параметров, наиболее существенно влияющими на устойчивость движения аппарата по грунту. Для получения на стенде необходимых углов ориентации и угловой скорости требуется его конструктивная доработка — например, эксцентричная подвеска с возможностью разрыва дополнительной связи на определенном угле отклонения консольной стрелы, причем для определения необходимого эксцентриситета и угла

разрыва связи требуется разработка теоретической модели установки и большой объем расчетов применительно к конкретным параметрам установки, характеристикам макета и заданному диапазону начальных кинематических условий. Кроме того, достаточно трудоемкой и дорогостоящей процедурой является оснащение стенда необходимым комплектом регистрирующей и измерительной аппаратуры.

Литература

1. Колесников К.С., Кокушкин В.В., Борzych С.В., Панкова Н.В. *Расчет и проектирование систем разделения ступеней ракет*. 2-е изд., доп. Красноярск, Изд-во СГАУ им. Решетнёва, 2011, 337 с.
2. Бакулин В.Н., Борzych С.В., Воронин В.В. Динамика посадки космического аппарата при отказе элементов его посадочного устройства. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*, 2016, № 1, с. 22–26.

Analysis of the possibilities and limitations of ground-based experimental testing of the processes of transformation of rocket and space structures

© V.N. Bakulin^{1*}, S.V. Borzykh^{2*}, R.S. Bychkov², K.V. Tereshina²

¹ IPRIM RAS, Moscow, Russia

² PJSC RKK Energia, Korolev, Moscow Region, Russia

*E-mail: vbak@yandex.ru, rigidbor@gmail.ru

Abstract. The processes of mechanical transformation of rocket and space structures are one of the key operations that directly determine the success of the mission. In this regard, their experimental testing on ground stands, taking into account the conditions of the real course of transformation processes to the maximum extent, becomes acutely relevant. The possibilities of ground-based stands for testing various transformation processes — the opening of solar panels, the separation of elements of rocket and space systems, the transformation of landing devices containing energy absorbers are analyzed. The schemes of the stands are considered, the limitations that do not allow to fully reproduce the conditions of the transformation processes are described.

Keywords: space structures, transformation, experimental testing.

References

1. Kolesnikov K.S., Kokushkin V.V., Borzykh S.V., Pankova N.V. *Calculation and design of rocket stage separation systems*. 2nd ed. Krasnoyarsk, Publ. house of SibGAU named after M.F. Reshetnev, 2011, 337 p.
2. Bakulin V.N., Borzykh S.V., Voronin V.V. Dynamics of spacecraft landing in case of failure of elements of its landing device. *News of higher educational institutions. Aviation Technology*, 2016, no. 1, pp. 22–26.

Влияние сил инерции на скорости распространения упругих возмущений в материале ленточной пилы

© А.В. Брюквин, О.Ю. Брюквина

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: bryukvin_a@mail.ru, bryukvina_o@mail.ru

Аннотация. Представлена математическая модель, описывающая продольно-поперечные колебания ленточной пилы с учетом ее продольного движения. Проанализированы скорости распространения продольных и поперечных возмущений в материале ленточной пилы. Выявлены причины возникновения поперечной неустойчивости и определены критические скорости продольного движения ленточной пилы.

Ключевые слова: гибкая нить, колебания, ленточная пила.

The influence of inertia forces on the speed of propagation of elastic disturbances in the material of the band saw

© A.V. Bryukvin, O.Yu. Bryukvina

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: bryukvin_a@mail.ru, bryukvina_o@mail.ru

Abstract. A mathematical model is presented that describes the longitudinal transverse vibrations of a band saw taking into account its longitudinal motion. The velocities of propagation of longitudinal and transverse disturbances in the material of the band saw are analyzed. The reasons for the occurrence of transverse instability are revealed and the critical speeds of the longitudinal motion of the band saw are determined.

Keywords: flexible string, band saw, oscillations.

Математическое моделирование формирования отверстия с подкреплением в композитном изделии

© Ю.А. Вашуков

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия

Аннотация. Одним из способов повышения несущей способности соединений является постановка промежуточной подкрепляющей втулки, позволяющей перераспределить напряжения и снизить концентрацию напряжений на границе отверстия. Для определения зависимости конструктивных параметров на деформированное состояние

втулки по контуру отверстия с подкреплением разработана математическая модель. Представлены результаты экспериментальных и конечно-элементных исследований процесса постановки подкрепляющей втулки в отверстие детали из полимерного композиционного материала, подтверждающих адекватность разработанной модели и эффективность получаемого механического точечного соединения.

Ключевые слова: математическое моделирование, анизотропия, подкрепление, композиционные материалы, конечно-элементная модель, напряженно-деформированное состояние, несущая способность, экспериментальные исследования.

Введение. Долговечность конструкций из композиционных материалов (КМ), в первую очередь, определяется ресурсом болтовых и заклепочных соединений, которые являются концентраторами напряжений и источниками зарождения усталостных трещин [1]. Подкрепление стенок отверстий элементами (втулками, вкладышами) из однородного материала является одним из способов повышения несущей способности конструкций, выполненных из КМ [1, 2]. В работе [2] разработан способ постановки подкрепляющего элемента в отверстие листовой заготовки из КМ.

Целью работы является экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния соединения в конструкции из полимерного КМ и разработка математической модели процесса формирования отверстия с подкреплением.

Экспериментальные исследования. С помощью конечно-элементного моделирования проведены экспериментальные исследования по определению геометрических параметров подкрепляющего элемента и анализ деформированного состояния подкрепляющего элемента. В качестве материала листовой заготовки использовался углепластик марки КМУ-7Т толщиной 4,0 мм, в качестве материала втулки — алюминиевый и титановый сплавы. В процессе экспериментальных исследований использовались втулки, геометрические размеры которых указаны на рис. 1, а–г.

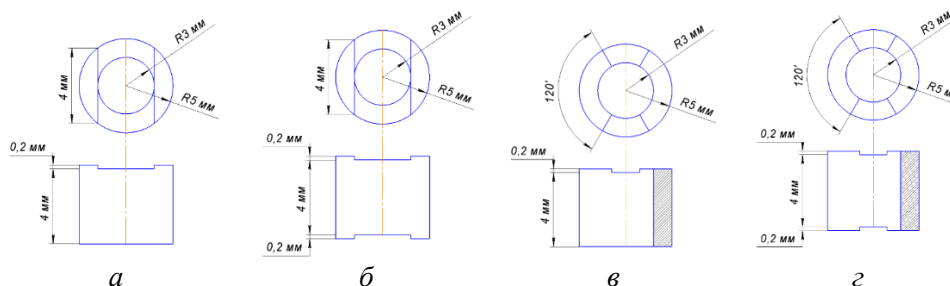


Рис. 1. Геометрические параметры подкрепляющих втулок, используемых в экспериментальных исследованиях

Анализ деформированного состояния запрессованных втулок, указанных на рис. 1, а, б, показал неравномерность деформации по высоте пластины, что недопустимо, так как это приводит к неравномерности поля напряжения по высоте пластины из ПКМ. С учетом указанных недостатков был опробован тип втулки, представленный на рис. 1, в. Анализ деформированного состояния показал, что ситуация в целом улучшается, однако равномерной деформации не наблюдается. Исследование деформированного состояния осажённой втулки с двухсторонними выступами (рис. 1, г) показало, что в зонах радиальной раздачи деформации по внешнему контуру втулки равномерны по высоте (рис. 2), что позволяет получить равномерное поле напряжений по высоте в пластине.

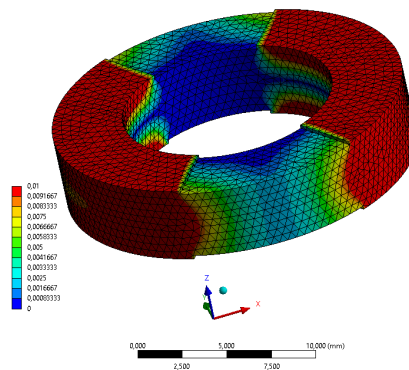


Рис. 2. Деформированное состояние подкрепляющей втулки с двухсторонними выступами

Радиальные перемещение по внешнему контуру подкрепляющей втулки определялись из соотношений, полученных в работе [3]:

$$U_r = \frac{1}{2} aR \left(1 - \frac{r^2}{R^2 \cos(\phi)^2} \right), \quad (1)$$

где r — внутренний радиус подкрепляющей втулки; R — внешний радиус подкрепляющей втулки.

Варьируемый параметр a определялся из выражения

$$a = \left[\frac{\sqrt{3}(E_t)^{1-n} \sigma_\sigma (1+n) \psi_1 B_1}{\sigma_\sigma h_0 B_2 + 0.433(E_z)^{1-n} h B_3 SLM} \right]^{1-n}, \quad (2)$$

где σ_σ — предел прочности материала втулки; E_t — относительное сужение, отвечающее образованию устойчивой шейки; $n = \frac{E_t}{(1 + E_t)}$;

h — высота листовой заготовки; h_0 — первоначальная высота подкрепляющей втулки; $E_z = (h_0 - h)/h_0$;

$$B_1 = 2.66[R^3 - (r_1)^3] - 4(r_1)^2(R - r_1) + \frac{Sh^2 B_4}{\pi\psi_1}; S = \frac{\pi[R^2 - (r_1)^2]}{2F_{сезм}};$$

$$L = E_i^n(1 + n); B_2 = 3[R^2 - (r_1)^2] - \frac{r^4}{[R^2 - (r_1)^2]};$$

$$B_3 = \frac{k - \nu_{12} + N(\sin(\psi)^2 + k \cos(\psi)^2)}{qt}; B_4 = \frac{R\pi}{t} - r_1 \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{t} + \frac{\pi}{2t}\right)\right);$$

$$M = \left[\left[R^2 + 2(r_1)^2 - \frac{(r_1)^4}{R^2} \right] + 2\psi_2 h \left[R - \frac{(r_1)^2}{R} \right] \right],$$

где ψ_1 — эмпирический коэффициент, учитывающий состояние трущихся поверхностей и форму очага деформации,

$\psi_1 = \mu_1 + \frac{1}{8} \frac{b}{h} (1 - \mu) \sqrt{\mu_1}$; μ_1 — коэффициент трения;

$\psi_2 = \mu_2 + \frac{1}{8} \frac{R}{H} (1 - \mu_2) \sqrt{\mu_2}$; μ_2 — коэффициент трения в контакте

между втулкой и стенкой отверстия листовой заготовки; $t = \frac{180^\circ}{\alpha}$;

α — угол охвата выступа; r_1 — минимальное расстояние от центра втулки до внутренней стенки сегмента.

Таким образом, зная варьируемый параметр a из соотношения (1), можно определить зависимость деформированного состояния подкрепляющего элемента по внешнему контуру подкрепляющей втулки от ее конструктивных параметров.

Для оценки эффективности разработанного способа образования отверстия с подкреплением производился расчет напряженно-деформированного состояния подкрепляющего элемента и пластины, выполненной из материала КМУ-4Л, по следующим трем этапам.

1. Определялась величина радиального перемещения при постановке подкрепляющего элемента в отверстие композита.

2. Определялись радиальные сжимающие напряжения, появляющиеся в результате запрессовки втулки, с учетом контакта между втулкой и пластинкой.

3. Путем суммирования монтажных напряжений от запрессовки подкрепляющего элемента и напряжений, обусловленных внешней растягивающей нагрузки, определялось результирующее напряженное состояние.

Изменение величины U_r по контуру отверстия с подкреплением показаны на рис. 3.

Для определения монтажных напряжений, появляющихся в результате запрессовки подкрепляющей втулки, была разработана и проверена на адекватность конечно-элементная модель (КЭМ) с использованием программного комплекса ANSYS. С помощью разработанной КЭМ определялись радиальные сжимающие напряжения, появляющиеся в результате запрессовки подкрепляющей втулки (рис. 4).

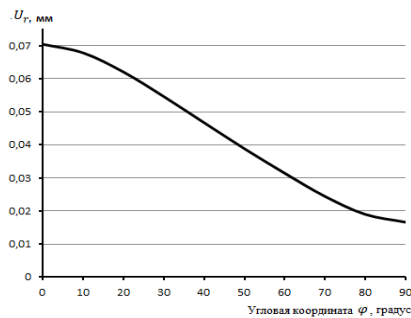


Рис. 3. Изменение величины U_r в зависимости от угловой координаты

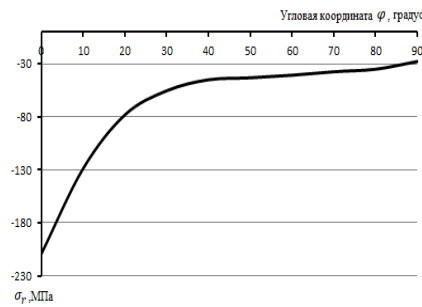


Рис. 4. Радиальные сжимающих напряжений от запрессовки подкрепляющего элемента

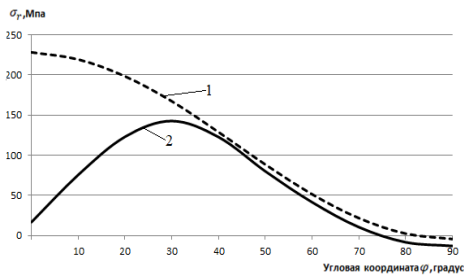


Рис. 5. Результирующее напряженное состояние от запрессовки подкрепляющего элемента и напряжений, обусловленных внешней нагрузкой:

1 — втулка вклеена; 2 — втулка вклеена и запрессована

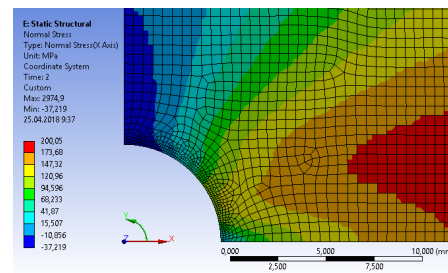


Рис. 6. Радиальные напряжения, возникающие в пластинке с вклеенной и запрессованной втулкой от действия внешней растягивающей нагрузки

Результирующее напряженное состояние от запрессовки подкрепляющего элемента и напряжений, обусловленных внешней растягивающей нагрузки, определялось с помощью разработанной конечно-элементной модели. На рис. 5 показаны определяемые результирующие напряжения от действия растягивающей нагрузки. Анализ графиков показывает эффективность разработанного способа образования отверстий с подкреплением в деталях из КМ. На рис. 6 представлено напряженное состояние отверстия с подкреплением в «полевых» точках.

Заключение. В результате проведенных исследований разработана и протестирована математическая модель, позволяющая по конструктивным параметрам процесса постановки подкрепляющего элемента в отверстие определить деформированное состояние его материала по внешнему контуру. Модель адаптирована для реализации в стандартном конечно-элементном программном пакете ANSYS Mechanical.

Разработанный способ постановки втулки значительно снижает напряженное состояние по периметру отверстия с подкреплением и увеличивает несущую способность силовой точки.

С использованием разработанного способа появилась возможность получения более равномерного распределения напряжений в пластине за счет введения переменного натяга. Это позволяет моделировать и управлять напряженно-деформируемым состоянием в пластине и подкрепляющем элементе при эксплуатационных нагрузках.

Литература

1. Карпов Я.С., Гагауз П.М., Гагауз Ф.М., Кривенда С.П. *Проектирование и конструирование изделий из композиционных материалов. Теория и практика*. Харьков, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиац. ин-т», 2015, 672 с.
2. Вашуков Ю.А. Напряженно-деформированное состояние изотропной пластинки с подкрепленным отверстием при растяжении. *Материалы и доклады Международной НТК «Инновационные материалы и технологии: достижения, проблемы, решения»*. Ч. 2. Комсомольск-на-Амуре, 2013, с. 278–282.
3. Сироткин О.С., Гришин В.И., Литвинов В.Б. *Проектирование, расчет и технология соединений авиационной техники*. Москва, Машиностроение, 2006, 331 с.

Mathematical modeling of formation reinforced holes in a composite product

© Y.S. Karpov, P.M. Gagaus, F.M Gagaus, S.P. Krivenda

Kharkiv National Aerospace Research University
named after N.E. Zhukovsky, Kharkiv, Ukrain

Abstract. One of the ways to increase the bearing capacity of the joints is to install an intermediate reinforcing sleeve, which makes it possible to redistribute the stresses and reduce the stress concentration at the boundary of the hole. To determine the dependence of design parameters on the deformed state of the sleeve along the contour of the hole with reinforcement, a mathematical model has been developed. The results of experimental and finite element studies of the process of placing a reinforcing sleeve into the hole of a part made of a polymer composite material,

confirming the adequacy of the developed model and the efficiency of the resulting material are presented mechanical point-to-point connection.

References

1. Karpov Y.S., Gagaus P.M., Gagaus F.M., Krivenda S.P. *Design and construction composite material products. Theory and practice*. Kharkiv National Aerospace Research University named after N.E. Zhukovsky, 2015, 672 p.
2. Vashukov Yu.A. Stress-strain state of an isotropic slab with stiffened hole under stretching. *International Scientific Conference "Innovative materials and technologies: achievements, problems, solutions"*. 2013, Komsomolsk-on-Amu, pp. 278–282.
3. Sirotkin O.S., Grishin V.E., Litvinov V.B. *Designing, calculation and technology of aircraft engineering joints*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2006, 331 p.

Моделирование высокоскоростного взаимодействия цилиндрических ударников с керамическими пластинами

© А.В. Петюков, К.А. Грин*

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail: katerine.grin@gmail.com

Аннотация. Работа посвящена численному моделированию пробития высокоскоростными цилиндрическими ударниками комбинированных бронепанелей с внешним керамическим слоем. Были проанализированы существующие инженерные методики для определения предельных скоростей пробития и углов полураствора конических пробоин в керамических образцах. Показан ряд их недостатков: методики не учитывают влияние скорости деформации и масштабного эффекта на картину разрушения в керамике. Для численного моделирования процесса пробития использовался бессеточный метод SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics — метод сглаженных частиц). По результатам расчетов получены зависимости размеров разрушенной области в керамике и относительного изменения длины ударника от скорости соударения.

Ключевые слова: комбинированная преграда, керамика, численные методы, модель Джонсона — Холмквиста, коническая трещина, карбид бора, оксид алюминия, SPH, предельная скорость пробития.

Целью данной работы является разработка методики численного моделирования пробития керамических пластин цилиндрическими ударниками.

На сегодняшний день один из эффективных способов защиты от высокоскоростных винтовочных пуль — это использование комби-

нированных бронепанелей, в которых лицевой высокопрочный керамический слой сочетается с энергоемкой пластичной подложкой. Применение керамики обусловлено ее особыми физико-механическими характеристиками: низкой по сравнению со сталями плотностью $2,4 \dots 3,9 \text{ г/см}^3$, высокой местной скоростью звука $10 \dots 12 \text{ км/с}$ и твердостью $10 \dots 30 \text{ ГПа}$ [1]. За счет этого, с одной стороны, происходит срабатывание и разрушение пули как на жесткой стенке, а с другой — рассеивание энергии удара по большему по сравнению с металлическими преградами объему.

Керамика обладает еще одной важной особенностью: вследствие того, что пределы прочности на сжатие и растяжение отличаются практически на порядок, пробитие керамики происходит по механизму выбивания конической пробки, большее основание которой расположено с противоположной от ударника стороны (в отличие от металлических преград, где чаще всего происходит выбивание цилиндрической пробки). Формирование такого конуса является благоприятным фактором для защитного действия бронепанелей: чем больше площадь давления на цель, тем меньше удельная энергия воздействия. Оценить размеры разрушенной области можно с помощью зависимости для угла полураствора конуса, описанной в [1]:

$$\alpha = \arctg \left[\frac{d}{2h} \left(- \left(1 + 0,5 \frac{h}{d} \right) + \sqrt{\left(1 + 0,5 \frac{h}{d} \right)^2 + 4 \frac{h}{d} \left(0,58 \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} - 0,5 \right)} \right) \right], \quad (1)$$

где d — диаметр ударника; h — толщина керамической пластины; $\sigma_{сж}$ — предел прочности керамики на сжатие; σ_p — предел прочности керамики на растяжение.

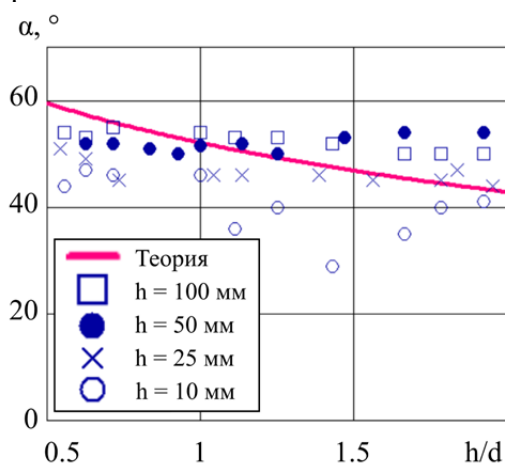


Рис. 1. Зависимость угла полураствора конической выбоины от соотношения h/d и абсолютной толщины керамического образца

В работе [2] было проведено сравнение данной зависимости с результатами численного моделирования для карбида бора (B_4C) (рис. 1). Видно, что расхождение между зависимостью (1) и численным решением не превышает 10 %, но вместе с этим прослеживается влияние масштабного эффекта, не учитываемого в формуле: с увеличением абсолютной толщины преграды увеличивается и угол полураствора конуса α .

Одним из основных параметров, определяющих защищающую способность бронепанели, является предельная скорость ее пробития. В работе [3] приведена зависимость

$$v_{\text{псп}} = \sqrt{\frac{2(M_{\text{уд1}} + M_{\text{к}} + m_{\text{п}})}{M_{\text{уд}}^2} \xi_{\text{п}} \sigma_{\text{п}} \varepsilon_{\text{п}} V_{\text{п}} + \frac{2}{M_{\text{уд}}} \left(\xi_{\text{уд}} \sigma_{\text{уд}} \varepsilon_{\text{уд}} \Delta V_{\text{уд}} + \frac{\xi_{\text{к}} \sigma_{\text{сж}}^2}{2E} V_{\text{к}} \right)}, \quad (2)$$

где $M_{\text{уд1}}$ — масса ударника после срабатывания в течение времени задержки проникания; $M_{\text{уд}}$ и $M_{\text{к}}$ — начальные массы ударника и керамического конуса; $m_{\text{п}}$ — масса вовлеченной в движение деформируемой части подложки; $\xi_{\text{п}}$, $\xi_{\text{уд}}$ и $\xi_{\text{к}}$ — коэффициенты неоднородности деформации подложки, ударника и керамики в разрушенном конусе; $\varepsilon_{\text{п}}$, $\varepsilon_{\text{уд}}$ — предельные деформации материалов подложки и ударника; $V_{\text{п}}$ — объем деформированной части подложки; $\sigma_{\text{п}}$, $\sigma_{\text{уд}}$ — динамические пределы текучести подложки и ударника; E — модуль Юнга керамики; $V_{\text{к}}$ — объем разрушенного керамического конуса; $\Delta V_{\text{уд}}$ — объем разрушившейся или сработавшейся части ударника. Несмотря на то что она учитывает процессы деформирования и разрушения ударника, деформирования подложки и разрушения керамического образца, многие коэффициенты являются эмпирическими и не имеют за собой достаточное количество подкрепляющих их экспериментальных данных: например, коэффициенты $\xi_{\text{п}}$, $\xi_{\text{уд}}$ и $\xi_{\text{к}}$, учитывающие неоднородность деформации подложки, керамики и ударника, а также изменение длины ударника Δl , которое используется для расчета сработавшейся части ударника $\Delta V_{\text{уд}}$:

$$\Delta V_{\text{уд}} \approx \frac{\pi d^2 \Delta l}{4}. \quad (3)$$

Следует отметить и большое влияние величины угла полураствора разрушенной конической области на расчетную скорость (рис. 2, *a*): при прочих равных при угле 60° расчетная скорость равна 393 м/с, а при угле 59° — 375 м/с, хотя столь точно угол не определяется ни численными, ни экспериментальными методами ввиду нелинейности распространения трещины и сложного характера разрушения. В численных расчетах угол конической пробки измерялся по наклону магистральной трещины (рис. 2, *б*, линия 2).

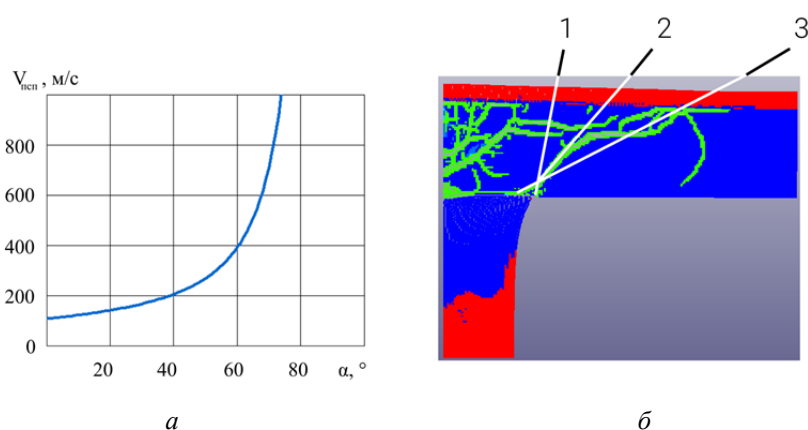


Рис. 2. Влияние угла полураствора конуса на предельную скорость пробития (*a*); замер угла наклона конической трещины (*б*)

Для устранения указанных недостатков были проведены численные расчеты пробития комбинированных преград с лицевым слоем из $\text{В}_4\text{С}$ и Al_2O_3 (оксида алюминия) цилиндрическими ударниками (рис. 3). В качестве расчетного метода использовался метод SPH, подробное тестирование которого на соответствие экспериментальным данным было проведено в [2].

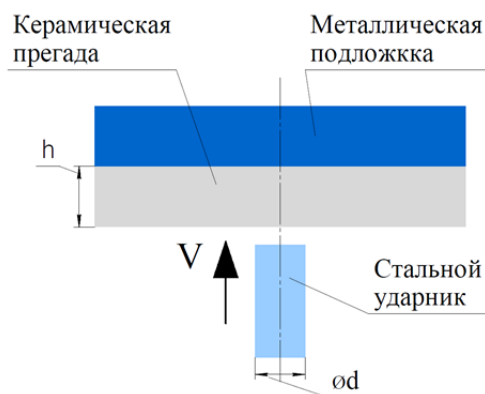


Рис. 3. Расчетная схема пробития комбинированных преград цилиндрическими ударниками

Модель прочности некерамических материалов моделировалась по Мизесу (идеальный упругопластичный материал) [4]; сжимаемость — с помощью уравнения состояния (УРС) Ми — Грюнайзена в форме

$$p = \frac{\rho_0 C^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2} \right) \mu - \frac{3}{2} \mu^2 \right]} \left[1 - (S_1 - 1) \mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2} \right]^2 + (\gamma_0 + a\mu) E, \quad (4)$$

где C — угловой коэффициент кривой сжатия; $\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$ [4]; ρ — текущая плотность материала; ρ_0 — начальная плотность материала; γ_0 — коэффициент Грюнайзена; S_1, S_2, S_3, a — эмпирические параметры УРС.

Для подбора констант для сплава алюминия Al2024 и стали У12А использовалось наложение экспериментальных данных из [5] на ударные адиабаты по уравнению (4) (рис. 4, а, б). Полученные параметры для задания некерамических материалов приведены в табл. 1.

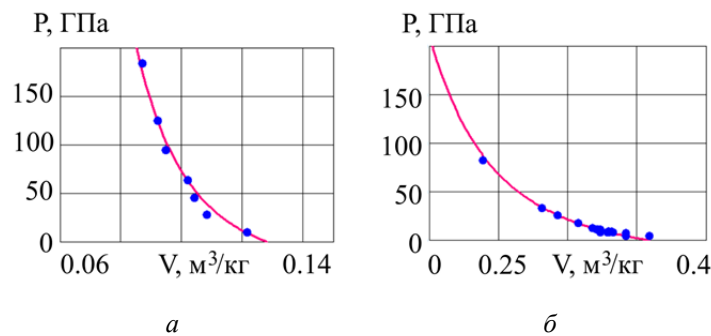


Рис. 4. Ударные адиабаты и экспериментальные точки для У12А (а) и Al2024 (б)

Таблица 1

Константы для модели Мизеса и УРС некерамических материалов

Материал	ρ , кг/м ³	G , ГПа	σ_T , МПа	C , м/с	S_1	S_2	S_3	a	γ_0
Al 2024	2785	28,6	324	5328	1,39	0	0	0	2
У12А	7800	80	200	4369	1,49	0	0	0	2,17

Обозначения: ρ — плотность материала; G — модуль сдвига; σ_T — предел текучести.

Физико-механическое поведение керамики описывалось с помощью модели Джонсона — Холмквиста [6], константы к которой для V_4C и Al_2O_3 приведены в табл. 2 (подробное описание физического смысла остальных констант можно найти в работе [6]).

Таблица 2

Константы для модели керамики Джонсона — Холмквиста

V_4C							
$\rho = 2506 \text{ кг/м}^3$				$G = 197, \text{ ГПа}$			
A	B	C	m	n	ϵ	$T, \text{ ГПа}$	$\sigma^*_{f \max}$
0,927	0,7	0,005	0,85	0,67	1	0,26	0,2
HEL, ГПа	$P_{HEL}, \text{ ГПа}$	β	D_1	D_2	$K_1, \text{ ГПа}$	$K_2, \text{ ГПа}$	$K_3, \text{ ГПа}$
19	8,71	1	0,001	0,5	233	-593	2800
Al_2O_3							
$\rho = 3700, \text{ кг/м}^3$				$G = 152, \text{ ГПа}$			
A	B	C	m	n	ϵ	$T, \text{ ГПа}$	$\sigma^*_{f \max}$
0,88	0,28	0,007	0,6	0,64	1	0,262	1
HEL, ГПа	$P_{HEL}, \text{ ГПа}$	β	D_1	D_2	$K_1, \text{ ГПа}$	$K_2, \text{ ГПа}$	$K_3, \text{ ГПа}$
6,57	1,46	1	0,01	0,7	231	-160	2774

Основные результаты расчетов приведены на рис. 5 в виде зависимостей угла полураствора разрушенного конуса от скорости ударника и материала подложки. Можно заметить, что для V_4C характерно почти линейное возрастание угла с увеличением скорости соударения (рис. 5, а), тогда как для Al_2O_3 угол, под которым распространяется трещина, практически не зависит от скорости (рис. 5, б). По приведенным на рис. 6 данным можно сделать вывод, что материал и толщина подложки не оказывают сильного влияния на размер разрушенной области.

На рис. 7 приведены результаты расчетов коэффициента укорачивания длины ударника $\Delta l_k = \Delta l / l_0$, где l_0 — начальная длина ударника; Δl — изменение длины ударника в процессе пробития. На график нанесены экспериментальные точки из [7]: при скорости ударника 815 м/с фиксировалось непробитие преграды, $\Delta l_k = 0,64$ (рис. 8, б); при скорости 916 м/с происходило пробитие, $\Delta l_k = 0,72$

(рис. 8, з). Ключевую роль в данном случае играет описание прочности материалов ударника и подложки: в случае использования модели Мизеса при скорости 815 м/с происходит пробитие преграды, а также практически полное срабатывание ударника, что противоречит экспериментальным данным (рис. 8, а); аналогично при 916 м/с (рис. 8, в). Добиться удовлетворительного согласования расчетных данных и экспериментов позволяет модель Джонсона — Кука [8], учитывающая упрочнение материала при пластическом деформировании, влияние скорости деформации, а также температуры. Константы для этой модели, обеспечивающие расхождение с экспериментальными данными по Δl_k не более чем на 10 %, приведены в табл. 3. На рис. 9 показаны для сравнения длины сработавшегося ударника по результатам эксперимента и расчета с использованием модели Джонсона — Кука.

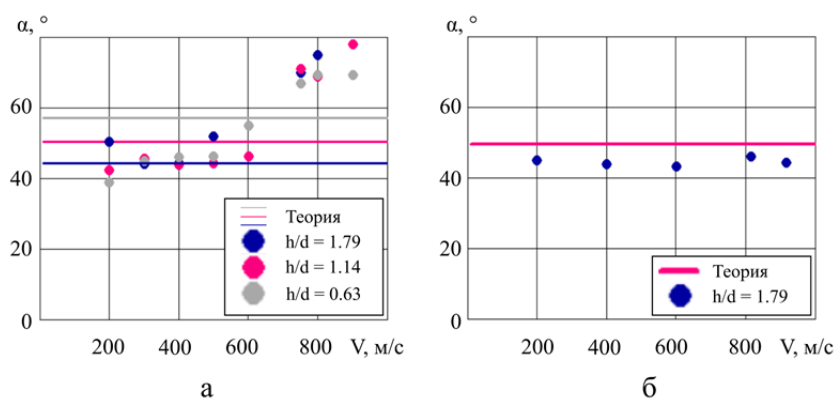


Рис. 5. Зависимость угла полураствора конуса от скорости ударника для V_4C (а) и Al_2O_3 (б)

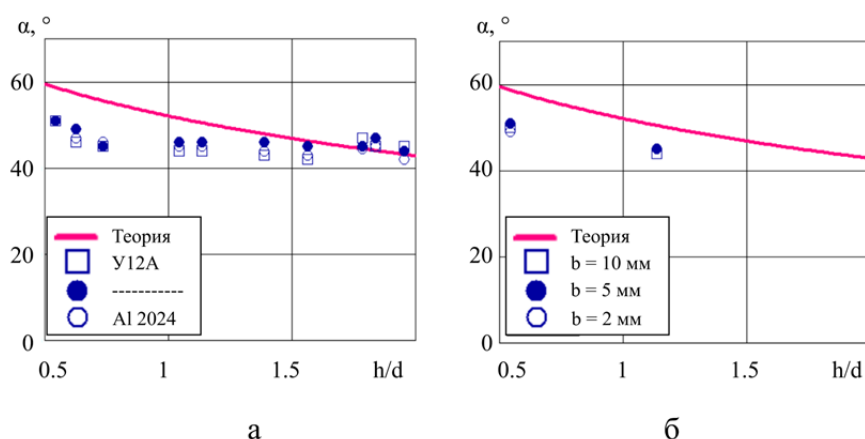


Рис. 6. Влияние материала (а) и толщины (б) подложки на угол конуса для V_4C

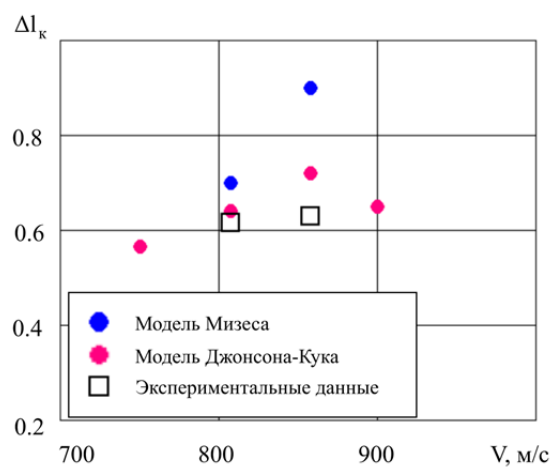


Рис. 7. Зависимость коэффициента укорочения ударника от скорости

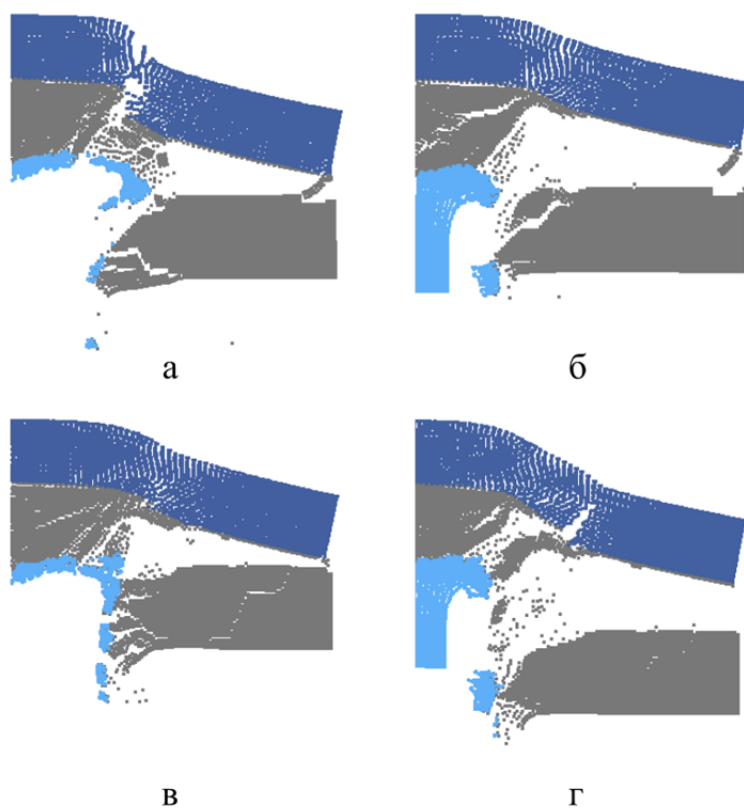


Рис. 8. Картины разрушения комбинированных преград: при 815 м/с для модели Мизеса (а) и Джонсона — Кука (б); при 916 м/с для модели Мизеса (в) и Джонсона — Кука (г)

Константы для некерамических материалов по модели Джонсона — Кука

Сталь У12А (аналог 4340 Steel) [8]					
ρ , кг/м ³	G , ГПа	E , ГПа	μ	A , МПа	B , МПа
7800	80	209	0,29	892	510
n	C	m	T_m , К	T_r , К	C_p , Дж/К
0,25	0,014	1,03	1793	288	477
Al 2024-T351 (аналог Д16) [8]					
ρ , кг/м ³	G , ГПа	E , ГПа	μ	A , МПа	B , МПа
2785	28,6	73	0,33	225	426
n	C	m	T_m , К	T_r , К	C_p , Дж/К
0,34	0,015	1	775	288	875
Обозначения: E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; T_m — температура плавления; T_r — комнатная температура; C_p — удельная теплоемкость.					

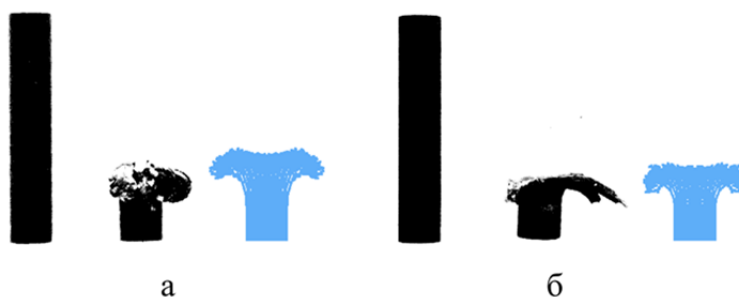


Рис. 9. Ударники до и после соударения по результатам эксперимента (черным) и расчета (голубым) при скорости 815 м/с (а) и 916 м/с (б)

В результате проведенных исследований было показано, что разработанная численная методика позволяет с достаточной точностью для инженерных приложений моделировать процессы пробития комбинированных преград с внешним керамическим слоем. Были определены зависимости размеров разрушенной области в керамике от ее типа керамики, скорости ударника, соотношения длины ударника к толщине керамики, абсолютной толщины керамики, а также зависимость степени укорочения ударника от скорости соударения.

Литература

1. Кобылкин И.Ф. Механика пробивания керамических преград. *Физика горения и взрыва*, 2017, т. 53, № 1, с. 123–128. DOI: 10.15372/FGV20170115
2. Петюков А.В., Грин К.А. Особенности математического моделирования разрушения керамических пластин под воздействием высокоскоростных ударников. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 12. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2021-12-2133>
3. Кобылкин И.Ф. Пробивание двухслойных преград с внешним керамическим слоем и оптимизация их структуры. *Физика горения и взрыва*, 2017, т. 53, № 4, с. 126–133. DOI: 10.15372/FGV20170413
4. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation, 2019. r:11261. URL: https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/jday/manuals/DRAFT_Theory.pdf (дата обращения: 01.11.2021).
5. Stanley P. Marsh. *Lasl Shock Hugoniot Data*. University of California Press, 1980, pp. 212–474.
6. Johnson G.R., Holmquist T.J. Response of boron carbide subjected to large strains, high strain rates, and high pressures. *Journal of Applied Physics*, 1999, vol. 85 (12), pp. 8060–8073. DOI: 10.1063/1.370643
7. Reijer P.C. *Impact on Ceramic Faced Armor: PhD Thesis*. Delft University of Technology, 1991. URL: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A25ffb34c-adb4-4e17-a294-6b707ddc0e9b> (accessed 01 December 2021).
8. Johnson G.R., Cook W.H. A Constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. *Proc. 7th Int. Symp. on Ballistics*, 1983, pp. 541–547. URL: https://ia800102.us.archive.org/9/items/AConstitutiveModelAndDataForMetals/A%20constitutive%20model%20and%20data%20for%20metals_text.pdf (дата обращения: 01.12.2021).

Numerical simulations of high-speed cylindrical impactors and ceramic plates interactions

© A.V. Petyukov, K.A. Grin*

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail: katerine.grin@gmail.com

Abstract. The work is devoted to the numerical simulation of the penetration of combined armor panels with an outer ceramic layer by high-speed cylindrical impactors. The existing engineering methods were analyzed to determine the critical penetration velocity and half-opening angles of cone fractures in ceramic samples. Several disadvantages are shown: the methods do not consider the influence of the strain rate and the scale effect on the fracture pattern in ceramics. For numerical simulation of the penetration process the meshless SPH method (Smoothed particle hydrodynamics) was used. Based on the results of calculations, the dependences of the size of the fractured area in ceramics and the relative change in the length of the striker on the impact velocity were obtained.

Keywords: combined armor panels, ceramics, numerical methods, Johnson — Holmquist model, cone fracture, boron carbide, aluminum oxide, SPH, critical penetration velocity.

The purpose of this work is to develop a numerical method for the penetration of ceramic plates by cylindrical impactors simulations. Today, one of the most effective ways of protection against high-speed rifle bullets is the use of combined armor panels, in which a high-strength ceramic front layer is combined with an energy-intensive plastic backer. The use of ceramics is due to its special physical and mechanical characteristics: low density in comparison with steels (2,4...3,9 g/cm³), high local speed of sound (10...12 km/s) and hardness (10...30 GPa) [1]. Due to this, on the one hand, the bullet is abraded and destroyed as on a rigid wall, and on the other, the impact energy is dissipated over a larger volume than it is in the metal barriers.

Also, ceramics has another important feature: since the compressive and tensile strengths differ by almost an order of magnitude, the ceramics is being broken with the forming of a cone fracture, the larger base of which is located on the side opposite to the striker (in contrast to metal barriers, where the cylindrical fracture is being formed more often).

The forming of the cone is an advantage factor for the protective capability of the armor panels: the larger the pressure area on the target, the lower the specific impact energy. The size of the destroyed area can be estimated using the dependence for the cone half-opening angle described in [1]:

$$\alpha = \arctg \left[\frac{d}{2h} \left(- \left(1 + 0,5 \frac{h}{d} \right) + \sqrt{\left(1 + 0,5 \frac{h}{d} \right)^2 + 4 \frac{h}{d} \left(0,58 \frac{\sigma_c}{\sigma_t - 0,5} \right)} \right) \right], \quad (1)$$

where d — diameter of the impactor; h — thickness of the ceramic plate; σ_c — compressive strength of ceramics; σ_t — tensile strength of ceramics.

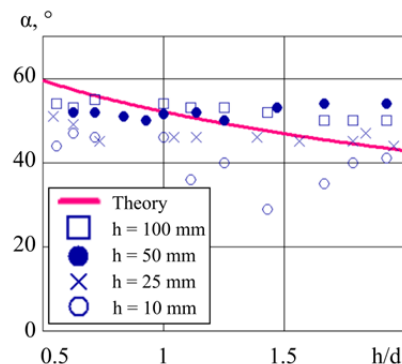


Fig. 1. Dependence of the half-opening angle of the cone fracture on the h/d ratio and the absolute thickness of the ceramic plate

In [2], this dependence was compared with the results of numerical simulation for boron carbide (B_4C) (Fig. 1). The discrepancy between dependence (1) and the numerical solution does not exceed 10 %, but at the same time the influence of the scale effect is detected, which is not considered in the formula: with an increase in the absolute thickness of the plate, the half-opening angle of the cone fracture α also increases.

One of the main parameters that determine the protective capability of an armor panel is its critical penetration velocity. The work [3] presents the dependence

$$v_{cpv} = \sqrt{\frac{2(M_{i1} + M_c + m_b)}{M_i^2} \xi_b \sigma_b \varepsilon_b V_b} + \sqrt{\frac{2}{M_i} \left(\xi_i \sigma_i \varepsilon_i \Delta V_i + \frac{\xi_c \sigma_c^2}{2E} V_c \right)}, \quad (2)$$

where M_{i1} — the mass of the impactor after the abrasion during the penetration delay time; M_i , M_c — initial masses of the impactor and the ceramic cone; m_b — mass of the deformable backer part involved in the movement; ξ_n , $\xi_{yд}$, ξ_k — coefficients of the non-one-dimensionality of the backer, impactor and ceramic cone fracture deformation; ε_b , ε_i — critical strains of the backer and impactor materials; V_b — the volume of the deformed part of the backer; σ_b , σ_i — dynamic yield strength of the backer and the impactor; E — Young's modulus for the ceramics; V_c — the volume of the destructed ceramic cone; ΔV_i — the volume of the destroyed or abraded part of the impactor. Despite the fact that the formula considers the processes of deformation and destruction of the striker, deformation of the backer and destruction of the ceramic plate, several coefficients are empirical and do not have a sufficient amount of experimental data to support them: for example, the ξ_b , ξ_i and ξ_c — coefficients of the non-one-dimensionality of the backer, impactor and ceramic cone fracture deformation, and also the change in the impactor's length Δl which is being used for the calculation of the abraded part volume ΔV_i :

$$\Delta V_i \approx \frac{\pi d^2 \Delta l}{4}. \quad (3)$$

It should also be noted that the value of the half-opening angle of the destroyed cone fracture has a great influence on the calculated speed (Fig. 2, *a*): all other factors being equal at an angle of 60° the calculated velocity equals 393 m/s, but at an angle of 59° ...375 m/s, although the angle cannot be determined so precisely by either numerical or experimental methods due to the nonlinearity of the cone crack propagation and the

complex nature of the fracture itself. In the numerical simulations the half-opening angle of the cone fracture was measured by the slope of the main crack (Fig. 2, *b*, line 2).

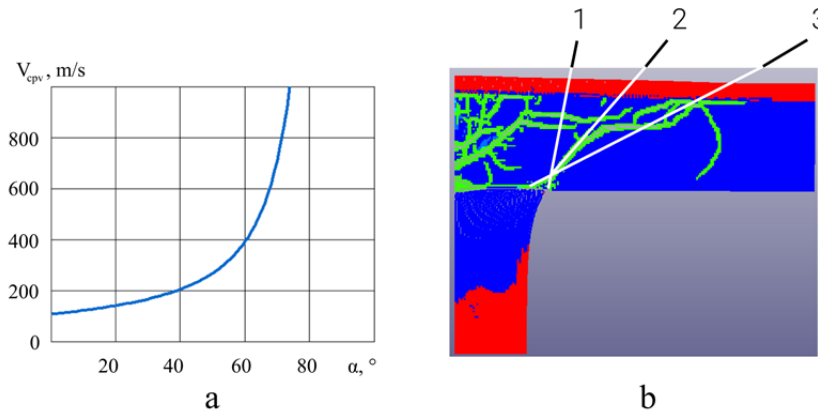


Fig. 2. Influence of the cone half-opening angle on the critical penetration velocity (a); a method for measuring the angle of incline of a conical crack (b)

To eliminate these disadvantages, we performed numerical calculations of the penetration of combined armor panels with a front layer of B_4C and Al_2O_3 (aluminum oxide) by cylindrical strikers (Fig. 3). As a computational method, the SPH method was used, the detailed testing for compliance with the experimental data of which was carried out in [2].

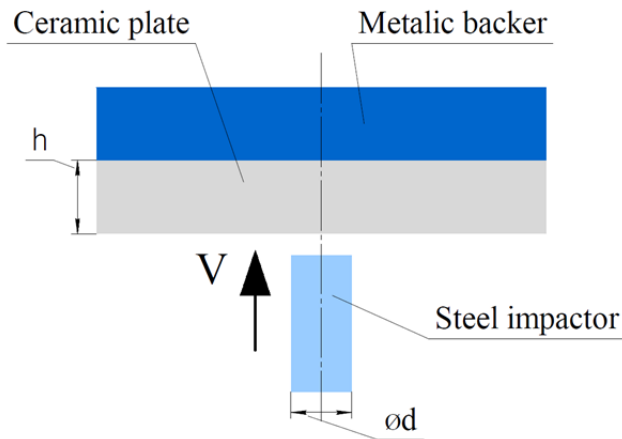


Fig. 3. Calculation model

The strength model of non-ceramic materials was modeled according to Mises (ideal elastoplastic material) [4]; compressibility using the Mie—Gruneisen equation of state (EOS) in the form

$$p = \frac{\rho_0 C^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2} \right) \mu - \frac{3}{2} \mu^2 \right]}{\left[1 - (S_1 - 1) \mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2} \right]^2} + (\gamma_0 + a \mu) E, \quad (4)$$

where C — the bulk speed of sound; $\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$ [4]; ρ — current density; ρ_0 — initial density; γ_0 — Gruneisen's gamma at the reference state; S_1, S_2, S_3, a — empirical parameters for EOS.

To select the constants for the aluminum alloy Al 2024 and steel U12A, the experimental data from [5] was super positioned on the Hugoniot according to equation (4) (Fig. 4, *a*, *b*). The obtained parameters for specifying non-ceramic materials are given in table 1.

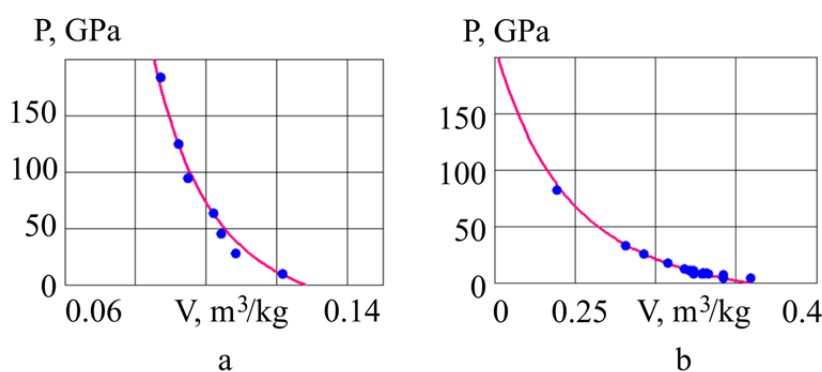


Fig. 4. Hugoniot and experimental points for (a) and Al 2024 (b)

Table 1

Constants for the Mises model and non-ceramic materials EOS

Material	ρ , kg/m ³	G , GPa	σ_y , MPa	C , m/s	S_1	S_2	S_3	a	γ_0
Al 2024	2785	28,6	324	5328	1,39	0	0	0	2
U12A	7800	80	200	4369	1,49	0	0	0	2,17

Designations: ρ — material density; G — shear modulus; σ_y — yield strength.

The physical and mechanical behavior of ceramics was described using the Johnson — Holmquist model [6], the constants for which for B_4C and Al_2O_3 are given in table 2 (a detailed description of the physical meaning of the remaining constants can be found in [6]).

Constants for the Johnson-Holmquist ceramic model

B ₄ C							
ρ = 2506 kg/m ³				G = 197 GPa			
A	B	C	m	n	ε	T, GPa	σ* _{fmax}
0,927	0,7	0,005	0,85	0,67	1	0,26	0,2
HEL, GPa	P _{HEL} , GPa	β	D ₁	D ₂	K ₁ , GPa	K ₂ , GPa	K ₃ , GPa
19	8,71	1	0,001	0,5	233	-593	2800
Al ₂ O ₃							
ρ = 3700 kg/m ³				G = 152 GPa			
A	B	C	m	n	ε	T, GPa	σ* _{fmax}
0,88	0,28	0,007	0,6	0,64	1	0,262	1
HEL, GPa	P _{HEL} , GPa	β	D ₁	D ₂	K ₁ , GPa	K ₂ , GPa	K ₃ , GPa
6,57	1,46	1	0,01	0,7	231	-160	2774

In fig. 5 the main results of calculations in the form of dependences of the half-opening angle of the cone fracture on the speed of the impactor and the material of the backer are represented. It can be noted that for B₄C ceramic plate there is almost linear increase in the angle with an increase in the impact velocity (Fig. 5, a), while for Al₂O₃ plate the angle at which the crack propagates is practically independent of the velocity (Fig. 5, b). From Fig. 6, it can be concluded that the material and thickness of the backer do not have a strong influence on the size of the destroyed area.

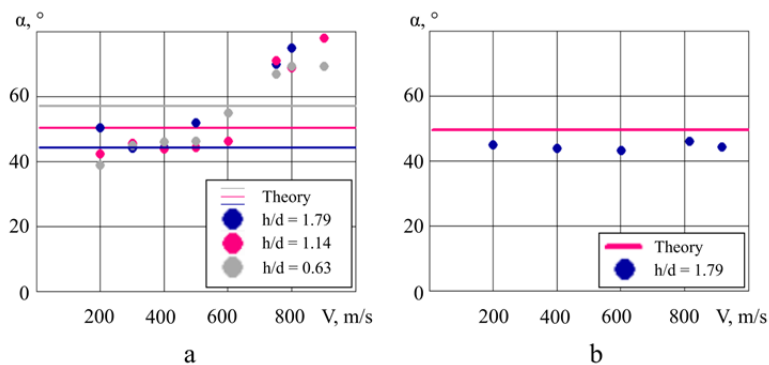


Fig. 5. The Dependence of the cone half-opening angle on the impact velocity for B₄C (a) and Al₂O₃ (b)

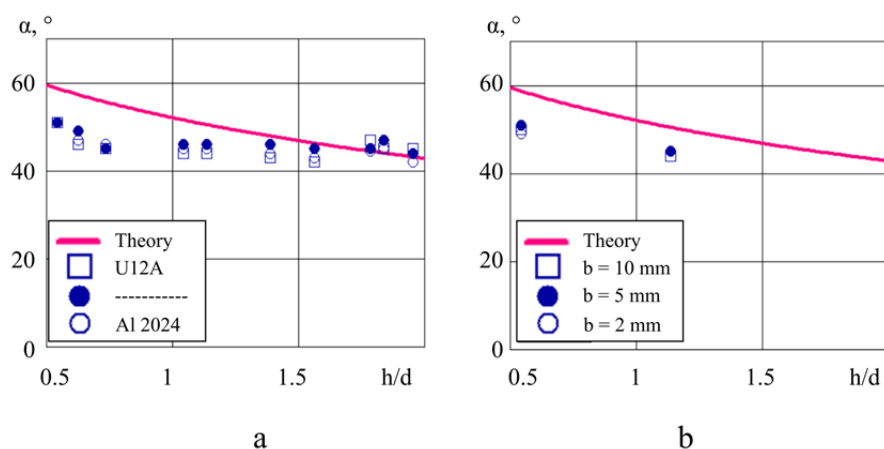


Fig. 6. The influence of the backer material (a) and thickness (b) on the cone angle for B_4C

Fig. 7 shows the results of calculating the coefficient of the impactor length shortening $\Delta l_k = \Delta l / l_0$, where l_0 — the initial impactor length, Δl — the change in impactor length during penetration. Experimental points from [7] are plotted on the graph: at the striker speed of 815 m/s the plate was not penetrated, $\Delta l_k = 0,64$ (Fig. 8, b); at the striker speed of 916 m/s the penetrations of the plate was recorded, $\Delta l_k = 0,72$ (Fig. 8, d). The key role is played by the impactor and backer material strength model: in the case of using the Mises model at a speed of 815 m/s the plate is penetrated, as well as the impactor almost being completely abraded, which contradicts the experimental data (Fig. 8, a); similarly at 916 m/s (Fig. 8, c). The Johnson — Cook model [8], which considers the hardening of the material during plastic deformation, the effect of the strain rate and temperature, allows to achieve a satisfactory agreement between the calculated and experimental data. The constants for this model, providing a discrepancy with the experimental data on Δl_k by no more than 10%, are given in table 3. Fig. 9 also shows for comparison the length of the abraded impactor according to the results of the experiment and the calculation using the Johnson — Cook model.

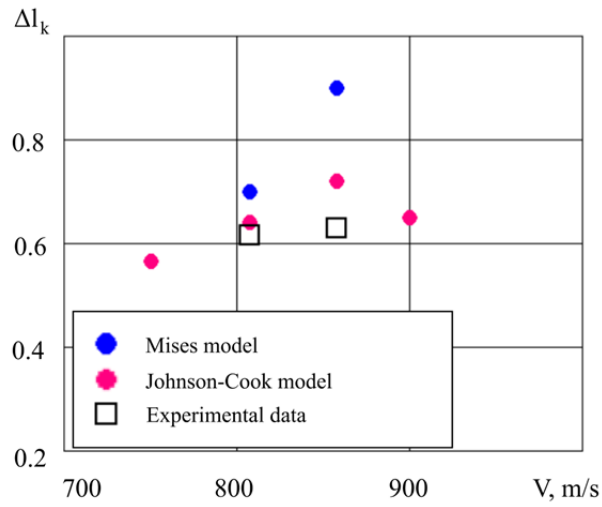


Fig. 7. The dependence of the coefficient of the impactor shortening on the impact velocity

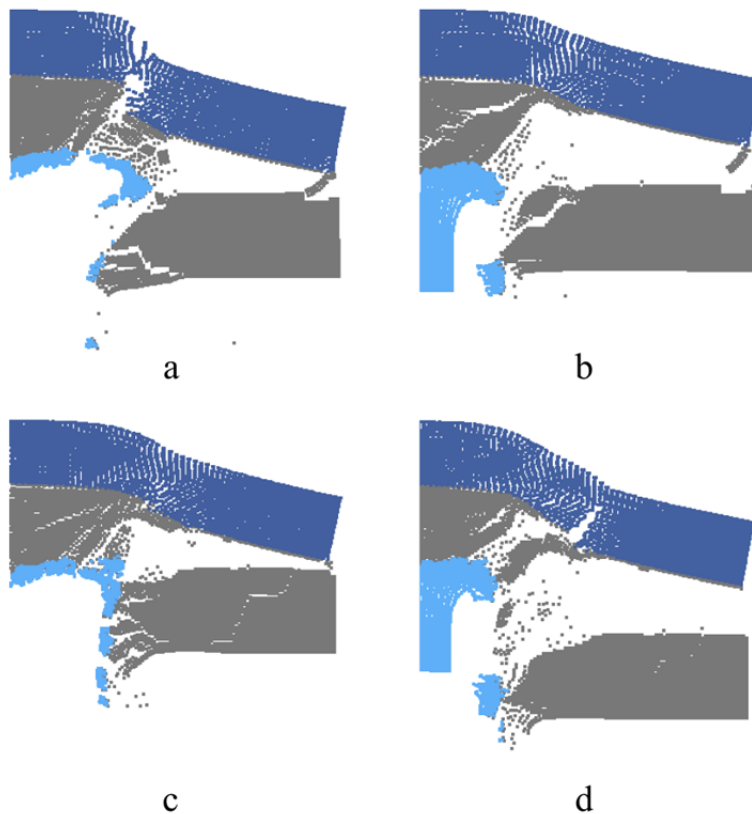


Fig. 8. Pictures of the combined armor panels destruction: at the speed of 815 m/s for the Mises model (a) and Johnson-Cook (b); at the speed of 916 m/s for the Mises model (c) and Johnson-Cook (d)

Constants for the non-ceramic materials for the Johnson-Cook model

Steel U12A (analog 4340 Steel) [8]					
ρ , kg/m ³	G , GPa	E , GPa	μ	A , GPa	B , GPa
7800	80	209	0,29	892	510
n	C	m	T_m , K	T_r , K	C_p , J/K
0,25	0,014	1,03	1793	288	477
Al 2024-T351 (analog Д16) [8]					
ρ , kg/m ³	G , GPa	E , GPa	μ	A , GPa	B , GPa
2785	28,6	73	0,33	225	426
n	C	m	T_m , K	T_r , K	C_p , J/K
0,34	0,015	1	775	288	875
<i>Designations: E — Young's modulus; μ — Poisson's ratio; T_m — melting point; T_r — room temperature; C_p — specific heat.</i>					

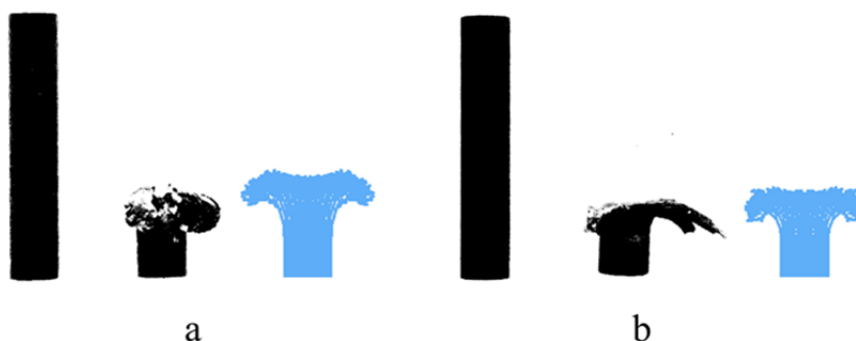


Fig. 9. The impactors before and after the according to experimental (black) and calculated data (blue) at the speed of 815 m/s (a) and 916 m/s (b)

As a result of the research it was shown that the developed numerical method allows to simulate the processes of penetration of combined armor panels with an external ceramic layer with sufficient accuracy for engineering applications. Various dependences of the size of the fractured area in ceramics were determined: on the ceramic type, on the impact velocity, on the ratio of the length of the striker to the thickness of the ceramic, on the absolute thickness of ceramic plate as well as the dependence of the coefficients of the impactor length shortening on the impact velocity.

References

1. Kobylkin I.F. Mekhanika probivaniya keramicheskikh pregrad. *Fizika goreniya i vzryva*, 2017, vol. 53, no. 1, pp. 123–128. DOI: 10.15372/FGV20170115
2. Petyukov A.V., Grin K.A. Osobennosti matematicheskogo modelirovaniya razrusheniya keramicheskikh plastin pod vozdeystviem vysokoskorostnykh udarnikov [Specific features of mathematical modeling of ceramic plates destruction under the influence of high-speed impactors]. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2021, iss. 12. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2021-12-2133>
3. Kobylkin I.F. Probivaniye dvukhsloynnykh pregrad s vneshnim keramicheskim sloyem i optimizatsiya ikh struktury. *Fizika goreniya i vzryva*, 2017, vol. 53, no. 4, pp. 126–133. DOI: 10.15372/FGV20170413
4. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation, 2019, r:11261. URL: https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/jday/manuals/DRAFT_Theory.pdf (accessed 1 November 2021).
5. Stanley P. Marsh. *Lasl Shock Hugoniot Data*. University of California Press, 1980, pp. 212–474.
6. Johnson G.R., Holmquist T.J. Response of boron carbide subjected to large strains, high strain rates, and high pressures. *Journal of Applied Physics*, 1999, vol. 85 (12), pp. 8060–8073. DOI: 10.1063/1.370643
7. Reijer P.C. *Impact on Ceramic Faced Armor: PhD Thesis*. Delft University of Technology, 1991. URL: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A25ffb34c-adb4-4e17-a294-6b707ddc0e9b> (accessed 1 December 2021).
8. Johnson G.R., Cook W.H. A Constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. *Proceedings 7th International Symposium on Ballistics*, 1983, pp. 541–547. URL: https://ia800102.us.archive.org/9/items/AConstitutiveModelAndDataForMetals/A%20constitutive%20model%20and%20data%20for%20metals_text.pdf (accessed 1 December 2021)

Исследование поведения композитного стержня при ударном воздействии

© А.А. Гольцев, Г.Д. Евреинова, В.Н. Щугорев

ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ», Москва, Россия

E-mail: GoltsevAA@mpei.ru, galya.evreinova@yandex.ru, shchugorev.vn@gmail.com

Аннотация. Работа посвящена исследованию характера реакции стержня из слоистого стеклокомпозита на низкоскоростное ударное воздействие. Для оценки напряженного состояния сопоставляются точное теоретическое решение и результаты, полученные экспериментально с помощью высокоскоростной видеосъемки. Исследование позволяет прогнозировать образование дефектов, обусловленных контактным взаимодействием, а также появление расслоений внутри объема, порождаемых волновыми процессами.

Ключевые слова: композиционные материалы, индентор, напряжения, стеклокомпозит, растяжение, сжатие, трещина, эксперимент, теоретическое решение.

Литература

1. Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. и др. *Композиционные материалы. Справочник*. Москва, Машиностроение, 1990.
2. Мурзаханов Г.Х., Щугорев В.Н., Щугорев А.В., Цой В.Э. Использование скоростных Action видеокамер для регистрации быстро протекающих механических процессов. *Вестник РАН*, 2018, т. 18, № 2.

Investigation of the behavior of a composite bar under shock loading

© A.A. Goltsev, G.D., Evreinova, V.N. Shchugorev

NRU "MPEI", Moscow, Russia

E-mail: GoltsevAA@mpei.ru, galya.evreinova@yandex.ru, shchugorev.vn@gmail.com

Abstract. The work is devoted to the study of the nature of the reaction of a bar of a laminated glass composite to a low-speed impact. To assess the stress state, the exact theoretical solution and the results obtained experimentally using high-speed video are compared. The study makes it possible to predict the formation of defects due to contact interaction, as well as the appearance of layering inside the volume, generated by wave processes.

Keywords: composite materials, indenter, stresses, glass composite, tension, compression, crack, experiment, theoretical solution.

References

1. Vasiliev V.V., Protasov V.D., Bolotin V.V., et al. *Composite materials. Reference*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990.
2. Murzakhanov G.H., Shchugorev V.N., Shchugorev A.V., Tsoi V.E. The use of high-speed Action video cameras for recording fast-flowing mechanical processes. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences*, 2018, vol. 18, no. 2.

Построение обобщенных моделей долговечности полимерных композитов на основе современных положений молекулярно-кинетической теории

© Е.Л. Гусев^{1,2*}, В.Н. Бакулин^{3*}, В.Д. Черных^{1,2}

¹Институт проблем нефти и газа ФИЦ «ЯНЦ» СО РАН, Якутск, Россия

²Институт математики и информатики Северо-Восточного Федерального университета, Якутск, Россия

³Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия

*E-mail: elgusev@mail.ru, vbak@yandex.ru

Ключевые слова: математические методы механики сплошной среды, композиционные материалы, обобщенные модели прогнозирования, методы прогнозирования, остаточный ресурс, долговечность, модель прогнозирования оптимальной сложности.

Полимерные материалы (ПМ) и полимерные композиционные материалы (ПКМ) благодаря разнообразию своих свойств получили самое широкое распространение во всех сферах человеческой жизни, в том числе и при эксплуатации в экстремальных условиях [1–3]. При выборе материала для конкретного использования из большого количества возможных вариантов подбирается такой состав, который обеспечит сочетание необходимых показателей при приемлемой стоимости. Важнейшим преимуществом материала становится его способность как можно дольше сохранять свою работоспособность, т. е. противостоять старению — совокупности физико-химических обратимых и необратимых превращений под воздействием агрессивных внешних факторов (температуры, влажности, солнечной радиации, механических напряжений и др.).

Совокупность требуемых показателей ПМ, ПКМ при их приемлемой стоимости и способности противостоять старению является основой для принятия решения об использовании материала. Доминируют ПМ и ПКМ, способные без замены функционировать 20–30, а в необходимых случаях и более 50 лет. Применение ПКМ в авиационной и космической технике делает еще более актуальными исследования стойкости полимеров к излучению. Эффективным фактором-активатором старения является проникающая радиация, которая в отличие от световой способна инициировать превращения во всем объеме полимера. Под действием факторов-активаторов и факторов-агентов старения ПМ и ПКМ претерпевают различные превращения, обусловленные протеканием химических и физических процессов. На химические превращения могут оказывать влияние примеси, содержащиеся в ПМ, ПКМ. Большинство химических превращений инициируется внешними факторами — температурой, световой и проникающей радиацией; механические и электрические воздействия в большинстве случаев способствуют ускорению химических превращений.

Необходимость обоснования длительной работоспособности ПМ и ПКМ повышает актуальность разработки эффективных методов как краткосрочного, так и средне- и долгосрочного прогнозирования определяющих характеристик композитов в экстремальных условиях.

В основу разработки обобщенных моделей долговечности композитов в экстремальных условиях положены основные положения современной молекулярно-кинетической теории (МКТ). Это обусловлено тем, что химические превращения в композитах могут про-

исходить как на межмолекулярных, так и на внутримолекулярных уровнях.

В соответствии с основными положениями МКТ в основу исследования была положена физическая модель, в которой характер изменения во времени определяющего свойства композита R при одновременном воздействии нескольких экстремальных факторов определяется элементарными химическими реакциями на молекулярном уровне, описываемыми суперпозицией уравнений Аррениуса, описывающих различные виды молекулярных взаимодействий, инициированных воздействием различных экстремальных факторов F_1, F_2, \dots, F_p на композит.

В предположении, что различные физические факторы оказывают на полимерный композит воздействие, независимое от воздействия других факторов, и изменения, вызванные в композите, суммируются, то можно принять, что обобщенная модель долговечности, описывающая одновременное воздействие нескольких факторов, может быть представлена в виде

$$R = R_0 + \sum_{j=1}^p F_j(u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}; t).$$

В этих обозначениях $u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,l_j}$ — параметры модели, описывающие воздействие j -го фактора F_j на композит. В соответствии с современными положениями МКТ было принято, что воздействие каждого из факторов F_j на композит активирует на микроуровне совокупность деструктивных элементарных процессов, протекающие химические реакции в которых могут быть описаны в виде суперпозиции уравнений Аррениуса. Каждое из составляющих суперпозицию уравнений Аррениуса описывает определенный вид элементарных химических реакций, с присущими ему параметрами — фактором частоты, характеризующим частоту столкновений реагирующих молекул, и энергией активации.

На основе современных положений молекулярно-кинетической теории был исследован вопрос о согласовании определяющих параметров математических моделей, вычисленных в результате решения задач прогнозирования в рамках сформулированной вариационной постановки, учитывающей результаты экспериментальных измерений на макроуровне, с соответствующими определяющими параметрами физических моделей, описывающих молекулярные взаимодействия на микроуровне. Для достижения оптимального согласования между определяющими параметрами был введен ряд основополагающих принципов и понятий, позволяющих провести оптимальное согласование определяющих параметров, вычисленных на основе

построенных математических моделей на макроуровне с определяющими параметрами физических моделей, описывающими молекулярные взаимодействия на микроуровне [1–3]. В частности, введены такие понятия и принципы, как принцип множественности моделей прогнозирования, модели прогнозирования оптимальной структуры и сложности, предельно-допустимая точность прогноза и др. Объективная оценка параметров деструктивных химических реакций в композитах на основе проведенных физических экспериментов позволила построить эффективные обобщенные модели долговечности на долгосрочный период, провести конструктивный анализ влияния отдельных экстремальных факторов на долговечность композита, дать сравнительную оценку степени влияния того или иного экстремального фактора на долговечность композита.

Физические задачи восстановления параметров деструктивных химических реакций, инициированных действием экстремальных факторов внешней среды, сформулированы в математической форме в рамках уточненных вариационных постановок обратных задач прогнозирования определяющих характеристик ПКМ. В соответствии со сформулированным принципом множественности моделей прогнозирования и введенным понятием оптимальных моделей прогнозирования оптимальной структуры и сложности в вариационной постановке задача восстановления неопределенных параметров может быть сведена к нахождению глобального минимума функционала специальной структуры, оценивающего степень адекватности модели, описывающей воздействие экстремальных факторов внешней среды на композит. Для построения глобального минимума функционала специальной структуры, оценивающего степень адекватности модели, описывающей воздействие экстремальных факторов внешней среды на композит, в рамках вариационной постановки разработаны комбинированные методы поиска глобального экстремума, основанные на комбинированном применении необходимых и достаточных условий экстремума и методов полного перебора.

Разработанная методология согласования параметров математических и физических моделей на микро- и макроуровнях позволила решить задачу восстановления параметров физико-химических процессов, происходящих на молекулярном уровне и приводящих к деструктивным изменениям в композитах и ухудшению их характеристик с течением времени. Объективная оценка параметров деструктивных элементарных химических реакций в композитах на основе проведенных физических экспериментов позволила построить эффективные обобщенные модели прогнозирования на долгосрочный период, провести конструктивный анализ влияния отдельных экстремальных факторов на долговечность композита, дать сравнительную оценку степени влияния того или иного экстремального фактора

на долговечность композита. Знание параметров деструктивных элементарных химических реакций в композите, инициированных действием экстремальных факторов внешней среды, их сравнительный конструктивный анализ позволят разработать методику синтеза новых материалов с повышенной долговечностью.

Литература

1. Gusev E.L. Using parallel procedures for the searching of the extremum for the decision of the inverse problems prediction of the defining characteristics of the composite materials. *Material Physics and Mechanics*, 2016, vol. 26, no. 1, pp. 70–72.
2. Gusev E.L., Bakulin V.N. Variation formulations of inverse problems in forecasting the residual life of composites. *Doklady Physics*, 2018, vol. 63, no. 9, pp. 388–392.
3. Gusev E.L., Bakulin V.N., Chernykh V.D. Development of combined search methods for efficiency indicator extreme in variation statement of forecasting tasks for determine characteristics of composite materials. *Journal of Physics: Conference Series. Supercomputer Technologies in Mathematical Modelling, 19–21 June 2019, Moscow, Russian Federation*, 2019, vol. 1392, art. no. 012008.

Mathematical methods for predicting the defining characteristics of composite materials and structures under extreme impacts

© E.L. Gusev^{1,2}, V.N. Bakulin³, V.D. Chernykh¹

¹Institute of oil and gas problems FRC «YSC» SB RAS, Yakutsk, Russia

²Institute of Mathematics and Computer Science, North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia

³Institute of Applied Mechanics, Moscow, Russia
E-mail: elgusev@mail.ru, vbak@yandex.ru

Abstract. Modifications of methods for searching for the global extremum of multiparametric performance indicators are developed, taking into account the structural features of quality assessment criteria used in predicting the defining characteristics of composites. The article analyzes promising ways to increase potential opportunities associated with improving methods for constructing optimal directions for searching for the absolute minimum of efficiency indicators related to solving problems of predicting the remaining resource, reliability, and durability of polymer composites under the influence of extreme environmental factors and operational loads [1, 2]. The comparative analysis of existing approaches and their possible modifications allowed us to conclude that the most promising opportunities for effective construction of globally optimal solutions in refined variational formulations of inverse forecasting problems are associated with the development of a methodology for effectively narrowing the search areas containing globally optimal solutions.

Keyword: *mathematical methods of continuum mechanics, composite materials, residual life, durability, forecasting methods.*

References

1. Gusev E.L. Using parallel procedures for the searching of the extremum for the decision of the inverse problems prediction of the defining characteristics of the composite materials. *Material Physics and Mechanics*, 2016, vol. 26, no. 1, pp. 70–72.
2. Gusev E.L., Bakulin V.N. Variation formulations of inverse problems in forecasting the residual life of composites. *Doklady Physics*, 2018, vol. 63, no. 9, pp. 388–392.
3. Gusev E.L., Bakulin V.N., Chernykh V.D. Development of combined search methods for efficiency indicator extreme in variation statement of forecasting tasks for determine characteristics of composite materials. *Journal of Physics: Conference Series. Supercomputer Technologies in Mathematical Modelling, 19–21 June 2019, Moscow, Russian Federation*, 2019, vol. 1392, art. no. 012008.

Определение механических констант материалов на основе уравнения диаграмм нагрузка—деформация

© Т.Б. Дуйшеналиев, Ю.В. Кудрявцева

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия
E-mail: DuyshenaliyevT@mpei.ru, KudriavtsevYV1@mpei.ru

Аннотация. Обсуждаются опытные данные на основе полученного уравнения опытной диаграммы деформирования. Определяются константы материалов, а также радиальная деформация и компоненты напряжения в точке цилиндрического образца, где проводятся экспериментальные измерения. Вычисляются отклонения между расчетными и опытными величинами осевой деформации.

Ключевые слова: радиальная деформация, осевое и кольцевое напряжение, константы материалов.

В цилиндрической системе координат r, φ, z соотношения обобщенного закона Гука записываются в виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\varphi + \sigma_z)); \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{1}{E}(\sigma_\varphi - \nu(\sigma_z + \sigma_r)); \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\varphi)); \\ \varepsilon_{r\varphi} &= \frac{1+\nu}{E}\sigma_{r\varphi}; \\ \varepsilon_{\varphi z} &= \frac{1+\nu}{E}\sigma_{\varphi z}; \\ \varepsilon_{zr} &= \frac{1+\nu}{E}\sigma_{zr}.\end{aligned}\tag{1}$$

Можно записать (1) и в такой форме

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= (\lambda + 2\mu) \varepsilon_r + \lambda (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_z); \\
 \sigma_r &= (\lambda + 2\mu) \varepsilon_r + \lambda (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_z); \\
 \sigma_r &= (\lambda + 2\mu) \varepsilon_r + \lambda (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_z); \\
 \sigma_{r\varphi} &= 2\mu \varepsilon_{r\varphi}; \\
 \sigma_{\varphi z} &= 2\mu \varepsilon_{\varphi z}; \\
 \sigma_{zr} &= 2\mu \varepsilon_{zr}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Выделим среднюю часть растягиваемого или сжимаемого цилиндрического образца высотой $2h$ и составим краевую задачу с уравнениями движения:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\
 \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2};
 \end{aligned} \tag{3}$$

совместности деформаций:

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 \sigma_r - \frac{2}{r^2} (\sigma_r - \sigma_\varphi) + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{\rho}{E} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} &= 0; \\
 \nabla^2 \sigma_\varphi + \frac{2}{r^2} (\sigma_r - \sigma_\varphi) + \frac{1}{1+\nu} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{\rho}{E} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} &= 0; \\
 \nabla^2 \sigma_z + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} + \frac{\rho}{E} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} &= 0; \\
 \nabla^2 \sigma_{rz} - \frac{1}{r^2} \sigma_{rz} + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r \partial z} &= 0,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 &= \Delta^2 - \frac{\rho}{E} 2\nu \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \\
 \sigma &= \sigma_r + \sigma_\varphi + \sigma_z;
 \end{aligned}$$

граничными

$$\begin{aligned}
 \sigma_{zr}(r, \pm h, t) &= p_r(r, t), \quad \sigma_z(r, \pm h, t) = p_z(r, t), \\
 \sigma_r(R, z, t) &= 0, \quad \sigma_{rz}(R, z, t) = 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

и начальными условиями

$$\begin{aligned} u(r, z, 0) = 0, \quad w(r, z, 0) = 0, \\ \frac{\partial u(r, z, 0)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial w(r, z, 0)}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Из краевой задачи убирается время, а неизвестные функции $p_r(r, t)$, $p_z(r, t)$ на основе суженного и общего принципов Сен-Венана принимают вид

$$\begin{aligned} \sigma_{zr}(r, \pm h) = 0, \quad \sigma_z(r, \pm h) = \frac{P}{\pi R^2}, \\ \sigma_r(R, z) = 0, \quad \sigma_{rz}(R, z) = 0. \end{aligned}$$

Решение краевой задачи (3)–(6) после принятых упрощений:

$$\sigma_r(r, z) = \sigma_\varphi(r, z) = \sigma_{rz}(r, z) = 0, \quad \sigma_z(r, z) = \frac{P}{\pi R^2}. \quad (7)$$

Решение (7) подставляется в обобщенный закон Гука (1), (2). Эта подстановка дает следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(r, z) = -\frac{\nu}{E} \frac{P}{\pi R^2}, \quad \varepsilon_\varphi(r, z) = -\frac{\nu}{E} \frac{P}{\pi R^2}, \\ \varepsilon_z(r, z) = \frac{1}{E} \frac{P}{\pi R^2}, \quad \varepsilon_{rz}(r, z) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$E = \frac{\sigma_z(r, z)}{\varepsilon_z(r, z)}, \quad \nu = -\frac{\varepsilon_\varphi(r, z)}{\varepsilon_z(r, z)}. \quad (9)$$

Интегрирование уравнения осевого движения (второе из уравнений (3)) по верхней половине цилиндрического образца проведено в работе [1]. При выводе уравнения диаграмм нагрузка–деформация использована интегральная форма граничного условия

$$P(t) = \int_0^R \int_0^{2\pi} p_z(r, t) r dr d\varphi, \text{ которая верна для любых распределений,}$$

а также возможной эволюции этих распределений в процессе деформирования. В результате получено уравнение опытных диаграмм нагрузка–деформация [1]:

$$\varepsilon_z(R, 0, t) = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left(\frac{P(t)}{\pi R^2} - 2\lambda \varepsilon_\varphi(R, 0, t) \right). \quad (10)$$

Введем обозначения:

$$p = \left(\frac{P(t_1)}{\pi R^2} \quad \frac{P(t_2)}{\pi R^2} \quad \dots \quad \frac{P(t_n)}{\pi R^2} \right)$$

$$\varepsilon_\varphi = (\varepsilon_\varphi(R, 0, t_1) \quad \varepsilon_\varphi(R, 0, t_2) \quad \dots \quad \varepsilon_\varphi(R, 0, t_n))$$

$$\varepsilon_z = (\varepsilon_z(R, 0, t_1) \quad \varepsilon_z(R, 0, t_2) \quad \dots \quad \varepsilon_z(R, 0, t_n)).$$

Напишем уравнение (10) в этих обозначениях:

$$p_i = 2 \cdot \lambda \cdot \varepsilon_{\varphi_i} + (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \varepsilon_{z_i}.$$

Сумма квадратов отклонений:

$$\delta_i \cdot \delta_i = (2 \cdot \lambda \cdot \varepsilon_{\varphi_i} + (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \varepsilon_{z_i} - p_i) \cdot (2 \cdot \lambda \cdot \varepsilon_{\varphi_i} + (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \varepsilon_{z_i} - p_i).$$

Минимизация этой суммы приводит к двум уравнениям:

$$\frac{\partial(\delta_i \cdot \delta_i)}{\partial(2 \cdot \lambda)} = (2 \cdot \lambda \cdot \varepsilon_{\varphi_i} + (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \varepsilon_{z_i} - p_i) \cdot \varepsilon_{\varphi_i} = 0,$$

$$\frac{\partial(\delta_i \cdot \delta_i)}{\partial(\lambda + 2 \cdot \mu)} = (2 \cdot \lambda \cdot \varepsilon_{\varphi_i} + (\lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \varepsilon_{z_i} - p_i) \cdot \varepsilon_{z_i} = 0.$$

Решение этих двух уравнений определяет величины констант. В системе Mathcad все это описывается двумя операторами:

$$\varepsilon = \text{stack}(\varepsilon_\varphi, \varepsilon_z), \quad c = (\varepsilon \cdot \varepsilon^T)^{-1} \cdot \varepsilon \cdot p^T,$$

$$\lambda = \frac{c_0}{2}, \quad \mu = \frac{c_1 - \lambda}{2}, \quad E = \frac{\mu \cdot (3 \cdot \lambda + 2 \cdot \mu)}{\lambda + \mu}, \quad \nu = \frac{\lambda}{2 \cdot (\lambda + \mu)}.$$

После определения констант, подставляя в правую часть уравнения (10) опытные величины $\frac{P(t_i)}{\pi R^2}$, $\varepsilon_\varphi(R, 0, t_i)$, можно вычислить величины осевой деформации $\varepsilon_z(R, 0, t_i)$ и сравнить их с измеренными в опытах величинами этой деформации. Радиальное напряжение на боковой поверхности образца:

$$\sigma_r(R, 0, t) = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_r(R, 0, t) + \lambda(\varepsilon_\varphi(R, 0, t) + \varepsilon_z(R, 0, t)).$$

Из этого уравнения следует:

$$\varepsilon_r(R, 0, t) = \frac{1}{\lambda + 2\mu} (\sigma_r(R, 0, t) - \lambda(\varepsilon_\varphi(R, 0, t) + \varepsilon_z(R, 0, t))). \quad (11)$$

Литература

Жакыпбеков А.Б., Дуйшеналиев Т.Б. Уравнение диаграммы нагрузка–деформация. *Математический журнал*, 2004, т. 4, № 3 (13), с. 27–41.

Determination of mechanical constants of materials based on a new criterion

© T. Duishenaliyev, J. Kudryavtseva

MPEI National Research University, Moscow, Russia
E-mail: DuyshenaliyevT@mpei.ru, KudriavtsevYVI@mpei.ru

Abstract. Experimental data are discussed based on the equation of the experimental diagram. The constants of materials are determined, as well as radial deformation and stress components at the point where experimental measurements are carried out. Deviations between calculated and experimental values of axial deformation are calculated.

Keywords: radial deformation, axial and annular stress, constants of materials.

References

Zhakypbekov A.B., Duishenaliyev T.B. Equation of the load-deformation diagram. *Mathematical Journal*, 2004, vol. 4, no. 3 (13), pp. 27–41.

Численное исследование напряженно-деформированного состояния опорной части с разной толщиной и положением полимерного слоя скольжения

© А.П. Панькова*, А.А. Каменских

ПНИПУ, Пермь, Россия
*E-mail (докладчика): anastasia_pankova@mail.ru

Аннотация. Рассматривается деформирование опорной части с шаровым сегментом, рассчитанной на нормативную нагрузку 1000 кН. Выполнено сравнение численных и натуральных результатов экспериментов о сжатии Л-100 ООО «АльфаТех» при толщине прослойки 4 мм. Исследовано три варианта толщины (4...8 мм) и два варианта положения антифрикционной прослойки.

Ключевые слова: опорная часть, полимер, мостовая конструкция, антифрикционная прослойка, узел трения.

Литература

Adamov A.A., Kamenskih A.A., Pankova A.P. Numerical analysis of the spherical bearing geometric configuration with antifriction layer made of different materials. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 4, pp. 15–26.

The stress-strain state numerical study of the bearing with different thickness and position of the polymer sliding layer

© A.P. Pankova*, A.A. Kamenskih

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

*E-mail (speaker): anstasia_pankova@mail.ru

Abstract. Deformation of the bearing with the spherical segment, designed for a standard load of 1000 kN, is considered. Comparison of the numerical and full-scale results of experiments on the compression of L-100 LLC “AlfaTech” with 4 mm layer thickness is performed. Three variants of thickness (4–8 mm) and two variants of the antifriction layer position were investigated.

Keywords: bearing part, polymer, bridge structure, antifriction layer, friction unit.

References

Adamov A.A., Kamenskih A.A., Pankova A.P. Numerical analysis of the spherical bearing geometric configuration with antifriction layer made of different materials. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 4, pp. 15–26.

Трехкомпонентный силоизмеритель для точного измерения колебания нагрузок

© В.В. Жавыркин, Л.А. Сладкова

Российский университет транспорта «МИИТ», Москва, Россия

E-mail: zhavyrkinv@mail.ru, rich.cat2012@yandex.ru

Аннотация. Многочисленные наблюдения показывают, что результаты испытаний не всегда соответствуют расчетным данным ввиду того, что при проектировании учитываются не все факторы, влияющие на поведение конструкции. В настоящее время в промышленности проектирование оптимальных конструкций и деталей машин зависит от правильной оценки внешних воздействующих факторов. В тех случаях, когда вычисления не могут быть произведены абсолютно точно, большое значение имеет точность экспериментального измерения внешних воздействий и определение последующей степени нагруженности системы. Существующие в настоящее время силоизмерительные устройства (датчики) способны, как правило, воспринимать нагрузку определенного действия: растяжения–сжатия, изгиба и кручения [1–3]. Трудности при проведении точных

замеров возникают в сложности размещения датчиков на элементе конструкции на площади, ограниченной малыми размерами.

Результаты проведенного исследования позволили определить геометрические параметры конструкции трехкомпонентного силоизмерителя. Расчеты показали, что толщина датчика, состоящего из круглого или восьмигранного кольца, должна быть в диапазоне от 3 мм до 20 мм, чтобы обеспечить максимальную чувствительности и жесткость, величина отношения относительной деформации к радиусу кольца должна быть максимальной. На основании определенных параметров производятся расчеты технических характеристик силоизмерителя. Используемые в процессе замеров датчики напряжения предназначены для точного измерения колебания нагрузок, которые также могут использоваться в адаптивном контроле и управлении с применением соответствующих цифровых средств.

Ключевые слова: *силоизмеритель, нагрузки, колебания, измерение, точность.*

Литература

1. *Датчики*. URL: <https://tokves.ru/tenzodatchiki.html?yclid=5361883288584901541>
2. Sadlam H. *Tool condition monitoring based on multi-component force measurement using artificial neural network in milling. Ph. D. thesis.* Dept. of Mech. Eng. Graduate School of Natural and Applied Sci., University of Selcuk, Konya, 2000.
3. Birla S.K. Sensors for adaptive control and machine diagnostics. *Mach. Tool Cont. Tech. of Machine Tools*, Lawrence Livermore Nat. Lab., California, 1980, vol. 4, pp. 7/12.1–7/12.70.

Three-component power meter for accurate measurement of load fluctuations

© V.V. Zhavyrkin, L.A. Sladkova

Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russia
E-mail: grigorievpavel1996@yandex.ru, rich.cat2012@yandex.ru

Abstract. Numerous observations show that the test results do not always correspond to the calculated data, due to the fact that the design does not take into account all factors that affect the behavior of the structure. Currently, in industry, the design of optimal structures and machine parts depends on the correct assessment of external influencing factors. In cases where calculations cannot be made absolutely accurately, the accuracy of the experimental measurement of external influences and the determination of the subsequent degree of load of the system are of great importance. Currently existing force-measuring devices (sensors) are capable, as a rule, to perceive the load of a certain action: stretching-compression, bending and torsion [1–3]. Difficulties in carrying out accu-

rate measurements arise in the difficulty of placing sensors on a structural element in an area limited by small sizes.

The results of the study made it possible to determine the geometric parameters of the design of the three-component silo meter. Calculations have shown that the thickness of the sensor, consisting of a round or octagonal ring, should be in the range from 3 mm to 20 mm to ensure maximum sensitivity and rigidity, the value of the ratio of relative deformation to the radius of the ring should be maximum. On the basis of certain parameters, calculations of the technical characteristics of the silo meter are made. The voltage sensors used in the measurement process are designed to accurately measure the fluctuation of loads, which can also be used in adaptive control and control using appropriate digital means.

The results of the study made it possible to determine the geometric parameters of the design of the three-component silo meter. Calculations have shown that the thickness of the sensor, consisting of a round or octagonal ring, should be in the range from 3 mm to 20 mm to ensure maximum sensitivity and rigidity, the value of the ratio of relative deformation to the radius of the ring should be maximum. On the basis of certain parameters, calculations of the technical characteristics of the silo meter are made. The voltage sensors used in the measurement process are designed to accurately measure the fluctuation of loads, which can also be used in adaptive control and control using appropriate digital means.

Keywords: power meter, loads, vibrations, measurement, accuracy.

References

1. *Datchiki*. Available at: <https://tokves.ru/tenzodatchiki.html?yclid=5361883288584901541>
2. Sadlam H. *Tool condition monitoring based on multi-component force measurement using artificial neural network in milling*. Ph. D. thesis. Dept. of Mech. Eng. Graduate School of Natural and Applied Sci., University of Selcuk, Konya, 2000.
3. Birla S.K. Sensors for adaptive control and machine diagnostics. *Mach. Tool Cont. Tech. of Machine Tools*, Lawrence Livermore Nat. Lab., California, 1980, vol. 4, pp. 7/12.1–7/12.70.

Расчет амплитудных значений эквивалентных напряжений во вращающемся дисковом режущем инструменте методом конечных разностей

© А.Ю. Карпачев^{1*}, Ю.В. Берчун^{1,2}, Д.Л. Рабкин^{1,2}

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

²Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

*E-mail (докладчика): karpachevay@bmstu.ru

Аннотация. Рассматривается трехмерное вращение режущего диска в роботизированной системе. Установлена связь между напряжением в диске и кинематикой сферического движения. Предложен метод расчета усталостной прочности режущего диска в роботизированной системе.

Ключевые слова: круглая пила, силы инерции, метод конечных разностей.

Литература

1. Карпачев А.Ю., Воякин А.С. Усталостная прочность дискового режущего инструмента роботизированного оборудования. *Вестник машиностроения*, 2020, № 10, с. 58–62.
2. Берчун Ю.В., Бурков П.В. и др. Итерационный метод решения СЛАУ на основе механической аналогии. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2015, № 8, с. 14–31.

Compute of the equivalent stresses amplitude in a rotating disk cutting tool by the finite difference method

© А.Ю. Карпачев^{1*}, Ю.В. Берчун^{1,2}, Д.Л. Рабкин^{1,2}

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

²Mechanical Engineering Research Institute RAS, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): karpachevay@bmstu.ru

Abstract. The three-dimensional rotation of a cutting disk in a robot system is considered. A relation is established between the stress in the disk and the kinematics of spherical motion. A compute method is suggested for the fatigue strength of a cutting disk in a robot system.

Keywords: circular saw, inertial forces, finite difference method.

References

1. Karpachev A.Yu., Voyakin A.S. Fatigue strength of disk cutter in robot systems. *Vestnik mashinostr.*, 2020, no. 10, pp. 58–62.
2. Berchun Yu.V., Burkov P.V. etc. Iterative method of LAE systems solving based on mechanical analogy. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie BMSTU*, 2015, no. 8, pp. 14–31.

Динамика дрона в виде «летающего» спиннера

© А.Ю. Карпачев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: karpachevay@bmstu.ru

Аннотация. Объектом изучения выбран простейший вид дрона, представленный конструкцией, которая сочетает в себе спиннер (вертушку, крутилку для рук от англ. *hand spinner*) и систему двух воздушных винтов (пропеллеров), приводимых в движение электромотором, винты вращаются относительно общей оси, создавая движущую силу тяги. Цель исследования заключается в выборе расчетной модели указанного дрона-спиннера для изучения закономерностей его поведения, необходимых при определении путей оптимизации его конструкции и снижения энергопотребления. Получены уравнения движения дрона в зависимости от начальных условий и ориентации силы тяги его винтов. Установленные зависимости и соотношения представлены в безразмерной форме, что позволяет придать большую общность при проведении анализа траекторий движения. Приведен пример расчета траектории полета дрона.

Ключевые слова: дрон, гироскопический эффект, динамика точки, траектория полета.

В настоящее время большой интерес прикован к созданию беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), построенных по типу вертолета с тремя и более несущими винтами [1]. Наибольшее число исследований таких систем посвящено изделиям в виде дронов, в том числе квадрокоптеров [2–6].

Особое место среди конструкций дронов можно отвести устройству «летающего» спиннера. По сути, это простейший летательный аппарат (рис. 1). Основой его конструкции является электромотор, статор которого вмонтирован в осесимметричный сетчатый корпус дрона — 1, с прикрепленными внутри лопастями, образующими воздушный винт — 2. Ротор электромотора связан зубчатой передачей с другим воздушным винтом 3, лопасти которого развернуты так, что при вращении винтов в противоположных направлениях создаваемые движущие силы тяги совпадают по направлению с осью материальной симметрии конструкции и осью вращения спиннера. При включении электромотора, питаемого от аккумулятора, крепящегося в корпусе, возникает движущая сила тяги, а вращающиеся элементы спиннера создают кинетический момент, совпадающий с осью вращения (Z). Ось вращения спиннера имеет симметрично расположенные концевые захваты (на рис. 1 показан верхний из них — 4), необходимые для придания ему заданного поступательного движения с начальной скоростью.

При отсутствии внешних возмущений, действующих на ось вращения, кинетический момент будет постоянным, а значит, будет сохраняться ориентация оси симметрии дрона в пространстве при полете. Такая трактовка поведения дрона-спиннера согласуется с проявлениями гироскопических эффектов, лежащих в основе технической теории гироскопа.

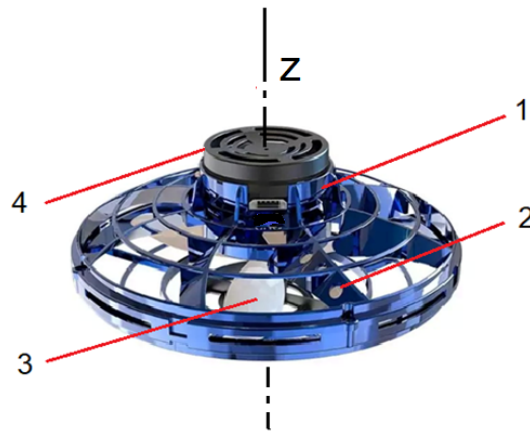


Рис. 1. Внешний вид дрона-спиннера:

1 — корпус; 2 — лопасти винта, связанные с корпусом; 3 — лопасти винта, вращаемые ротором электромотора; 4 — верхний концевой захват оси вращения спиннера; Z — ось симметрии конструкции

Равнодействующая движущих сил тяги также оказывается лежащей на оси симметрии. Если привести эту силу к центру масс дрона и учесть силу тяжести, то в случае, когда они оказываются на одной прямой и противоположны по направлению, движущая сила тяги становится подъемной силой. Если она больше силы тяжести, спиннер будет взлетать вертикально вверх, меньше — высота будет уменьшаться. В случае, когда линии действия этих сил пересекаются в центре масс, появляется равнодействующая сила, которая будет влиять на движение дрона-спиннера, и траектория движения уже будет отличаться от вертикальной прямой. Таким образом, сообщая скорость центру масс, можно исследовать всевозможные траектории полета такого дрона. Если вектор начальной скорости центра масс и вектора сил тяжести и равнодействующей движущих сил тяги лежат в одной вертикальной плоскости, то траектории движения (полета) будут также располагаться в той же плоскости.

В связи с этим моделировать полет дрона-спиннера целесообразно материальной точкой M массой m , которой сообщена начальная скорость \vec{V}_0 и которая движется под действием постоянных сил \vec{F} (тяги винтов) и $m\vec{g}$ (сила тяжести), как показано на рис. 2.

Система углов φ, ϑ определяет направление тяги винтов, а α, β — начальное направление скорости точки относительно декартовых осей координат системы $OXYZ$.

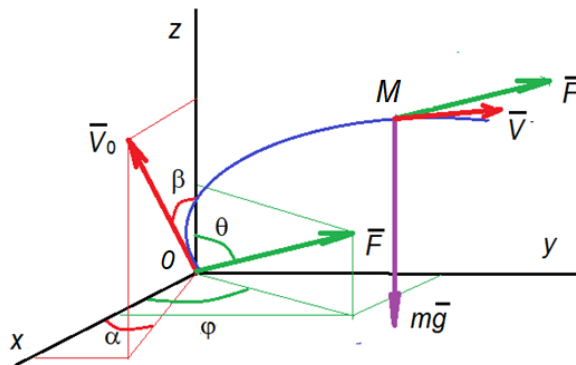


Рис. 2. Система сил, действующих на точку

Дифференциальное уравнение движения точки

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} + m\vec{g} \quad (1)$$

в проекциях на оси координат имеют вид

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{F}{m} \sin \theta \cos \varphi, \quad \frac{dv_y}{dt} = \frac{F}{m} \sin \theta \sin \varphi, \quad \frac{dv_z}{dt} = \frac{F}{m} \cos \theta - g. \quad (2)$$

Для начальных условий

$$t = 0 : x = 0, y = 0, z = 0,$$

$$v_x^0 = v_0 \sin \beta \cos \alpha, \quad v_y^0 = v_0 \sin \beta \sin \alpha, \quad v_z^0 = v_0 \cos \beta, \quad (3)$$

после двукратного интегрирования (2) определены ее уравнения движения

$$\begin{aligned} x &= \frac{F}{m} \sin \theta \cos \varphi \frac{t^2}{2} + v_0 t \sin \beta \cos \alpha, \\ y &= \frac{F}{m} \sin \theta \sin \varphi \frac{t^2}{2} + v_0 t \sin \beta \sin \alpha, \\ z &= \left(\frac{F}{m} \cos \theta - g \right) \frac{t^2}{2} + v_0 t \cos \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

С учетом

$$n = \frac{F}{mg}, \quad \tilde{t} = \frac{g}{v_0} t, \quad \tilde{x} = \frac{g}{v_0^2} x, \quad \tilde{y} = \frac{g}{v_0^2} y, \quad \tilde{z} = \frac{g}{v_0^2} z \quad (5)$$

система (4) примет безразмерный вид

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= n \frac{\tilde{t}^2}{2} \sin \theta \cos \varphi + \tilde{t} \sin \beta \cos \alpha, \\ \tilde{y} &= n \frac{\tilde{t}^2}{2} \sin \theta \sin \varphi + \tilde{t} \sin \beta \sin \alpha, \\ \tilde{z} &= \frac{\tilde{t}^2}{2} (n \cos \theta - 1) + \tilde{t} \cos \beta.\end{aligned}\quad (6)$$

Безразмерный параметрический вид уравнений позволяет получить и анализировать траекторию движения в зависимости от направлений начальной скорости и силы тяги. Построение траекторий удобно осуществлять с помощью компьютерной программы WolframAlpha.

В качестве примера, выбрав

$$\alpha = \beta = 30^\circ, \quad \varphi = \theta = 60^\circ, \quad n = 0,7,$$

параметрические уравнения (5) примут вид

$$\tilde{x} = 0,1516\tilde{t}^2 + 0,433\tilde{t}, \quad \tilde{y} = 0,2625\tilde{t}^2 + 0,25\tilde{t}, \quad \tilde{z} = -0,325\tilde{t}^2 + 0,866\tilde{t}.$$

Соответствующая траектория представлена на рис. 3.

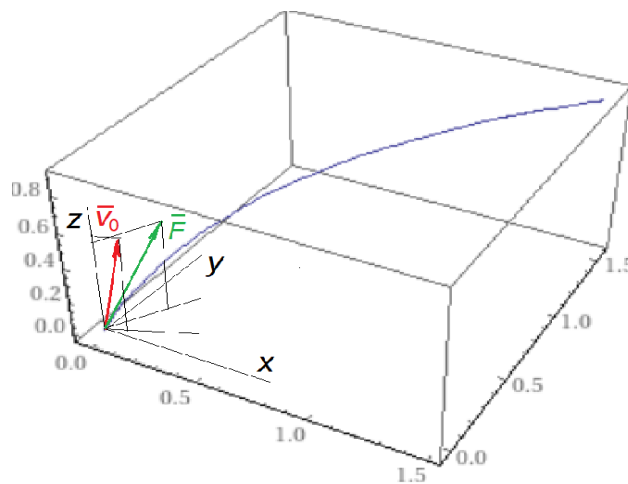


Рис. 3. Вид траектории движения

В заключение следует отметить универсальность предложенного метода, позволяющего эффективно исследовать траектории и их характеристики как при пространственном (трехмерном), так и при двумерном (в вертикальной плоскости) полете дрона-спиннера.

Литература

1. Bemporad A., Pascucci C.A., Rocchi C. Hierarchical and hybrid model predictive control of quadcopter air vehicles. In: *3rd IFAS Conference on Analysis and Design of Hybrid System. Zaragoza, Spain, 2009*, p. 14–19.
2. Попов Н.И., Емельянова О.В., Яцун С.Ф. Моделирование динамики полета квадрокоптера. *Вестник Воронежского института ГПС МЧС России*, 2014, вып. 4 (13), с. 69–75.
3. Ванин А.В., Воронов Е.М., Карпунин А.А. Оптимизация управления в двухуровневой иерархической системе стабилизации — наведения летательного аппарата. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, вып. 11. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-11-422
4. Карпунин А.А., Титков И.П. Упрощение и линеаризация математической модели движения беспилотных летательных аппаратов в пространстве и вертикальной плоскости. *Современные наукоемкие технологии*, 2019, № 2, с. 69–77.
5. Аникин М.А., Бычкова Е.С., Гаркуша А.В., Парфенов А.А., Карпачев А.Ю. Экспериментальное определение динамических воздействий для пилотирования квадрокоптера. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 2 (98), с. 10–12. DOI: 10.18698/2308-6033-2020-2-1960
6. Карпачев А.Ю. Двух массовая модель транспортировки груза квадрокоптером. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 4, с. 125–128. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068

Drone dynamics in the form of a «flying» spinner

© А.Ю. Карпачев

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: karpachevay@bmstu.ru

Abstract. The object of study is the simplest type of drone, represented by a design that combines a spinner (a spinner, a hand spinner) and a system of two propellers (propellers) driven by an electric motor, rotating about a common axis, creating a driving force of thrust. The purpose of the study is to select a computational model of the specified drone-spinner to study the patterns of its behavior, which are necessary in determining ways to optimize its design and reduce energy consumption. The equations of motion of the drone are obtained depending on the initial conditions and the orientation of the thrust force of its propellers. The established dependencies and relationships are presented in a dimensionless form, which makes it possible to give greater generality when analyzing motion trajectories. An example of calculating the flight path of a drone is given.

Keywords: drone, gyroscopic effect, point dynamics, flight trajectory.

References

1. Bemporad A., Pascucci C.A., Rocchi C. Hierarchical and hybrid model predictive control of quadcopter air vehicles. In: *3rd IFAS Conference on Analysis and Design of Hybrid System. Zaragoza, Spain, 2009*, p. 14–19.

2. Popov N.I., Emelyanova O.V., Yatsun S.F. Modeling the dynamics of flight of a quadcopter. *Bulletin of the Voronezh Institute of the State Fire Service of the Ministry of Emergencies of Russia*, iss. 4 (13), 2014, pp. 69–75.
3. Vanin A.V., Voronov E.M., Karpunin A.A. Management optimization in a two-level hierarchical stabilization system — guidance of the aircraft. *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 11 (11). [Electronic resource]. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/nav/422.html> (accessed: 01.31.2019). DOI: 10.18698 / 2308-6033-2012-11-422
4. Karpunin A.A., Titkov I.P. Evaluation of the influence of cross-connections accounting in the simplified mathematical model of the quadrotor motion in three-dimensional space. *Procedia Computer Science*, 2019, vol. 150, pp. 663–670. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.02.040>
5. Anikin M.A., Bychkova E.S., Garkusha A.V., Parfenov A.A., Karpachev A.Yu. Experimental determination of dynamic effects for piloting a quadcopter. *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2020, iss. 2 (98), pp. 10–12. DOI: 10.18698/2308-6033-2020-2-1960
6. Karpachev A.Yu. Two-mass model of cargo transportation by a quadcopter. *Engineering Journal: Science and Innovations*, 2021, iss. 4, pp. 125–128. DOI: 10.18698 / 2308-6033-2021-4-2068

Нижняя оценка собственной частоты фермы по Донкерлею в системе Maple

© М.Н. Кирсанов*, В.Ф. Петренко

НИУ «МЭИ», Москва, Россия
*E-mail (докладчика): c216@ya.ru

Аннотация. Находится аналитическая оценка частоты колебаний плоской фермы с двумя пролетами и ромбовидной решеткой с учетом жесткости опор. Жесткость конструкции с массами, сосредоточенными в ее узлах, определяется по формуле Максвелла — Мора. Методом Донкерлея рассчитывается аналитическая оценка частоты. Обобщение серии частных решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей производится методом индукции. Все преобразования, включая нахождение усилий в стержнях методом вырезания узлов, выполняются в системе компьютерной математики Maple.

Ключевые слова: ферма, Maple, частота собственных колебаний.

Работа выполнена в рамках проекта «Динамика легких стержневых конструкций манипуляторов» при поддержке гранта НИУ «МЭИ» на реализацию программ научных исследований «Технологии индустрии 4.0 для промышленности и робототехника» 2020–2022 гг.

Литература

1. Кирсанов М.Н. *Плоские фермы. Схемы и расчетные формулы: справочник*. Москва, ИНФРА-М, 2019, 238 с.
2. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ собственных частот колебаний плоской фермы с произвольным числом панелей. *Вестник МГСУ*, 2019, т. 14, № 3 (126), с. 284–292.

The lower estimate of the natural frequency of a truss according to the Dunkerley in the Maple system

© M.N. Kirsanov*, V.F. Petrenko

National Research University "MPEI", Moscow, Russia

*E-mail (speaker): c216@ya.ru

Abstract. A lower estimate of the natural frequency of a statically determined truss with two spans and a lozenge-like lattice taking into account the stiffness of the supports is proposed.

Keywords: *truss, Maple, estimation of natural vibrations, frequency of natural vibrations, rhomboidal truss.*

Осреднение упругих параметров регулярно армированного волокнистого композиционного материала

© С.Л. Косачев, И.Г. Благовещенский

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: s_kosachev@bmstu.ru, drbl@bmstu.ru

Аннотация. В работе представлен аналитический метод определения приведенных упругих характеристик волокнистого композиционного материала, основанный на использовании модели регулярно армированного композита, геометрия и напряженное состояние которого полностью определяются микроструктурой фундаментальной ячейки. Содержание задачи приведения заключается в отыскании упругих параметров сплошной среды, обладающей той же жесткостью, что и исходная неоднородная среда. Приведены результаты расчетов для композиционного материала с различным строением ячейки, определены верхняя и нижняя границы упругих характеристик.

Ключевые слова: *композиционный материал, приведенные упругие характеристики, прочность, периодические структуры.*

Обычно при проектировании конструкций из композиционных материалов помимо локальных свойств напряженного состояния необходимо оценить жесткость такой конструкции в целом. Содержание задачи приведения заключается в нахождении приведенных упругих параметров армированной среды, т. е. в отыскании упругих параметров сплошной среды, обладающей той же жесткостью, что и исходная.

Самый общий путь решения проблемы осреднения заключается в том, чтобы рассматривать ее как следствие из соответствующих краевых задач для структуры. При таком подходе метод получения макрохарактеристик среды становится нечувствительным к усложнению ее структуры, важно лишь то, что среда обладает геометрической и силовой симметрией.

В качестве модели ВКМ примем некоторую трехмерную изотропную кусочно-однородную среду, упругие и геометрические свойства которой неизменны в направлении x_3 и имеют двоякопериодический характер в плоскости x_1x_2 . Поскольку напряженно-деформированное состояние слоя ВКМ является двоякопериодическим, то достаточно рассмотреть периодический элемент структуры в виде параллелограмма периодов (фундаментальная ячейка). Пусть ω_1 и ω_2 — основные периоды структуры. Внутри параллелограмма периодов $P_{m,n}$ ($m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) содержится k непересекающихся включений, ограниченных контурами L_j (рис. 1).

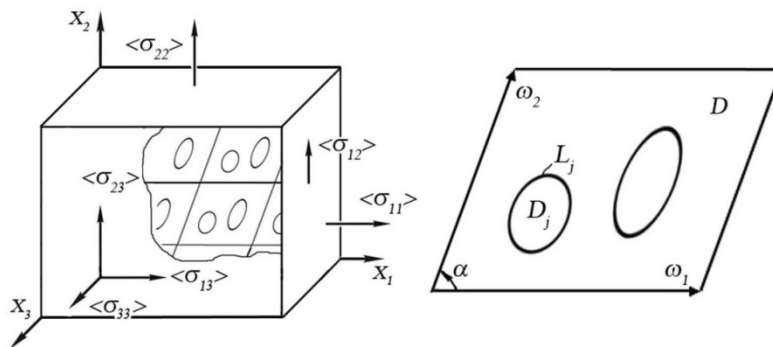


Рис. 1. Расчетная модель композиционного материала

Конечные односвязные области, ограниченные контурами L_j , обозначим через D_j , упругие постоянные среды в областях D_j (волокна) и D (матрица) — через E_j , ν_j и E , ν соответственно.

Под средними деформациями в регулярной структуре будем понимать деформации фундаментальной ячейки в ней. Будем рассматривать поля напряжений, обладающие той же группой симметрии,

что и область D . В этом случае напряжения в D должны иметь двоякопериодическую структуру. Тогда постановку задачи о плоской деформации композиционного материала можно сформулировать следующим образом. Определить функции $\varphi(z)$, $\psi(z)$ и $\varphi_j(z)$, $\psi_j(z)$ (комплексные потенциалы) [1], регулярные соответственно в областях D , D_j ($j = 1, 2, \dots, k$) и удовлетворяющие на границе раздела $L = \bigcup L_j$ условиям сопряжения матрицы и волокон — непрерывность вектора напряжений и вектора перемещений. При этом подразумевается, что все условия периодичности выполнены автоматически за счет специального вида представлений искомых регулярных функций. Как показано в [1, 2], искомые функции $\varphi(t)$, $\psi(t)$ можно выразить через две неизвестные комплексные функции (плотности) $p(t)$ и $q(t)$, причем таким образом, что для определения $p(t)$ и $q(t)$ получается эквивалентная исходной краевой задаче система интегральных уравнений.

Любые две конгруэнтные ячейки деформируются одинаково, поэтому моделью регулярной структуры назовем упругую однородную среду, обладающую тем свойством, что при совпадении тензоров средних напряжений, действующих в структуре и модели, совпадают также соответствующие тензоры средних деформаций в них. Поскольку упругие перемещения в структуре и макромодели при действии средних напряжений $\langle \sigma_{ik} \rangle$ имеют один и тот же квазипериодический характер, то можно отождествить средние деформации $\langle e_{ik} \rangle$ в структуре с соответствующими величинами в модельной среде:

$$\langle e_{11} \rangle = \langle a_{11} \rangle \langle \sigma_{11} \rangle + \langle a_{12} \rangle \langle \sigma_{22} \rangle + \langle a_{16} \rangle \langle \sigma_{12} \rangle,$$

$$\langle e_{22} \rangle = \langle a_{21} \rangle \langle \sigma_{11} \rangle + \langle a_{22} \rangle \langle \sigma_{22} \rangle + \langle a_{26} \rangle \langle \sigma_{12} \rangle,$$

$$2\langle e_{12} \rangle = \langle a_{61} \rangle \langle \sigma_{11} \rangle + \langle a_{62} \rangle \langle \sigma_{22} \rangle + \langle a_{63} \rangle \langle \sigma_{12} \rangle.$$

Формулы, описывающие связь между средними напряжениями и средними деформациями в структуре, полностью определяют ее макромодель, и их можно трактовать как закон Гука для искомой модельной среды. Осредненные упругие свойства структуры определяются величинами $\langle a_{ik} \rangle$, которые выражаются через функционалы, построенные на решениях интегральных уравнений соответствующих двоякопериодических краевых задач [2]. Эти функционалы содержат в себе всю информацию о микроструктуре фундаментальной ячейки.

Для выявления общих закономерностей были проведены расчеты для стеклопластика с одним волокном кругового поперечного сечения в ячейке с двумя различными видами укладки волокна:

- стеклопластик с тетрагональной решеткой $\omega_2 = i\omega_1$;
- стеклопластик с гексагональной решеткой $\omega_2 = \omega_1 \exp(i\pi / 3)$.

Характеристики материалов, использовавшихся для расчетов, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики композиционного материала

Материал	Модуль упругости E , ГПа	Модуль сдвига G , ГПа	Коэффициент Пуассона ν
Стекловолокно	68,7	28,63	0,2
Матрица	3,05	1,103	0,382

Результаты расчета приведенных характеристик материалов с относительным радиусом волокна в ячейке $\bar{R} = 0,8$ представлены в табл. 2. Характеристики материала с гексагональной решеткой оказались на 7–8 % выше, чем в случае тетрагональной решетки.

Таблица 2

Приведенные характеристики композиционных материалов

Тип решетки	Гексагональная	Тетрагональная
E_1/E_M	8,931	8,428
E_2/E_M	8,931	8,428
G_{12}/G_M	3,429	3,38
ν_{12} / ν_M	0,326	0,246

Кроме упомянутых выше материалов с правильными решетками были проведены расчеты композитов с другими структурами фундаментальной ячейки. Во всех случаях приведенные характеристики таких композитов лежали между соответствующими значениями для тетрагональной и гексагональной ячеек. Этот факт может быть использован для определения верхней и нижней границ упругих характеристик ВКМ.

Литература

1. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. *Периодические кусочно-однородные упругие структуры*. Москва, Наука, 1992, 287 с.
2. Kosachev S.L. Simulation analysis of structural thermoelastic stresses in fibrous composite materials. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2021, vol. 1191, art. no. 012009.

Averaging of elastic parameters of regularly reinforced fibrous composite material

© S.L. Kosachev, I.G. Blagoveschensky

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: s_kosachev@bmstu.ru, drbl@bmstu.ru

Abstract. The paper presents an analytical method for determining the averaged elastic characteristics of a fibrous composite material, uses a model of a basic fibre-reinforced composite having its geometry and stress state being fully determined by the primitive cell microstructure. The content of the reduction problem is to finding the elastic parameters of a continuous medium that has the same rigidity as the original heterogeneous medium. The results of calculations for composite material with different cell structure are given, the upper and lower boundaries of elastic characteristics are determined.

Keywords: *composite material, averaged elastic characteristics, strength, periodic structures.*

Применение асимптотического метода В.В. Болотина к расчету спектров колебаний ортотропных ферромагнитных пластин в магнитном поле

© Э.И. Манчев*, Т.Н. Комиссарова, В.Е. Хроматов

НИУ «МЭИ», Москва, Россия
*E-mail: ManchevE@mpei.ru

Аннотация. В работе дано применение асимптотического метода Болотина к расчету спектров колебаний ортотропных ферромагнитных пластин в магнитном поле. Исследуется влияние поперечного магнитного поля на собственные частоты, проводится сравнение численных результатов при наличии магнитного поля и его отсутствии.

Ключевые слова: *асимптотический метод, собственные частоты, ортотропная пластина, магнитное поле.*

Литература

1. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е. *Электропроводящие пластинки и оболочки в магнитном поле.* Москва, Физматлит, 1996.
2. Хроматов В.Е., Голубева Т.Н. О влиянии магнитных полей на колебания и устойчивость пластин из ферромагнитного материала. *Вестник машиностроения*, 2012, № 9.

Application of the asymptotic method of V.V. Bolotin to the calculation of vibration spectra of orthotropic ferromagnetic plates in a magnetic field

© E.I. Manchev*, T.N. Komissarova, V.E. Khomatov

National Research University «MPEI», Moscow, Russia

*E-mail: ManchevE@mpei.ru

Abstract. The article gives an application of the asymptotic method of V.V. Bolotin to the calculation of vibration spectra of orthotropic ferromagnetic plates in a magnetic field. The effect of a transverse magnetic field on natural frequencies is investigated, and the numerical results are compared in the presence of a magnetic field and in its absence.

Keywords: asymptotic method, natural frequencies, orthotropic plate, magnetic field.

References

1. Ambartsumyan S.A., Bagdasaryan G.E. *Electrically conductive plates and shells in a magnetic field*. Moscow, Fizmatlit, 1996.
2. Khomatov V.E., Golubeva T.N. On the influence of magnetic fields on vibrations and stability of plates made of ferromagnetic material. *Vestnik mashinostroeniya*, 2012, no. 9.

Численное моделирование деформирования шероховатой поверхности металлических тел

© М. В. Мурашов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: murashov@bmstu.ru

Аннотация. в литературе ранее предложен ряд моделей дискретного контакта двух металлических шероховатых тел. Однако большая часть моделей не раскрывает физику процесса контактирования, в том числе не учитывает форму рельефа и неравномерность свойств материала. Для определения площади фактического контакта в данной работе предлагается подход, основанный на использовании пространственной конечно-элементной модели контактного упруго-пластического деформирования шероховатых приповерхностных областей микронных размеров. Рассмотрен контакт двух неровных поверхностей друг с другом, что отличается от традиционного подхода большинства моделей, когда рассматривается контакт эквивалентной шероховатой поверхности с недеформируемой плоскостью.

В разработанной модели учитываются индивидуальные взаимодействия выступов, в том числе боковые. Проведен ряд вычислительных экспериментов. Определено, что упрочнение и первоначальная форма элементов шероховатости существенно влияют на процесс деформирования, допуская наличие незакрывающихся зазоров, снижающих площадь фактического контакта.

Ключевые слова: площадь фактического контакта, выступы шероховатости, МКЭ.

Литература

Мурашов М.В., Корнев Ю.В. Исследование упругопластического поведения элемента шероховатости. *Журнал технической физики*, 2014, т. 84, № 3, с. 75–81.

Numerical modeling of deformation of a rough surface of metal bodies

© M.V. Murashov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: murashov@bmstu.ru

Abstract. Earlier in the literature, a number of models of discrete contact between two rough metal bodies have been proposed. At the same time, most of the models do not reveal the physics of the contacting process, including not taking into account the shape of the relief and the uneven properties of the material. To determine the actual contact area in this work, an approach is proposed based on the use of a spatial finite element model of contact elastoplastic deformation of rough near-surface micron-sized regions. The contact of two uneven surfaces with each other is considered, which differs from the traditional approach of most models, when the contact of an equivalent rough surface with a rigid plane is considered. The developed model takes into account the individual interactions of the asperities, including the lateral ones. A number of computational experiments have been carried out. It has been determined that the hardening and the initial shape of the asperities significantly affect the deformation process, allowing the presence of non-closing gaps that reduce the actual contact area.

Keywords: actual contact area, asperities, FEM.

References

Murashov M.V., Kornev Yu.V. Elastoplastic Deformation of a Roughness Element. *Technical Physics*, 2014, vol. 59, no. 3, pp. 384–390.
DOI: 10.1134/S1063784214030189

Исследование формирования деформационной структуры металла оболочек при различных технологических факторах

© К.М. Иванов, А.И. Олехвер, П.М. Винник, Е.Ю. Ремшев

БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия

*E-mail (докладчика): leshicher@mail.ru

Аннотация. Представлены результаты исследования формирования деформированного состояния материала на операции «вытяжка с утонением стенки» с учетом различных вариантов применения смазочных материалов и геометрии рабочего инструмента. Полученные результаты подтверждают неравномерный характер формирования степени деформации по толщине стенки при любом выборе вышеперечисленных параметров независимо друг от друга, что потенциально открывает возможности проектирования технологических процессов и изготовления оболочек повышенной несущей способности.

Ключевые слова: механика, разрушение, материальная частица, деформация, эксперимент, делительная сетка, эффект.

Среди технологических процессов, применяемых в машиностроении, особое место занимают процессы пластической деформации металлов. Их важность объясняется оптимальным для ряда производств (особенно крупносерийных и массовых) сочетанием цены и качества изделий. Технологические процессы изготовления деталей, формируя механические свойства деталей, во многом определяют возможный при эксплуатации изделия или конструкции, составной частью которой является изготовленная деталь, характер ее выхода из строя, разрушения [1, 2].

Одной из базовых операций при изготовлении оболочек и сосудов различного назначения (газовые баллоны, гидро- и пневмоцилиндры, металлические элементы боеприпасов) является операция «вытяжка с утонением стенки». Хотя операция является достаточно исследованным процессом обработки металлов давлением, которой посвящено огромное количество публикаций [3–8], вопрос совершенствования методических основ проектирования режимов технологических операций считается открытым ввиду специфики кинематики течения материала, формирования итоговой «картины» деформированного состояния.

Авторским коллективом БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова в работе [9] установлены следующие эффекты в очаге пластической деформации (ОПД), наблюдаемые в процессе деформирования материала: 1) наклон прямолинейного отрезка по направлению движения

рабочего инструмента в зоне, примыкающей к ОПД; 2) изгиб в центральной части отрезка при сохранении прямолинейности краев в верхнем сечении конусной части матрицы; 3) дальнейший изгиб кривой в нижнем сечении конусной части матрицы; 4) наклон прямолинейной части отрезка, примыкающего к наружной поверхности полуфабриката, и формирование окончательной формы волокна, близкой к прямолинейному отрезку.

В работе [9] делается вывод, что деформация в ОПД, во-первых, немонотонная, а во-вторых, предварительный наклон сетки (рис. 1) указывает на наличие пластической деформации наружного слоя полуфабриката и заведомо большего перемещения материальных точек. Эти факторы могут быть технологически негативными — излишняя деформация наружного слоя может приводить к его последующее разрушению, или позитивными — открывая возможность формирования заведомо наружно-упрочненного корпуса, который будет иметь потенциально выгодные эксплуатационные характеристики в комбинации пластичность–прочность.

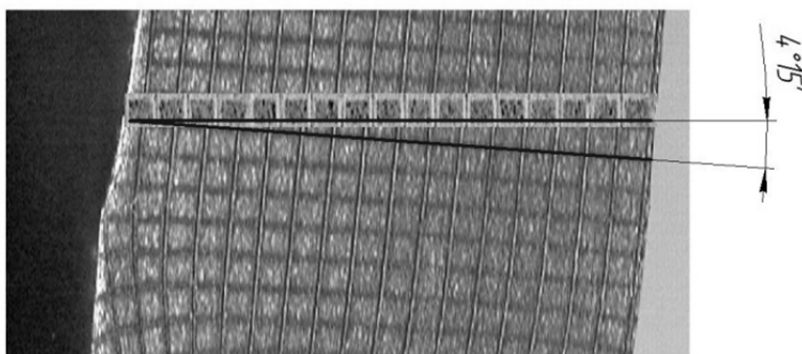


Рис. 1. Предварительный угол наклона делительной сетки в зоне, примыкающей к ОПД

Все эти особенности являются новыми элементами в существующем знании о формировании неравномерного деформированного состояния на операции «вытяжка с утонением стенки», описанном в работах авторов И.П. Ренне и др. [3, 4]. Анализ этих работ показывает, что основными факторами, влияющими на неравномерность деформации, являются геометрия рабочего инструмента (вытяжной матрицы) и трение на его рабочих поверхностях.

Для оценки формирования деформации при различных вариантах геометрии инструмента и трения необходимо применять метод компьютерного моделирования. Первым этапом для верификации проведено моделирование операции в соответствии с технологическими

особенностями экспериментального исследования. На рис. 2 изображена делительная сетка в ОПД по результатам экспериментального исследования и компьютерного моделирования, что убедительно подтверждает адекватность расчета деформированного состояния с помощью программного пакета.

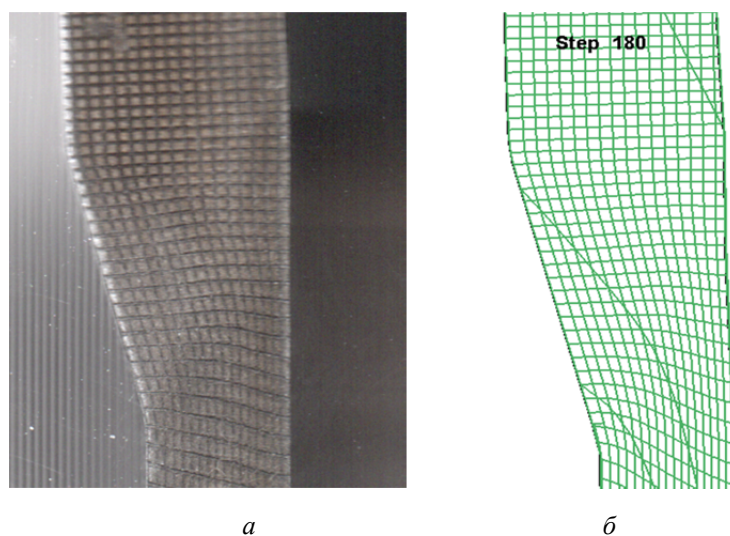


Рис. 2. Делительная сетка в ОПД по результатам:
a — экспериментального исследования; *б* — компьютерного моделирования

Проведены два комплекса вычислительных экспериментов с изменением I — угла конусности матрицы (оценка угла предварительного наклона), II — коэффициента трения на контактной поверхности матрицы и пуансона.

Произведен анализ процесса деформации материала в трех сечениях (рис. 3) полуфабриката при деформировании с различными углами скатов матриц от 10 до 20°. Полученные результаты приведены в табл. 1 и на рис. 4, 5.

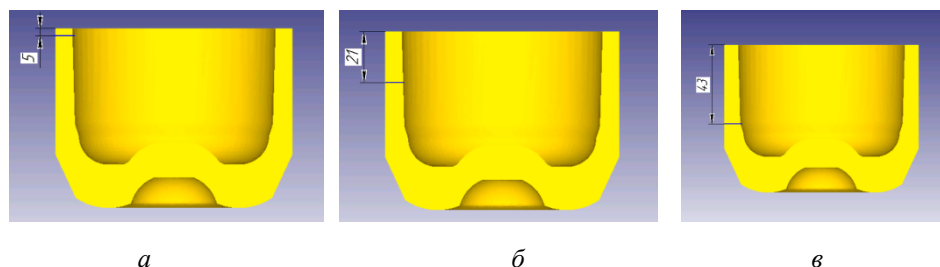


Рис. 3. Расположение расчетных сечений:
a — верхнее; *б* — среднее; *в* — нижнее

**Результаты измерения «предварительных углов наклона» (см. рис. 1)
на операции «вытяжка с утонением стенки»**

Угол матрицы	Сечение		
	нижнее	среднее	верхнее
10°	0°46'	1°47'	5°58'
11°	0°35'	1°41'	6°14'
12°	1°3'	1°48'	6°25'
13°	1°25'	1°31'	7°15'
14°	1°14'	1°51'	8°17'
15°	1°25'	1°19'	8°54'
16°	1°2'	1°31'	10°32'
17°	1°5'	1°5'	11°28'
18°	1°	1°22'	12°25'
19°	1°1'	1°37'	13°36'
20°	0°25'	1°22'	13°9'

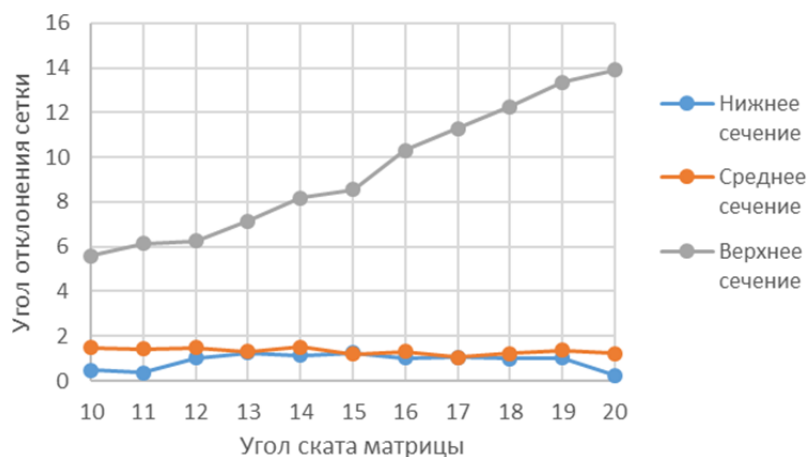


Рис. 4. Зависимость угла наклона сетки от угла ската матрицы

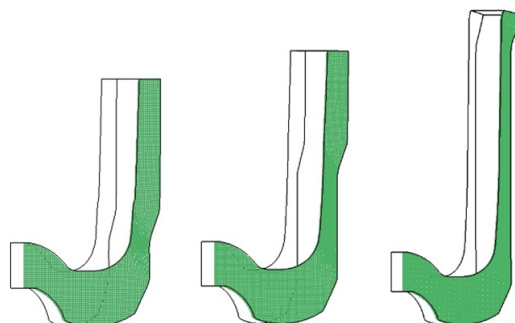


Рис. 5. Эскизы полуфабрикатов на различных этапах деформирования

Из полученных результатов можно сделать вывод, что в придонном и срединном сечениях стакана течение металла происходит менее интенсивно, чем в верхнем, что может говорить о низких значениях деформаций. При больших «предварительных углах наклона» материал в верхнем сечении полуфабриката будет претерпевать гораздо большую деформацию, причем еще знакопеременную. Потенциально это может быть причиной потери устойчивости материала и приводить к поверхностным и внутренним дефектам.

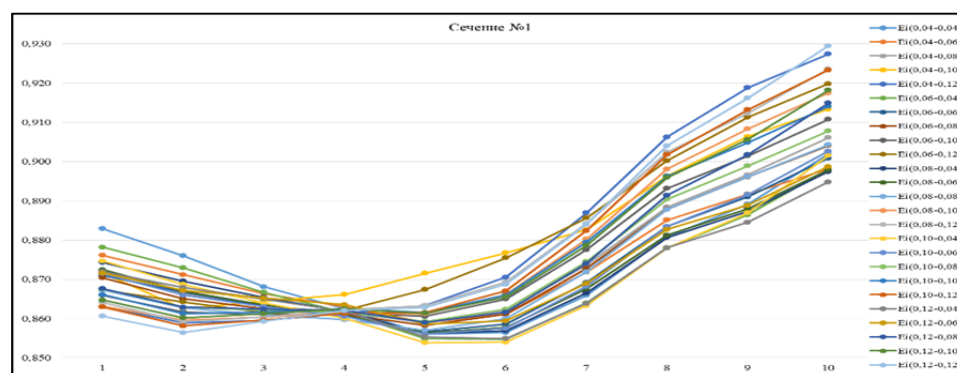
Сетка вычислительного эксперимента с указанием соответствующих коэффициентов трения на матрице и пуансоне, применяемых для вычислительного эксперимента, представлена в табл. 2.

Таблица 2

Сетка вычислительного эксперимента

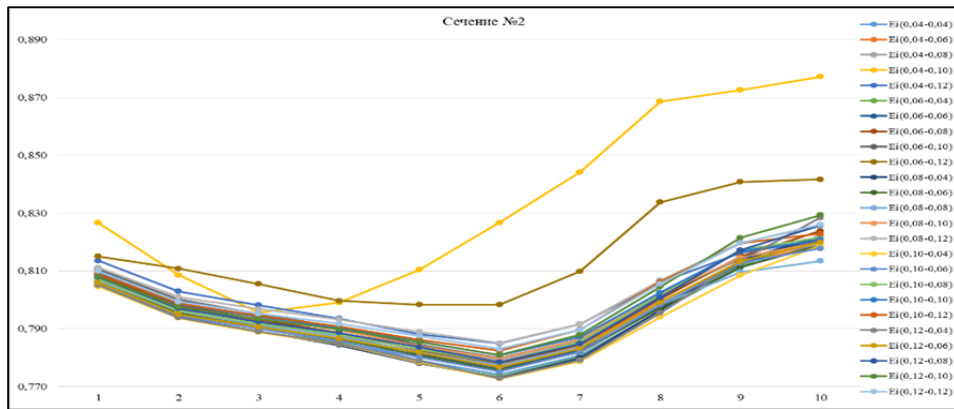
Коэффициент трения пуансона	Коэффициент трения матрицы				
	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12
0,04	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
0,06	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9	№ 10
0,08	№ 11	№ 12	№ 13	№ 14	№ 15
0,10	№ 16	№ 17	№ 18	№ 19	№ 20
0,12	№ 21	№ 22	№ 23	№ 24	№ 25

Графики распределения интенсивности деформации от внутренней до наружной поверхности всех 25 экспериментов (в системе «пуансон–матрица») в различных сечениях полуфабриката (№ 1 — крайняя часть и № 4 — придонная часть соответственно) представлены на рис. 6.

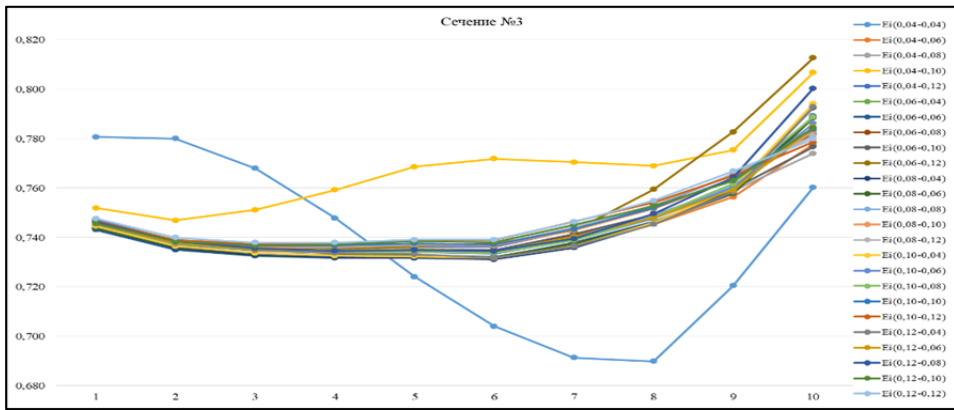


a

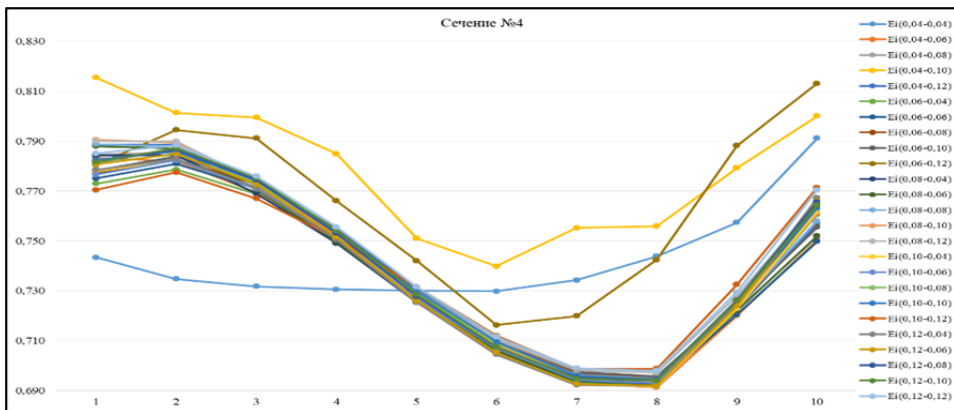
Рис. 6 (начало). Распределение интенсивности деформации от внутренней до наружной поверхности в сечениях № 1 (a)



б



в



г

Рис. 6 (окончание). Распределение интенсивности деформации от внутренней до наружной поверхности в сечениях № 2 (б), № 3 (в) и № 4 (г)

Анализ данных показывает, что большинство комбинаций трения в системе «пуансон–матрица» подчиняются одному характеру распределения. Интерес представляют несколько вариантов, при которых распределения интенсивности деформации не соответствуют общей совокупности (рис. 7).

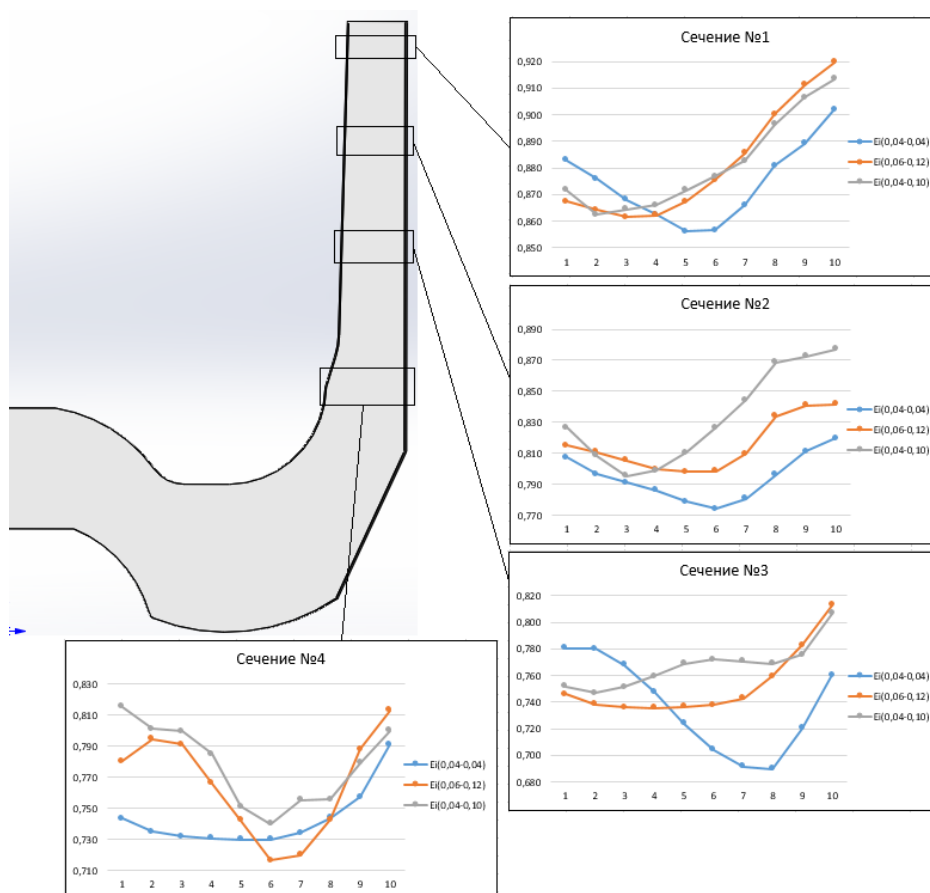


Рис. 7. Распределение отклоняющихся от большинства интенсивностей деформации в различных сечениях

Можно заключить, что практическое применение различных комбинаций трений (смазочных материалов) на пуансоне и матрице позволит изменять как качественные, так и количественные распределения степени деформации по толщине стенки вытягиваемого полуфабриката. Например, на комбинации трения 0,04–0,04 имеется характерный равномерный спад значений степени деформации к срединной поверхности полуфабриката во всех сечениях, что может открывать возможность удаления наружного слоя материала после вытяжных операциях с целью компенсации «перенаклепа» наружного слоя и получения готового изделия с пластичной наружной поверхностью.

Выводы

1. Проведен анализ процесса деформации материала полуфабриката на операции вытяжка с утонением стенки в трех сечениях полуфабрикатов с помощью матриц с различными углами скатов (от 10 до 20°). Максимальные углы предварительного отклонения сетки наблюдаются в верхнем сечении полуфабриката (краевая часть) и достигают значений 13°36'. В нижнем и срединном сечении углы сетки минимальны и достигают 0°25'.

2. Проведено исследование формирования степени деформации по толщине стенки при различных комбинациях трения на пуансон–матрица. В основном характер распределения степеней деформации абсолютно идентичен и соответствует наибольшему уровню деформации для большего коэффициента трения. Однако можно выделить три характерных комбинаций трения: 0,04–0,04; 0,04–0,10; 0,06–0,12, где характер распределения степени деформации по толщине стенки существенно отличается.

3. Требуется дальнейшее развитие направления, проведения комплексного исследования при совместном учете системы «трение — геометрия инструмента» с последующей экспериментальной проверкой и внедрением в производственную культуру.

Литература

1. Смирнов-Аляев Г.А. *Сопrotивление материалов пластическому деформированию*. Ленинград, Машиностроение, 1978, 368 с.
2. Селиванов В.В. *Прикладная механика сплошных сред. Т. 2*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.
3. Ренне И.П., Иванова Э.А., Бойко Э.А., Филигаров Ю.М. *Неравномерность деформации при плоском пластическом течении. Часть 1: Стационарное плоское течение*. Тула, Изд-во Тульского политехнического института, 1971, 160 с.
4. Ренне И.П., Кузнецова Э.А., Кузнецов В.П. Неравномерность деформаций и механических свойств по толщине стенки при вытяжке с утонением. *Кузнечно-штамповочное производство*, 1969, № 2.
5. Агеев Н.П., Данилин Г.А., Огородников В.П. *Технология производства патронов стрелкового оружия, Ч. 1: Технологические основы проектирования патронов*. Санкт-Петербург, Балт. гос. техн. ун-т, 2005, 352 с.
6. Сторожев М.В., Попов Е.А. *Теория обработки металлов давлением*. Москва, Машиностроение, 1977, 423 с.
7. Воронцов А.Л. *Теория и расчеты процессов обработки металлов давлением. Т. 2*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014, 441 с.
8. Яковлев С.П., Яковлев С.С., Андрейченко В.А. *Обработка давлением анизотропных материалов*. Кишинев, Квант, 1997, 331 с.
9. Иванов К.М., Олехвер А.И., Винник П.М., Ремшев Е.Ю. Вопросы механики сплошных сред применительно к общепромышленным технологическим проблемам. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 4 (112), с. 62–69. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068

Research of the formation of the deformation structure of the metal of the shells at various technological factors

© K.M. Ivanov, A.I. Olekhver, P.M. Vinnik, E.Yu. Remshev

Baltic State Technical University «VOENMEH» named after D.F. Ustinov,
Saint-Petersburg, Russia

*E-mail (speaker): leshicher@mail.ru

Abstract. The article presents the results of the study of the formation of the deformed state of the material at the operation of drawing with wall thinning, considering various options for the use of lubricants and the geometry of the working tool. The results obtained confirm the uneven nature of the formation of the degree of deformation along the wall thickness with any choice of the above parameters independently of each other, which potentially opens up opportunities for the design of technological processes and the manufacture of shells with increased bearing capacity.

Keywords: *mechanics, destruction, material particle, deformation, monotony, experiment, dividing grid, effect.*

References

1. Smirnov-Alyayev G.A. *Resistance of materials to plastic deformation*. Leningrad, Mechanical engineering, 1978, 368 p.
2. Selivanov V.V. *Applied Continuum Mechanics. Vol. 2*. Moscow, Publishing house of MSTU im. N.E. Bauman, 1999.
3. Renne I.P., Ivanova E.A., Boyko E.A., Filigarov Yu.M. *Non-uniformity of deformation in a plane plastic flow. Part 1: Stationary plane flow*. Tula, Publishing house of the Tula Polytechnic Institute, 1971, 160 p.
4. Renne I.P., Kuznetsova E.A., Kuznetsov V.P. Irregularity of deformations and mechanical properties along the wall thickness during stretching with thinning. *Forging and stamping production*, 1969, no. 2.
5. Ageev N.P., Danilin G.A., Ogorodnikov V.P. *Technology of small arms cartridge production, Part 1: Technological foundations for the design of patrons*. St. Petersburg, Balt. state tech. un-t, 2005, 352 p.
6. Storozhev M.V., Popov E.A. *Theory of metal forming*. Moscow, Mechanical engineering, 1977, 423 p.
7. Vorontsov A.L. *Theory and calculations of metal forming processes. Vol. 2*. Moscow, BMSTU Press, 2014, 441 p.
8. Yakovlev S.P., Yakovlev S.S., Andreichenko V.A. *Pressure treatment of anisotropic materials*. Kishinev, Kvant, 1997, 331 p.
9. Ivanov K.M., Olekhver A.I., Vinnik P.M., Remshev E.Yu. Continuum mechanic issues applied to general industrial technological problems. *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2021, no. 4 (112), pp. 62–69.
DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068

Самозалечивание трещин в керамических материалах

© М.Н. Перельмутер

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
E-mail: perelm@ipmnet.ru

Аннотация. Модель трещины с концевой областью и кинетическая теория формирования молекулярных связей используются для оценки эффективности самозалечивания трещин в керамических материалах. Рассмотрены основные этапы в процессе самозалечивания трещин. Цель моделирования процесса самозалечивания состоит в определении усилий в связях в процессе формирования концевой области трещины и вычислении коэффициентов интенсивности напряжений, которые являются основными характеристиками эффективности самозалечивания трещины. Указанные параметры определяются численно из решения системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений. Для оценки времени регенерации связей при формировании концевой области трещины используется кинетическая модель.

Ключевые слова: трещины, самозалечивание, концевая область, коэффициенты интенсивности напряжений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 19-19-00616.

Cracks self-healing in ceramics

© M.N. Perelmuter

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia
E-mail: perelm@ipmnet.ru

Abstract. The crack model with a bridged zone and the kinetic theory of the molecular bonds formation are used to evaluate the effectiveness of crack self-healing in ceramics. The main steps in the process of cracks self-healing are considered. The purpose of modeling the self-healing process is to determine the bond tractions during the crack bridged zone formation and to calculate the stress intensity factors, which are considered as the main characteristics of the effectiveness of cracks self-healing. These parameters are determined numerically by solving a system of singular integral-differential equations. To estimate the time of bonds regeneration during the crack bridged zone formation a kinetic model is used.

Keywords: cracks, self-healing, bridged zone, stress intensity factors.

This work is supported by the Russian Science Foundation under grant no. 19-19-00616.

Математическое моделирование и расчет протяженных строительных конструкций на дифференцированное сейсмическое воздействие

© Е.С. Позняк^{1,3*}, А.Г. Бугаевский², В.Н. Симбиркин³, В.В. Курнавин⁴

¹ФГБОУ ВО НИУ «МЭИ», Москва, Россия

²Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта, Москва, Россия

³ООО «Еврософт», Москва, Россия

⁴ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, Москва, Россия

*E-mail (докладчика): PozniakYV@mpei.ru

Аннотация. Обсуждается инженерная методика моделирования и расчета протяженных строительных конструкций линейно-спектральным методом (ЛСМ) при волновом дифференцированном сейсмическом воздействии. Рассмотрен пример расчета пространственной модели стадиона линейно-спектральным методом по реальным природным акселерограммам, заданным в различных близких точках основания.

Ключевые слова: сейсмические волны, линейно-спектральный метод, пространственное сейсмическое воздействие, протяженная конструкция.

Литература

Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. Response Spectrum Method for integrated and differential spatial seismic ground motions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, vol. 108, pp. 69–78.

Mathematical modeling and analysis of wide building structures under differential seismic excitation

© E.V. Poznyak^{1,3*}, A.G. Bugaevsky², V.N. Simbirkin³, V.V. Kurnavin⁴

¹National Research University Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia

²Schmidt Institute of Physics of the Earth, Moscow, Russia

³EuroSoft Co., Moscow, Russia

⁴Central Research Institute of Building Constructions, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): PozniakYV@mpei.ru

Abstract. The engineering analysis of wide building structures under wave differential seismic excitation using the Response Spectrum Method (RSM) is discussed. An example of seismic analysis of a spatial stadium model under real natural accelerograms set at various close points of the base is considered.

Keywords: seismic waves, Response Spectral Method, spatial seismic ground motion, stadium, wide structure.

References

Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. Response Spectrum Method for integrated and differential spatial seismic ground motions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, vol. 108, pp. 69–78.

Некоторые аспекты автоматизации установки временных внутрикостных имплантатов при концевом дефекте зубного ряда

© Т.В. Полякова

Институт космических исследований РАН, Москва, Россия
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: tpolyakova@bmstu.ru

Аннотация. Рассмотрены два типа моделей протезов для экспресс-оценок НДС конструкции и более подробная, построенная по томограмме модель. Получены напряжения кости, влияющие на фиксацию и интеграцию имплантата в челюсти. Сравнивались расчеты для различных длин имплантатов и двух типах формы головки. Построение виртуальной трехмерной модели осуществляется в среде специализированных программных комплексов (Mimics, Geomagic). Расчеты были выполнены в среде прикладного программного конечно-элементного комплекса Patran/Nastran и ANSYS.

Ключевые слова: временный имплантат, метод конечных элементов, фасетная модель.

В работе описан глубокий биомеханический анализ, предполагающий создание модели в конечно-элементном комплексе. Компьютерное моделирование проводилось в системах Mimics, SolidWorks, Patran и Nastran, ANSYS, Geomagic. Автор считает, что если временный имплантат нельзя позиционировать в один ряд с двухэтапным, то возможно расположение по диагонали между ними.

Проанализированы два подхода к моделированию расстановки временных имплантатов: на более простой модели с заранее заданной геометрией рассмотрена оптимизация; на полномасштабной модели, построенной по томограмме, выполнен итоговый расчет. Описаны варианты учета плотности костной ткани с классификацией по Misch, а также модель распределения прочностных характеристик в кости на основе закона оценки плотности по томограмме.

На языке Python написана программа автоматизации задания геометрии имплантата в челюсти, необходимая для его точного позиционирования.

Литература

1. Чумаченко Е.Н., Арутюнов С.Д., Лебеденко И.Ю. *Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния зубных протезов*. Москва, Молодая гвардия, 2003, 272 с.
2. Серова Н.С. *Лучевая диагностика в стоматологической имплантологии*. Москва, Е-ното, 2015, 220 с.

Some aspects of the automation of the installation of transitional intraosseous implants in case of an end defect in the dentition

© T.V. Polyakova

Space Research Institute RAS, Moscow, Russia
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
*E-mail (speaker): tpolyakova@bmstu.ru

Abstract. A denture, two types of models for express assessments of the structural stress-strain rate, and a more detailed model, built on the basis of a tomogram, are considered. Bone stresses affecting the fixation and integration of the implant in the jaw were obtained. Calculations were compared for different implant lengths and two types of head shape. The construction of a virtual three-dimensional model is carried out in the environment of specialized software systems (Mimics, Geomagic). The calculations were performed in the environment of the applied software finite element complex Patran / Nastran and ANSYS.

Keywords: transitional implant, finite element method, facet model.

References

1. Chumachenko E.N., Arutyunov S.D., Lebedenko I.Yu. *Matematicheskoye modelirovaniye napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zubnykh protezov* [Mathematical modelling of the stress-strain state of dentures]. Moscow, Molodaya gvardiya, 2003, 272 p. (in Russ.).
2. Serova N.S. *Luchevaya diagnostika v stomatologicheskoy implantologii* [Radiation diagnostics in dental implantology]. Moscow, E-noto, 2015, 220 p. (in Russ.).

Частотно-модальный анализ поперечных колебаний некоторых плоских стержневых конструкций

© М.И. Дьяченко, В.В. Куракин, И.А. Пырх*, А.Н. Темнов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
*E-mail (докладчика): pyrkh@mail.ru

Аннотация. Подробно описано решение спектральной задачи для поперечных колебаний системы из трех стержней, соединенных линейными упругими элементами. Приведен анализ результатов для первых четырех тонов, а также ряд задач, на основе которых сделаны обобщающие выводы о структуре спектра собственных частот колебаний.

Ключевые слова: собственные колебания, поперечные колебания.

Введение. Решение задач о собственных колебаниях составных стержневых конструкций с упругими связями является актуальным в науке [1–3] и ракетно-космической технике в силу разнообразия изделий пакетной схемы (как отечественного, так и зарубежного производства). Такие задачи возникают при проектировании системы управления изделием, при проектировании топливных баков, а также других агрегатов и изделия в целом. В данной работе приведено решение спектральной задачи на примере системы из трех упругих стержней, совершающих поперечные колебания, два из которых одинаковы и соединены с третьим посредством линейных упругих элементов.

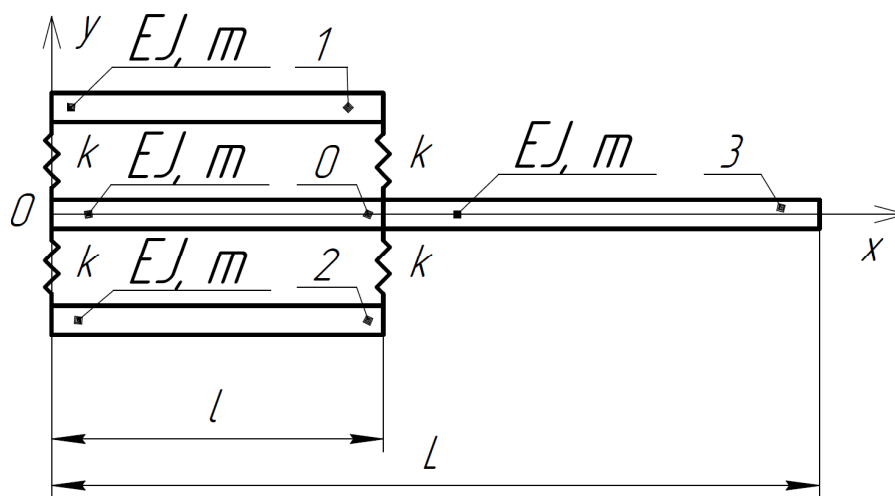


Рис. 1. Расчетная схема задачи

Постановка задачи. Расчетная схема представлена на рис. 1. Заданы:

- линейная плотность каждого стержня $m = 1,460$ кг/м;
- погонная жесткость на изгиб $EJ = 2000$ Н·м²;
- длины боковых стержней $l = 1,260$ м;
- длина центрального стержня $L = 2,919$ м;

– жесткость на растяжение безынерционных пружин $k = 10^4$ Н/м;
 – длина пружин в недеформированном состоянии принимается равной нулю.

Последовательность решения. Необходимо условно разбить центральный стержень на два стержня с длинами l и $L-l$. Таким образом, запишем систему дифференциальных уравнений колебаний четырех стержней относительно функции формы:

$$\frac{d^4 f_i}{dx^4} + \alpha_i^4 x = 0 (i = \overline{0,3}); \quad (1)$$

$$\alpha_i = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{EJ}}. \quad (2)$$

Их решения известны:

$$f_i(x) = C_{i1}\cos(\alpha_i x) + C_{i2}\sin(\alpha_i x) + C_{i3}ch(\alpha_i x) + C_{i4}sh(\alpha_i x). \quad (3)$$

Граничные условия и соотношения на стыках:

$$EJf_1'''(0) - k(f_1(0) - f_0(0)) = 0; \quad (4)$$

$$EJf_1''(0) = 0; \quad (5)$$

$$EJf_1'''(l) - k(f_1(l) - f_0(l)) = 0; \quad (6)$$

$$EJf_1''(l) = 0; \quad (7)$$

$$EJf_2'''(0) - k(f_2(0) - f_0(0)) = 0; \quad (8)$$

$$EJf_2''(0) = 0; \quad (9)$$

$$EJf_2'''(l) - k(f_2(l) - f_0(l)) = 0; \quad (10)$$

$$EJf_2''(l) = 0; \quad (11)$$

$$EJf_0''(0) = 0; \quad (12)$$

$$EJf_1'''(0) + EJf_2'''(0) + EJf_0'''(0) = 0; \quad (13)$$

$$EJf_1'''(l) + EJf_2'''(l) + EJf_0'''(l) - EJf_3'''(l) = 0; \quad (14)$$

$$EJf_3''(L) = 0; \quad (15)$$

$$EJf_3'''(L) = 0; \quad (16)$$

$$f_0(l) - f_3(l) = 0; \quad (17)$$

$$f_0'(l) - f_3'(0) = 0; \quad (18)$$

$$EJf_0''(l) - EJf_3''(0) = 0. \quad (19)$$

Подставив выражения для общего решения в граничные условия, получим однородную СЛАУ относительно неизвестных C_{ij} ($i = \overline{0,3}, j = \overline{1,4}$) размерностью 16:

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,16} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{16,1} & a_{16,2} & \dots & a_{16,16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{0,1} \\ C_{0,2} \\ \dots \\ C_{3,4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$A \cdot \bar{C} = \bar{0}, \quad (21)$$

$$\det(A) = 0. \quad (22)$$

Обсуждение результатов. Характеристическое уравнение (21) позволяет найти два спектра собственных частот колебаний, при которых:

- 1) формы колебаний боковых стержней симметричны;
- 2) формы колебаний боковых стержней антисимметричны.

Формы колебаний, соответствующих первым четырем частотам, изображены на рис. 2 и 3.

Собственные частоты первых четырех тонов колебаний приведены в таблице.

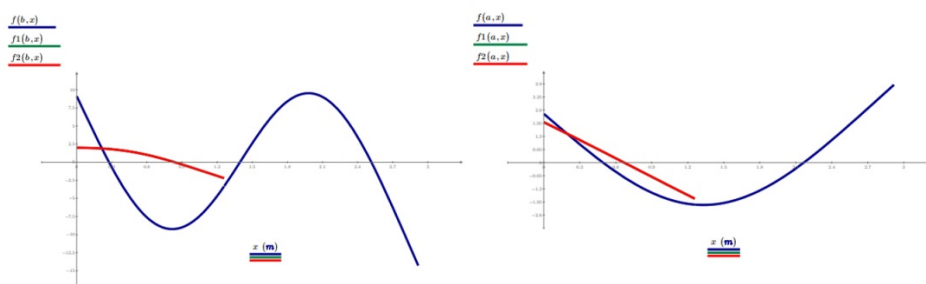


Рис. 2. Формы колебаний конструкции, соответствующие первой (слева) и второй (справа) частотам

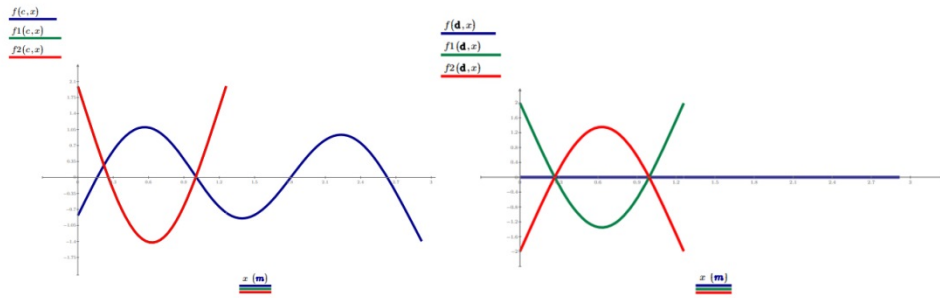


Рис. 3. Формы колебаний конструкции, соответствующие третьей (слева) и четвертой (справа) собственным частотам

Показатель	Номер тона			
	1	2	3	4
Собственная частота ν_i , Гц	12,377	39,301	73,723	76,369
Принадлежность к спектру частот	1	1	1	2

Интерес представляет подробное рассмотрение второго спектра собственных частот. Опыт решения аналогичных задач (схемы которых приведены на рис. 4) показывает, что их наличие характерно:

- не только для поперечных колебаний, но и для продольных;
- не только для элементов с упругими связями, но и если заменить их предельным случаем — абсолютно жестким соединением;
- вне зависимости от количества и расположения линейных упругих элементов;
- для стержневых систем, в которых есть непоследовательные составляющие.

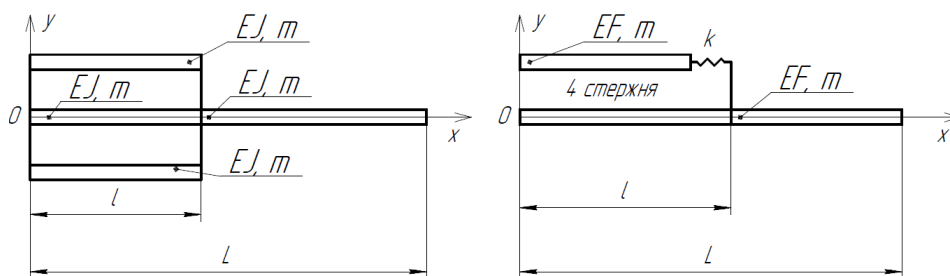


Рис. 4. Расчетные схемы задач

Размерность пространства фундаментальной системы решений СЛАУ (19) совпадает с количеством независимых форм колебаний конструкции, которые можно построить при одном условии нормировки. В данном случае это одна форма (когда боковые стержни

находятся в противофазе). Если таких форм несколько, то каждую из них необходимо принимать во внимание в практических расчетах, так как в противном случае набор собственных форм колебаний не будет отвечать условию полноты (не каждое движение системы возможно будет задать с помощью линейной комбинации собственных форм колебаний).

Литература

1. Pavlov A.M., Temnov A.N. Symmetry Exploitation in the Natural Vibrations of Rod Systems. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Ser. Mashinostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.*, 2017.
2. Pavlov A. The analysis of the clustered rocket natural modes and frequencies. *International graduate summer school in aeronautics & astronautics IGSS. Collection of abstracts*, 2016.
3. Павлов А.М. Теоретико-групповой анализ динамики ракет-носителей пакетной компоновки. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2018.

Normal mode analysis of transverse vibrations in flat rod structures

© M.I. Dyachenko, V.V. Kurakin, I.A. Pyrkh*, A.N. Temnov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): pyrkh@mail.ru

Abstract. The solution of the spectral problem for transverse vibrations of a system of three rods connected by linear elastic elements is described. Results analysis for the first four modes are shown. A number of problems is presented, on the basis of which generalizing conclusions about the spectrum of natural frequencies of oscillations are given.

Keywords: *normal modes, transverse vibrations.*

References

1. Pavlov A.M., Temnov A.N. Symmetry Exploitation in the Natural Vibrations of Rod Systems. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.*, 2017.
2. Pavlov A. The analysis of the clustered rocket natural modes and frequencies. *International graduate summer school in aeronautics & astronautics IGSS 2016. Collection of abstracts*, 2016.
3. Pavlov A.M. Group-theoretical analysis of the dynamics of launch vehicles of a batch layout. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.*, 2018.

Построение трехмерной теории изгиба тонких или толстых пластин при малых прогибах срединной поверхности

© В.П. Ревенко¹, В.Н. Бакулин²

¹ИППММ НАНУ, Львов, Украина

²ИПРИМ РАН, Москва, Россия

E-mail: victor.rev.12@gmail.com; vbak@yandex.ru

Ключевые слова: толстые пластины, трехмерное напряженное состояние, тензор напряжений, уравнения Ляме.

Известно [1], что при изгибе толстой пластины поперечной силой (в рамках трехмерной теории упругости, когда значения прогибов не превышают толщину пластины) нормали к срединной поверхности отклоняются, а также искривляются. В этом случае ее напряженное состояние не описывается гипотезами Кирхгофа — Лява или Тимошенко. Предложена трехмерная теория изгиба нормально нагруженной на плоских поверхностях пластины при малых прогибах ее срединной поверхности. Ее трехмерное напряженно-деформированное состояние разделено на симметричный изгиб и сжатие [2]. После интегрирования напряжений по толщине пластины выражены изгибные и крутящие моменты, а также поперечные усилия. Впервые построена на основании теории упругости, без использования гипотез о геометрическом характере деформирования пластины, замкнутая система уравнений в частных производных восьмого порядка относительно введенных двумерных гармонических функций. Трехмерные краевые условия сведены к двумерному виду.

Литература

1. Ревенко В.П. Трехмерное напряженное состояние ортотропной призмы прямоугольного сечения под действием поперечной силы, приложенной на торце. *Прикл. Механика*, 2005, т. 41 (4), с. 30–37. <https://doi.org/10.1007/s10778-005-0097-1>
2. Bakulin V.N., Revenko V.P. Analytical and Numerical Method of Finite Bodies for Calculation of Cylindrical Orthotropic Shell With Rectangular Hole. *Russian Mathematics*, 2016, no. 6, pp. 1–11. DOI: 10.3103 / S1066369x16060013

Building a 3d bend theory of thin or thick plates, when their deflections are insignificant

© V.P. Revenko¹, V.N. Bakulin²

¹PIAPMM NASU, Lviv, Ukraine

²IPRIM RAS, Moscow, Russia

E-mail: victor.rev.12@gmail.com; vbak@yandex.ru

Abstract. Plates are considered when their stress states is not described by The Kirchhoff-Love hypothesis or Reissner — Timoshenko hypothesis. The three-dimensional stress-strain state is divided into symmetric compression and a symmetrical bending of the plate with loads at its ends. The bend theory of plates is proposed normally loaded on flat end surfaces. To describe the bending, three harmonic functions are used, describing the three-dimensional stress-strain state of the plate. For the first time, on the basis of the theory of elasticity, a closed two-dimensional bend theory of plates without using hypotheses about the geometric nature of the plate deformation was constructed. Three-dimensional boundary conditions are reduced to two-dimensional.

Keywords: *thick plates, three-dimensional stressed state, stress tensor, Lamé equations.*

References

1. Revenko V.P. Three-Dimensional Stress State of An Orthotropic Rectangular Prism Under a transverse force applied at its end. *Int. Appl. Mech.* 2005, 43, no. 4, pp. 367–373. <https://doi.org/10.1007/s10778-005-0097-1>
2. Bakulin V.N., Revenko V.P. Analytical and Numerical Method of Finite Bodies for Calculation of Cylindrical Orthotropic Shell With Rectangular Hole. *Russian Mathematics*, 2016, no. 6, pp. 1–11. DOI: 10.3103 / S1066369x16060013

Приложение «роторного» способа описания больших поворотов к задачам динамики твердого тела и механики пружин

© Ф.Д. Сорокин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: sorokinf@bmsu.ru

Аннотация. Для преодоления проблемы критических углов разработан способ точного разделения большого поворота на скалярную и векторную части. Осевой поворот (скалярная часть) при этом ничем не ограничен. Поперечный поворот (векторная часть) ограничен углом 360° . Дифференциальные уравнения кинематики вращательного движения твердого тела и механики гибких пружин также разделяются на осевую (скалярную) и поперечную (векторную) части. Приведенные примеры показывают, что построенные системы дифференциальных уравнений легко интегрируются стандартными численными методами до очень больших суммарных поворотов.

Ключевые слова: *большие повороты, критические углы, динамика твердого тела, механика пружин.*

Application of the "rotary" method of describing large turns to problems of rigid body dynamics and spring mechanics

© F.D. Sorokin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: sorokinfd@bmsu.ru

Abstract. To overcome the problem of critical angles, a method has been developed for accurately dividing a large rotation into scalar and vector parts. The axial rotation (scalar part) is not limited in any way. The transverse rotation (vector part) is limited to a 360-degree angle. Differential equations of kinematics of rotational motion of a rigid body and mechanics of flexible springs are also divided into axial (scalar) and transverse (vector) parts. The examples given show that the constructed systems of differential equations are easily integrated by standard numerical methods up to very large total rotations.

Keywords: *large turns, critical angles, rigid body dynamics, spring mechanics.*

Моделирование и восстановление гибкого колеса волнового механизма

© Г.В. Тихомиров*, О.В. Егорова, Н.Н. Барбашов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
*E-mail: tgv-22@yandex.ru

Аннотация. В последние годы отмечается значительное возрастание интереса к аддитивным технологиям в связи с цифровизацией и удешевлением оборудования и материалов для печати. Для восстановления, реновации и реконструкции кинематических моделей механизмов могут использоваться аддитивные технологии, которые являются одними из самых быстроразвивающихся в сфере производства деталей машин. В МГТУ им. Н.Э. Баумана определены и применены основные RP-технологии для восстановления музейных экспонатов и редких моделей, приведены достоинства их использования на примере волнового редуктора. В работе приведены основные этапы воссоздания гибкого колеса, описана методика решения возникающих сложностей и представлены результаты работы, наглядно демонстрирующие потенциал данных технологий и необходимость их внедрения в образовательный процесс.

Ключевые слова: *волновая передача, аддитивные технологии, 3D-моделирование.*

Литература

1. Иванов М.Н. *Волновые зубчатые передачи*. Москва, Высш. школа, 1981, 184 с.
2. Григорьянц А.Г., Шиганов И.Н., Мисюров А.И., Третьяков Р.С. *Лазерные аддитивные технологии в машиностроении*. Москва, Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018, 278 с.

Modeling and restoration of the flexible gear of harmonic mechanism

© G.V. Tikhomirov^{*}, O.V. Egorova, N.N. Barbashov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

^{*}E-mail: tgv-22@yandex.ru

Abstract. In recent years, there has been a significant increase in interest in additive technologies, due to digitalization and cheaper equipment and materials for printing. Additive technologies can be used for the restoration, renovation and reconstruction of kinematic models of mechanisms, which are among the fastest growing in the field of machine parts production. The Bauman Moscow State Technical University identified and applied the main RP-technologies for the restoration of museum exhibits and rare models, the advantages of their use on the example of a wave reducer are given. The paper presents the main stages of recreating a flexible wheel, describes the methodology for solving emerging difficulties and presents the results of the work, clearly demonstrating the potential of these technologies and the need for their implementation in the educational process.

Keywords: *harmonic gear, additive technologies, 3D-modeling.*

References

1. Ivanov M.N. *Zubchatye volnovye peredachi* [Wave gears]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1981, 184 p.
2. Grigor'yanc A.G., Shiganov I.H., Misyurov A.I., Tret'yakov R.S. *Lazernye additivnye tekhnologii v mashinostroyeni* [Laser additive technologies in mechanical engineering]. Moscow, BaumanPress Publ., 2018, 278 p.

СЕКЦИЯ 5. НАУЧНО - МЕТОДИЧЕСКИЕ И ИСТОРИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ

Руководители: д-р физ.-мат. наук, проф. С.А. Берестова,
д-р техн. наук, проф. П.М. Шкапов,
председатель Научно-методического совета
по теоретической механике при Минобрнауки РФ,
д-р физ.-мат. наук, проф. В.А. Самсонов

Фактические штрихи биографии Н.Е. Жуковского из архивных материалов его личного дела в Императорском Московском Техническом Училище

© Г.А. Базанчук, Е.Б. Гартиг, С.В. Кураков, П.М. Шкапов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: bga@bmstu.ru, spm@bmstu.ru

Аннотация. В работе на основе архивных материалов из личного дела Н.Е. Жуковского даны основные фактические сведения о начале и дальнейшей его работе в Императорском Московском Техническом Училище (затем МВТУ). Отмечено неразрывное единство с работой в Императорском Московском Университете, других учебных заведениях. Особо выделена работа «отца русской авиации» в период после 1917 г. по организации ЦАГИ, курсов для летчиков. Приведены сведения по представлению Н.Е. Жуковского к награждениям и поощрениям от государя-императора до революции и от органов государственной власти Советской России.

Ключевые слова: *Николай Егорович Жуковский, Императорское Московское Техническое Училище, личное дело, музей МГТУ им. Н.Э. Баумана.*

17 января 2022 г. отмечается знаменательная дата — 175 лет со дня рождения великого русского ученого, математика, механика, создателя прикладной аэродинамики и гидромеханики как наук, основателя российской школы авиации Николая Егоровича Жуковского. Таким его знает большинство соотечественников и весь научный мир. Кроме этого следует отметить его неустанную просветительскую деятельность, организаторские способности и огромный педагогический талант, дававшие ему возможность и право пользоваться непререкаемым авторитетом Учителя для большого количества его

соратников, последователей и учеников на протяжении всей его жизни и до настоящего времени. И конечно, это был еще и живой человек, любящий сын и отец, внимательный брат, прекрасный товарищ и при этом человек с не очень легкой человеческой судьбой.

Наверное, нет более точного источника, чтобы узнать биографию человека, чем его послужной список, в который согласно Уставу [1] заносились основные данные о сотрудниках организации. И такой список у нас есть. В музее МГТУ им. Н.Э. Баумана хранится уникальный экспонат-подлинник — личное дело Н.Е. Жуковского [2]. Пожелтевшие страницы, старательно пронумерованные педантичным служащим, а за ними — период жизни длиной в 49 лет: жизнь со своими проблемами служебного и профессионального роста, вопросами материального обеспечения, и решение сложных проблем личной жизни.

Трудно передать, с каким благоговением берешь в руки Формулярный список [2], состоящий из 247 страниц как рукописного, так и печатного текста. Перед глазами проходит почти полувековая жизнь этого удивительного ученого.

Вот пожелтевшее от времени свидетельство из Владимирской духовной консистории на гербовой бумаге о крещении Н.Е. Жуковского и о внесении его в родословную книгу дворянства. Восприимниками названы граф Зубов и «из дворян девица Стечкина». Дата — 1847 г. Отношение из Второй женской гимназии директору ИМТУ, где дана положительная характеристика учителю физики и математики Н.Е. Жуковскому, прошение Жуковского о выдаче билета на право проживания в Москве, аттестат об окончании Московского университета, уведомление о командировании Жуковского за границу, сведения об избрании Жуковского профессором, заявление в дирекцию Училища с просьбой дать ему справку о том, что он холостой, так как если бы он состоял в браке, то это явилось бы препятствием для оформления его отцовства по отношению к дочери Елене и сыну Сергею, и еще очень много интересных документов: справки, заявления, выписки из решений Педагогического и Опекунского советов, послужной список, отчеты о заграничных командировках и т. д. ...

После окончания в 1868 г. физико-математического факультета Московского университета по специальности «Прикладная математика» Жуковский, в отличие от некоторых своих сокурсников, не был оставлен для написания магистерской диссертации в Московском университете и пробовал себя в разных направлениях деятельности. В связи с сильным переутомлением и по рекомендации врачей около двух лет Жуковский жил в фамильном имении Орехово в 140 км от Москвы. Из внутренних побуждений он систематически занимался математикой, теоретической и прикладной механикой, что позволило

ему прийти к своему призванию. Жуковский решает избрать профессора научного работника и преподавателя в области механики, самостоятельно подготовиться и сдать магистерские экзамены в ИМУ.

Интересно отметить, что преподавательский стаж Н.Е. Жуковского, дающий основание для представления к наградам за выслугу лет, начался с 1870 г. — с работы преподавателем физики и математики во Второй женской гимназии из ведомства императрицы Марии Федоровны, где он сменил в данной должности известного в дальнейшем физика Н.А. Умова. Эту работу он совмещал в течение 15 лет с преподаванием в ИМТУ и ИМУ, вплоть до избрания ординарным профессором в 1885 г.

В 1871 г. Николай Егорович получает приглашение на должность частного преподавателя в ИМТУ, а после сдачи магистерских экзаменов с 1 января 1872 г. Н.Е. Жуковский утверждается Педагогическим советом уже в должности преподавателя математики в Императорском Московском Техническом Училище (ИМТУ), с которым он навсегда связал свою жизнь, с окладом 450 рублей в год. Интересны страницы из личного дела Николая Егоровича для оформления пенсии: зарплатная выписка по годам начиная с 3 июля 1873 г. (начало его службы в ИМТУ) — 485 руб., и по возрастающей до 1900 г. — 2058 руб. Приводится скрупулезный расчет положенного по штату содержания (жалованье, столовые и квартирные деньги) — всего по 3 тыс. в год, а с 16 августа 1900 г. удовлетворено ходатайство о назначении ему дополнительного вознаграждения — 1200 руб. в год.

4 мая 1874 г. Н.Е. Жуковский утверждается доцентом по кафедре математики и аналитической механики, которой в то время руководил профессор А.В. Летников, где читает курс аналитической механики. Так начиналась плодотворная и целеустремленная педагогическая деятельность Н.Е. Жуковского.

Работая над вопросами гидромеханики, Николай Егорович подает «Прошение о командировании за границу с целью прослушать лекции в германских университетах для “расширения своего математического образования”», что позволило бы ему собрать материал для сочинения по гидромеханике, который был бы продолжением его магистерской диссертации. По возвращении в Россию он пишет свое знаменитое сочинение — магистерскую диссертацию «Кинематика жидкого тела», опубликованную им в 1876 г. в VIII томе Математического сборника. Он блестяще защитил эту диссертацию 13 октября того же года в Московском университете, что подтверждается также документом из личного дела [2].

Большое влияние на его дальнейшее научное развитие, выработку научных взглядов, оценку различных направлений в области ма-

тематики и механики оказала и командировка в политехнические школы Германии и Франции в 1877 г. (Все командировки оформлялись во время вакансий прошением на имя директора Училища.)

Преподавание механики в ИМТУ шло успешно, и в 1878 г. для Николая Егоровича была выделена отдельная кафедра теоретической механики, которой он руководил до конца своей жизни в течение 43 лет. 13 октября 1879 г. Н.Е. Жуковский был утвержден на ней в должности сверхштатного профессора еще до защиты докторской диссертации. Вопреки устоявшемуся в то время мнению о теоретической механике как разделе прикладной математики, Жуковский с 1878 г. начинает читать ее в ИМТУ как самостоятельную естественно-научную дисциплину, вводя и практические занятия со студентами.

В 1882 г. Н.Е. Жуковский защищает диссертацию на степень доктора прикладной математики, представив работу «О прочности движения», и 8 мая определением Совета Императорского Московского университета он утвержден в степени доктора. В 1885 г. Николай Егорович становится профессором ИМУ, а с появлением вакансии в 1887 г. — ординарным профессором механики ИМТУ.

Научные заслуги Н.Е. Жуковского были отмечены избранием его в 1894 г. членом-корреспондентом Российской академии наук, а от почетного предложения быть избранным действительным членом академии он отказался, так как это требовало переезда в С.-Петербург. Однако в Москве оставались его друзья, коллеги, ученики, любимая семья, оставалось преподавание в ИМТУ и Московском университете, к которым он привязался всей душой.

Признанием значимости работ Н.Е. Жуковского в области математики явилось избрание его президентом Московского математического общества в 1905 г. Он говорил: «В математике тоже есть красота, как в живописи и поэзии. Эта красота проявляется иногда в отчетливых, ярко очерченных идеях, где на виду всякая деталь умозаключений, иногда поражает она нас в широких замыслах, скрывающих в себе кое-что недосказанное, но многообещающее».

Николая Егоровича по праву называют «отцом русской авиации». Проблемы воздухоплавания привлекали его задолго до начала первых полетов на самолетах. Этому предшествовали и доклады в Политехническом обществе, и ряд публикаций, в том числе известная работа «О парении птиц». А в 1893 г. в докладе «О воздухоплавании» прозвучали его пророческие слова: «Человек не имеет крыльев и по отношению веса своего тела к весу мускулов он в 72 раза слабее птицы..., но я думаю, что он полетит, опираясь не на силу своих мускулов, а на силу своего разума».

Осенью 1909 г. Н.Е. Жуковский организовал в ИМТУ студенческий воздухоплавательный кружок, членами которого стали его бли-

жайшие ученики: А.Н. Туполев, Б.С. Стечкин, А.Н. Юрьев, А.А. Архангельский, П.О. Сухой, В.М. Петляков, А.А. Микулин, В.П. Ветчинкин и многие другие молодые энтузиасты, ставшие впоследствии известными учеными, конструкторами, инженерами, преподавателями и не только в области авиации, но и в других областях науки, техники и производства.

Первая мировая война внесла свои коррективы в деятельность образованной в 1905 г. аэродинамической лаборатории ИМТУ — фактически главного аэродинамического центра России в тот период времени. Нам удалось путем изучения разных архивных документов, воспоминаний учеников Жуковского, схем, фотографий установить ее местоположение в главном здании МГТУ им. Н.Э. Баумана — сейчас там располагается кафедра «Материаловедение» (МТЗ). Для выполнения заказов военного ведомства при ИМТУ были созданы, по настоянию Н.Е. Жуковского, расчетно-испытательное бюро (РИБ) и теоретические курсы военных летчиков, которыми он же и руководил. К концу 1918 г. относится создание Н.Е. Жуковским уже по поручению Советского правительства Центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ). Продолжались и занятия на теоретических курсах, которые посещают теперь военлеты Советской России. Занятия проходили в помещении на старой территории ЦАГИ в здании на улице Радио, в котором сегодня располагается Музей Н.Е. Жуковского. В дальнейшем, уже после смерти Николая Егоровича, эти курсы после ряда преобразований стали основой Военно-воздушной инженерной академии, которая носит имя профессора Н.Е. Жуковского. Очень знаменательно, что ее закончили почти все советские летчики-космонавты первого набора, включая Юрия Алексеевича Гагарина. В наши дни после объединения двух военных академий в одну образовался Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина».

Несмотря на большую загруженность (педагогическая работа в нескольких учебных заведениях, большая просветительская деятельность в научных обществах, организационная работа на съездах естествоиспытателей, Московском математическом обществе), Николай Егорович всегда находил время для научных изысканий. В нем жила душа инженера. Недаром большинство его исследований было связано с актуальными, практическими вопросами науки, техники и производств.

Подтверждением этого является документ из Министерства просвещения об утверждении заслуженного профессора училища Н.Е. Жуковского в звании почетного члена Училища, а также в почетном звании инженера-механика с выдачей ему установленного диплома и золотого знака отличия, с 40-летием преподавательской деятельности.

Выдающийся научный деятель, теоретик по общему характеру своих работ, Николай Егорович всегда акцентировал свое внимание на тех проблемах науки, которые имеют непосредственное практическое применение. Можно указать на целый ряд важных для техники вопросов, получивших освещение в трудах Н.Е. Жуковского. К ним относятся, например, его работы о гидравлическом ударе, о движении воды в песках, о качке судов... Много поработал он и для нужд высшего технического образования. Курс его лекций, читанных в Училище, рекомендуется как пособие во многих учебных заведениях. В самое последнее время Николай Егорович прочел совсем по-новому теорию регулирования хода машин, а также дал возможность студентам ознакомиться с научными основами воздухоплавания.

За выслугу лет на педагогическом поприще и большую научную деятельность Николай Егорович был неоднократно отмечен орденами: Святого Станислава II степени (1884), Святой Анны II степени (1888), Святого Владимира III степени (1899), Святого Станислава I степени (1902), Святой Анны I степени (1914). В 1883 г. ему был пожалован титул действительного статского советника, что по воинскому табелю о рангах соответствовало званию генерал-майора и, кроме того, давало право на наследуемое дворянство.

Несмотря на успешную и плодотворную работу, была у Николая Егоровича и проблема личного характера — официальное усыновление своих детей, чему препятствовала его мать. После ее кончины и кончины матери своих детей он вплотную занялся решением этого вопроса.

Наконец-то тяжба с Окружным судом о признании его отцовства завершилась положительно, после того как Жуковский представил справку о том, что он холостой, и сначала дочь стала гордо носить имя — Жуковская Елена Николаевна, а затем и сын — Жуковский Сергей Николаевич, и они были внесены в его послужной список.

Несмотря на революционные потрясения 1917 г., Николай Егорович был полон планов. В 1920 г. он планировал прочесть курс лекций по теории гироскопов, однако тяжелая болезнь и безвременная кончина любимой дочери Елены подорвали его здоровье, и 17 марта 1921 г. он скончался в санатории Усово.

Панихиду по покойному служил в бывшей домовая церковь МВТУ большой друг Николая Егоровича отец Павел Флоренский. Затем гроб с телом Н.Е. Жуковского был установлен на фюзеляже аэроплана, сплошь покрытого венками. Похоронили Николая Егоровича на кладбище Донского монастыря рядом с любимой дочерью, где в 1924 г. обрел покой и его сын Сергей...

В личном деле [2] сохранились не только справка о смерти, но и вся последующая переписка руководства Училища с вышестоящими органами по поводу организации похорон, о выделении на это средств, о сохранении усадьбы в Орехово, где он родился, о назначении пенсий его сестре и внучатым племянникам, о судьбе его личной библиотеки, насчитывающей несколько тысяч томов, об увековечивании памяти выдающегося ученого и педагога.

Жизнь нашего великого соотечественника широко освещена в многочисленных биографических изданиях, написанных как по воспоминаниям знавших его соратников и учеников [3, 5], так и профессиональных историков науки [4–7]. Значительное место в этих изданиях занимают работы представителей МГТУ им. Н.Э. Баумана [5–11]. К юбилею Николая Егоровича Жуковского в 2017 г. в серии «Интеллектуальное наследие отечественной инженерной школы» было выпущено репринтное издание одной из его самых известных работ, опубликованной в 1885 г., но оказавшейся очень актуальной и востребованной много позже с развитием ракетной техники [12]. В предисловии к этому изданию дано описание развития созданной им кафедры «Теоретическая механика», которая носит теперь его имя.

Наш университет связывает большая дружба и с сотрудниками музея-усадьбы в бывшем родовом имении Жуковских в «сельце» Орехово во Владимирской области, где сохранился дух дворянской усадьбы, с богатыми самобытными традициями, где тебя всегда встречают как дорогого гостя с истинно русским гостеприимством и радушием. Наши студенты стали там своими, часто приезжают и помогают убираться в саду, а студенты 5-го курса, проходя военные сборы недалеко от Орехово, после принятия присяги с большим удовольствием посещают это пусть не очень богатое, но пропитанное таким добром и светом бывшее имение Жуковских, где работают влюбленные в Николая Егоровича люди.

Мы всегда трепетно относимся к имени Николая Егоровича и стараемся воспитать в своих студентах чувство гордости и понимания того, какая великая честь им выпала учиться в старейшем учебном заведении России, где на протяжении почти 50 лет проработал этот великий ученый. Примером тому может служить и студенческое научно-техническое общество нашего университета, и ежегодная олимпиада для школьников по математике, и кафедра теоретической механики, созданная им — все они носят имя профессора Н.Е. Жуковского, а галерея основателей научных школ МГТУ им. Н.Э. Баумана открывается его бронзовым бюстом.

Литература

1. Устав Императорского Московского Технического Училища 1 июня 1868 года.
2. Формулярный список из фонда Н.Е. Жуковского музея МГТУ им. Н.Э. Баумана. КП. 667, опись 1, лист 247.

3. Лейбензон Л.С. *Николай Егорович Жуковский (К 100-летию со дня рождения)*. Москва—Ленинград, 1947.
4. Космодемьянский А.А. *Отец русской авиации Николай Егорович Жуковский*. Москва, 1952.
5. Веселовский И.Н. *Очерки по истории теоретической механики*. Москва, Высшая школа, 1974.
6. Анцупова Г.Н. *МГТУ глазами историка*. 2-е изд., исп. и доп. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
7. Домбровская-Кожухова Е.Р. *Николай Егорович Жуковский*. Издательский отдел ЦАГИ, 2007.
8. Федоров И.Б., Павлихин Г.П. *Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
9. *Научные школы Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана. История развития*. Федоров И.Б., Колесников К.С., ред. 2-е изд., доп. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
10. *Основатели научных школ Московского государственного университета имени Н.Э. Баумана. Краткие очерки*. Юдин Е.Г., Демихов К.Е., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
11. Шкапов П.М. О создании кафедры теоретической механики и одноименной научно-педагогической школы в Императорском Московском Техническом Училище (К 170-летию со дня рождения Николая Егоровича Жуковского). *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2016, № 12. URL: <http://technomag.neicon.ru/doc/852649.html>
12. Жуковский Н.Е. *О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью*. Репр. изд. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 158 с. (Интеллектуальное наследие отечественной инженерной школы).

The actual strokes of the biography of N.E. Zhukovsky from the archival materials of his personal file at the Imperial Moscow Technical School

© G.A. Bazanchuk, E.B. Gartig, S.V. Kurakov, P.M. Shkapov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: bga@bmstu.ru, spm@bmstu.ru

Abstract. The main factual information about the beginning and further work at the Imperial Moscow Technical School (then MVTU) of N.E. Zhukovsky is given on the basis of archival materials from his personal file. The inseparable unity with the work at the Imperial Moscow University and other educational institutions was noted. The work of the “father of Russian aviation” in the period after 1917 on the organization of TsAGI, courses for pilots and others is given. Information about the presentation of N.E. Zhukovsky to awards and incentives from the sovereign-emperor, from the state bodies of Soviet Russia is given.

Keywords: *Nikolai Egorovich Zhukovsky, Imperial Moscow Technical School, Personal Affairs, Museum of Bauman Moscow State Technical University.*

Процесс обучения ремеслам в МРУЗ в середине XIX в. как зарождение и начало формирования «Русского метода подготовки инженеров»

© Г.А. Базанчук*, Е.Б. Гартиг, С.В. Кураков, П.М. Шкапов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail (докладчик): bga@bmstu.ru

Аннотация. Статья знакомит читателя с малоизученным историческим периодом (около 1849 г.) существования и деятельности Московского Ремесленного Учебного заведения (МРУЗ), процесс обучения ремеслам в котором лежит в основе более позднего и признанного во всем мире «Русского метода подготовки инженеров». На основании оцифрованного рукописного материала «Очерк Русского Ремесленничества и Московского Ремесленного Учебного Заведения», подготовленного к изданию в «Московских ведомостях» в 1849 г., мы познакомимся с мнением современников о неутешительном состоянии дел в русском сегменте ремесла и мелкого кустарного промысла в середине XIX в. и о той роли, которая отводилась МРУЗ, его воспитанникам и преподавателям. Авторский текст оцифрован с минимальными правками, сохранены стилистика и пунктуация того времени, присутствуют ремарки, зачеркивания и редакторская корректура.

Ключевые слова: русский метод подготовки инженеров, русское ремесленничество, ученые-мастера, А.А. Розенкамф, Московское Ремесленное Учебное Заведение (МРУЗ), Императорское Московское Техническое Училище (ИМТУ), Московский Воспитательный дом.

*«...Государь так соображал, что англичанам нет равных в искусстве, а Платов доводил, что и наши на что взглянут — все могут сделать, но только им полезного ученья нет...»
Н.С. Лесков «Левша»*

Введение. Когда мы говорим про «Русский метод подготовки инженеров», то имеем в виду научно обоснованный педагогический учебный план, в котором теоретические и практические занятия строго структурированы и совокупно дополняют друг друга [1, 2]. При этом практическим занятиям, лабораторным работам, технологическим практикам и всему, что с этим связано (машинное оборудование, расходный материал, технические средства обучения, персональные ЭВМ, программное обеспечение и др.), всегда уделяется пристальное внимание со стороны администрации университета и руководства факультетов и кафедр МГТУ им. Н. Э. Баумана. Таким

образом, упор на прикладную науку с целью получения конечного результата и обучение видам инженерной деятельности иногда деформирует, сдвигает «русский метод» в сторону практики. Часто от студентов и преподавателей мы слышим подобные тезисы: «Насыщение теоретического курса практическими занятиями по подтверждению научных теорий, применение наглядных пособий [2] и цифровое сопровождение лекционного материала, выделение большой доли нагрузки в учебном плане на проведение семинаров, курсовых работ и проектов — все это и есть то, чем знаменито наше Училище, прошедшее путь от ремесленного заведения до первого научно-исследовательского технического университета России». Это абсолютно верно, но с точностью до наоборот в историческом контексте. Предлагаем читателю убедиться в этом самому и получить удовольствие от чтения текста середины XIX в.

Основная часть. «Очерк Русского Ремесленничества и Московского Ремесленного Учебного Заведения» [3]:

«Многие Русские и все Москвичи знают о том, что у нас существует так называемое Ремесленное Заведение, но едва ли и десятая доля этих знающих имеет верное понятие о составе, действии и той цели, с которой основано это заведение и на которое с гордостью можно указать как на рассадник образованных ученых мастеров и ремесленников и, ~~с сожалением~~, как на единственный почти пункт в России, где ремесло рассматривается как наука.

В наступившем январе начале сего 1849 года откроется нам обещающая публичную выставку произведений воспитанников Ремесленного заведения по предметам 17-ти ремесел. Эта выставка, равно и состав всего заведения, представились нам таким разительным явлением в сфере Русского ремесленничества, что прежде, как новизна, — считаем необходимым вспомнить старую колею, по которой идет наше ремесленничество.

Известно, что Русские так переимчивы, что нет почти ни одного художества, искусства и ремесла, в котором они не могли сравниться с иностранцами, а иногда и превзойти их. Например, наши Лукутинские войлочные и картонные вещи, тазы, умывальники, табакерки и пр. считаются лучшими едва ли не в целом свете, потому что некоторые из них служат украшением лучших парижских магазинов и, как редкость, продаются на вес серебра и даже золота. И только. Можно еще указать, как на прекрасные образцы, на казанский сафьян, путивльский [*неразборчиво*], завьяловские ножи, тульские стальные изделия, пожалуй, еще на московские сайки и калачи (ведь это тоже ремесло). Но прочие предметы Русского ремесленничества хороши, даже очень хороши, но все-таки не выходят из разряда вещей обыкновенных.

Теперь, сделавши положение, что всякое ремесло, как источник производительности, и промышленность, как источник потребления, должны стоять у образованного народа на степени науки, идти об руку и помогать таким образом друг другу, позволяет от себя сделать следующие вопросы:

1) Откуда выходят, то есть где учатся наши мастера-ремесленники? 2) Гармонизирует ли их титул с их искусством и познаниями? 3) Если что-то, что мешает им быть истинными мастерами? и, наконец, 4) Какого рода влияние Русского Ремесленничества отражается на Русской торговой промышленности и общественном довольстве?

Будем по мере сил отвечать на эти вопросы:

1) Без сомнения, пирожник учится у пирожника, сапожник у сапожника, слесарь у слесаря и т. д.; но всякий мастер учится у нас точно так же, как учился его хозяин, а сам хозяин или учитель учился таким образом.

Сначала, когда он еще был мальчиком и отдан родителями или господами на несколько лет в учение, — учитель, или хозяин, употреблял его в так называемую *стряпню*; то есть если, например, хозяин был кузнец, то мальчик, первый год, стоял у мехов, ходил за водой, светил вечером работникам и подчас бегал за водкой или сбитнем. Потом, на другой год, ему поручалось засыпать в горн угольев, подать подкладку, прогнать винты и гайки и изредка приставить молот к наковальне для поддержания каленой шины или прута. На третий, а иногда и на четвертый год, его ставили у наковальни и производили в молотобойцы; на пятый, то есть за год или за два до окончания курса ученья, ему давали сделать подкову и, наконец, в последнее время он мог уже сварить шину, приладить к саням подрез [*железная полоса под полозом, чтобы сани меньше раскатывались в стороны*] и сделать двусмысленную заклепку в колесе. При окончательном же выходе из ученья молодой парень в совершенстве уже знает: как сбыть с рук ненадежную починку, как ловчее попросить на чай, и за полгода вперед умеет рассчитать все праздники. И только. Он выучился и является домой мастером. Ну, теперь надо жить, то есть проживать, промышленять. И вот этот мастер, если не остается у господ, идет по оброку, ищет места и примыкает, наконец, к какому-нибудь каретнику или просто к мелочному кузнецу. Там он в своей тарелке, запанибрата с хозяином и как человек русский, сметливый, и если при этом не пьяница, берется за ум и начинает работать. Тут он в несколько лет действительно делается иногда хорошим мастеровым, сбивает копейку, переходит от хозяина к хозяину, везде наживается и, наконец, с Божьей помощью — сам делается хозяином и выходит таким образом в люди. Тогда он заводит мастерскую, набирает учеников и мастеров и теряется в массе мастеровых.

Также точно люди наши делаются сапожниками, столярами, резчиками, малярами и пр. И весь этот сброд служит представителем того, что мы называем ремеслом и даже художеством и искусством, характеризующим народную промышленность и общественное довольство.

Итак, вот где наши ремесленные школы, вот откуда выходят десятки тысяч мастеров и составляют так называемый ремесленный цех! Собственно говоря, у нас нет этих школ, и мастера выходят, Бог весть, откуда, — путями темными, необъяснимыми, часто изнуряющими тело и душу и нередко убивающими нравственность.

2) Второй вопрос вы разрешите сами, если потрудитесь сходить в мастерскую, например, хоть слесаря. Вы приносите ему заказ и просите сделать какую-нибудь вещь по предлагаемому рисунку. Мастер, с приличной важностью, возьмет рисунок, подумает, почешется, погладит бороду и, встряхнув волосами, отдаст назад ваш рисунок и посылает вас к модельному мастеру. Это от того, что слесарь не понял рисунка и без модели никак не может смекнуть, какова будет вещь, и потому, боясь продешевить, отказывается от работы. Модельный же мастер, если рисунок в уменьшенном масштабе, того и гляди, попросит вас переделать чертеж и нарисовать вещь в натуральной величине, потому что и он тоже боится продешевить, а главное, не сумеет правильно увеличить размеров вещи, против масштаба. Ну, похож ли такой мастер на истинно образованного мастера, какого мы видим в Германии, Англии, Франции и др.? Разве это мастер, который не понимает чертежа и с роду не видывал ни транспорта, ни рейсфедера, ни даже обыкновенного циркуля, вместо которого ему служат какие-то два кривых гвоздя, заклепанные в дужку и которые могут раздвигаться только с помощью воловьей силы? Похож ли, например, наш резчик на истинного мастера, когда он по вашему рисунку сделает какой угодно барельеф, сам же не в состоянии составить чертежа на довольно простенькую арабеску? Словом, наши мастера, не все еще мастера, а рабочие, потому что они, все почти, не только не имеют понятия о теории мастерства, но даже и в практическом выполнении руководствуются иногда бессознательно привычными, грубыми и иногда неправильными приемами.

3) Итак, в строгом техническом смысле у нас мастеров нет, или, по крайней мере, они чрезвычайно редки: дай Бог, чтобы на каждые 300 называющихся этим именем пришлось по одному истинно ученому и образованному мастеру. Такой недочет происходит: 1) от недостатка теоретического и правильно практического образования, а нередко от совершенного невежества и безграмотности мастеров; 2) мастерам нашим некогда учиться, потому что они никогда не могут располагать занятиями своими по собственному произволу. Сколько бы ни было у них работы и как бы они ни были богаты или

бедны, им некогда думать об усовершенствовании своего мастерства и образовании мастеров и учеников, потому что при избытке работы они спешат кончить ее в срок, а при недостатке только ищут ее и охают от безденежья. Наконец, не получивши в молодости ни правильного воспитания, ни образования, они постоянно увлекаются настоящим; а тут мелочные домашние нужды, долги, потеря кредита, неисправность должников, дешевизна заказов, все это отнимает у него бодрость духа, свежесть воображения и, портя вкус, заставляет только сбить с рук скорее одну работу и поймать как-нибудь другую. Таким образом, иногда вся жизнь их проходит в крайностях, лишениях и ропоте на себя, на людей и на свое ремесло.

4) При таком состоянии нашего ремесленничества промышленности остается только пользоваться дешевизной изделий, нуждами ремесленников и при бесчисленном множестве мелочных торговцев жить возможно скорейшими оборотами, при которых обыкновенно понижается ценность изделий. Потребители, то есть публика, привыкая к этой дешевизне, день ото дня требует изделий более красивых, прочных и в то же время дешевых. Эти требования публики промышленник передает ремесленнику, и этот бедняк поневоле должен все делать на скорую руку, думая только о завтрашнем дне, он заботится об одной окончательной отделке и старается поставить лицом дурной товар. Искусство унижается, ремесло обезображивается, мастеровые портятся и, при общей суете, никто этого не замечает: ни публика, ни промышленность, ни сам ремесленник. Всем кажется, что они в барышах: покупатель — тем, что дешево купил, купец — тем, что успел нажать на рубль копейку, а горемыка ремесленник — рад-радехонек, что, с грехом пополам, заработал и на хлеб, и на водку, да еще с купцом чай пил в трактире. При таких обстоятельствах, найдись умный и благородный мастер, который вполне сознавая пользу улучшений, захочет преобразовать себя и свою мастерскую, — выйдет то, что, если у него нет запасного капитала, он банкрот; если же есть, — неизменно принужден бывает ~~евоёго~~ ремесла испытывать все виды неудач, как со стороны неподатливости своего ремесла, так и со стороны предубеждения публики и потери торгового кредита.

Здесь, вероятно, вместо возражений нам укажут на множество превосходных фабрик и заводов, ежегодно размножающихся в России, и спросят: откуда выходят сотни отличных мастеров, произведения которых наводняют теперь лучшие московские и петербургские магазины, где учатся наши машинисты, мастера мебельные, слесарные, каретные, дел хрустальных, бронзовых, жестяных, откуда взяты мастера на заводы чугунолитейные, железоплавильные, медные и др.? Не всех же мы посылали за границу, да и едва ли там была двадцатая их часть?

На это мы ответим вот что: 1) мы не говорим об образовании тех мастеров, которые доводят свое мастерство до степени искусства и даже художества, число которых относится к числу рабочих как 1 к 300; 2) все наши отличные мастера или доморощенные, т. е. учившиеся у машинистов, фабрикантов, заводчиков и усовершенствовавшие себя теоретически — по собственному желанию, или лучше по охоте, по природной склонности и, по большей части, самоучкой, — или действительно получившие правильное образование в технических науках за границей; 3) все последние принадлежат к выходцам — иностранцам, или к купеческому русскому сословию и никогда не были в [неразборчиво] состоянии. А мы говорим о многочисленном классе тех мелочных мастеров, которые ни более, ни менее как разнорабочие, а величают себя мастерами, заводят свои мастерские или поступают на чужие фабрики и заводы. Далее к этому классу мы относим целые тысячи рабочих из господских крестьян, которые, выходя из ученья, также под именем мастеров работают у своих помещиков, например: каретники, кузнецы, столяры, обойщики и пр.; 4) несмотря на высокую степень совершенства многих из наших фабрик и заводов, например железоплавильных, чугунолитейных, медных, фарфоровых, стеклянных (и не говоря уже о том, что предметы эти не относятся к ремесленничеству), где ремесло уже прошло чрез фазы искусства и художества и дошло до степени науки, — они не могут быть школами или рассадниками истинно образованных мастеров-ремесленников, потому что все поступившие туда ученики выходят оттуда без теоретического образования и не более как превосходными мастерами, могущими играть роль только страдательную, то есть делать то, что им закажут, велят, но не в состоянии произвести что-либо изящное из своей фантазии, без образца, по собственному проекту и чертежу. Здесь как на исключение можем указать только на некоторых тульских мастеров, известных под общим именем Оружейников; 5) небольшое число машинных заведений, находящихся в Москве, Петербурге и некоторых других местах России, — эти заведения также не могут быть школами для Мастеров, потому что выходящие оттуда под этим именем рабочие не имеют достаточного теоретического образования; а главное и практическое-то образование их чрезвычайно односторонне и ограничивается только умением сделать ту или иную машину, или вещь, к которой работник привык, потому что делал ее несколько раз. Доказательством этому служат лубочные некрасивые чертежи, которыми занимается каждый мастер, выходя из заведения и без которых редкий сделает модель на какую-нибудь довольно простенькую машинку. И потому все такие заведения, например Бутелана, Кандыбы, Дюлона, Ре[гая?] и др., не могут быть признаны за школы как по отсутствию теоретического обучения учеников, так и по слишком одно-

стороннему приложению теории к практике. А истинно образованный мастер должен изучить свое дело не как мертвое, бессознательное мастерство, а как живую, разумную и строго систематическую науку.

Итак, на основании всего сказанного делаем следующие заключения:

1) мастер-практик, без теоретических сведений о своем мастерстве, — не мастер, а мастеровой, то есть такой рабочий, который только одну степень выше чернорабочего;

2) в России нет еще ни одного частного заведения, откуда выходили бы истинно-образованные мастера, то есть где ремеслу учили бы как науке;

3) так как большая часть Русских Мастеров — не мастера, а только рабочие, то успех и высокое развитие многих отраслей Русского Ремесленничества, которому удивляются иностранцы и огромная масса ремесленных изделий, — обязаны единственно уму, сметливости и трудолюбию Русского народа, развивающемуся изящному вкусу высшего общества и постоянным попечениям, поощрениям и льготам, которыми Русское Правительство щедро дарит класс ремесленный;

4) дурная вещь, похожая на хорошую, уменьшает ценность и требование на последнюю, — унижает ремесло и доставляет только насущный хлеб производителю; особенно же она портит вкус потребителя (если он принадлежит к среднему или низшему сословию), который легко привыкает ко всему мелочному и дешевому, если оно только похоже на редкое и дорогое.

Следовательно, 5) для успехов Ремесленничества и для водворения более правильной промышленности нужно иметь такие школы, которые могли бы быть рассадниками образованных учителей ремесленников, которые бы, в свою очередь, добросовестностью и знанием дела приобрели бы доверие и уважение публики и старались бы поставить ремесло на степень науки.

Но такое условие началó уже выполняться у нас открытием, несколько лет тому назад, Ремесленного Учебного Заведения Московского Воспитательного Дома. Оно находится под Августейшим покровительством *Ея Императорского Величества* и состоит в ведомстве Московского Опекунского Совета; непосредственно управляется Директором, состоящим под начальством ~~Почетного Совета~~ одного из Господ Почетных Опекунсов Совета.

Выше мы сказали, что не только в провинциях, но даже и в Москве многие знают об этом заведении понаслышке; теперь прибавим: что основание Ремесленно-учебного Заведения в России есть явление новое и невиданное, которое, как блестящее светило, так великолепно вышло на горизонт Русского Ремесленничества.

Особенная важность этого заведения состоит в превосходном выполнении той цели, которая указана Августейш[ею]им покровитель[ничей]ством и которая (цель) так гармонирует с современным требованием науки и развитием изящного вкуса.

Вот главные основания, на которых существует это заведение¹:

В Московское Ремесленное Заведение, кроме питомцев Воспитательного Дома, поступают на собственное иждивение и пансионеры, из детей купцов, мещан и цеховых, без различия вероисповеданий. Пансионеры принимаются здорового телосложения и должны иметь от 10 до 12-ти лет; но по усмотрению начальства могут быть принимаемы и до 15-ти летнего возраста; если только достаточно приготовлены в науках.

Прием пансионеров производится во всякое время. Желаящие поместить детей в число пансионеров подают о том прошение на простой бумаге, в Комитет Ремесленного Учебного Заведения; с приложением свидетельства о звании, законном их рождении и крещении, а также и о том, что они имели натуральную и привитую оспу.

Годичная плата за пансионера — 140 70 рублей серебром. Государственные подати за пансионеров, во время нахождения их в заведении, платятся их родителями или попечителями; Заведение же, в этом случае не принимает на себя никакой ответственности.

Ремесленное учебное заведение учреждено для образования хороших и разного рода...

Заведения, ВЫСОЧАЙШЕ утвержденного 30-го июля 1844 года, практических ремесленников и ученых мастеров с теоретическими сведениями. Поэтому и само учение в Ремесленном заведении разделяется: на теоретическое и практическое. Теоретическое учение преподается в 6-ти классах: трех приуготовительных и трех высших или мастерских. Преподаваемые предметы суть следующие: Закон Божий, Чтение и письмо на русском и немецком языках по методу взаимного обучения, Русская и Немецкая Грамматика, Арифметика, Краткая География, Статистика России, Алгебра, Геометрия, Физика, Химия, приложенная по ремеслам, Механика, Начертательная геометрия, Перспектива и Теория Теней, Рисование, Черчение и Чистописание.

Во всех трех мастерских классах воспитанники чертят и рисуют, как с оригиналов, так и с натуры: машины, арабески, цветы, фрукты и проч. (~~Распределение занятий для каждого воспитанника делаетсясообразно мастерству, которому он обучается~~).

В состав практического учения входят следующие мастерства: Слесарное, Токарное, Столярное, Модельное, Резное, Гравёрное,

¹ Извлечено из Устава Московского Ремесленного Учебного.

Чеканное, Бронзовое, Жестяничное, Малярное и Живописное, Футлярное и Переплетное, Литейное для чугуна и меди, Литейное для олова, Рисование узоров и приготовление форм для набивки материй, Лепное и Гальванопластическое.

В праздничные дни отличные воспитанники отпускаются из заведения для свиданий с родственниками или попечителями.

Все вообще воспитанники разделяются на три разряда: Приготовительный, Мастерской и Рабочий. В первый поступают все вновь принимаемые, которых, кроме теоретического обучения, упражняют попеременно в разных мастерствах, начиная с легких; как-то: картонном, резном, малярном и жестяничном. Это делается для того, чтобы, с одной стороны, легкой работой укрепить их силы и сохранить здоровье, а с другой — приучить к работе. Оказавшие в науках хорошие успехи переводятся в мастерской разряд, для продолжения теоретического и практического учения; а неспособные — поступают в разряд Рабочий, занимаясь только одними мастерствами. При таком переводе начальство назначает каждому воспитаннику, сообразно его способностям и наклонностям, одно какое-нибудь мастерство, в котором он упражняется до выпуска из заведения. Вовсе же не способные ни к наукам, ни к ремеслам, равно и воспитанники дурного поведения исключаются из заведения и, если они пансионеры, то возвращаются родителям или попечителям.

~~Пансионеры~~ Воспитанники, кончившие в мастерском разряде полный курс теоретического учения, для усовершенствования в мастерствах оставляются еще на два года в заведении и занимаются в это время одними мастерствами. По окончании этого срока они выпускаются из заведения и поступают к мастерам, фабрикантам или ремесленникам со временными свидетельствами на звание Ученых мастеров. ~~Пансионеры~~ Рабочего же разряда воспитанники, выучившиеся одному только мастерству, при выпуске из заведения обращаются в то звание, в котором числились до поступления в заведение. Если ~~пансионеры~~ воспитанники, на выпуск из заведения, представят от мастеров, фабрикантов или ремесленников, у которых служили, засвидетельствованное местным начальством удостоверение в том, что, при добропорядочном поведении, постоянно и с успехом, занимались своим мастерством, не менее трех лет, — то кончившие полный курс теоретического и практического учения, — получают аттестаты на звание ученых мастеров, а выпущенные из рабочего разряда — получают аттестаты только на звание мастеров или подмастерьев. Не представившие же таких свидетельств, равно и те, которые, по выпуску из заведения, будут дурно вести себя, — лишаются покровительства Воспитательного Дома и, вместе с тем, всех прав и преимуществ.

~~Пансионеры~~ Воспитанники, обучавшиеся в Ремесленном Учебном заведении, при уклонении от своего звания и цели их образования, не могут вступать в Государственную службу и пользоваться чинами. Получившие аттестаты на звание ученых мастеров, освобождаются лично: от подушного оклада, телесного наказания и рекрутских повинностей, и поступают в рекруты не иначе как по судебному приговору. Кроме того, они имеют право не записываться в цехи; в торговые же разряды они обязаны записываться тогда только, когда сами будут фабрикантами или торговцами.

Распределение учебных часов там следующее: воспитанники встают в 6-ом часу утра и после завтрака в 6 часов входят в мастерские и работают там до $8 \frac{1}{2}$ часов (8.30). В 9 часов те из воспитанников, которые занимаются теоретическим ученьем, идут в классы; а рабочие остаются в мастерских — те и другие занимаются до $12 \frac{1}{2}$ часа (12.30). Потом, в ~~мастерских~~ исходе первого (до 13.00) идут обедать; после этого им дается рекреация, а в 2 часа (14.00) опять входят в мастерские и работают там до 7 часов вечера. После чего идут ужинать и, наконец, в дортуары. При заведении есть сад, больница и собственная аптека.

Комплект казеннокоштных (*т. е. обучавшихся и содержавшихся полностью за счет государственных средств, на «казенный кошт»*) воспитанников в Ремесленном заведении, которые все из питомцев Воспитательного Дома, полагается «250», а пансионеров — «50». В первый год, после утверждения штатов заведения, туда поступило не более шести пансионеров, а теперь их, ~~по нашему мнению~~, считается до тридцати. Такое неполное число их, по нашему мнению, зависит единственно от недостатка публичных известий о подробностях заведения и оттого, что многие узнают о нем не более как по случаю.

~~(Московское Ремесленное Заведение замечательно огромною мерою своей ежегодной производительности.)~~ Оно принимает заказы, как от казенных мест, так и от частных лиц, и замечательно, что все, познакомившись раз с заведением, никогда уже не обходят его и сожалеют только о том, что оно принимает весьма малую часть заказываемых работ, не успевая удовлетворять всем требованиям публики.

О достоинстве тамошних работ мы можем сказать только то, что каждая ничтожная вещица, например, какие-нибудь клещи, или кузнечные щипцы, — носит на себе особенный отпечаток: на что бы вы ни взглянули, вам прямо, как говорится, бросятся в глаза прочность и в то же время ~~изящный вид~~ и вкус, с каким сделана вещь. Особенно там развиты мастерства: чугунолитейное, ~~бронзовое, оловянное~~, модельное, кузнечное и слесарное. Для последнего устроены ~~огромные~~

~~заны~~ довольно большие мастерские, в которых может работать ~~до~~ более 100 человек и помещается ~~20~~ более 20-ти приводных машин, кроме множества чугунных и деревянных верстаков (~~к которым при-
винчивается до 86-ти разной величины тиеков~~). Все машины и токар-
ные станки или железные, или чугунные и приводятся в действие
двумя паровыми машинами, из коих одна в 25 сил ~~е тремя паровика-
ми~~, а другая в 10 сил ~~е одним паровиком~~. В чугунолитейной вентиля-
тор и мельница для растирания угля и песку приводятся в движение
четырёхсильной паровой машиной ~~е одним паровиком~~. Особенное
внимание обращает на себя большая паровая машина, установленная
на чрезвычайно прочном фундаменте, который по конструкции сво-
ей, кажется должен быть вечным; потому что все сделано из чугу-
нных досок и таких же бутированных (*т. е. засыпанных сыпучим
строительным материалом — песком или щебнем, с уплотнением и
трамбованием*) ящиков, скрепленных железными болтами! Отделка
машины от самых больших до мельчайших частей представляет пре-
красно-гармоническое соединение прочности, изящной простоты и,
если позволят нам выразиться, самой скромной, умеренной роскоши.
Эта машина выписана недавно из Англии и стоила заведению более
16 000 рублей серебром; а устройство фундамента и установка ма-
шины обошлись в (---) 6 000 рублей ~~77 коп серебром~~.

Все приводные машины и станки помещаются в двух ~~залах~~ ма-
стерских. Подобная учебная коллекция машин, по размеру их и пол-
ноте, может считаться теперь наибольшею и едва ли не единствен-
ною в России. Без сомнения, мы не можем сравнивать мастерскую
Ремесленного заведения с мастерскими Александровской мануфак-
туры или Тульского Оружейного завода, которые по числу и разно-
образию машин мало имеют себе подобных не только в России, но
даже и во всей Западной Европе; а главное такое сравнение не может
иметь здесь места, потому что мастерская Ремесленного заведения —
есть учебная, где слесарное мастерство преподается во всех его ви-
доизменениях, а не ограничивается фабрикацией только известных
каких-нибудь предметов. *(Так, например: Тульский оружейный за-
вод не может приготовить всех машин, находящихся в Московском
Ремесленном заведении, даже Тульский цепной мост через Упу и чу-
гунные по нему устои делались не на этом заводе, тогда как Ремес-
ленное заведение в состоянии сделать не только болты и цепи для та-
кого моста, но даже и построить все машины, находящиеся на
тульском оружейном заводе)*¹.

Прежде по незнанию многие думали, что в Ремесленном заведе-
нии делали только ~~игрушки~~ и мелочные вещи и что воспитанников
учат разным ремеслам поверхностно; после всякий, кто только имел

¹ (*) Взято в скобки и зачеркнуто в рукописи (*).

случай видеть заведение, — невольно поражается его устройством, средствами и производительностью.

Вот каталог машин, коллекция которых составляет одну из знаменитостей заведения, стоит только перечислить эти машины и каждый может догадаться, какого рода работы может выполнять Заведение.

Четыре самоточки разной величины, из которых в самой большой в одном основании одного чугуна считают до 430 пудов. Она с раздвижным станком и установлена на прочном фундаменте. Это самая дорогая машина и обошлась заведению около 9500 рублей серебром.

Три стругальные машины, из которых одна большая служит для стругания плоских, а другие меньшие для круглых и выпуклых вещей. С помощью этих машин медь, железо, чугун и даже сталь стругаются подобно дереву, ~~ведь три машины стоят до 4500 руб. серебром.~~

Ручная стругальная, для нарезки желобов на цилиндрах.

Три сверлильных, помощью которых в 2 часа можно в чугунной или железной доске просверлить отверстие объемом в кубический вершок ($87,824 \text{ см}^3$).

Машина для нарезки зубцов на чугунных колесах.

--/--/--/-- кругоделительная, для нарезки зубцов на медных колесах.

--/--/--/-- для пробивания отверстий в железе, меди и чугуне.

--/--/--/-- для обделывания винтовых головок и гаек.

--/--/--/-- для резки железа и штампования; по-видимому очень небольшая машинка; а между прочим, легко прорезывает железный лист толщиной в три линии ($7,62 \text{ мм}$).

Два семерных чугунных токарных станка, два четверных и один раздвижной.

И наконец, довольно замечательная машина, называемая Механическим клубом, помощью которой нарезаются гайки и винты какой угодно величины и во сколько угодно оборотов. Вообще нужно заметить: что нарезка зубцов на колесах, нарезка винтов и гаек и сверление железа и чугуна помощью этих машин делается с такою чистотою и верностью, которой не в состоянии достигнуть ни рука, ни глаз человеческий; искуснейший чертежник, с помощью лучших инструментов никогда так верно не разметит места зубцов на колесе, как верно разметит и сейчас же нарежет машина. Ценность всех ~~23~~ машин с приводами и другими принадлежностями и установкой до ~~66 200~~ 70 000 рублей серебром.

* (Все токарные станки, которые, по большей части, чугунные — приводы, две самоточки и две сверлильные машины, вентилятор и мельницы (которые все своей работы), — находящиеся в чугунолитейной, — 2 993 руб. 38 коп. серебром) ^{*1}.

¹ (*) Взято в скобки и зачеркнуто в рукописи (*).

Кроме этих машин, домны и четырех горнов, при чугунолитейной находится еще подъемная машина, поднимающая и переносящая тяжести в 100 пудов. Теперь делается другая такая машина, которой даются такие размеры, что она будет в состоянии поднимать и переносить тяжести в 1000 пудов.

Все заведение помещается в огромном трехэтажном доме, похожем на дворец в Лефортовской части, в бывшем Слободском дворце. Внизу помещены главные мастерские: слесарки, ~~столярки~~ оловянные..., модельные и др.; в бельэтаже — также мастерские и классы ~~и чертёж~~, верх занят церковью и дортуарами. Мы имели случай видеть заведение и удивлялись чистоте и порядку, которые ~~ставят Московское Ремесленное Училище на степеней первоклассных московских учебных заведений~~. И точно; не бывши в нем, никак нельзя представить верной картины воспитания учеников; нельзя ожидать, чтобы дети мещан, цеховых и питомцы Воспитательного дома получали столь правильное воспитание и ~~объемное образование~~; а между тем, читая программы преподаваемых предметов, осматривая классы и мастерские, видя оригинальные занятия учеников и их произведения, невольно приходит мысль, что ~~воспитанники Ремесленного Заведения~~ все они, еще будучи детьми и не выходя из стен заведения, уже несколько платят ему за свое образование. ~~(И действительно, *~~(здесь воспитанник, едва только переходит в мастерской класс, как тотчас же приступает к тем работам, которыми содержится заведение, — так что)^{*1} все заказы, начиная от книжного переплета и до составных частей ~~бумагопрядильной~~ какой-нибудь машины, выполняются воспитанниками. Все работы в Мастерских производятся под непосредственным надзором ~~главного механика — профессора, который тут е~~ [*неразборчиво*] работы, ~~объясняет ученикам теорию и практику~~ (Сколько нам известно, тамошние куры очень полны) и так как, распределение работ, то есть: назначение каждому воспитаннику той или другой работы делается по строгой системе, сообразно способностям и теоретическим знаниям учащихся, то немудрено, что там каждое дело мастера боится. И точно ~~множество~~ некоторые вещи носят на себе отпечаток замечательного таланта ~~и высшего вкуса~~. Например, ремесла: лепное, резное по кости, меди и дереву, бронзовое, гальванопластическое и другие развиты до такой степени, что большая часть ~~галантерейных~~ вещей тамошней работы, по отделке и вкусу, несколько не уступят тем, которые мы видим в лучших московских магазинах. И при этом все эти вещи в Ремесленном заведении чрезвычайно дешевы, так что, иногда, не шутя, думается, содержать ли великолепные магазины? Например, ~~нам случилось видеть~~ мы видели набалдашник из слоновой кости, с превосходною и чрезвычайно

¹ (*) Взято в скобки и зачеркнуто в рукописи (*).

мелкою резьбою, весом более $\frac{1}{4}$ фунта (*более 102,38 грамм*), купленный в Ремесленном заведении за 5-ть рублей серебром, тогда как за подобный этому и даже не столь изящной отделки нужно заплатить на Кузнецком мосту не менее 20 руб. серебр. Такую же разницу вы заметите и в других вещах.

Принимая во внимание полноту преподаваемых курсов и самые разнообразные и обширные практические занятия учащихся, нельзя не ожидать, что всякий воспитанник с хорошими способностями, если захочет, легко может сделаться со временем не только ученым мастером, но даже самостоятельным механиком, или машинистом. А что касается до ловкости приемов в практических занятиях учеников, — нужно отдать справедливость тамошней методе ~~преподавания практической механике и упражнений~~ обучения слесарного ремесла; потому что все то, что воспитанник делает с помощью машины, — подобное этому его заставляют делать на обыкновенных станках и верстаках. Следовательно: такой ученый мастер, который попадет в мастерскую какого-нибудь благородного фабриканта, или машиниста, — легче и скорее других может способствовать к улучшению и преобразованию мастерской; — и под руководством его, рабочие и ученики не будут уже так бессознательно учиться мастерству, как теперь учатся ему почти у всех так называемых хозяев. Жаль только, что при таком образовании ~~на инженерны~~ воспитанники Ремесленного заведения по выходу из него затрудняются иногда приисканием места, приличного его познаниям.

В этом случае мы не можем обвинять ни заведения, ни публику. Конечно, не читая ничего ни о составе и действиях заведения, ни о его производительности и в первый раз видя молодого ученого мастера, многие фабриканты или заводчики могут не доверять его опытности и предпочесть ему какого-нибудь пожилого доморощенного мастера. Но нельзя строго обвинять и этой недоверчивости, если принять во внимание ~~почти~~ то, что они или вовсе не знают о Ремесленном заведении, или знают о нем (как мы уже сказали) только понаслышке. Впрочем, таких недоверчивых людей у нас мало; и везде

---[*проведено несколько линий для строк от руки*]-----

где только публика близко знакома с заведением ~~и~~ она убеждена в истинной пользе и необходимости его существования. Мы же со своей стороны, в подкрепление ~~мнения~~ такого убеждения публики, скажем ~~только~~ еще, что несмотря на ~~свои огромные~~ значительные издержки ~~*(оно содержит себя собственными средствами; то есть точным Исполнением принимаемых заказов)~~^{*1} по предметам своих

¹ (*) Взято в скобки и зачеркнуто в рукописи (*).

практических занятий, оно успевает еще извлекать из них и выгоду; и что число этих заказов, год от году увеличивается в такой пропорции, что заведение часто принуждено бывает отказываться от работы и принимает только работы серьезные, которые, кроме него, никто не возьмется сделать за ту же сходную цену, в такое же короткое время и с такой же прочностью и изящной отделкой”.

[подпись автора] Н. Рудн.

Выводы. На основании вышеизложенного исторического материала можно с уверенностью сказать, что МРУЗ под руководством директора Адольфа Андреевича Розенкампа к середине XIX в. стало крупным учебно-производственным центром Российской Империи. Как видим, основной задачей заведения стало введение курса теоретических наук (математики, физики, химии, начертательной геометрии и др.) в учебный план и их адаптация к разному возрасту воспитанников в соответствии с их базовыми знаниями и умениями. Это позволяет с уверенностью сказать, что к основателям «Русского метода подготовки инженеров» помимо директоров А.С. Ершова и В.К. Делла-Восса, инженеров-механиков Д.К. Советкина и А.П. Платонова следует также отнести ученых-естествоиспытателей, которые читали курсы теоретических дисциплин в Училище: математика А.В. Летникова, физика А.С. Владимирского, химика М.Я. Киттары и других профессоров и преподавателей Училища. Именно углубленное изучение фундаментальных научных дисциплин позволило МРУЗ стать высшим учебным заведением в 1868 г., закрепив за ИМТУ звание основателя «Русского метода подготовки инженеров».

Надеемся, что представленные в работе фактические материалы дадут хорошую возможность всем интересующимся глубже разобраться в процессе зарождения высшего технического образования в России.

Литература

1. Шкапов П.М. Теоретическая механика в техническом университете. К 190-летию со дня основания МГТУ им. Н.Э. Баумана. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 4, с. 247–250. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068
2. Шкапов П.М. О создании кафедры теоретической механики и одноименной научно-педагогической школы в Императорском Московском Техническом Училище (к 170-летию со дня рождения Николая Егоровича Жуковского). *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2016, № 12.
3. Базанчук Г.А., Кураков С.В. Наглядные пособия для преподавания практической механики в конце XIX века как источник изучения исторического наследия. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 4, с. 192–201. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068
4. Очерк русского ремесленничества и московского ремесленного учебного заведения — статья [Рукопись]: Рудн. Н., 1849. Редакторский портфель газеты «Московские ведомости», 1848–1850 гг.). РГБ, Шифр хранения: ОР Ф.40.1 к. 11 ед. 68.

The process of teaching crafts at MRUZ in the middle of the 19th century as the origin and beginning of the formation of the "Russian method of training engineers"

© G.A. Bazanchuk*, E.B. Gartig, S.V. Kurakov, P.M. Shkapov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): bga@bmstu.ru

Abstract. The article acquaints the reader with the little-studied historical period (about 1849) of the existence and activities of the MRUZ, the process of teaching crafts in which is the basis of the later and recognized worldwide “Russian method of training engineers.” Based on the digitized handwritten material “Essay on the Russian Craftsmanship and the Moscow Craft Educational School”, prepared for publication in the “Moskovskie vedomosti” in 1849, we will get acquainted with the opinion of contemporaries about the disappointing state of affairs in the Russian segment of handicrafts in the middle of the 19th century, and about the promising role that was assigned to MRUZ, its pupils and teachers. The author's text has been digitized with minimal edits, the style and punctuation of that time have been preserved, and there are remarks, strikethroughs and editorial revisions.

Keywords: *russkiy metod podgotovki inzhenerov, russkoye remeslennichestvo, uchenyye-mastera.*

References

1. Shkapov P.M. *Engineering Journal: Science and Innovations*, 2021, iss. 4, pp. 247–250. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068
2. Shkapov P.M. O sozdaniy kafedry teoreticheskoy mekhaniki i odnoimennoy nauchno-pedagogicheskoy shkoly v Imperatorskom Moskovskom Tekhnicheskome Uchilishche (k 170-letiyu so dnya rozhdeniya Nikolaya Yegorovicha Zhukovskogo). *Nauka i obrazovaniye: nauchnoye izdaniye MGTU im. N.E. Baumana*, 2016, no. 12.
3. Bazanchuk G.A., Kurakov S.V. *Engineering Journal: Science and Innovations*, 2021, iss. 4, pp. 192–201. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068
4. Rozenkampf A.A. *Moskovskoye remeslennoye uchebnoye zavedeniye, MRUZ, Imperatorskoye moskovskoye tekhnicheskoye uchilishche, IMTU, Moskovskiy Vospitatel'nyy dom.*

Изучение наследия Н. Е. Жуковского и его учеников на примере атрибуции музейной коллекции моделей механизмов и наглядных пособий

© Г.А. Базанчук, С.В. Кураков, П.М. Шкапов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: bga@bmstu.ru, kurakov@bmstu.ru

Аннотация. В статье рассмотрены вопросы изучения научных трудов школы Н.Е. Жуковского на предмет поиска и музейной атрибуции моделей механизмов, показана возможность создания современных аутентичных реплик этих наглядных пособий, которые привели к появлению новых прикладных научных направлений в XX в. Авторы рассказывают о восстановлении демонстрационных функций некоторых экспонатов (траектории точки на стеклянных стендах-дисплеях) в музее и показывают новое, современное применение исторических объектов при работе со школьниками и студентами. Подобные практики и наработки направлены на популяризацию курса «Теоретическая механика» и на развитие и расширение музейного фонда в части коллекции кинематических моделей ИМТУ—МВТУ.

Ключевые слова: *теоретическая механика, наглядность, модели механизмов, преподавание машиноведения, история машин и механизмов.*

Введение. На прошедшей конференции FARM-2020 мы подробно рассказывали [1], какое большое внимание Н.Е. Жуковский и его ученики уделяли наглядности при чтении теоретических курсов и в научной работе, изготавливая и демонстрируя оригинальные модели механизмов, которые являются уникальным историческим наследием на сегодняшний день. К сожалению, большинство моделей и наглядных пособий школы Жуковского утрачены по разным причинам и обстоятельствам. Мы можем лишь сохранить существующие экземпляры и попытаться восстановить наглядные пособия, обращаясь к музейным коллекциям и научным источникам — прижизненным статьям, фотографиям и пр. В настоящее время в нашем музее предпринята удачная попытка по созданию исторической реплики «Модель маятника Гесса», указанной в трудах Николая Егоровича. К сожалению, к моменту издания этой статьи мы не можем в полной мере продемонстрировать это наглядное пособие — ведутся окончательные работы по установке модели маятника в экспозицию музея МГТУ им. Н.Э. Баумана и сроки исполнения некоторых деталей реплики существенно увеличились из-за пандемии. Однако, несмотря на трудности, изучение научного наследия школы Н.Е. Жуковского открывает нам новые широкие возможности по пополнению коллекции музейного фонда и изменению (коррекции) экспозиции, а также позволяет представить качественно новый материал при популяризации науки и техники для студентов и преподавателей нашего Университета.

Основная часть. При создании этикетажной музейной экспозиции возможны неточности и ошибки в описании и атрибуции предметов коллекции — это проблема, с которой часто сталкивается абсолютно любой музей. Поэтому очень важным является процесс изучения

прижизненных изданий, статей, мемуаров и т. д. того или иного ученого, так как данные исследования позволяют уточнить научную терминологию и правильно назвать экспонат, область его применения. Так, например, долгое время прибор из аэродинамической лаборатории ИМГУ носил название «гироскоп Фуко», тогда как создатель этой лаборатории Н.Е. Жуковский назвал его «гироскоп Арди» в своей статье [2]. Сверка конструкции прибора с эскизом и рисунком 1888 г. позволила устранить музейную неточность и ошибку в атрибуции (рис. 1).



Рис. 1. Исправленная ошибка в музейном этикетаже экспозиции благодаря статье Н.Е. Жуковского «Элементарная теория гироскопов» за 1888 г.

Подобные практики необходимы и востребованы современными техническими музеями мира. Надо отметить, что, к сожалению, большинство моделей и наглядных пособий школы Жуковского в нашем Училище не сохранилось по разным причинам и обстоятельствам. Мы можем лишь сохранить существующие экземпляры и попытаться воссоздать музейные реплики по другим коллекциям и научным источникам — фотографиям и рисункам в каталогах, выставках и пр. Так, например, в годовом отчете Немецкой ассоциации математиков за 1892 г. есть статья Н.Е. Жуковского «Geometrische Interpretation des Hessischen Falles der Bewegung eines schweren starren Körpers um einen festen» из библиотеки Геттингенского университета, (в русской версии «О движении тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку (Случай Гесса)» или «Локсодромический маят-

ник Гесса», 1893 г.) [3]. Изучение немецкого издания позволило обнаружить модель Жуковского, выполненную, вероятно, в начале XX в. в Германии как наглядное пособие для студентов Геттингенского университета (рис. 2). Следует отметить, что данной проблемой занимались многие выдающиеся математики того времени — С.В. Ковалевская, А.М. Ляпунов, П.А. Некрасов и др.

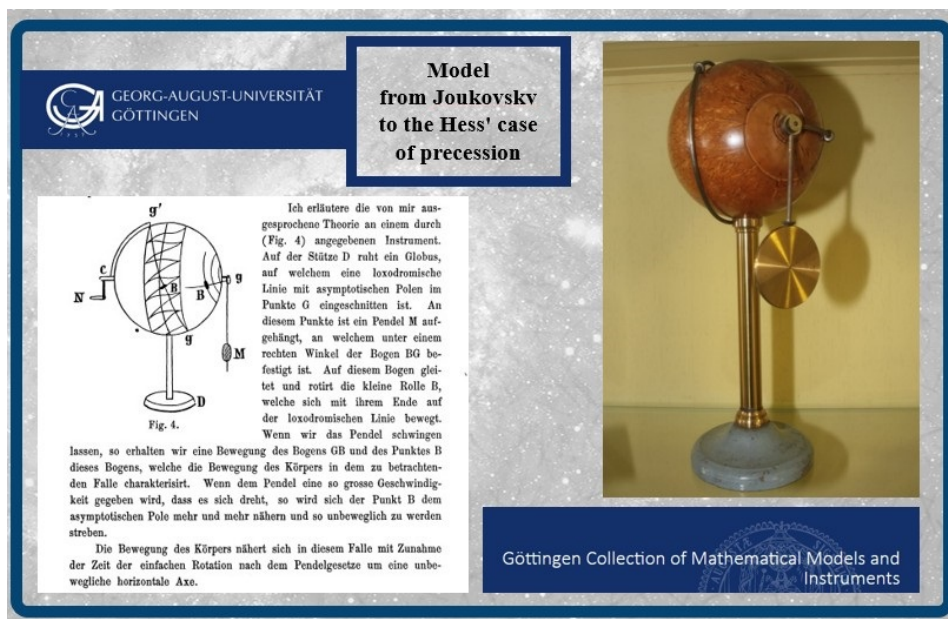


Рис. 2. Модель Жуковского, демонстрирующая случай движения Гесса в коллекции математических моделей и инструментов Геттингенского университета

Подобная находка только лишней раз подтверждает заслуженную известность Н.Е. Жуковского как выдающегося ученого не только в отечественной, но и в мировой науке. Поэтому воссоздание подобных малоизвестных в России наглядных пособий, в основе которых лежат открытия и исследования русских профессоров и преподавателей, является, по сути, прямой популяризацией отечественной науки и ее достижений.

Продолжая тему исследования моделей механизмов, созданных школой Н.Е. Жуковского, стоит рассказать о двух хорошо известных экспонатах — это модель для демонстрации скольжения растяжимого ремня и основная часть прибора для доказательства существования нескольких дуг (рис. 3), имеющие прямое отношение к работе Н.Е. Жуковского «О скольжении ремня на шкивах». Практическое значение работы крайне актуально при расчетах различных ременных передач в курсе «Детали машин». Существует практическая лабораторная работа, где студенты повторяют эксперимент Жуковского

с некоторой долей адаптации к современному развитию технологий машиностроения (например, для клиноременной передачи). И хотя данная работа Николая Егоровича хорошо изучена и дидактически обработана преподавательским составом кафедры «Основы конструирования машин» (РК-3), при близком рассмотрении обнаруживается тесная связь нашего экспоната с моделями кинематических механизмов из коллекции профессора Франца Рёло, на одну из которых ссылается в своей статье Н.Е. Жуковский [4].



Рис. 3. Модели из лаборатории Н.Е. Жуковского (слева), а также модель Рёло (справа), связанные с передачей момента и вращения с помощью ременной передачи (из экспозиции музея МГТУ им. Н.Э. Баумана)

В музее МГТУ им. Н.Э. Баумана имеется всего одна модель Рёло, относящаяся к серии «Riemenführungen/Belt Drive Mechanisms/Механизмы ременных приводов» и изготовленная в конце XIX в. в мастерских Густава Фойта. Прикладной смысл этого механизма не совсем понятен, так как он представляет собой ременный привод с пятью парами шкивов, часть из которых соединена между собой. Вероятно, эта модель предназначена для практической демонстрации теоретических изысканий Рёло, которые по направленности совпадают с трудом Н.Е. Жуковского «О скольжении ремня на шкивах». Это нам еще предстоит выяснить.

Во второй части своей коллекции [5] Рёло уделил внимание кинематике точки и создал группу моделей — дисплеев, где отмеченная траектория на стекле позволяет изучать математическое описание

движения материальных точек. В музее МГТУ им. Н.Э. Баумана имеет ся пять таких наглядных пособий. Стекла у трех из них были утраче- ны, но уже восстановлены, в ближайшее время предстоит воссозда- ние траекторий движения определенных точек механизма. И здесь на помощь приходит возможность цифрового моделирования, с по- мощью которого можно создать трафарет-маску для нанесения краски на стекло. На рис. 4 приведен пример достаточно кропотливой работы по реставрации траекторий для модели-дисплея J-14 «Планетарного зубчатого механизма Ватта с траекториями точек сателлита».

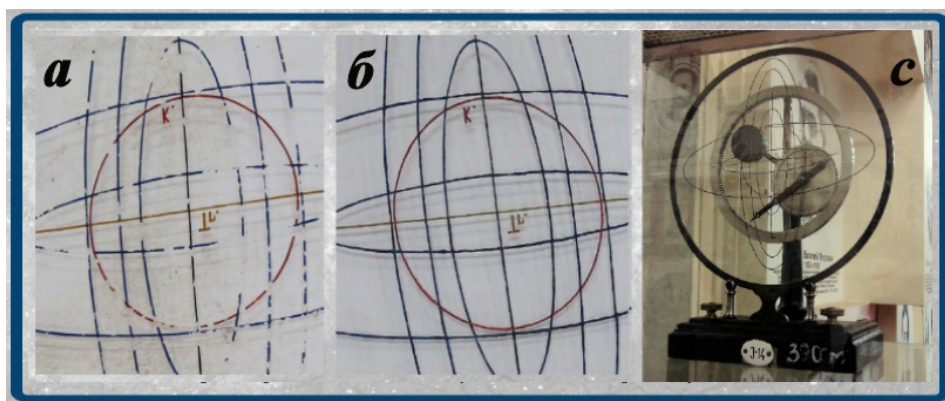


Рис. 4. Реставрация красочного следа траекторий движения определенных точек модели J-14 «Планетарный зубчатый механизм Ватта с траекториями точек сателлита»: *a* — было; *б* — стало; *с* — модель J-14 в витрине (из экспозиции музея МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Совсем недавно в музей МГТУ им. Н.Э. Баумана был передан архив Георгия Федоровича Строева (1890–1968), выпускника МВТУ 1924 года, инженера, конструктора гидротурбин, лауреата Сталинской премии 1948 г. (рис. 5). Г.Ф. Строева можно отнести к основателям московской школы малого турбиностроения, среди которых находятся известные профессора и инженеры нашего Училища — А.И. Астров, И.И. Куколевский, В.С. Квятковский, Н.М. Щапов, М.Н. Квитко, М.М. Орахелашвили и многие другие.

В зачетной книжке студента Георгия Строева есть оценка за экзамен по «Теоретической механике», поставленная рукой Николая Егоровича Жуковского в 1913 г. Имя инженера Г.Ф. Строева малоизвестно широкой аудитории, однако в его библиотеке обнаружили учебники, справочная литература и технические каталоги 1920–1950-х гг. с дарственными надписями знаменитых авторов этих изданий. Архив был подарен музею внучатой племянницей Г.Ф. Строева — Марией Гелиевой Быковой, долгое время преподававшей в МГТУ им. Н.Э. Баумана на кафедре «Высшая математика», о чем мы непременно хотим упомя-

нуть в нашей статье и поблагодарить М.Г. Быкову за активную общественную позицию, позволившую приоткрыть малоизвестные области технических и научных разработок, которые велись в нашем университете в первой половине XX в.

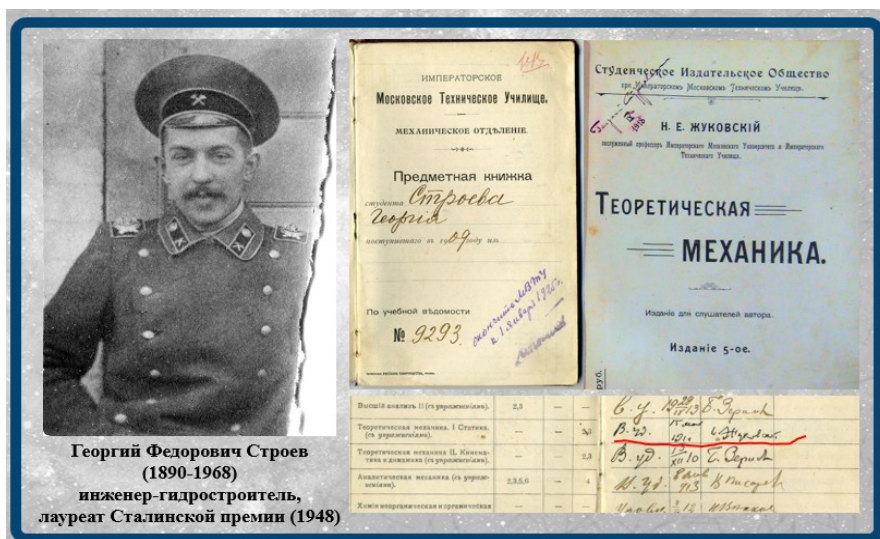


Рис. 5. Слева — фотография Георгия Строева в форме студента ИМТУ (1910-е годы), справа — издание «Теоретическая механика» Н.Е. Жуковского, которое инженер Г.Ф. Строев хранил всю свою жизнь, и фрагменты его зачетной книжки



Рис. 6. Слева — клише сделано с так называемой «чудо-фотографии» Б.М. Бубекина, дающей сразу пять изображений одного и того же лица; справа — труды Б.М. Бубекина с посвящением учителю — Н.Е. Жуковскому (из архива Г.Ф. Строева, переданного в дар музею МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Так, например, в архиве и библиотеке Г.Ф Строева обнаружили прижизненные издания Бориса Михайловича Бубекина (1882–1916) — преподавателя ИМТУ, изобретателя, активного члена Общества воздухоплавания, фактически исполнявшего должность ученого секретаря и первого помощника Н.Е. Жуковского. Б.М. Бубекин наряду с научной и преподавательской деятельностью занимался инженерной работой. 6 августа 1916 г. Борис Михайлович трагически погиб во время испытания своего изобретения — пневматического миномета; об этой трагедии сообщил в некрологе Николай Егорович в ноябрьском «Вестнике Политехнического общества» за 1916 г. (рис. 6).

Борис Михайлович Бубекин до трагической смерти был «правой рукой» Николая Егоровича, первым помощником во всех начинаниях своего учителя. Например, он входил в состав экспертной комиссии по отделу воздухоплавания при Леденцовском обществе. На этом посту Б.М. Бубекина (после его ухода на фронт Первой мировой войны) сменил другой известный ученик Жуковского — Владимир Петрович Ветчинкин. Труды Б.М. Бубекина в области гидравлики, гидро- и аэродинамики относятся к первым научным разработкам школы Н.Е. Жуковского, его учеников и сподвижников и очень важны в понимании развития научных направлений нашего Училища, приоткрывая для нас «белые», малоизученные исторические области.

Литература

1. Базанчук Г.А., Кураков С.В. Наглядные пособия для преподавания практической механики в конце XIX века как источник изучения исторического наследия. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, № 4, с 192–201. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068
2. Шкапов П.М. О создании кафедры теоретической механики и одноименной научно-педагогической школы в Императорском Московском Техническом Училище (К 170-летию со дня рождения Николая Егоровича Жуковского). *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2016, № 12.

Heritage researching of the scientific activity of the N.E. Zhukovsky' school on the example of attribution of the museum collection of kinematic models

© G.A. Bazanchuk , S.V. Kurakov* , P.M. Shkapov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail: kurakov@bmstu.ru

Abstract. The report is devoted to the issues of researching the scientific works of N. Zhukovsky's school for the search and attribution of museum models of mechanisms. The possibility of creating modern authentic replicas of these visual aids, which led to the emergence of new applied scientific directions in the XX century, will be shown. It will also talk

about the restoration of the demonstration functions of some exhibits (trajectories of a point on glass display stands) in the museum and show a new, modern use of historical objects when working with schoolchildren and students. Such practices and developments are aimed at popularizing the course “Theoretical Mechanics” and, as a result, the museum fund is developing and expanding in terms of the collection of kinematic models of IMTU—MVTU.

Keywords: *practical and theoretical mechanics, visualization, models of mechanisms, teaching of mechanical engineering, history of machines and mechanisms.*

References

1. Bazanchuk G.A., Kurakov S.V. Visual Aids for Teaching Practical Mechanics at the end of the 1900th as a source for researching of Historical Heritage. *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2021, iss. 4, pp. c 192–201. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068
2. Shkapov P.M. About the creation of the department of theoretical mechanics and the scientific and pedagogical school of the same name at the Imperial Moscow Technical School (to the 170th anniversary of the birth of N. Zhukovsky). *Science and education: scientific publication of Bauman Moscow State Technical University*, 2016, no. 12.

Теодор фон Карман — пионер современной аэромеханики

© А.Н. Богданов¹, И.М. Кондратьев²

¹НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

²Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия
E-mail: bogdanov@imec.msu.ru, kiimash@yandex.ru

Аннотация. В 2021 г. исполнилось 140 лет со дня рождения Теодора фон Кармана — яркого представителя ученых-аэромехаников XX в. [1]. Он оставил след почти во всех областях механики жидкости и газа, а также в ряде областей механики твердого тела. Многие физические понятия носят его имя: вихревые дорожки Кармана, линия Кармана (условная верхняя граница атмосферы Земли), уравнения Фёппля — фон Кармана и др. Карман известен не только как ученый, но и как крупный организатор науки. Им созданы Лаборатория реактивного движения и Фон-Кармановский институт гидродинамики. Кроме того, он был одним из инициаторов становления таких авторитетных научных объединений, как Международный союз теоретической и прикладной механики и Международная академия аэронавтики. С трудами Кармана хорошо знакомы в нашей стране. В фундаментальном четырехтомном труде «Механика в СССР за 50 лет» имя Кармана упоминается 27 раз.

Ключевые слова: Теодор фон Карман, аэромеханика, механика жидкости и газа, механика твердого тела.

В 2021 г. исполнилось 140 лет со дня рождения Теодора фон Кармана — яркого представителя ученых-аэромехаников XX в. Он создал себе имя не только своими основополагающими научными результатами в области механики, но и увлекательной манерой их представления и изложения, с тонким юмором написанными монографиями, статьями, научно-историческими обзорами, выступлениями и лекциями. Он испытывал потребность осмыслить очень сложные механические процессы и природные явления и успешно занимался их анализом, давал критические оценки научным результатам других ученых, в том числе и классиков.

Карман оставил свой след почти во всех областях механики жидкости и газа (в теории дозвуковых, околозвуковых, сверхзвуковых и гиперзвуковых течений, ламинарных, турбулентных и вихревых потоков и др.). Многие термины в механике носят его имя: вихревые дорожки Кармана, линия Кармана (условная верхняя граница атмосферы Земли), профили Кармана—Трефтца, формула Кармана—Тзяна и т. д.

Карман известен не только как ученый, но и как крупный организатор науки. Им созданы Лаборатория реактивного движения и Фон-Кармановский институт гидродинамики. Кроме того, он был одним из инициаторов становления таких авторитетных научных объединений, как Международный союз теоретической и прикладной механики и Международная академия астронавтики.

Теодор Карман окончил Королевский технический университет в Будапеште (диплом инженера-механика он получил в 1902 г.), а позже продолжил обучение в Геттингенском университете, где ему посчастливилось общаться с научными светилами того времени: Давидом Гильбертом¹, Феликсом Кляйном², Карлом Рунге³, Людвигом Прандтлем⁴. Последнего он выбрал своим научным руководителем.

Феликсу Кляйну Карман приписывал роль создателя современной прикладной механики [1], а математическую подготовку Людвигу Прандтлю Карман оценивал [2] не слишком высоко. Более того, он отмечал у своего научного наставника отсутствие «таланта объяснить, чем он на самом деле занимается». Но Прандтль, по мнению Кармана [3], «был одарен редким умением понимать физические явления и необычайной способностью излагать их в относительно

¹Давид Гильберт (1862–1943) — немецкий математик.

²Феликс Кляйн (1849–1925) — немецкий математик и педагог.

³Карл Рунге (1856–1927) — немецкий математик и физик.

⁴Людвиг Прандтль (1875–1953) — немецкий механик и физик.

простой математической форме». Со временем между учителем и учеником возникло научное соперничество, примером которого может служить, в частности, подготовка доклада о проблемах расчета турбулентного течения, представленного на Третьем конгрессе по прикладной механике, который состоялся в Стокгольме в 1930 г.

Первые исследовательские работы Кармана относились к механике деформируемого твердого тела; аэродинамика в те времена была развита еще очень слабо. Но в дальнейшем основные интересы ученого были связаны именно с аэродинамикой.

После окончания Геттингенского университета и получения степени доктора философии (1908) Карман принял приглашение Прандтля поработать на новой аэродинамической трубе над аэродинамикой дивергентных течений, став приват-доцентом, оставался в Геттингене до 1912 г. В этот период, согласно его рассказу [3], каждое утро по дороге в лабораторию он проходил мимо резервуара с водой, в котором один из сотрудников пытался добиться симметричного течения потока воды вокруг круглого цилиндра. На ежедневный вопрос Кармана о ходе эксперимента он получал неизменный ответ: «Он <поток> всегда колеблется». Так Карман познакомился с проблемой устойчивости вихревых структур, а занявшись ею, он показал, что устойчивым будет только несимметричное расположение вихрей. Хотя другие исследователи описывали такие вихревые структуры и проводили их исследования до Кармана, публикация результатов его теоретического анализа привела к тому, что с тех пор этот эффект стал называться «вихревой дорожкой Кармана».

Пристальное внимание к этому явлению оказалось оправданным: его проявления ответственны за вибрацию линий электропередачи, дымоходов и подвесных мостов, их неучет может приводить к катастрофам, одним из примеров этого является разрушение в 1940 г. моста Такома-Нэрроуз в штате Вашингтон в США (общая длина — 1822 м, основной пролет — 853 м), которое Карман проанализировал позже. Уже в 1953 г. он писал: «Я всегда готов отвечать за злоключения, причиненные вихрями Кармана!» [3]. Когда французский ученый Анри Бенар выступил с претензией, заявив, что он ранее независимо занимался изучением этих же процессов, Карман ответил: «Пусть название “дорожки Кармана” останутся в США, а во Франции их пусть называют “авеню Бенара”».

В 1912 г. Карману предложили организовать и возглавить институт аэродинамики при Техническом университете Ахена. Став директором этого института, он наладил дружеское соперничество со своими бывшими коллегами по Геттингену. С этого времени его интересы сместились практически полностью в область динамики жидкости и газа.

В годы Первой мировой войны Теодор Карман вернулся в Венгрию и занял должность директора по исследованиям Австро-Венгерского авиационного корпуса и работал над синхронизацией стрельбы пушек с вращением воздушных винтов, защиты топливных баков и другими практическими задачами. Впоследствии он часто рассказывал, что военный опыт научил его искусству «ладить» с генералами и адмиралами — умение, которое он проявлял на протяжении всей своей дальнейшей карьеры.

После окончания войны в период провозглашения Венгерской Советской Республики Карман занялся реорганизацией системы образования в стране: в 1919 г. он был назначен заместителем народного комиссара просвещения. После падения Республики на ее функционеров обрушились гонения, и он вновь возвратился в Ахен.

В США Карман оказался¹, в общем-то, случайно. Гугенхейм², выделивший финансовые средства на развитие авиации в США, намеревался пригласить консультантом специалиста из Европы, и им должен был стать Людвиг Прандтль. Карман оказался претендентом на эту роль только из-за отказа Прандтля. Впоследствии оказалось, что эта замена стала более чем удачной.

Работоспособность Кармана поразительна: начиная с 1908 г. он писал новую статью или книгу примерно каждые четыре с половиной месяца, и такой темп он смог сохранить до самого последнего года жизни. В приведенной С. Голдстейном библиографии Кармана [4] указано 173 публикации (точное количество завершённых Карманом рукописей неизвестно). Вклад Кармана в науку намного превышает то, что содержится в официальных публикациях. Многие идеи высказаны им в переписке с коллегами и организациями, консультантом которых он являлся.

Хотя Карман всегда интересовался и был знаком с результатами экспериментов и побуждал других проводить множество опытов, его в первую очередь интересовали теория и анализ результатов экспериментов. Один из его ассистентов, например, вспоминал [4], что несмотря на свою проницательность и понимание к сути экспериментов, фон Карман «сам проявил в них мало таланта». Этот недостаток — его единственный недостаток в научной области — служил постоянным источником анекдотов среди его коллег. Всегда существовала опасность, что он может повернуть какую-нибудь ручку или потянуть за рычаг, чтобы посмотреть, что произойдет, и вызвать этим «небольшую катастрофу».

¹С 1930 г. Карман жил в США постоянно, в 1936 г. получил американское гражданство.

²Дениел Гугенхейм (1856–1930) — американский предприниматель-миллионер, меценат.

Фон Карман посвятил всю свою профессиональную жизнь преодолению разрыва между теоретиками, которые довольствовались общими теоремами и выбирали для их иллюстрации простые примеры, и инженерами, которые были разочарованы неудачами применения теории и поэтому прибегали к чистому эмпиризму и эмпирическим правилам. Он настаивал не только на том, что рациональная теория должна быть логически правильной, но и на том, что она должна приближаться к отражению реальности и подтверждаться подходящими экспериментами.

Обозревая пройденный авиастроением путь и роль науки, приводя примеры заблуждений даже великих исследователей (таких как Ньютон), Карман отдавал себе отчет об истинных путях развития техники: большинство первопроходцев, стремившихся осуществить полет, писал он, «не верило ни в одну теорию» [5]. В конце жизни Карман мог констатировать [3]: «Я не утверждаю, что теоретик дает ответы на все вопросы, которые задал ему конструктор, или что конструктор всегда верно применяет теорию, но, по крайней мере, они признают достоинства и недостатки друг друга».

Теодор фон Карман был хорошо известен в нашей стране: во втором томе фундаментального труда «Механика в СССР за 50 лет» [6] имя Кармана упомянуто 27 раз, что среди иностранных ученых уступает только показателю его учителя — Людвигу Прандтля (41 упоминание). Среди обсуждавшихся в монографии результатов Кармана решение первой задачи об обтекании ускоренным потоком пластинки, за которой располагается область постоянного давления (1949 г., развития в СССР оно не получило, независимо стала разрабатываться теория слабо возмущенных струй); предложенный Карманом для изучения обтекания профиля плоским потоком идеальной несжимаемой жидкости методами конформных отображений вариант с точной отображающей функцией (профили Кармана — Трефтца); одни из первых (1927) исследований обтекания тел вращения дозвуковым потоком; эмпирическое распределение завихренности в кормовой части обтекаемого тела вращения; разработанный (1939) Карманом и Цянь Сюэ-сеном метод пересчета распределения скорости по поверхности профиля, определенного при обтекании несжимаемой жидкостью, на случай сжимаемой среды (метод имел сходные трудности, что и отечественный метод пересчета С.А. Христиановича (1940)); решенная (1932) совместно с Н. Муром задача о симметричном обтекании тела вращения (в виде интеграла от потенциала равномерно распределенных вдоль оси тела источников переменной мощности).

Карман признан основоположником решения экстремальных задач аэродинамики — на конгрессе Вольта (1935) им было доложено о построении в рамках линейной теории оптимальной формы головной

части тела вращения заданной длины и площади концевой сечения. Велик вклад Кармана в создание математической теории турбулентности. Им была высказана гипотеза автомодельности крупномасштабных характеристик турбулентности, получившая развитие в работах Л.Г. Лойцянского, ослабившего условия ее применимости до требования приближенной автомодельности поля средней скорости (1935). Для масштаба длины в турбулентном течении Карманом была предложена формула его зависимости от скорости течения.

Одним из важнейших достижений полуэмпирической теории турбулентности явилось установление Карманом в начале 1930-х годов логарифмического закона для профиля средней скорости плоскопараллельного турбулентного течения у стенки. В 1938 г. в соавторстве с Л. Хоуартом Карманом было выведено так называемое уравнение Кармана — Хоурта для случая однородной изотропной турбулентности в несжимаемой жидкости, детально исследовавшееся затем советскими учеными Л.И. Седовым (1944, 1951), Л.Г. Лойцянским (1939), М.Д. Миллионщиковым (1939), А.Н. Колмогоровым (1941) и другими. Карманом была предложена «трехслойная» модель турбулентно-ламинарного взаимодействия в пристеночной зоне и было положено начало разработке методов расчета турбулентного пограничного слоя в газе при высоких скоростях.

Удивительно, но особого обсуждения вихревых дорожек в связи с именем Кармана в [6] не последовало.

На русском языке увидели свет небольшая монография «Сверхзвуковая аэродинамика» [7] (но к этому времени высокоскоростная аэродинамика как наука еще только складывалась), практическое руководство «Математические методы в инженерном деле» [8], тома фундаментальной серии «Аэродинамика больших скоростей и реактивная техника», выпускаемой издательством Принстонского университета (США) под редакцией с участием Т. фон Кармана, с его статьей «Основы аэродинамики больших скоростей» (том «Общая теория аэродинамики больших скоростей» [9]) и параграфом «Аэротермодинамические проблемы теории горения» («Основы газовой динамики» [10]). В томе «Аэродинамика частей самолета при больших скоростях» [11], в частности, нашел должное отражение вклад Кармана в высокоскоростную аэродинамику. Результаты исследований Кармана вошли в основные учебные курсы для студентов профильных специальностей отечественных вузов [12–14].

В 1927, 1937 и 1945 гг. Карман приезжал в нашу страну с научными визитами. О встречах с ним оставила воспоминания П.Я. Кочина [15]: «<Теодор фон Карман> посетил Институт механики АН СССР. Там ему был вручен отпечаток статьи тогда уже покойного Н.Е. Кочина, в которой содержалось доказательство неустойчивости

цепочек Кармана. <...> Может быть, профессор был не очень доволен результатом, но был очень любезен и оценил остроумие примененного Н.Е. Кочинным приема».

Карман с уважением относился к коллегам из СССР и внимательно следил за достижениями советской науки. По воспоминаниям Г.Г. Черного [16], встречавшегося с Карманом в 1958 г. в Мадриде на I учредительном конгрессе ICAS, «...я подошел к Карману, представился и, получив согласие говорить по-немецки, вручил ему оттиски моих статей о течениях с сильными ударными волнами. К моему изумлению оказалось, что Карман знаком с этими статьями по английским переводам».

Показательны воспоминания С.А. Христиановича [17] о послевоенном визите Кармана: «Позвонил мне Г.М. Маленков и говорит: “Сергей Алексеевич, к нам сейчас Карман приехал, в Советский Союз. Он в Соединенных Штатах работает и хочет пойти в ЦАГИ посмотреть, хочет с Вами поговорить. Можно ли его пускать в ЦАГИ?” Я ему говорю: “Нет, можно пускать всех, кроме него, потому что ему достаточно взглянуть на наши трубы, на то, что у нас есть, чтобы составить полное представление о всей нашей авиации и сейчас, и на будущее”». Первая в ЦАГИ большая промышленная высокоскоростная аэродинамическая труба Т-106 действительно проектировалась с привлечением американских специалистов, ими руководил Петерс, а консультировал Карман. Однако воплощен в ЦАГИ был более совершенный отечественный проект Г.Н. Абрамовича и К.К. Баулина, ее параметры (диапазон чисел Маха (0,15–0,9), диаметр рабочей части (2,6 м), переменная плотность протекающего потока и большие числа Рейнольдса) на то время не имели равных в мире.

Следует отметить, что интерес к Карману в нашей стране сохраняется и в настоящее время, свидетельством чему является, например, выход в свет на русском языке его книги «Аэродинамика. Избранные темы в их историческом развитии» [18].

При воздаваемых ему заслуженных почестях Карман был скромным, тактичным и внимательным. Как вспоминал один из его коллег [1], в свой 75-й день рождения ученый общался с каждым из своих коллег так, словно его собеседник и был фон Карманом, а сам он, настоящий фон Карман, был лишь учеником этого мэтра.

Литература

1. Dryden H.L. *Theodor von Karman: A Biographical Memoir*. NAS, 1965, pp. 343–384.
2. Interview with Theodore Von Karman, June 29, 1962. URL: <https://www.aip.org/history-programs/niels-bohr-library/oral-histories/4935> (дата обращения: 01.12.2021).
3. Kármán Th. von. *Aerodynamics. Selected topics in the light of their historical development*. Cornell University Press, Ithaca, New York. Oxford University Press, Oxford, 1954, 194 p.

4. Kármán Th. von. 1881–1963. *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society*. 1966, vol. 12, pp. 335–365.
5. Kármán Th. von, Edson L. *The Wind and Beyond — T. von Kármán Pioneer in Aviation and Pathfinder in Space*. Little Brown, 1967, p. 376.
6. *Механика в СССР за 50 лет. 1917–1967*: в 4 т. АН СССР. Нац. ком. СССР по теорет. и приклад. механике; Седов Л.И., ред. Москва, Наука, 1968. Т. 2: Механика жидкости и газа. 1970, 879 с.
7. Карман Т. *Сверхзвуковая аэродинамика: Принципы и приложения*. Москва, Гос. изд-во иностр. лит., 1948, 100 с.
8. Карман Т., Био М. *Математические методы в инженерном деле*. Москва–Ленинград, Гостехиздат, 1948, 424 с.
9. *Общая теория аэродинамики больших скоростей*. Сирс У.Р., ред. Москва, Воениздат, 1962, 667 с.
10. Эммонс Г., ред. *Основы газовой динамики*. Москва, Изд-во иностр. лит., 1963, 702 с.
11. Доновэн А.Ф., Лоуренс Г.Р. *Аэродинамика частей самолета при больших скоростях*. Москва, Изд-во иностр. лит., 1959, 702 с.
12. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. *Теоретическая гидромеханика*. Москва, Физматгиз, 1963.
13. Черный Г.Г. *Газовая динамика*. Москва, Наука, 1988, 424 с.
14. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. Москва, Наука, 1987, 840 с.
15. Кочина П.Я. *Николай Евграфович Кочин (1901–1944)*. Москва, Наука, 1979, 318 с.
16. Чёрный Г.Г. *Долгий путь*. Москва, Наука, 2009, 759 с.
17. Бюшгенс Г.С. *Академик С.А. Христианович*. Москва, Наука, 2008, 439 с.
18. Карман Т. *Аэродинамика. Избранные темы в их историческом развитии*. Ижевск, НИЦ РХД, 2001, 208 с.
19. Карман Т. Турбулентность. *УФН*, 1939, т. XXI, вып. 1, с. 21–59.

Theodore von Karman is a pioneer of modern aeromechanics

© A.N. Bogdanov¹, I.M. Kondratyev²

¹Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

²Mechanical Engineering Research Institute RAS, Moscow, Russia

E-mail: bogdanov@imec.msu.ru, kiimash@yandex.ru

Abstract. This year is 140 anniversary of Theodore von Karman's birth. He is a bright representative of aeromechanics scientists of the 20th century [1]. He left a mark in almost all areas of fluid and gas mechanics and in some fields of solid-state mechanics too.

He well known not only as a scientist but also as an organizer of science. He founded Jet Propulsion Laboratory and Von Karman Institute for Fluid Dynamics; he was one of the initiators of the foundation of such organization as International Union for Theoretical and Applied Mechanics and International Academy of Astronautics.

In the fundamental four-volume work 'Mechanics in USSR for 50 years' [2] Karman's name is mentioned 27 time.

Keywords: *Theodore von Karman, aeromechanics, fluid and gas mechanics, solid-state mechanics.*

References

1. Dryden H.L. *Theodor von Karman: A Biographical Memoir*. NAS, 1965, pp. 343–384.
2. *Mekhanika v SSSR za 50 let. T. 2: Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics in USSR for 50 years, vol. 2: Fluid and gas mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 880 p.

Вспомним всех поименно

© В.Н. Горкунов, Т.И. Роганова*, Г.С. Гизатулина

Военная академия Ракетных войск стратегического назначения
имени Петра Великого, Балашиха, Россия

*E-mail: dobrrog@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается история развития теоретической механики в Академии от Н.Е. Жуковского до С.М. Тарга в сложных условиях военного времени в связи с 80-летием победоносных событий под Москвой с целью укрепления интереса курсантов к изучению основ этой точной науки в решении практических задач ракетных войск стратегического назначения.

Ключевые слова: теоретическая механика, история, фундаментальная наука, творчество, наука, взаимосвязь.

История теоретической механики в Академии начинается с момента ее образования как Училища в 1820 г. Тогда было определено, что основу для всех отделов артиллерии как науки должны составлять математика и механика. Разделения механики на теоретическую и прикладную в то время еще не было. Основы математики, статики и начала механики начинал читать русский ученый, первый в России преподаватель баллистики В.А. Анкудович (1789–1876). Но после прихода в Училище в 1841 г. признанного лидера математиков и механиков XIX в. М.В. Остроградского механику выделили в самостоятельную дисциплину со строгим и научным изложением курса. Кроме того, М.В. Остроградский из своих талантливых учеников создал целую школу, привлекая крупных артиллерийских инженеров, специалистов в области внешней баллистики (И.А. Вышнеградский, Н.С. Будаев и другие) из других учебных заведений. Длительное время академические научно-педагогические школы фактически были единственными отечественными центрами по развитию теории оружия, основ проектирования и производства огнестрельных, ракетных, минных устройств. В 1860–1870 гг. теоретическая механика в университетах рассматривается как прикладная ветвь математики. В программах Академии в курс теоретической механики добавляют разделы по кинематике точки и твердого тела, динамику точки,

общие теоремы динамики системы, учение о моментах инерции, динамику твердого тела, теорию относительного движения точки и теорию удара. Глубокие знания теоретической механики позволили ученым-инженерам того времени (Н.В. Майевский, А.В. Гадолин, Л.Л. Кирпичев и др.) успешно решать задачи, поставленные ученым-механикам развивающейся техникой. Статус теоретической механики как фундаментальной науки, являющейся необходимым условием подготовки квалифицированных инженеров, был определен в России в 1880-1890 гг. гениальным русским ученым, всемирно известным выдающимся исследователем по аэро- и гидродинамике, имеющим оригинальные решения прикладных задач и в других областях науки и техники, Н.Е. Жуковским. С именем Н.Е. Жуковского, заложившего основы классического преподавания теоретической механики в вузах страны, связано становление и успехи «русского метода» обучения, основанного на глубоких теоретических знаниях и практике их применения в инженерных приложениях. Аналитический подход при сохранении строгих доказательств основных положений теоретической механики не исключался. В Академии такой подход к обучению был (и остается) важным, поскольку сфера подготовки кадров достаточно широкая и ответственная: от традиционной и зенитной артиллерии до электротехники и связи, механизации и моторизации, боевой химии, военной промышленности. Ценил и присущ настоящему времени его опыт участия в учебном процессе: личная разработка учебных планов, чтение лекций и проведение практических занятий, созданный им особый метод подачи материала, отличающийся простотой математического аппарата и ясной постановкой расчетных схем для решения механических задач. За абстрактными аналитическими выкладками не всегда удается разглядеть практическую реализацию. Вокруг Н.Е. Жуковского существовала продуктивная атмосфера творческого поиска, которая привлекала как маститых ученых, так и молодежь; формировались научные таланты, появились научные школы.

В Академии процесс «перестройки» долго сдерживался объективными причинами: территориально далеко, научные школы разные, революционные события и др. Курс механики продолжает носить чисто академический характер и содержит много детальных исследований весьма далеких от практических задач, решавшихся в Академии. В 1938 г. Академия передислоцируется в Москву. Кафедру теоретической механики возглавляет доктор физико-математических наук, профессор Н.А. Слѣзкин — ученый, не равнодушный к наследию Н.Е. Жуковского. Оригинальные научные исследования Н.А. Слѣзкина посвящены различным вопросам гидроаэромеханики: плоским задачам гидроаэромеханики, движению вязкой

жидкости, газовой динамике, теории волн, теории фильтрации, теории пограничного слоя, жидкой и газовой смазке, кинетической теории газов и жидкостей, вопросам артиллерийской техники и др. Ряд работ был посвящен вопросам истории науки, в частности: «Научное наследие Н.Е. Жуковского» (1949), «Развитие гидромеханики в Московском университете» (1967). Н.А. Слѣзкин принимал участие в работе общетеоретического семинара ЦАГИ, которым в те годы руководил С.А. Чаплыгин. В ноябре 1937 г. защитил диссертацию на ученую степень доктора физико-математических наук «О движении тел под действием сил в вязкой жидкости».

В сентябре 2021 г. исполнилось 80 лет начала битвы под Москвой — битвы, продолжавшейся 7 месяцев, до апреля 1942 г. Ни одна столица мира не дала такого мощного отпора врагу. В первые же дни войны в соответствии с планами мобилизационного развертывания в Академии были расформированы факультеты артиллерийского снабжения, вечернего и заочного обучения; произведен досрочный выпуск старших курсов всех инженерных факультетов (дипломы без сдачи государственных экзаменов и защиты дипломов); часть преподавателей кафедр убыли на фронт, развернуты краткосрочные курсы по подготовке воентехников, срочно разрабатывались новые учебные планы и программы. Из числа уходивших на фронт слушателей и преподавателей формировался командный состав для вновь формируемых артиллерийских частей, артиллерийских штабов, корпусов, армий. В это время была сформирована 1-ая отдельная экспериментальная батарея под командованием капитана И.А. Флѣрова, вооруженная установками БМ-13 («Катюша»). 19 августа 1941 г. из числа преподавателей, слушателей Академии и курсов воентехников был сформирован сводный полк, оборонявший тыловую полосу на рубеже Красная Пахра — Подольск. Начальником штаба полка был назначен С.М. Тарг, тогда военный инженер 2-го ранга. Затем последовала передислокация Академии в г. Самарканд. В связи с большой перегрузкой железных дорог эвакуацию военно-учебных заведений из г. Москвы было приказано производить «...походным порядком в пункты сосредоточения...не ближе 300 км от Москвы...», а уже 15 ноября 1941 г. в Самарканде возобновились занятия: к 1 января 1942 г. занималось свыше 600 слушателей, а на различных курсах — около 1200 чел. Трудности работы в этот период усугублялись тем, что многим преподавателям общетехнических кафедр пришлось овладевать специальностями военных кафедр, чтобы заменить ушедших на фронт товарищей. С 1 октября 1942 г. Академия была переведена на нормальные практически довоенные сроки обучения слушателей. В 1943 г. в Академии организуется фундаментальная подготовка инженерных кадров по ракетной технике. Летом 1944 г.

Академия вернулась в Москву, а в августе 1944 г. создается кафедра вооружения гвардейских минометных частей, открывается специальность по ракетному вооружению. Учебный процесс уверенно налаживался. Учебные планы и программы строились исходя из задачи подготовки инженера, который должен знать предметы по специальности, уметь быстро осваивать новую технику, проводить ее испытание и приемку от промышленности, т. е. быть инженером широкого профиля, способным овладеть как современным, так и перспективным вооружением. Более чем на 130–150 ч увеличены курсы математики, физики и теоретической механики. Осенью 1945 г. в Академии создается первый в стране и мире факультет ракетного вооружения, начинается подготовка профессиональных ракетчиков. В декабре 1959 г. Академия включена в состав нового вида Вооруженных Сил — Ракетных войск стратегического назначения. Учебный процесс не прерывается. Одновременно проводится большая научная работа, в том числе и по теоретической механике, в развитие и становление которой в Академии, и не только в ней, внес существенный вклад крупный советский ученый-механик, педагог-методист, доктор физико-математических наук, профессор Семен Михайлович Тарг. Несколько лет С.М. Тарг проработал в ЦАГИ, ощутив на себе творческую атмосферу, созданную когда-то Н.Е. Жуковским. Трудный и славный путь длиной более 30 лет прошел Семен Михайлович вместе с кафедрой теоретической механики Академии. С.М. Тарг — крупный ученый-механик в области аэродинамики, гидродинамики вязкой жидкости, механики твердого тела, теоретической механики. Основные работы С.М. Тарга: «О влиянии крыла на продольную статическую устойчивость самолета» (1933), «Исследование работы вертикального оперения» (1935), «Затухание вращательного движения снаряда при проникновении в вязкую среду» (1945), «О распространении сферической ударной волны» (1946), «Погружение цилиндра в вязкую среду, заполняющую осесимметричный сосуд» (1946), «Обобщенные уравнения Рейнольдса», «Основные задачи теории ламинарных течений» (1951) — созвучны требованиям развития общества на конкретный период. Как превосходный педагог С.М. Тарг уделял большое внимание вопросам методики преподавания, улучшению постановки преподавания теоретической механики в вузах страны, развитию педагогической науки. Результатом плодотворной работы и военных лет в том числе можно рассматривать учебник С.М. Тарга «Краткий курс теоретической механики».

Таким образом, благодаря победе под Москвой, сохранению страны, правильной расстановке приоритетов (учебный процесс в Академии практически не прерывался в любых условиях), самоотверженности и самоотдаче ученых при решении злободневных задач,

приверженности традициям (от Н.Е. Жуковского до С.М. Тарга и до наших дней) на достаточно сложном пути Академия всегда готовила профессиональные инженерные кадры, опираясь в том числе на теоретическую механику как фундаментальную науку, без освоения которой не может быть хорошего инженера-специалиста ракетных войск стратегического назначения.

Литература

1. Обносов К.Б. *История преподавания теоретической механики в ВА им. Ф.Э. Дзержинского*. Москва, ВА им. Ф.Э. Дзержинского, 1997.
2. *Летопись ВА РВСН. 1820–2020. В 5 т. Т. 4: Хрестоматия живые страницы: альма-матер в воспоминаниях*. Москва, 2020, 536 с.
3. Горкунов В.Н., Роганова Т.И., Гизатулина Г.С. Теоретическая механика в Академии. Балашиха, ВА РВСН им. Петра Великого. *Сборник материалов конференции «Гуманитарный вестник ВА РВСН им. Петра Великого»*, 2020, № 4 (22), с. 73–80.

Let 's remember everyone by name

© V.N. Gorkunov, T.I. Roganov*, G.S. Gizatulin

Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great,
Balashikha, Russia

*E-mail: dobrrog@yandex.ru

Abstract. The article considers the history of the development of the theoretical mechanics at the Academy from N.E. Zhukovsky to S.M. Targ in difficult wartime conditions in connection with the 80th anniversary of the victorious events near Moscow in order to strengthen the interest of cadets in studying the basics of this exact science in solving practical problems of strategic missile forces.

Keywords: *theoretical mechanics, history, fundamental science, creativity, science, interrelation.*

References

1. Обносов К.Б. *The history of teaching theoretical mechanics at the F.E. Dzerzhinsky University*. Moscow, F.E. Dzerzhinsky University, 1997.
2. *The Chronicle of the VA RVSN. 1820–2020. In 5 vols. Vol. 4: Anthology living pages: alma mater in memories*. Moscow, 2020, 536 p.
3. Gorkunov V.N., Roganova T.I., Gizatulina G.S. Theoretical mechanics at the Academy. Balashikha, VA RVSN im. Peter the Great. *Collection of materials of the conference “Humanitarian Bulletin of the Peter the Great Military Academy”*, 2020, no. 4 (22), pp. 73–80.

Развитие механики реактивного движения тел переменного состава в работах И.А. Тюлиной

© В.Н. Чиненова

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: v.chinenova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассмотрена кандидатская диссертация И.А. Тюлиной «Развитие механики реактивного движения тел переменного состава». В этой работе проведен исторический и методологический анализ развития основных понятий, основных законов и соответствующих им основных форм дифференциальных уравнений реактивного движения тел переменного состава.

Ключевые слова: механика реактивного движения тел переменного состава, И.А. Тюлина.

Успешно окончив механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова в 1948 г., Ирина Александровна Тюлина (1922–2020) поступила в аспирантуру по истории механики к профессору Н.Д. Моисееву.

Николай Дмитриевич Моисеев (1902–1955) — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой небесной механики астрономического отделения механико-математического факультета. В 1939–1943 гг. он был директором ГАИШ, по совместительству работал в Военно-воздушной академии им. Н.Е. Жуковского, вел активную научную работу по динамической космогонии, теории возмущений, по устойчивости движения и многим проблемам небесной механики.

Сохранилась программа подготовки аспирантов по специальности «История механики». Кроме «Общетеоретической подготовки» по общей программе аспирантов мехмата и изучения языков (немецкого, французского и латыни) в нее включалась специально-теоретическая подготовка, состоявшая из пяти пунктов: 1) общая история (история Древнего Востока, Древней Греции, Древнего Рима, история Средних веков, история Нового времени, история России и СССР) — по программе для аспирантов-историков МГУ; 2) теория дифференциальных уравнений с указанием учебников, курсов высшей математики и отдельных глав «Общей задачи об устойчивости движения» А.М. Ляпунова, а также различных статей; 3) теоретическая механика с указанием проработки первоисточников (Ньютона, Лагранжа, Остроградского, Слудского, Жуковского); 4) история естествознания и техники; 5) история механики и математики (указаны работы Энгельса, Ленина, Ляпунова, Жуковского, Цейтена, Клейна, Маха, сборники статей ИИЕТ АН СССР).

Рукой Ирины Александровны указано, что программа «выполнена на 90 %»!

Весьма интересны еще два документа — «Проект оглавления диссертации (июль 1951 г.)» и «Общие советы», написанные Н.Д. Моисеевым. Видно, что работа, проделанная Ириной Александровной, больше, чем материал, вошедший в диссертацию.

В 1952 г. И.А. Тюлина успешно защитила кандидатскую диссертацию.

Н.Д. Моисеев сформулировал цель работы — исторический и методологический анализ развития основных понятий, основных законов и соответствующих им основных форм дифференциальных уравнений реактивного движения тел переменного состава.

В диссертации И.А. Тюлиной выяснена взаимосвязь различных специальных теорий реактивного движения тел переменного состава с различными разделами общественной практики, а также сформулирована правильная точка зрения на состояние и перспективы дальнейшего развития этих специальных теорий, возникших стихийно в различные времена из запросов инженерной практики.

Теория реактивного движения тел переменного состава приобрела в середине XX в. известную самостоятельность и имела обширную литературу как общетеоретического, так и конкретного прикладного характера. Однако разрозненные работы этого направления нельзя еще было назвать единым разделом механики, так как существовал ряд неясностей относительно сравнительного достоинства тех различных подходов к изучению динамики и относительно сравнительного достоинства различных форм дифференциальных уравнений движения тел переменного состава, которые в разное время предлагались разными авторами.

В диссертации И.А. Тюлиной дан исторический обзор соответствующей литературы с широким охватом и анализом отдельных разрозненных теорий данной области, выросших под влиянием потребностей практики в различное время, а именно: 1) теории поступательного движения гидрореактивного судна; 2) теории вращательного движения гидрореактивных турбин; 3) теории отдачи артиллерийского орудия; 4) теории движения ракеты, получившей практическое значение только в XX в.; 5) теории движения небесных тел переменной массы и т. д.

В развитии каждой из этих дисциплин сыграли важнейшую роль труды членов Петербургской Академии наук (Д. Бернулли, Эйлер) и представителей передовой русской школы механики (Константинов, Шифф, Циолковский, Мещерский и др.).

Конкретное содержание работы можно описать следующим образом.

В первой главе излагаются общие характеристики *основных научных абстракций*, используемых для отражения свойств движущихся тел.

щегося **материального тела**, и основных *научных гипотез* относительно **причин**, вызывающих изменение состояния движения материальных тел. При этом выясняется, что в рассматриваемом разделе механики изучаются тела, характеризующиеся *непостоянством своего состава*. Такие материальные тела можно разбить на два класса: 1) масса которых остается постоянной, несмотря на переменный состав (например, реактивная турбина или прямоточный реактивный двигатель); 2) масса которых меняется в связи с переменностью состава (например, ракета).

Понятие **тела переменного состава** шире, чем понятие **тела переменной массы**, так как тело переменной массы обязательно является и телом переменного состава ввиду текучести материальных частиц, составляющих тело.

В этой же главе дается обзор основных принципов механики, использованных различными исследователями в механике реактивного движения тел переменного состава.

На основе материалов первой главы оказывается возможным достигнуть достаточной ясности в определении самого **предмета механики реактивного движения тел переменного состава** и ее специфических отличий от обычной теоретической механики, понимаемой как теория простейших видов движения материальных тел неизменного состава. В третьем параграфе этой главы, посвященном характеристике причин, вызывающих изменения состояния движения тел переменного состава, дается определение **реактивного движения** и механики реактивного движения тел переменного состава.

Во второй главе рассматривается *развитие теории поступательного движения гидрореактивного судна*. Эта теория возникла в эпоху расцвета мореплавания и кораблестроения XVIII в. (период колониальных захватов развивающегося европейского капитализма). В то время техника судостроения нуждалась в изобретении нового, более эффективного способа передвижения кораблей без помощи ветра и весел.

В середине XVIII в. в некоторых европейских академиях наук объявлялись конкурсы или ставились научные проблемы о новом способе передвижения судов.

Впервые теорию гидрореактивного корабля разработал Д. Бернулли во время его пребывания и активной научной деятельности в Петербургской академии наук. Несколько позже этой проблемой занимался другой замечательный ученый XVIII в., также действительный член Петербургской Академии наук — Леонид Эйлер.

В дальнейшем внимание инженеров и теоретиков снова было привлечено к проблеме создания *реактивного, уже парового двигателя для судов*. В результате по теории действия такого двигателя

возникла довольно обширная литература, которая и анализируется в работе И.А. Тюлиной. Например, излагаются и сравниваются результаты исследований по теории гидрореактивного судна Цейнера, Буслея, Погодина, Жуковского, Мещерского и др.

В третьей главе описывается *развитие теории вращательного движения гидрореактивной турбины*. Эта теория возникла также на базе практических запросов развивающейся капиталистической промышленности XVIII в. В ту эпоху водяные колеса, служившие основным двигателем мануфактурной и средневековой промышленности, потребовали существенного усовершенствования, что привело к созданию гидрореактивной турбины. Этот новый тип гидравлического двигателя сохранил и в дальнейшем свое значение — в век пара и в век электричества. Разработкой теории реактивных турбин занимались многие инженеры и теоретики XVIII в., как, например, Эйлер, Я. Бернулли. В дальнейшем большой вклад в развитие этой теории внесли труды Понселе, Вейсбаха, Пражиля, Стодола, Проскура, Кочина и др.

В четвертой главе речь идет о *развитии теории отдачи артиллерийского орудия*. В некоторых специальных дисциплинах из области артиллерийских наук с той или иной целью исследовалось явление **отдачи** или **отката** орудия. Так, *теория лафетов*, возникшая в конце XVIII в., интересовалась **отдачей** в связи с расчетом на прочность откатывающейся после выстрела системы и ее частей. Под влиянием тех или иных запросов артиллерийской инженерной практики строились теории движения орудия, снаряда и пороховых газов в канале ствола орудия.

В отличие от первых двух специальных дисциплин, изучавших установившиеся или равномерные движения (движение реактивного судна и движение реактивной турбины), теория **отдачи** артиллерийского орудия изучает **неустановившееся** движение откатывающегося орудия с лафетом под действием *силы реакции пороховых газов*, истекающих с большой скоростью из дула орудия.

В пятой главе рассматривается *развитие теории движения пороховых и жидкостных неуправляемых ракет*. Здесь анализируются и сравниваются основополагающие труды двух замечательных русских ученых конца XIX — начала XX в. К.Э. Циолковского, И.В. Мещерского по теории движения ракеты. Кроме того, в пятой главе дается анализ основных теоретических положений некоторых трудов зарубежных авторов по теории движения ракет, а также трудов современных советских исследователей в данной области.

В шестой главе описывается развитие теории движения небесных тел переменной массы, являющейся важной частью общей теории реактивного движения тел переменного состава. Так, И.В. Мещерский

исследовал движение небесных тел, масса которых меняется из-за падения метеоритов на их поверхность. Фактор переменной массы — одна из причин векового ускорения в движении Луны и других планет.

Основной задачей седьмой главы является *описание и анализ развития общей отвлеченной теории реактивного движения тел переменного состава*.

Первым опытом создания общей теории движения тел переменного состава явились труды И.В. Мещерского 1897–1904 гг. В этой общей теории им впервые введена абстрактная модель твердого тела переменной массы и выведены дифференциальные уравнения движения таких тел, проведен подробнейший анализ основных частных случаев такого движения.

Главную роль среди конкретных предпосылок теории И.В. Мещерского играли задачи небесной механики и космогонии в совокупности с такими задачами техники, где речь шла об отделении или о присоединении твердых частиц или твердых тел к движущемуся твердому телу, причем присоединение это можно было рассматривать как совершенно неупругий удар.

На протяжении более 30 лет теория Мещерского оставалась единственным опытом создания общей теории движения тел переменной массы.

Зарубежные ученые в течение всего этого времени игнорировали теорию Мещерского и его труды. Следствием этого явилось отставание зарубежной науки в данной области. Предложенная итальянским ученым Леви-Чивита в 30-х годах XX в. теория движения тел переменной массы при ближайшем рассмотрении оказалась лишь частной разновидностью общей теории Мещерского. Труды последующих зарубежных ученых в той же области не дали существенного продвижения вперед.

Настоящая разработка научного наследия И.В. Мещерского и К.Э. Циолковского была начата лишь советскими учеными, давшими ряд фундаментальных трудов в области общей теории реактивного движения тел переменной массы.

Все эти аспекты детально освещены И.А. Тюлиной в этой главе.

Вопросы, рассмотренные в кандидатской диссертации, И.А. Тюлина продолжала активно разрабатывать и в своих последующих работах [2–5].

Литература

1. Тюлина И.А. Развитие механики реактивного движения тел переменного состава. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Москва, 1951.
2. Тюлина И.А. О работах Л. Эйлера по теории гидрореактивного судна и водяной турбины. *Вопросы истории естествознания и техники*. 1971, вып. 4 (33), с. 34–46.

3. Тюлина И.А. Механика тел переменной массы. В кн.: *История механики. С конца XVIII века до середины XX века*. Москва, Наука, 1972, с. 226–244.
4. Тюлина И.А. Два подхода к построению модели тела переменной массы. *Исследования по истории механики*. Москва, Наука, 1981, с. 233–257.
5. Тюлина И.А. О гидравлических исследованиях Эйлера. *Исследования по истории механики*. Москва, Наука, 1983, с. 167–177.

Development of the mechanics of jet motion of bodies of variable composition in the works of I.A.Tyulina

© V.N. Chinenova

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia
E-mail: v.chinenova@yandex.ru

Abstract. The report examines the PhD thesis of I.A.Tyulina “Development of the mechanics of jet propulsion of bodies of variable composition”. In this work, a historical and methodological analysis of the development of the basic concepts, basic laws and corresponding basic forms of differential equations of reactive motion of bodies of variable composition is carried out.

Keywords: *mechanics of jet motion of bodies of variable composition, I.A. Tyulina.*

References

1. Tyulina I.A. *Development of mechanics of jet motion of bodies of variable composition*. Dissertation for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences. Moscow, 1951.
2. Tyulina I.A. On the works of L. Euler on the theory of a hydrojet vessel and a water turbine. *Issues of History of Natural Science and Technology*. 1971, iss. 4 (33), pp. 34–46.
3. Tyulina I.A. Mechanics of bodies of variable mass. In the book: *History of Mechanics. From the end of the XVIII century to the middle of the XX century*. Moscow, Nauka Publ., 1972, pp. 226–244.
4. Tyulina I.A. *Two approaches to the construction of a model of a body of variable mass. Research on the history of mechanics*. Moscow, Nauka Publ., 1981, pp. 233–257.
5. Tyulina I.A. *On Euler's hydraulic studies. Research on the history of mechanics*. Moscow, Nauka Publ., 1983, pp. 167–177.

Учебная аналитика как инструмент модернизации онлайн-курса

© С.А. Берестова*, Е.М. Романовская, Т.А. Рощева, Е.А. Савина

Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия
*E-mail (докладчика): s.a.berestova@urfu.ru

Аннотация. В работе рассмотрены алгоритмические и инструментальные средства машинного обучения для модернизации онлайн-курсов по инженерной механике на основе анализа данных портала Moodle, используемого в Уральском федеральном университете для организации электронного образования, Национальной платформы открытого образования (openedu.ru) и Международной платформы массовых онлайн-курсов (edx.org).

Ключевые слова: электронное образование, онлайн-курсы, предсказание оттока слушателей.

В данный момент авторами онлайн-курсов накоплен большой набор данных учебной аналитики. Данные о слушателях, их образовательных активностях, успеваемости на курсах, статистика выполнения заданий, тестов, отзывов, обсуждений, обратной связи предоставляются образовательными платформами авторам. В работе даны рекомендации по организации учебного процесса пользователям, участвующим в различной образовательной деятельности: руководителям образовательных программ, студентам, преподавателям, авторам и администраторам. Проведена оценка успеваемости слушателей, качества контрольно-измерительных материалов курса, прогнозирование успешности сдачи итогового тестирования студентами Уральского федерального университета. Рассмотрена возможность применения рекомендательной системы для предсказания успеваемости обучающихся и оттока слушателей с электронного курса в рамках формального образования.

Литература

Kaur P., Singh M., Josan G.S. Classification and prediction based data mining algorithms to predict slow learners in education sector. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 5, pp. 500–508.

Educational analytics as an online course modernization tool

© S.A. Berestova*, E.M. Romanovskaya, T.A. Roscheva, E.A. Savina

Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia

*E-mail (speaker): s.a.berestova@urfu.ru

Abstract. Algorithmic and instrumental machine learning tools use for the modernization of online courses. The methods base on data analysis of courses by engineering mechanics. The paper considers Moodle portal, the National Open Education Platform (openedu.ru) and the International Platform of mass online courses (edx.org). The Ural Federal University use portal Moodle for the organization of e-education.

Keywords: e-education, online courses, prediction model of the outflow.

References

Kaur P., Singh M., Josan G.S. Classification and prediction based data mining algorithms to predict slow learners in education sector. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 5, pp. 500–508.

Инновационные методы преподавания и изучения учебных дисциплин естественно-научного и общетехнического цикла

© В.Д. Бертяев¹, В.С. Ручинский²

¹ Тульский государственный университет, Тула, Россия

² МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: vit 59@mail.ru, 2svr@mail.ru

Аннотация. На примере классических учебных дисциплин (теоретическая, аналитическая и прикладная механика) предложены инновационные методы преподавания и изучения учебных дисциплин естественно-научного и общетехнического цикла. Описанная технология преподавания и изучения учебных дисциплин является базовой. В зависимости от объема учебной дисциплины допускается ее корректировка.

Ключевые слова: теоретическая, аналитическая и прикладная механика, курсовые и расчетно-графические работы, учебно-исследовательская работа студентов, математически-ориентированные пакеты, Mathcad, автоматизированные учебные курсы, программы-тренажеры.

В основе качественной подготовки студентов лежит не только владение теорией и формализованными методами решения задач, но и умение правильно воспринимать результаты вычислений, делать осмысленные выводы и заключения на основе полученных решений и применять их при решении практически важных задач и проектов. Эффективнее всего это может быть реализовано в рамках учебно-исследовательской работы студентов при выполнении ими курсовых работ.

Математические модели, создаваемые для решения задач, являются, как правило, нелинейными. Формирование математической модели обычно сводится к составлению и решению дифференциальных уравнений. Чаще всего математический аппарат, необходимый для решения поставленной задачи, настолько сложен и громоздок, что теряется физический смысл задачи. В учебном процессе, когда главное внимание должно быть направлено на изучение режима

функционирования конкретного изделия, приходится значительное время уделять стандартным математическим преобразованиям. Необходимость использования для решения полученных дифференциальных уравнений численных методов сокращает диапазон задач, так как от студента требуется хорошее владение хотя бы одним из алгоритмических языков и умение организации численных процедур.

Применение численных методов при решении задач механики ограничивается возможностями вычислительной техники и используется при курсовом проектировании с помощью готовых компьютерных программ, создаваемых преподавательским составом кафедр.

Практическое применение навыков и умений усвоенного теоретического материала в курсовом проектировании рекомендуется отрабатывать с помощью математически-ориентированных пакетов. Пакет Mathcad позволяет, применяя привычную систему математических обозначений, работать с ним студентам младших курсов, не изучавшим программирование и численные методы. Математически-ориентированные пакеты подобного типа позволяют студентам сконцентрировать свои усилия не на численных методах и алгоритмах, а на глубоком усвоении теории, умении грамотно поставить задачу, решить ее, проанализировать результаты и при необходимости выбрать оптимальный вариант.

При выполнении курсовых работ у студентов вырабатываются навыки исследования поведения механической системы, обусловленного условиями эксплуатации. Важнейшим этапом исследования поведения механизмов является оптимизация их внутренних параметров, обеспечивающая функционирование системы в соответствии с физической и математической моделью.

При изучении любой учебной дисциплины требуется подтверждение уровня ее освоения. Для этого служат процедуры текущей аттестации (коллоквиумы, тесты, контрольные работы) и промежуточной аттестации (зачет, экзамен). Важным дополнением к классическому учебному процессу, как при проведении обучения, так и при подтверждении уровня знаний, являются разработанные автоматизированные учебные курсы и программы-тренажеры по основным изучаемым разделам.

Эти программы предназначены для использования: на практических занятиях в аудитории (в присутствии преподавателя) при отработке навыков решения задач по соответствующей теме; при самостоятельной работе студентов (в дисплейном классе кафедры при отсутствии преподавателя или на домашнем персональном компьютере); при проведении контрольных работ; при защите расчетно-графических и курсовых работ; при приеме зачетов и экзаменов.

На примере классических учебных дисциплин (теоретическая, аналитическая и прикладная механика) предложены инновационные

методы преподавания и изучения учебных дисциплин естественно-научного и общетехнического цикла.

Описанная технология преподавания и изучения учебных дисциплин является базовой. В зависимости от объема учебной дисциплины допускается ее корректировка.

Innovative methods of teaching and studying academic disciplines of the natural science and general technical cycle

© V.D. Bertyaev¹, V.S. Ruchinskiy²

¹TulSU, Tula, Russia

²Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

E-mail: vit 59@mail.ru, 2svr@mail.ru

Abstract. On the example of classical academic disciplines (theoretical, analytical and applied mechanics), innovative methods of teaching and studying academic disciplines of the natural science and general technical cycle are proposed. The described technology of teaching and studying academic disciplines is basic. Depending on the scope of the discipline, its adjustment is allowed.

Keywords: *theoretical, analytical and applied mechanics, coursework and computational and graphic works, educational and research work of students, mathematically-oriented packages, Mathcad, automated training courses, simulator programs.*

Theses. The basis of high-quality training of students is not only the knowledge of theory and formalized methods of solving problems, but also the ability to correctly perceive the results of calculations, make meaningful conclusions and conclusions based on the solutions obtained and apply them to solving practically important tasks and projects. Most effectively, this can be implemented within the framework of the educational and research work of students when they perform coursework.

Mathematical models created to solve problems are, as a rule, nonlinear. The formation of a mathematical model usually comes down to the compilation and solution of differential equations. Most often, the mathematical apparatus necessary to solve the problem is so complex and cumbersome that the physical meaning of the problem is lost. In the educational process, when the main attention should be directed to the study of the mode of operation of a particular product, it is necessary to devote considerable time to standard mathematical transformations. The need to use numerical methods to solve the obtained differential equations reduces the range of tasks, since it requires the student to have a good command of at least one of the algorithmic languages and the ability to organize numerical procedures.

The use of numerical methods in solving problems of mechanics is limited by the capabilities of computer technology and is used in course design with the help of ready-made computer programs created by the teaching staff of departments.

The practical application of the skills and abilities of the acquired theoretical material in course design is recommended to work out with the help of mathematically-oriented packages. The Mathcad package allows junior students who have not studied programming and numerical methods to work with it using the usual system of mathematical notation. Mathematically-oriented packages of this type allow students to concentrate their efforts not on numerical methods and algorithms, but on deep assimilation of theory, the ability to correctly set a problem, solve it, analyze the results and, if necessary, choose the best option.

When performing coursework, students develop skills to study the behavior of a mechanical system due to operating conditions. The most important stage in the study of the behavior of mechanisms is the optimization of their internal parameters, ensuring the functioning of the system in accordance with the physical and mathematical model.

When studying any academic discipline, confirmation of the level of its development is required. For this purpose, the procedures of the current certification (colloquiums, tests, tests) and intermediate certification (test, exam) are used. An important addition to the classical educational process, both during training and when confirming the level of knowledge, are the developed automated training courses and simulator programs for the main sections studied.

These programs are intended for use: in practical classes in the classroom (in the presence of a teacher) when practicing problem-solving skills on the relevant topic; when students work independently (in the display classroom of the department in the absence of a teacher or on a home personal computer); when conducting control work; when defending calculation and graphic and term papers; when taking tests and exams.

On the example of classical academic disciplines (theoretical, analytical and applied mechanics), innovative methods of teaching and studying academic disciplines of the natural science and general technical cycle are proposed.

The described technology of teaching and studying academic disciplines is basic.

Depending on the scope of the discipline, its adjustment is allowed.

Организация самостоятельной работы студентов по теоретической и прикладной механике в рамках курсового проектирования

© В.Д. Бертяев*, Л.П. Семенова, О.А. Ткач

Тульский государственный университет, Тула, Россия

*E-mail: vit_59@mail.ru

Аннотация. Рассматривается технология применения курсового проектирования при освоении дисциплины теоретической и/или прикладной механики. Отмечается эффективность применения курсового проектирования как средства формирования компетенций и траектории образовательного процесса, в том числе самостоятельной работы студентов. Описывается ход выполнения проекта, постановка задачи, оценка результатов.

Ключевые слова: курсовая работа, основная образовательная программа, компетенции, самостоятельная работа, критерии оценки.

При проектировании образовательной программы необходимо заложить инструментарий оценки результатов ее освоения. В этом плане в компетентностно-ориентированной образовательной среде мероприятия промежуточной аттестации выступают, пожалуй, основными возможностями выявить не только степень освоения студентом образовательного модуля, но и эффективность самого модуля как элемента образовательной программы в целом. С данной точки зрения курсовая работа (проект) является действенным подходом как к формированию компетенций, так и к оценке их сформированности.

Курсовая работа — это некий продукт деятельности студента, имеющей практические результаты. Выполнение проекта завязано на решение исследовательской, практико-ориентированной, научной или информационной задачи, формирующей необходимые компетенции. При этом на выполнение проекта отводится длительный промежуток времени, в рамках которого студентом ставится задача, определяется инструментарий выполнения, проводится исследование и защита проекта. Последнее относится скорее к некоторой экспертной оценке, которая складывается из рецензирования результатов практической деятельности студента внешним экспертом и непосредственно презентации. Презентация (личная защита проекта студентом), направленная в том числе и на выявление плагиата, оценивается по установленным оценочным критериям, которые заблаговременно доводятся до сведения студентов.

Основным критерием фонда оценочных средств является его открытость, четкость формулировок, компетентностная направлен-

ность. Студент до этапа защиты проекта имеет возможность ознакомиться с критериями оценки и при необходимости скорректировать проект.

Таким образом, от постановки задачи до представления результатов работы на рассмотрение аттестационной комиссии студент имеет возможность получить умения и отработать навыки, не только относящиеся к освоению непосредственно изучаемой дисциплины (законы, теоремы, основные понятия и определения), но и сформировать заложенные в образовательной программе компетенции.

Выполнение курсовой работы, как правило, начинается с начала текущего семестра, что позволяет выстроить логику формирования образовательного процесса, включив элементы курсовой работы в лекционные, практические занятия, а также учитывая самостоятельную деятельность студента, на которую отводится большая часть учебной нагрузки.

В основу построения организационно-методической модели управления самостоятельной работой студентов могут быть положены следующие дидактические положения: учет специальности обучаемых, дифференциация задания с учетом уровня знаний обучаемых; преемственность и последовательность изложения учебного материала: от простого к сложному, от представлений к научным понятиям, от известного к неизвестному, от знания к умению и навыку; систематичность в обучении, выходящая из сущности дисциплины и позволяющая студентам свободно использовать полученные знания по мере необходимости в них; разнообразие и полнота использования учебного материала.

Структура и содержание модели управления самостоятельной работой студентов должны обеспечивать следующие дидактические функции: формирование познавательной деятельности; формирование самостоятельности как качества личности; сознательного усвоения математических понятий и выяснения логических связей между ними; оперативного контроля и самоконтроля обучаемых; создание благоприятных условий для дифференцированного подхода в обучении; усиления теоретической подготовки специалиста.

Процесс управления самостоятельной работой студентов в целом и внеаудиторной, в частности, предполагает, как правило, деятельность преподавателей в четырех направлениях: проектирование оптимального хода самостоятельной работы, контроль за его реализацией, выработка регулирующих (корректирующих) воздействий и саморегулирование.

Деятельность преподавателя по управлению процессом самостоятельной работы студентов приобретает форму педагогических условий, которые, в свою очередь, находят свое выражение в форме

мероприятий, создающих потребность в самостоятельной работе студентов и активизирующих их деятельность:

- 1) разработка содержания самостоятельных работ;
- 2) обучение методам деятельности, связанной с самостоятельной работой студентов;
- 3) четкое планирование всех видов занятий, учитывающих самостоятельную работу студентов и рациональную с точки зрения гигиены умственного труда нагрузку студентов;
- 4) разработка и внедрение действенных методов контроля и формирование условий возникновения побуждающих к деятельности мотивов;
- 5) четкая организация со стороны преподавателя всех видов учебной деятельности и самодисциплина преподавателей;
- 6) разработка методических материалов и совершенствование их с целью улучшения содержательной и методической сторон, а также активизации самостоятельной работы студентов.

Решение данных задач приводит к необходимости изменения существующих образовательных технологий и стандартов, требует нового оснащения образовательной деятельности, включающего современные преподавательские кадры и высокотехнологичные методические ресурсы.

Изменяются требования к квалификации преподавателей. Высокопрофессиональное владение предметом и смежных к нему областей необходимо дополнять умениями работы с современными информационными ресурсами, вычислительным и мультимедийным оборудованием.

Поскольку во главу угла современного высшего образования ставится самостоятельная работа студентов, то для более глубокого изучения курса особое внимание должно уделяться самостоятельному решению задач и анализу результатов решения. Математические модели расчета различных систем ориентированы в своем большинстве на одно вычислительное средство — персональный компьютер (ПК). Задачи, предложенные студенту, должны быть рассчитаны не на составителя программ расчета (программиста), а на пользователя.

Расчет можно осуществлять лишь после математической формализации внешних воздействий, строения и особенностей работы механизма или сооружения. На компьютере можно решать и проводить анализ таких математических моделей, которые позволяют оценить не только оптимальность конструкции, но и значения отдельных ее параметров, обуславливающих оптимальность сооружения. Это качественно новые задачи прикладной механики, решение которых без применения ПК практически невозможно.

Курс теоретической механики является частью образовательной программы, реализуемой в Тульском государственном университете

для студентов, осваивающих строительные и некоторые технические направления подготовки, изучают его также механики. Являясь общеобразовательной дисциплиной, теоретическая механика, как правило, в учебном плане значится на первом — втором курсе обучения и направлена на формирование не только профессиональных компетенций (ПК), но и общекультурных (ОК) и общепрофессиональных компетенций (ОПК).

К ним относят, к примеру, способность к самоорганизации и самообразованию (ОК), умение использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОПК), способность проводить изучение и анализ необходимой информации, технических данных, показателей и результатов работы, их обобщение и систематизацию, проводить необходимые расчеты с использованием современных технических средств (ПК).

Таким образом, можно говорить, что курсовое проектирование в учебном модуле теоретической механики позволяет заложить базис для дальнейшего формирования у студентов механизмов освоения дисциплин основной образовательной программы с точки зрения полного освоения заложенных компетенций.

Сущность качественной подготовки студентов заключается не только в овладении теорией и формализованными методами решения задач, но и в умении осуществлять постановки и решения современных реальных инженерных задач, а также правильно воспринимать и осмысливать результаты вычислений. Эффективнее всего это может быть реализовано в рамках междисциплинарного курсового проектирования при наличии в нем элементов исследовательской и конструкторской деятельности, которые включают в себя анализ результатов расчета и принятие решений на основе полученных результатов.

Курсовые работы (проекты) рекомендуется выполнять с использованием математически ориентированных пакетов, позволяющих решать реальные инженерные задачи. Пакеты подобного типа позволяют студентам сконцентрировать свои усилия не только на глубоком усвоении теории, но и в умении грамотно поставить задачу, решить ее, проанализировать результаты и при необходимости выбрать оптимальный вариант.

Междисциплинарный курсовой проект позволяет охватить большой круг вопросов и проблем, изучаемых в курсах теоретической механики, сопротивления материалов, деталей машин и основ конструирования, метрологии, строительной механики и др. При этом в руководстве курсового проектирования участвуют преподаватели профильных кафедр.

Методическое обеспечение должно включать в себя весь комплект документации по основным разделам изучаемых дисциплин: альбомы заданий и методические указания для выполнения курсовых работ, а также цель и методы исследовательской части задания. Важнейшим этапом исследования является оптимизация внутренних параметров, обеспечивающая функционирование механической системы в соответствии с физической и математической моделью.

Защита курсовых работ должна проводиться перед комиссией.

Основными темами, выносимыми на курсовое проектирование, являются:

- равновесие и устойчивость сооружений;
- динамическое поведения машин и механизмов.

При расчете сооружения применяются такие расчетные схемы, в которых должны оцениваться все основные особенности работы данного сооружения. При выборе расчетной схемы сооружения важную роль играет установление условий опирания и определение внешних воздействий, которые весьма значительно влияют на окончательный результат расчета. При расчетах также определенным интересом представляет подвижная нагрузка.

В отличие от общепринятых решений при рассмотрении равновесия составных конструкций исследуется влияние геометрических параметров балок и интенсивности нагрузок на величины реакций связей, а также определяется область их оптимальных значений. При расчете плоских шарнирных ферм ставится задача выбора оптимального варианта по одному или нескольким параметрам. Использование ПК позволяет оптимизировать различные схемы ферм по экстремальным значениям усилий в стержнях или по виду внешних связей.

В курсовых проектах по динамике механизмов и машин кроме традиционного определения основных кинематических и динамических характеристик механизма решается многопараметрическая задача нахождения инерционных параметров звеньев, обеспечивающих минимизацию неравномерности движения выходных звеньев, исследуется влияние конструкторских и технологических несовершенств при сборке машины или ее узла.

Таким образом, при выполнении междисциплинарного курсового проекта у студентов вырабатываются связный переход от естественно-математических понятий, знаний и умений к общепрофессиональным, а затем и к профессиональным понятиям, знаниям и умениям, а также навыки исследования равновесия сооружений и динамики машин, обусловленных особенностями конструирования, технологии производства и эксплуатации.

Литература

1. Бертяев В.Д., Ткач О.А. Использование информационных технологий в рамках организации самостоятельной работы студентов при изучении курса теоретической механики. *Современные технологии в науке и образовании — СТНО-2017: сб. тр. II МНТ и НМ конференции: в 8 т., т. 5.* Рязань, РГРТУ, 2017, с. 79–84.
2. Бертяев В.Д., Семенова Л.П., Ткач О.А. Проблемы, перспективы и возможные технологические решения преподавания механики в современных условиях занятий. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 2, с. 264.

Organization of student's independent work in theoretical and applied mechanics within the course design framework

© V.D. Bertyaev*, L.P. Semenova, O.A. Tkach

Tula State University, Tula, Russia

*E-mail: vit_59@mail.ru

Abstract. The course design using technology in mastering the discipline of theoretical and/or applied mechanics is considered. The course design use effectiveness as a competencies forming and the educational process trajectory means, including the students independent work is noted. Describes the progress of the project, setting the task, evaluating the results.

Keywords: course work, main educational program, competencies, independent work, evaluation criteria.

References

1. Bertyaev V.D., Tkach O.A. The information technologies use in the student's independent work organization framework in the theoretical mechanics course study. *Modern technologies in science and education — STNO-2017: Sat. tr. II MNT and NM conferences: in 8 vol., vol. 5.* Ryazan, RGRTU, 2017, pp. 79–84.
2. Bertyaev V.D., Semenova L.P., Tkach O.A. Problems, prospects and possible teaching mechanics technological solutions in modern classes conditions. *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2020, iss. 2, p. 264.

Роль контролирующих и консультационно-обучающих программ в изучении физики в период пандемии

© Д.К. Веретимус, Н.К. Веретимус*

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail (докладчика): nkvmhts@yandex.ru

Аннотация. В период пандемии особую актуальность приобретает разработка контролирующих и консультационно-обучающих

программ, позволяющих студентам осуществить самоконтроль при выполнении домашних заданий и лабораторных работ по физике.

Ключевые слова: пандемия, обучение, курс физики, программа.

Литература

Веретимус Д.К., Веретимус Н.К. Некоторые особенности преподавания физики в период пандемии. *Необратимые процессы в природе и технике: Труды XI Всероссийской конференции 26–29 января 2021 г. (в двух частях) Ч. II.* Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021, с. 216–218.

The role of controlling and consulting-training programs in the study of physics during the pandemic

© D.K. Veretimus, N.K. Veretimus*

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

*E-mail (speaker): nkvmhts@yandex.ru

Abstract. In the pandemic, the development of controlling and consulting-training programs is relevant, allowing students to exercise self-control when doing homework and laboratory work in physics.

Keywords: a pandemic, education, course of physics, a program.

References

Veretimus D.K., Veretimus N.K. Some features of teaching physics during the pandemic. Irreversible processes in Nature and Technology: *Proceedings of the Eleventh All-Russian Conference 26–29 January 2021 (in two parts) P. II.* Moscow, BMSTU, 2021, pp. 216–218.

Автоматизированные лабораторные комплексы по теоретической механике

© В.В. Витушкин, Ю.Н. Жигулевцев, П.М. Шкапов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: fn3@bmstu.ru

Аннотация. В докладе приводятся результаты многолетней работы, проводимой на кафедре «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, по созданию и совершенствованию лабораторных исследовательских комплексов по отдельным разделам теоретической механики и теории колебаний, которые позволяют математически моделировать и анализировать физические явления и проверять в эксперименте реальность проведенного моделирования. Комплект лаборатории по теоретической механике включает в себя следующие

комплексы: «Исследование плоскопараллельного движения тел», «Двухстепенной гироскоп», «Исследование гироскопических давлений», «Динамические реакции подшипников», «Физический маятник», «Двойной маятник», «Вынужденные колебания механической системы с инерционным возмущением», «Вынужденные колебания механической системы с одной степенью свободы», «Закон сохранения кинетического момента». Каждый комплекс включает в себя экспериментальную установку, снабженную соответствующими датчиками механических величин (сил, перемещений, скоростей и т. д.), аналого-цифровой преобразователь, ПЭВМ и программное обеспечение, в том числе на основе программной системы LabView. Это позволяет автоматизировать проводимые эксперименты — вводить и обрабатывать реализации исследуемых процессов, задавать и поддерживать режимы работы установок.

Ключевые слова: *теоретическая механика, теория колебаний, лабораторные исследовательские комплексы, математическое моделирование, эксперимент.*

В результате многолетней научно-методической работы, которая проводилась на кафедре «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана под руководством зав. кафедрой В.В. Дубинина, был создан оригинальный комплект лабораторного оборудования, отвечающего современным высоким уровням информационных технологий и методик организации учебного процесса [1–8]. Работа на кафедре по этому направлению велась как для создания научного комплекса, так и для развития учебного процесса в соответствии с «Требованиями к материально-техническому обеспечению учебного процесса по дисциплине цикла ЕС “Теоретическая механика” высшего профессионального образования», утвержденными Министерством образования РФ в 2002 г.

В настоящее время автоматизированный исследовательский комплекс по отдельным разделам теоретической механики (ТМ) и теории колебаний (ТК) включает в себя девять лабораторных установок, каждая из которых содержит физическую (механическую) установку, программный комплекс управления ее работой, приборы замера и контроля работы установки, ПЭВМ и необходимые технические устройства записи и обработки данных. В механических установках моделируется работа тех или иных узлов больших промышленных объектов, для них можно создать любые физические модели процессов, которые имеются в промышленной установке (нелинейности, обратные связи и т. д.). В программном обеспечении данного исследовательского комплекса реализуется автоматизация всех этапов проведения исследований. Оно выполнено как в оригинальном, разработанном на кафедре «Теоретическая механика» исполнении,

так и на основе аппаратно-программных средств фирмы National Instruments — модулей ввода–вывода сигналов и программной системы LabView версии 7.0.

В основу построения комплекса заложен принцип выявления и исследования взаимосвязи между теоретическим описанием процесса (явления), результатами его математического моделирования и экспериментальным исследованием физических процессов, реализуемых в лабораторных установках. Результаты экспериментов обрабатываются на ПЭВМ и отображаются в реальном масштабе времени. Назначения, возможности и основные конструктивные особенности лабораторных установок заключаются в следующем.

Установка «Качение тел по наклонной плоскости» позволяет экспериментально изучать кинематические параметры плоскопараллельного движения по наклонной плоскости двух твердых тел с одинаковыми массой m и радиусом r , но с разными осевыми моментами инерции J_{Cz} . Схема установки приведена на рис. 1.

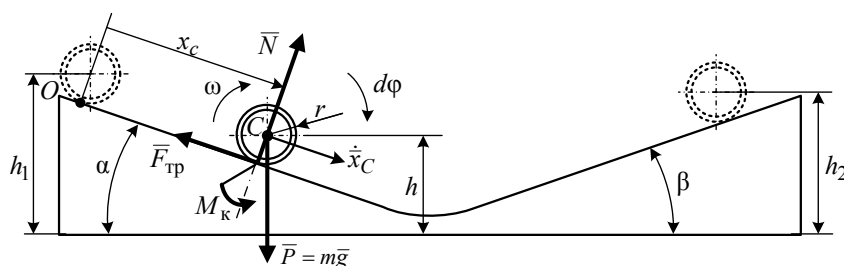


Рис. 1. Схема установки «Качение тел по наклонной плоскости»

Оба тела начинают движение одновременно с одной и той же высоты h_1 и при условии равенства потерь механической энергии поднимаются на одинаковую высоту h_2 , причем каждое тело движется по своим двум токопроводящим направляющим с углами наклона α и β . При этом одна из направляющих каждого тела разделена на отдельные поперечные сегменты, электрически соединенные между собой посредством резисторов. Таким образом, каждая пара направляющих представляет собой реостат, подвижным контактом которого является катящееся тело. Электрические сигналы с этих реостатов поступают в ПЭВМ и обрабатываются в реальном времени. Это позволяет определить экспериментальные значения пройденных расстояний x_C , скоростей \dot{x}_C и ускорений \ddot{x}_C центров масс тел, построить их зависимости от времени и сравнить эти данные с расчетными (теоретическими). Кроме того, при условии учета потерь энергии только от действия момента трения качения $M_k = f_k N = f_k mg \cos \alpha$, f_k — коэффициент трения качения, можно определять значения f_k .

Лабораторная установка «Закон сохранения кинетического момента» предназначена для демонстрации и исследования выполнения закона сохранения кинетического момента механической системы относительно неподвижной вертикальной оси Oz (рис. 2).

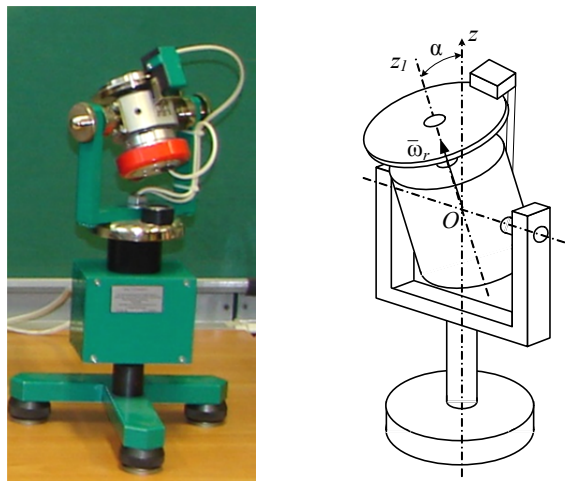


Рис. 2. Общий вид и схема лабораторной установки

С помощью этого комплекса можно наблюдать и анализировать движение системы при различных вариантах вращения вокруг оси Oz_1 тела, входящего в состав системы (ротора электродвигателя). Установка снабжена индуктивными датчиками для измерения угловых скоростей вращения вокруг осей Oz_1 и Oz . При работе установки, включая двигатель, сообщают ротору угловую скорость $\vec{\omega}_r$ относительно оси Oz_1 , которую устанавливают под углом $\alpha = 0 - 90^\circ$ к вертикали. При этом вся система начинает вращаться вокруг оси Oz , и при изменении $\vec{\omega}_r$, в силу закона сохранения кинетического момента, соответственно изменяется и угловая скорость вращения системы относительно оси Oz .

Для исследования гироскопических явлений в данный комплекс введены две установки. Реализованная в установке «Двухстепенной гироскоп» модель гироскопа (рис. 3, *а*) позволяет демонстрировать действие гироскопического момента на гироскоп с тремя степенями свободы, а при двух степенях свободы гироскопа она может быть использована в качестве измерителя угловой скорости.

Установка «Бегуны» представляет собой модель мельничных бегунов, шарнирно закрепленных на вертикальной оси, связанной с приводом вращения, и позволяет производить измерения гироскопических давлений «бегунов» на горизонтальную поверхность (подпружиненную платформу) при различных скоростях вращения (рис. 3, *б*).

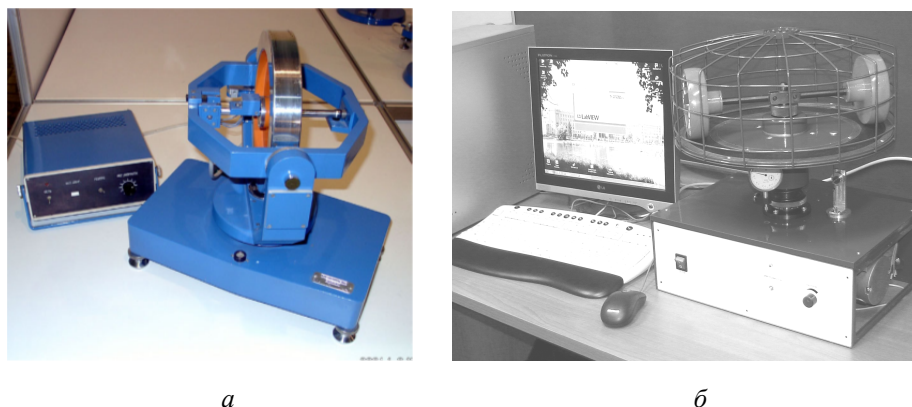


Рис. 3. Общий вид установок «Двухстепенной гироскоп» (а) и «бегуны» (б)

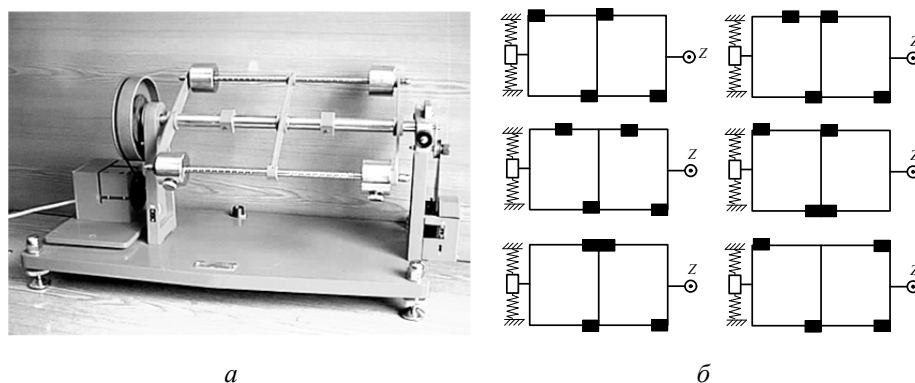


Рис. 4. Общий вид установки «Динамические реакции подшипников» и возможные схемы размещения грузов на рамке

Лабораторный комплекс «Динамические реакции подшипников» предназначен для демонстрации и исследования реакций подшипников в динамически несбалансированной механической системе (рис. 4, а).

Электромеханическая установка содержит рамку, вращающуюся вокруг продольной оси симметрии, на сторонах которой установлены четыре груза. Грузы могут быть закреплены в различных положениях вдоль сторон рамки, что обеспечивает получение различной динамической неуравновешенности (рис. 4, б). Установка оснащена датчиками угловой скорости вращения рамки и горизонтального перемещения одного из подшипников рамки. Этот подшипник выполнен «плавающим», т. е. может перемещаться в направлении, перпендикулярном оси вращения рамки с поворотом рамки вокруг вертикальной оси z . Перемещение подшипника ограничено двумя пружинами, степень деформации которых позволяет измерять величину динамической реакции подшипника.

Данная лабораторная установка позволяет получать зависимости этой реакции от угловой скорости вращения рамки и исследовать явления резонанса, т. е. определять значения критических скоростей вращения для различных вариантов динамической неуравновешенности.

Для исследования свободных колебаний механических систем в комплексе имеются две установки.

Лабораторная установка «Физический маятник» предназначена для исследования свободных колебаний физического маятника в широком диапазоне изменения его момента инерции и моментов сил относительно оси подвеса за счет перемещения точек крепления груза и присоединения пружин к стержню маятника (рис. 5, а).

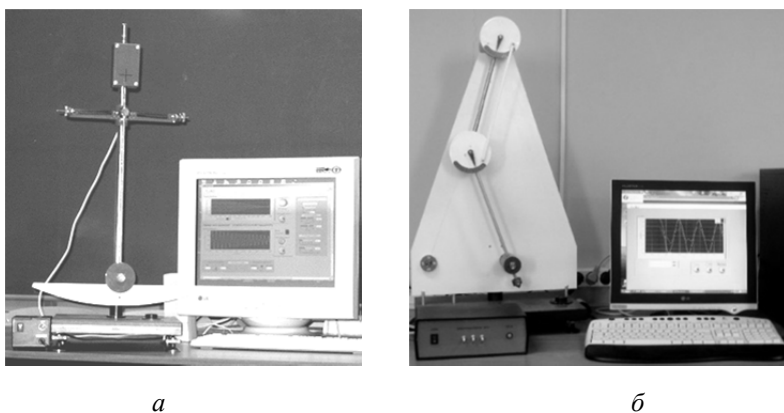


Рис. 5. Общий вид установок «Физический маятник» (а), «двойной маятник» (б)

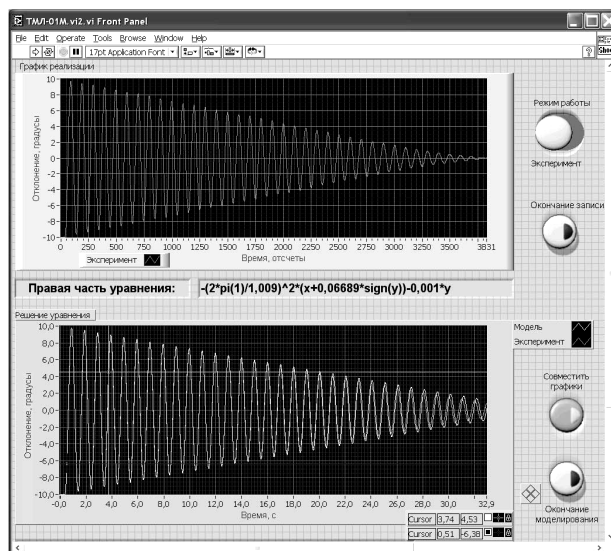


Рис. 6. Панель виртуального прибора установки «Физический маятник»

На оси подвеса маятника установлен датчик его углового отклонения (потенциометр). Сигналы датчика поступают в аналого-числовой преобразователь и затем обрабатываются в ПЭВМ в реальном времени. Экспериментальные данные и результаты численного интегрирования дифференциального уравнения движения маятника отображаются на панели виртуального прибора (рис. 6).

В верхнем окне панели отображаются результаты эксперимента, а в нижнем они сравниваются с расчетной зависимостью. Совпадение этих графиков достигается путем подбора постоянных коэффициентов дифференциального уравнения и при их совпадении соответствующие значения указанных коэффициентов позволяют определить величины коэффициентов вязкого и сухого трения маятника.

В лабораторной работе «Двойной маятник» реализуется экспериментальный метод детального и наглядного изучения колебательного движения системы с двумя степенями свободы. Механическая установка этой работы представляет собой стенд с вертикальной панелью, на которой установлен двойной маятник, состоящий из двух тонких шарнирно сочлененных стержней, на их концах сосредоточены массивные тела, и снабженный датчиками угловых положений его частей, а также фиксаторы начальных положений маятника (рис. 5, б). По показаниям указанных датчиков определяются парциальные и главные колебания двойного маятника, которые отображаются на панели виртуального прибора. В качестве примера на рис. 7 приведены записи первого и второго главных колебаний маятника.

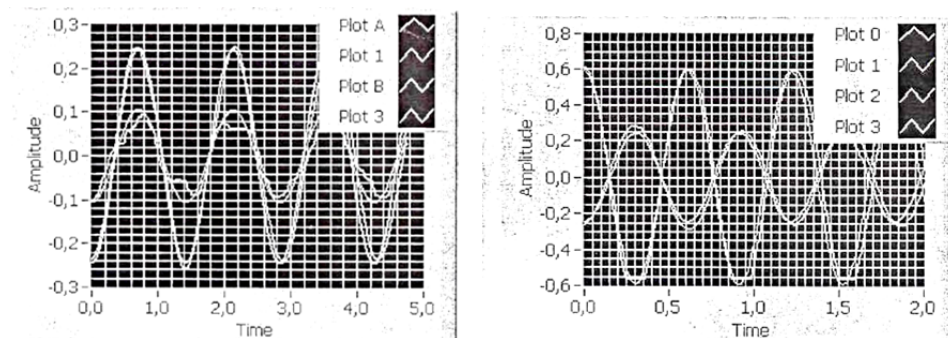
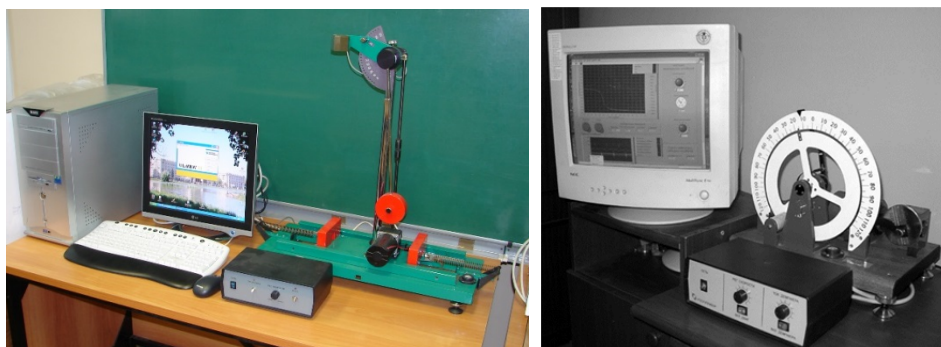


Рис. 7. Первое и второе главные колебания двойного маятника

Для исследования вынужденных колебаний механических систем в данном комплексе имеются две установки (рис. 8).

Стенд лабораторной установки «Вынужденные колебания механической системы с инерционным возмущением» представляет собой систему, состоящую из тележки, перемещающейся по неподвижному основанию в горизонтальном направлении, и закрепленного на тележке маятника, перемещающегося в вертикальной плоскости в том

же направлении (рис. 8, а). Маятник приводится в колебательное движение с помощью двигателя, закрепленного на тележке, и создает возмущающее воздействие на нее.



а

б

Рис. 8. Лабораторные установки для исследования вынужденных колебаний механических систем

Стенд лабораторного комплекса «Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы» представляет собой систему, состоящую из установленного на горизонтальной оси диска, соединенного через спиральную пружину с рычагом кривошипно-шатунного механизма привода (рис. 8, б).

Установки позволяют получать АЧХ и ФЧХ вынужденных колебаний, а также анализировать особенности колебательных движений систем с одной степенью свободы при инерционном возмущении и возмущении через упругий элемент.

Заключение. В настоящей работе показано, что разработанная в МГТУ им. Н.Э. Баумана автоматизированная лаборатория обеспечивает математическое и физическое моделирование и исследование механических процессов по основным разделам теоретической механики. В учебном процессе проведение лабораторных работ на установках комплекса с одновременной обработкой результатов в реальном времени позволяет удобно и очень наглядно подтвердить теоретические положения механики и теории колебаний, что способствует более прочному и глубокому освоению студентами основных разделов дисциплины. Работа по внедрению в учебный процесс автоматизированных лабораторных комплексов и в настоящее время является одним из приоритетных направлений деятельности кафедры «Теоретическая механика» имени профессора Н.Е. Жуковского [9].

Литература

1. Дубинин В.В. Физический эксперимент в некоторых задачах механики. *Труды зонального совещания-семинара заведующих кафедрами теоретической механики Центрального и Приволжского федеральных округов РФ*. Ульяновск, 2002, с. 14–15.
2. Дубинин В.В., Витушкин В.В., Назаренко Б.П. Современный лабораторный комплекс по теоретической механике. В сб.: *Интеграция образования, науки и производства. Материалы секционного заседания Международной конференции IX Международного форума «Высокие технологии XXI века», 23 апреля 2008 г.* Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008, с. 153–156.
3. Дубинин В.В., Витушкин В.В., Дубровина Г.И. Физический эксперимент, математическое моделирование и информационные методы обработки данных в механике. В сб.: *Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Международный сборник научных трудов*. Гомель, Изд-во БГУТ, 2009.
4. Дубинин В.В., Витушкин В.В. Исследовательский комплекс динамики механических систем. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012, спец. вып. № 8, с. 31–43.
5. Дубинин В.В., Витушкин В.В. Автоматизированный исследовательский комплекс по теоретической механике. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 12 (36). DOI: 10.18698/2308-6033-2014-12-1343
6. Дубинин В.В., Витушкин В.В., Дубровина Г.И. *Автоматизированный комплекс по исследованию свободных колебаний механических систем*. Москва, МГУ, 2016.
7. Дубинин В.В., Витушкин В.В., Дубровина Г.И. Теоретическое и экспериментальное исследование свободных колебаний механических систем. В сб.: *Материалы Всероссийского совещания зав. кафедрами и преподавателей теоретической механики, робототехники, мехатроники вузов РФ*. Самсонов В.А., ред. Махачкала, Изд. центр «Мастер», 2016, с. 38.
8. Дубинин В.В., Витушкин В.В., Дубровина Г.И. Автоматизированный комплекс по исследованию свободных колебаний механических систем. *Теоретическая механика. Сб. научно-метод. статей*. Москва, Изд-во МГУ, 2018, вып. 30, с. 40.
9. Шкапов П.М., Карпачев А.Ю. Основные направления научной работы кафедры «Теоретическая механика» имени профессора Н.Е. Жуковского. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12 (24). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-12-1131

Automated laboratory complexes on theoretical mechanics

© V.V. Vitushkin, Yu.N. Zhigulevtsev, P.M. Shkapov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: fn3@bmstu.ru

Abstract. The report presents the results of many years of work carried out at the Department of “Theoretical Mechanics” of the Bauman Moscow State Technical University on the creation and improvement of laboratory research complexes on separate sections of theoretical mechanics and theory of oscillations, which allow mathematically modeling and analyzing physical phenomena and testing the reality of the simulation in

an experiment. The set of the laboratory for theoretical mechanics includes the following complexes: “Study of plane-parallel motion of bodies”, “Two-stage gyroscope”, “Study of gyroscopic pressures”, “Dynamic reactions of bearings”, “Physical pendulum”, “Double pendulum”, “Forced oscillations of a mechanical system with inertial perturbation”, “Forced oscillations of a mechanical system with one degree of freedom”, “The law of conservation of kinetic moment”. Each of these complexes includes an experimental setup equipped with appropriate sensors of mechanical quantities (forces, displacements, velocities, etc.), an analog-to-digital converter, a PC and software, including on the basis of the LabVIEW software system. This makes it possible to automate the experiments carried out — to introduce and process implementations of the processes under study, to set and maintain the operating modes of the installations.

Keywords: *theoretical mechanics, oscillation theory, laboratory research complexes, mathematical modeling, experiment.*

Динамика относительного движения материальной точки с учетом влияния упругой связи

© А.Ю. Карпачев*, Г.А. Девчич, А.А. Кобаченко,
И.Д. Слюсарев, Д.В. Фатыхов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*E-mail (докладчика): karpachevay@bmsu.ru

Аннотация. Движение материальной точки в неинерциальной системе отсчета [1] лежит в основе моделирования проявления многих физических явлений природы. Понимание закономерностей такого движения необходимы и при организации производственных процессов технического оборудования и его систем. В связи с этим предложена постановка и решение задачи определения относительной траектории движения материальной точки (в виде шарика) по вращающейся платформе с учетом влияния наложенной на точку упругой связи. Предложена расчетная схема, составлена система дифференциальных уравнений движения и обоснованы начальные условия для их интегрирования. Теоретические результаты подтверждены данными проведенных опытов, полученных на разработанной экспериментальной установке.

Решение подобного рода задач полезны при проектировании роботизированных автоматических линий сепарации при перемещении объектов (грузов).

Ключевые слова: *динамика точки, относительное движение, силы инерции, упругая связь.*

Наглядная демонстрация проявления динамических явлений имеет существенное значение для изучения и понимания вопросов, связанных с механикой относительного движения точки. Осмысленное использование лабораторного оборудования в сочетании с его оснащением современными измерительными приборами позволяет проводить уточнение расчетных моделей и определение границ их применимости.

Для этого была использована модернизированная лабораторная установка, которая изначально (до доработки) позволяла лишь демонстрировать эффект проявления действия силы Кориолиса. Ее конструкция состояла из платформы 1 с закрепленной на ней вертикальной трубкой 2, нижний конец которой связан с упругими направляющими 3 в виде тонких прямоугольных пластин (см. рис. 1, а, б). Платформа может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью трубки. Если сообщить платформе некоторую угловую скорость, а затем, поместив внутрь верхнего конца трубки стальной шарик 4, отпустить его без начальной скорости, то при движении по трубке шарик разгоняется и, попадая на вращающуюся платформу, движется в сторону ее периферии (см. рис. 1, б). Из-за действия на шарик силы Кориолиса траектория его относительного движения будет отлична от прямой. Изгиб направляющей пластины приводит к перемещению связанного с ее концом флажка 5 индикатора, обнаруживающего факт проявления действия силы Кориолиса.

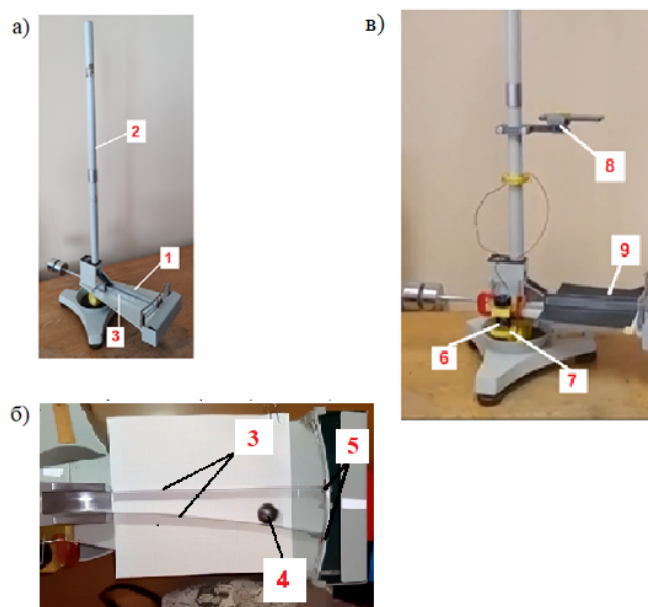


Рис. 1. Лабораторная установка до (а, б) и после модернизации (в)

Оснащение установки (рис. 1, в) электромотором с аккумулятором 6 и зубчатой передачей 7 для создания вращения платформы с заданной угловой скоростью, кинокамерой 8 для записи относительного движения шарика во времени; листа копировальной бумаги 9 для фиксации траектории в виде следа от движения шарика на бумажном носителе позволяет проводить исследование динамики относительного движения материальной точки на примере стального шара на предложенной модернизированной установке.

В связи с этим поставлены задачи, заключающиеся в разработке метода расчета относительного движения материальной точки с учетом наличия действия упругой связи, а также экспериментальной проверке достоверности результатов численных расчетов путем сопоставления с данными опытов, проведенных с использованием предложенной лабораторной установки.

Расчеты динамики относительного движения точки проведены в предположении пренебрежения силами трения, отсутствии волновых явлений и малости углов поворота поперечных сечений направляющих пластин при изгибе. Тогда векторное уравнение относительного движения точки по вращающейся платформе имеет вид

$$m \overline{a_r} = \overline{F_y} + \overline{\Phi_k} + \overline{\Phi_e}. \quad (1)$$

Проецируя (1) на нормаль к траектории (рис. 2), получено

$$m a_r^n = F_y + \Phi_k - \Phi_e^n, \quad (2)$$

где Φ_e , Φ_k — переносная и кориолисова силы инерции [2]; F_y — сила упругости, создаваемая направляющей пластиной; m — масса точки; a_r — относительное ускорение.

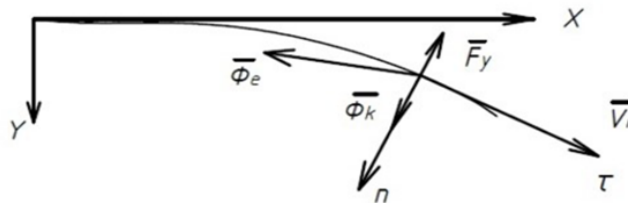


Рис. 2. Система сил, действующих на точку

Принимая

$$a_r^n = \frac{v_r^2}{\rho}, \left(\rho^{-1} \cong \frac{d^2 y}{dx^2} \right), F_y \cong c y, \left(c = \frac{2EI}{x^3} \right), \quad (3)$$

$$\Phi_k \cong 2m\omega\sqrt{v_0^2 + \omega^2 x^2}, \Phi_e^n \cong 0, \quad (4)$$

где ρ — радиус кривизны траектории; EI — изгибная жесткость направляющих; ω — скорость вращения платформы; v_0 — скорость точки при попадании на платформу; v_r — относительная скорость.

Уравнение (2) с учетом (3)–(4), представленное в виде системы дифференциальных уравнений движения

$$\frac{dy}{dx} = \alpha, \quad (5)$$

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = 2\omega(v_0^2 + \omega^2 x^2)^{-0,5} - cy \left[m(v_0^2 + \omega^2 x^2) \right]^{-1}.$$

Интегрирование (5) с граничными условиями

$$x = 0 : y = 0, \frac{dy}{dx} = 0 \quad (6)$$

позволяет определить уравнение траектории относительного движения.

Пример расчета траектории.

Принято: $m = 0,055$ кг, $v_0 = 4,85$ м/с, $\omega = 41,5$ с⁻¹, $EI = 0,04167$ Н/м².

Результаты расчета представлены на графике (рис. 3) в виде траектории относительного движения (кривая 1). Сопоставление ее с траекторией, полученной экспериментально (кривая 2), показало, что максимальное расслоение данных составило 15 %. Это свидетельствует о правомерности использования предложенного метода расчета, построенного на основе принятых допущений.

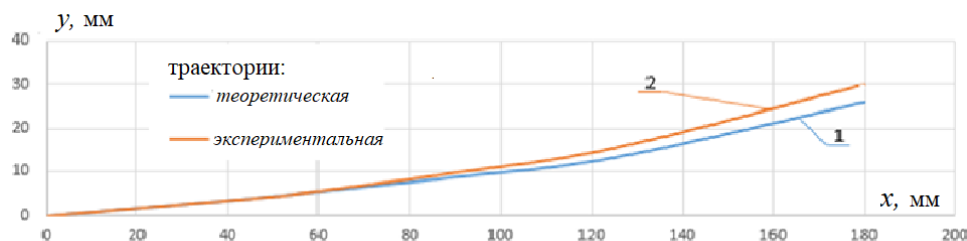


Рис. 3. Траектории относительного движения

В заключение следует отметить эффективность применения разработанной экспериментальной установки для уточнения теоретических моделей и границ их достоверного использования, а также ее методическое значение для изучения курса технической механики.

Литература

1. Колесников К.С., Дубинин В.В. *Курс теоретической механики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 580 с.
2. Матросова Е.А., Сергиенко В.В., Карпачев А.Ю. Одномерная модель при сложном вращении. В кн.: *Богатство России. Сборник докладов*, 2018, с. 128–130.
3. Рудницын М.Н. *Справочное пособие по сопротивлению материалов*. Минск, Белгосиздат, 1958, 509 с.

Dynamics of the relative motion of a material point taking into account the influence of elastic coupling

© А.У. Karpachev*, G.A. Devchich, A.A. Kobachenko,
I.D. Slyusarev, D.V. Fatykhov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
*E-mail (of the speaker): karpachevay@bmstu.ru

Abstract. The motion of a material point in a non-inertial frame of reference is the basis for modeling the manifestation of many physical phenomena of nature. Understanding the patterns of such movement is also necessary in the organization of production processes of technical equipment and its systems. In this regard, the formulation and solution of the problem of determining the relative trajectory of a material point (in the form of a ball) on a rotating platform is proposed, taking into account the influence of an elastic bond imposed on the point. A calculation scheme is proposed, a system of differential equations of motion is compiled and the initial conditions for their integration are justified. The theoretical results are confirmed by the data of the conducted experiments obtained on the developed experimental setup. The solution of such problems is useful in the design of robotic automatic separation lines when moving objects (cargo).

Keywords: *point dynamics, relative motion, inertia forces, elastic coupling.*

References

1. Kolesnikov K.S. *Course of theoretical mechanics*. Moscow, BMSTU Press, 2017, 580 p.
2. Matrosova E.A., Sergienko V.V., Karpachev A.Y. One-dimensional model with complex rotation. In: *The Wealth of Russia. Collection of reports*, 2018, pp. 128–130.
3. *Reference manual on the resistance of materials*. Ruditsyn M.N., ed. Minsk, Belgosizdat, 1958, 509 p.

Методика создания базы данных для компьютерного тестирования в курсе теоретической механики

© С.Л. Косачев, А.В. Паншина, К.А. Стихно

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: s_kosachev@bmstu.ru, panshina@bmstu.ru

Аннотация. Обоснована необходимость компьютерного тестирования обучающихся при переходе на дистанционное образование. Изложена методика составления тестовых задач и проведения дистанционного контроля знаний студентов. Приведен пример составления тестовых заданий для компьютерного тестирования.

Ключевые слова: дистанционное обучение, контроль знаний, компьютерное тестирование, общие теоремы динамики.

Использование передовых технологий обучения позволяет значительно улучшить восприятие учебного материала и повысить качество обучения [1]. Вопрос о внедрении в образовательный процесс информационных технологий особенно актуальное значение приобрел в связи с началом пандемии КОВИД-19. С переходом вузов на дистанционное обучение остро возникла потребность в новом программном обеспечении, которое позволяло бы оптимально организовать дистанционную проверку знаний студентов.

На кафедре теоретической механики МГТУ им. Н.Э. Баумана было разработано приложение для тестирования студентов [2], обеспечивающее удаленное хранение, передачу и верификацию базы данных задач, статистики и ответов студентов, идентификацию пользователей. Одной из главных задач при создании такой системы была разработка базы данных тестовых задач по всем разделам изучаемого курса [3, 4].

Рассмотрим методику создания тестов на примере модуля «Общие теоремы динамики», являющегося центральным при изучении динамики в техническом вузе.

При создании пакета тестовых примеров требуется решить две основные задачи:

- обеспечить достаточное количество примерно равноценных по сложности задач, охватывающих весь материал модуля;
- минимизировать возможности студента для списывания готовых решений.

Для уменьшения вероятности использования студентом готовых ответов существует несколько подходов, основные из которых — это увеличение числа оригинальных задач, увеличение количества вопросов в тесте и уменьшение времени, отводимого на решение теста. В разработанной системе тестирования авторы попытались сохра-

нить баланс между числом вопросов, их сложностью и временем, отводимым на выполнение задания.

Тесты формируются из трех блоков вопросов, каждый из которых содержит несколько сотен вариантов. В первый блок входят достаточно простые вопросы, предполагающие выбор студентом верного ответа из нескольких предложенных. При этом проверяется знание обучающимся теоретической части курса — владение терминологией, основными понятиями, формулировками определений и теорем, знание формул. Задания второго блока направлены на проверку умений студента записывать такие фундаментальные характеристики движения механической системы, как количество движения, кинетический момент, кинетическая энергия, работа и мощность силы. При этом ответы к задачам студент формирует сам, а не выбирает из нескольких предложенных программой. В третий блок вопросов включены полноценные задачи. При начислении баллов каждый блок вопросов имеет свой весовой коэффициент, который возрастает с повышением сложности задания от «1» за первый вопрос до «4» за задачу. Из каждого блока студенту случайным образом выбирается один вопрос, на решение задания отводится 1 ч. В зависимости от процента выполненных заданий (с учетом весовых коэффициентов) по результатам тестирования студенту выставляется оценка.

Если составление вопросов для первого блока унифицировать не удастся, то для второго и третьего это можно сделать, руководствуясь следующей методикой. Составляем расчетную схему механической системы, предпочтительно включить в нее стандартный набор тел: блок, груз, каток, чтобы охватить основные виды движения (поступательное, вращательное и плоское), встречающиеся на практике. Далее для этой механической системы составляются вопросы для различных тестовых блоков. В таблице приведен пример типичной расчетной схемы и вопросы к ней для различных блоков тестов.

Таким образом, для одной расчетной схемы получаем четыре вопроса для второго блока тестов и три задачи для третьего блока. Число оригинальных, примерно равных по сложности схем, к сожалению, ограничено (в нашей программе использовано 50 расчетных схем). Поэтому становится важным увеличение числа вариантов исходных данных. Меняя для одной схемы исходные значения, такие как геометрические размеры, заданные кинематические характеристики, приложенные внешние силы, можно получить достаточно большое количество не повторяющихся вопросов для одной расчетной схемы.

Предложенный подход к составлению тестов хорош также тем, что, комбинируя определенным образом предлагаемые для тестирования блоки, можно получить тесты не только для проведения

рубежного контроля по модулю, но и для проведения коротких, на 10–15 минут, самостоятельных работ по каждой пройденной теореме. Кроме того, можно использовать отдельные блоки заданий из разных модулей для проведения итогового экзамена за семестр.

Пример составления теста

Номер вопроса	Номер блока вопросов	Расчетная схема	Вопрос
1	2		Вычислить проекцию количества движения системы на ось x .
2	2		Вычислить кинетический момент системы относительно оси z , проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка.
3	2		Вычислить кинетическую энергию системы.
4	2		Вычислить сумму работ сил, действующих на тела системы, если груз прошел путь h вдоль наклонной поверхности
5	3		Вычислить скорость груза 1, если он прошел путь h вдоль наклонной поверхности. Движение началось из состояния покоя.
6	3		Вычислить ускорение груза 1.
7	3		Вычислить силу натяжения нити 4.

В осеннем семестре 2020 г. после перехода к дистанционному формату работы с ноября 2020 г. по февраль 2021 г. по предложенной методике было протестировано более 2000 студентов в рамках сдачи рубежного контроля. Кроме того, в 113 группах было проведено экзаменационное тестирование. Опыт, полученный по результатам проведенной работы, позволяет сделать вывод о высокой эффективности предложенной методики тестирования.

Литература

1. Барышников Ю.Н., Косачев С.Л., Паншина А.В. Внедрение цифровых технологий в изучение курса теоретической механики. *Международный форум–2019 «Цифровые технологии в инженерном образовании: новые тренды и опыт внедрения»: сб. трудов.* Дмитриенко Ю.И., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020, с. 60–62.
2. Стихно К.А., Худорожко М.В. Разработка и внедрение программного обеспечения для очного модульного тестирования знаний студентов. *Международный форум–2019 «Цифровые технологии в инженерном образовании: новые тренды и опыт внедрения»: сб. трудов.* Дмитриенко Ю.И., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020, с. 106–108.
3. Бондаренко Н.И., Косачев С.Л., Обносков К.Б., Стихно К.А. Методика создания базы данных для компьютерного тестирования по теме «Сложное движение точки». *Тенденции развития науки и образования*, 2021, № 72-1, с. 33–35. DOI: 10.18411/lj-04-2021-05
4. Стихно К.А., Шкапов П.М. Об опыте проведения дистанционного экзамена по теоретической механике. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 4, с. 244–247. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068

Methodology for creating a database for computer testing in the course of theoretical mechanics

© S.L. Kosachev, A.V. Panshina, K.A. Stikhno

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: s_kosachev@bmstu.ru, panshina@bmstu.ru

Abstract. The paper substantiates the need for computer testing of students in the transition to distance education. The method of compiling test tasks and conducting remote control of students' knowledge is outlined. An example of compiling test tasks for computer testing is considered. The conclusions on the results of testing in training groups are given.

Keywords: distance learning, knowledge control, computer testing, general theorems of dynamics.

Мультиагентное имитационное моделирование взаимодействия социальных агентов на примере процесса обучения

© И.Г. Благовещенский, П.М. Шкапов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: spm@bmstu.ru

Аннотация. В общем виде процесс обучения представляет собой передачу и усвоение знаний от преподавателя к обучаемому субъекту и отражает различные аспекты сложного социально-психологического

вида человеческой деятельности с информационной, педагогической, социальной, психологической и физиологической точек зрения. При отсутствии аналитических описаний исследование образовательного процесса возможно путем мультиагентного имитационного моделирования поведения и взаимодействия активных элементов (учеников и учителей) на основе логики событий, отражающих накопление знаний в процессе обучения с учетом определенных факторов и продукционных правил.

Ключевые слова: агентные технологии, имитационное моделирование, обучение, взаимодействие активных элементов.

Введение. Образовательный процесс в вузе можно представить как упорядоченное множество ситуаций, событий и действий, обеспечивающих передачу и усвоение учебной информации с накоплением профессиональных знаний и умений.

Структурными составляющими такого процесса являются: обучаемый субъект (студент), преподаватель, цели и содержание обучения, средства информационного и методического взаимодействия, результативный уровень профессиональной подготовки [1].

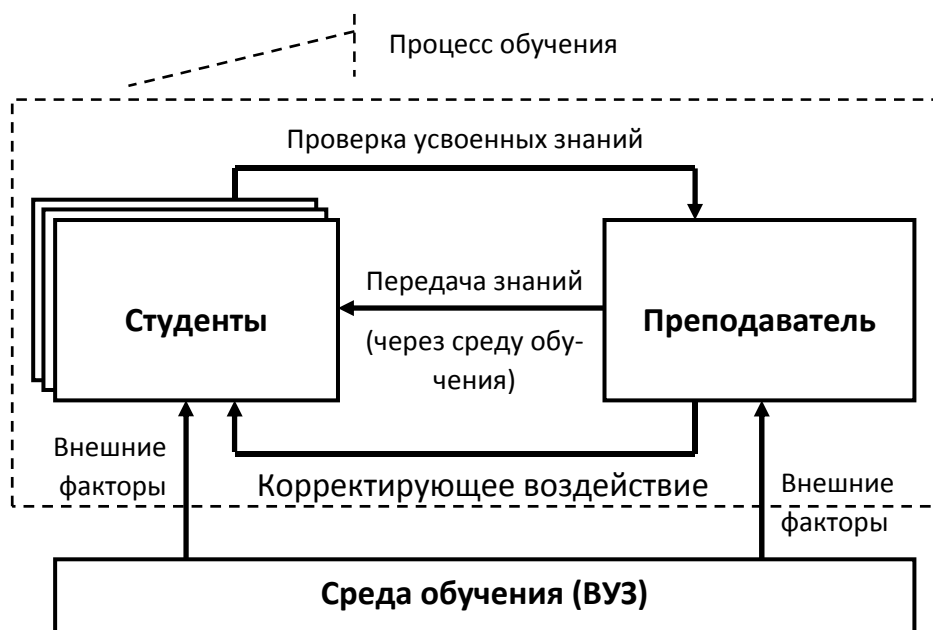


Рис. 1. Структурная схема процесса обучения

Процесс обучения представлен в виде структурной схемы, отражающей процесс обучения в вузе (рис. 1), которая включает в себя три основных блока: обучаемый интеллектуальный агент *AgStud*, имитирующий процесс накопления знаний; интеллектуальный агент

AgTeacher, передающий знания обучаемому агенту и оценивающий степень их накопления; объектный блок «Среда обучения», отражающий условия обеспечения учебного процесса (расписание занятий, учебно-методические указания, оснащенность аудиторий и т. п.).

Математическое описание модели. Агент *AgStud* может быть описан переменными параметрами когнитивного *Co*, личностного *Ps*, эмоционального *Em* и социального *So* состояний в виде кортежа векторов: $AgStud = \{Co, Ps, Em, So\}$. Среди параметров векторов состояния в результате экспериментальных психологических тестов в группе студентов с последующим нормированием и приведением их к универсальному виду условной стеновой шкалы [1, 2] были выделены наиболее актуальные программные продукты и системы.

Объем новых накапливаемых знаний $J(t)$ агентом *AgStud* в зависимости от объема и избыточности представляемой информации I_t определяется уравнением

$$J(t) = R \cdot I_t \cdot \left(1 - \frac{J_0}{I_t}\right) + J_0, \quad (1)$$

где $R = \frac{J}{I_t}$ — усредненный коэффициент эффективности обучения, изменяющийся от 1 до 0; J_0 — количественная оценка априорных знаний.

Процесс накопления знаний в общем виде можно описать дифференциальным уравнением первого порядка

$$T \frac{dJ(t)}{dt} = R_t \left(1 - \frac{J_0}{I_t}\right) I_t - (J(t) - J_0), \quad (2)$$

где R_t — коэффициент эффективности усвоения информации в текущий момент времени t ; T — постоянная времени усвоения единицы новой информации, с.

Постоянная времени T обратно пропорциональна **пропускной способности** агента λ [ед. информации/ед. времени], определяющей время переходного процесса и скорость накопления знаний при единичном скачке входной информации в начальный момент времени, т. е.

$$T = \frac{1}{\lambda_0}. \quad (3)$$

В соответствии с уравнениями (1)–(3) и экспериментальными данными нормированный процесс накопления знаний аппроксимируется функцией вида

$$J(t) = I_t(1 - e^{-\lambda t}), \quad (4)$$

где I_t — объем информации, предъявляемый преподавателем в установленное время обучения t ; λ — пропускная способность агента — обучаемого, обусловленная психофизиологическими возможностями и состояниями агента в заданных условиях.

Для нахождения λ_{t0} была использована нейронная сеть (рис. 2).

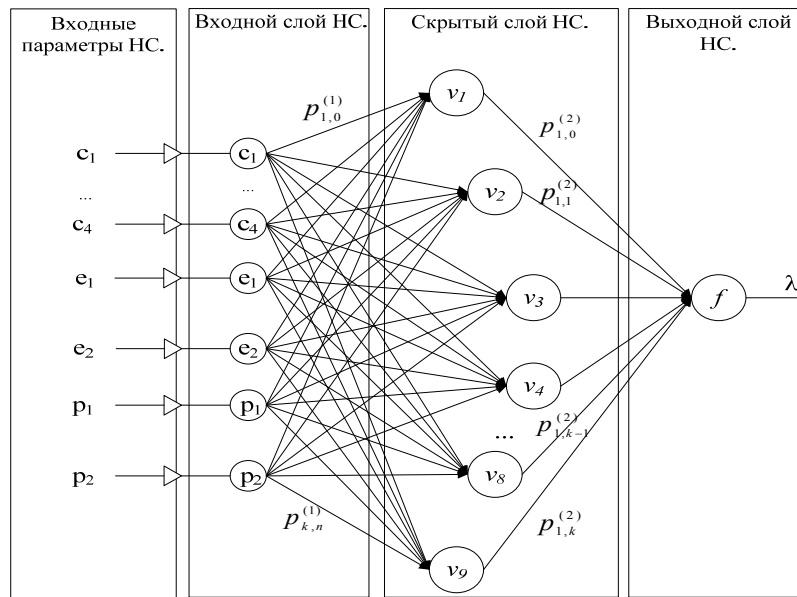


Рис. 2. Структура искусственной нейронной сети типа многослойный персептрон для расчета λ

Для реализуемой сети выходной сигнал i -го нейрона скрытого слоя представляется функцией

$$v_i = f \left(\sum_{j=1}^4 \beta_{i,j}^{(1)} \cdot c_j + \sum_{k=1}^2 \beta_{i,k}^{(1)} \cdot e_k + \sum_{l=1}^2 \beta_{i,l}^{(1)} \cdot p_l \right) \quad i = 1, 9, \quad (5)$$

где c_j , e_k , p_l ; $\beta_{i,j}$, $\beta_{i,k}$, $\beta_{i,l}$ — входные параметры нейронной сети и их весовые коэффициенты.

Тогда выходной слой, где формируется значение пропускной способности обучаемого агента λ , будет иметь вид

$$\lambda = f \left(\sum_{i=1}^9 \beta_i^{(2)} \cdot v_i \right). \quad (6)$$

В ходе обработки экспериментальных данных, а также проведения экспериментов с различными типами НС наилучшей функцией активации нейрона на обоих слоях [3] была выбрана сигмоидальная

униполярная форма, дающая наименьшее отклонение от искомого значения λ в процессе обучения сети.

Полученная в работе ошибка обучения нейронной сети MLP-7-9-1 равнялась 0,03 при средней квадратичной ошибке 0,07. Обучающая выборка составила 230 чел.

Агент «преподаватель» *AgTeach* характеризуется главным образом коротжем состояния:

$$AgTeach = \{ Co, Em \},$$

где *Co* — вектор когнитивного состояния, включающий; *Em* — вектор переменных эмоционального состояния.

Математические модели (1)–(6) и продукционные правила позволяют составить описание состояния и поведения агентов в зависимости от ситуации взаимодействия с другими агентами и средой [4, 5].

Мультиагентная модель образовательного процесса. В соответствии с общей схемой (см. рис. 1) мультиагентная модель процесса обучения *Learning* в универсальной имитационной системе *Simplex3* [1, 2] включает пять базисных компонентов (рис. 3), а именно: агенты класса *AgStud*, агент *AgTeach*, компонент *Area* «среда обучения»; компонент *Statistic* «текущая успеваемость и оценка эффективности», компонент *Connexion* — для адресного обмена сообщениями между агентами *AgStud* и *AgTeach*.

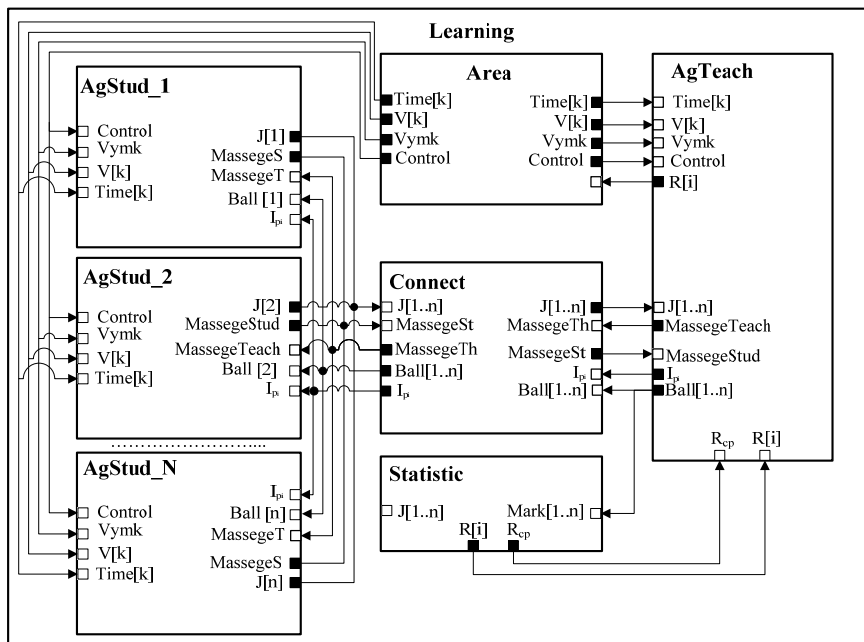


Рис. 3. Мультиагентная имитационная модель *Learning*

Каждый агент описывается на объектно-ориентированном языке описания моделей *Simplex-MDL (Model Description Language)* базисным *MDL-компонентом* с декларированием переменных состояния, сенсорных связей и описанием динамики поведения в виде алгебраических и дифференциальных уравнений или последовательности событий. Базисные компоненты объединяются в общую мультиагентную модель системы с помощью сенсорных связей и *мобильных компонентов* — для адресной передачи сообщений между агентами.

Из блока *Area* (среда обучения) агентам *AgStud* (студент) и *AgTeach* (учитель) по каналам сенсорных связей передается организационная информация о времени начала лекционных, практических и лабораторных занятий, $Time[k]$; $k = 1...3$; характеристики среды обучения $V[k]$ (оснащенность компьютерами, мультимедийными средствами, Интернет и т. п.); план лекционных, практических и лабораторных занятий на семестр V_{ymk} ; информация о времени проведения и типе контроля *Control* накопленных знаний — J_i .

От агента *AgTeach* каждому агенту *AgStud* через компонент *Connect* поступает поток учебной информации I , программа контроля *ActControl* и оценка, выставляемая преподавателем i -му студенту $Ball_i$.

В свою очередь, агент *AgTeach* через компонент *Connect* получает от агентов *AgStud_i* информацию о накопленных знаниях J_i i -го агента, социальной потребности его в работе с преподавателем, целях обучения, эмоциональной реакции, вопросы и оценки качества преподавания и др.

В модели формируется набор событий, отражающих реальных процесс обучения [6].

В процессе обучения в соответствии с математическим описанием происходит процесс накопления знаний. Оценка уровня полученных знаний в большинстве случаев связана с переговорным процессом и достижением согласия путем интерактивного обмена информацией в форме вопросов и ответов, на основе которого выставляется рейтинговая оценка $Ball$. Если обучаемый успешно ответил на вопросы и согласен с полученной оценкой, процесс заканчивается. В противном случае диалог продолжается с предъявлением дополнительных вопросов до наступления согласия, либо выставления неудовлетворительной оценки.

В качестве исходных данных могут использоваться результаты дистанционного тестирования, защиты домашних заданий и удаленного приема экзаменов, с ведением диалога online на платформе ZOOM, реализованных на основе созданного в МГТУ им. Н.Э. Баумана программного обеспечения [6–7].

Заключение. В результате имитационного моделирования на основе исходных данных и параметрических описаний можно получить

кривые изменения уровня знаний студента в процессе активной и самостоятельной фаз обучения (рис. 4, 5). На графике (см. рис. 4) во время моделирования от 0 до 4,5 ч наблюдается рост знаний агентов в активной фазе обучения.

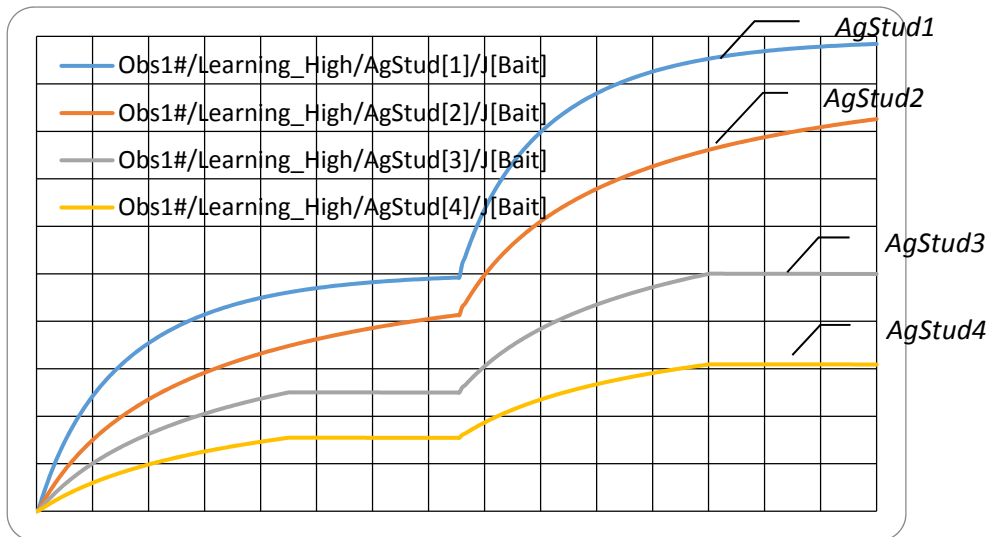


Рис. 4. Графики накопления знаний агентами *AgStud*

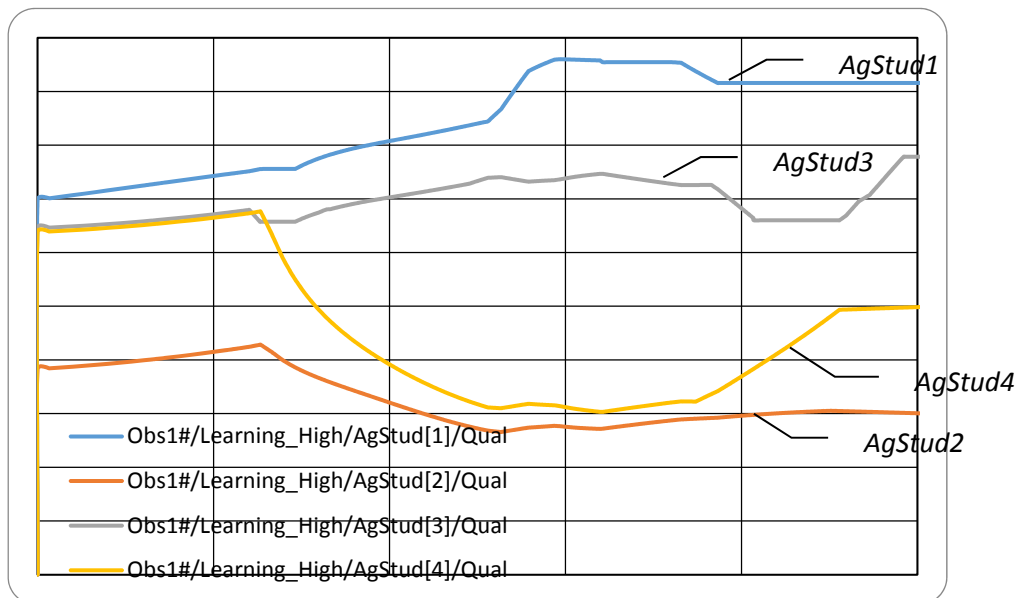


Рис. 5. Изменения эффективности процесса накопления знаний агентами

На рис. 5 показано, как в цикле учебного процесса с активной (0...4,5 ч) и самостоятельной (4,5...7,5 ч) фазами работы изменяется

общая эффективность обучения агентов с учетом изменения их когнитивного C_0 , эмоционального Q_i и социального S_0 состояний.

Анализируя полученные данные, следует сделать вывод, что метод мультиагентного имитационного моделирования взаимодействия активных элементов системы в условиях сложно-формализуемой задачи передачи и накопления знаний дает возможность идентифицировать и прогнозировать состояние системы, являющееся результатом многошагового взаимодействия множества активных элементов системы и среды обучения на основе функциональной модели интеллектуальных агентов с параметрическим описанием блоков состояния и цели, динамики поведения и взаимодействия с другими агентами.

Литература

1. Ивашкин Ю.А. *Мультиагентное имитационное моделирование больших систем*. Москва, МГУПБ, 2008, 238 с.
2. Schmidt B. The art of modeling and imitation. *Introduction to the universal simulation system Simplex3*, 2008.
3. Благовещенский И.Г., Ивашкин Ю.А., Никитина М.А. Нейросетевые и агентные технологии в структурно-параметрическом моделировании технологических систем. *Тезисы докладов VII Международной конференции: памяти профессора А.А. Колоколова*, 2018, с. 54.
4. Blagoveshchenskii I.G., Blagoveshchenskaya M.M., Sulimov V.D., Shkapov P.M. Hybrid algorithms for optimization and diagnostics of hydromechanical systems used in food production biotechnology. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, vol. 468, iss. 1, art. no. 012039.
<http://iopscience.iop.org/1757-899X/468/1/012039/meta>
DOI: doi:10.1088/1757-899X/468/1/012039
5. Благовещенский И.Г., Благовещенская М.М., Шкапов П.М. и др. Использование методов глобальной оптимизации в задачах оптимального управления. *Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности*, 2018, № 4 (376), с. 21–25.
6. Стихно К.А., Худорожко М.В. Разработка и внедрение программного обеспечения для очного модульного тестирования знаний студентов. *Международный форум–2019 «Цифровые технологии в инженерном образовании: новые тренды и опыт внедрения»: сб. трудов*. Димитриенко Ю.И., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020, с. 106–108.
7. Стихно К.А., Шкапов П.М. Об опыте проведения дистанционного экзамена по теоретической механике. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, т. 112, № 4, с. 244–247. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-4-2068

Multi-agent simulation modeling of interaction of social agents on the example of the learning process

© I.G. Blagoveshchensky, P.M. Shkapov

Moscow State University of Food Production, Moscow, Russia
E-mail: spm@bmstu.ru

Abstract. In general, the learning process is the transfer and assimilation of knowledge from a teacher to a trained subject and reflects various aspects of a complex socio-psychological type of human activity from an informational, pedagogical, social, psychological and physiological point of view. In the absence of analytical descriptions, the study of the educational process is possible through multi-agent simulation of the behavior and interaction of active elements (students and teachers) based on the logistics of events reflecting the accumulation of knowledge in the learning process, taking into account certain factors and production rules.

Keywords: *agent technologies, simulation, training, interaction of active elements.*

Использование общих теорем динамики для исследования движения сложных механических систем

© Т.И. Орлянская

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: tamara.orlyanskaya@gmail.com

Аннотация. Рассматривается методика использования общих теорем динамики для определения ускорений движения отдельных точек тел и тел в механической системе с двумя степенями свободы.

Ключевые слова: *методика, общие теоремы динамики, механическая система, независимые координаты.*

Тезисы. Рассматривается методика определения вторых производных по времени от независимых координат для механической системы (МС) с двумя степенями свободы. Методика рассматривается на примере решения конкретной задачи. При решении актуально использование теоремы об изменении кинетической энергии МС в дифференциальной форме.

Целью рассматриваемой методики является получение двух независимых уравнений из теоремы об изменении кинетической энергии МС в дифференциальной форме для нахождения вторых производных по времени от независимых координат, т. е. ускорений.

Для получения этих уравнений определяем дифференциал от кинетической энергии системы, преобразуем соответствующим образом, подставляем в теорему. Сумму элементарных работ из правой части уравнения переносим в левую. Полученное дифференциальное уравнение решаем, приравнявая коэффициенты при полных диффе-

ренциалах координат к нулю. Получаем систему двух независимых алгебраических уравнений, из которых находим искомые ускорения.

Рассматриваемая методика может быть использована для определения ускорений отдельных точек тел и тел в более сложных МС, когда число степеней свободы больше двух.

Литература

1. Колесников К.С., Дубинин В.В., ред. *Курс теоретической механики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 580 с.
2. Дубинин В.В., Никитин Н.Н., Феоктистова О.П. *Общие теоремы динамики. Методические указания и курсовая работа по динамике*. Москва, МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1986, 42 с.
3. Дубинин В.В., Карпачев А.Ю., Ремизов А.В. *Общие теоремы динамики. Методические указания к выполнению курсового задания*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, 48 с.

The use of general theorems of dynamics to study the motion of complex mechanical systems

© T.I. Orlyanskaya

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: tamara.orlyanskaya@gmail.com

Abstract. The technique of using general theorems of dynamics to determine the accelerations of motion of individual points of bodies and bodies in a mechanical system with two degrees of freedom is considered.

Keywords: *technique, general theorems of dynamics, mechanical system, independent coordinates.*

References

1. Kolesnikov K.S., Dubinin V.V., ed. *Theoretical Mechanics Course: University Textbook*. Moscow, BMSTUPress, 2017, 580 p.
2. Dubinin V.V., Nikitin N.N., Feoktistova O.P. *General theorems of dynamics. Methodological instructions and coursework on dynamics*. Moscow, Bauman Moscow Higher Technical School, 1986, 42 p.
3. Dubinin V.V., Karpachev A.Yu., Remizov A.V. *General theorems of dynamics. Methodical instructions for the implementation of the course assignment*. Moscow, Bauman Moscow State Technical University, 2006, 48 p.

Алгоритмическое и методическое обеспечение автоматизированной подготовки заданий по теоретической механике

© Е.В. Пономарева¹, А.В. Синельщиков^{2*}

¹АГТУ, Астрахань, Россия

²АГАСУ, Астрахань, Россия

*E-mail (докладчика): laex@bk.ru

Аннотация. В работе изложены методологические основы подготовки разноуровневых заданий по дисциплине теоретическая механика по разделу статика. Разработана система классификации заданий по уровню сложности от простых консольных конструкций до составных конструкций и ферм. Приведены алгоритмы формирования расчетных схем различной сложности и формат описания шаблонов для построения расчетных схем [1, 2]. Результаты работы проиллюстрированы mws-программами, написанными на математически ориентированном языке программирования Maple, предназначенных для компьютерного моделирования и автоматизации расчета статических параметров механических систем, а также в виде блок-схем алгоритмов построения расчетных схем и их автоматизированного расчета. Приведено описание и программная архитектура разработанного на языке программирования Object Pascal генератора многовариантных ранжируемых по степени сложности заданий, используемых для проверки знаний студентов и промежуточной аттестации.

Ключевые слова: инженерное образование, теоретическая механика, статика; разноуровневые задания, пошаговое решение задач, генератор заданий, Maple, Object Pascal.

Литература

1. Пономарева Е.В. *Теоретическая механика в среде Maple. Статика*. Санкт-Петербург, Лань, 2021, 488 с.
2. Синельщиков А.В., Пономарёва Е.В., Хохлова О.А., Кулёмина К.В. Профориентированная обучающая система по механике для студентов «морского» профиля. *Морские интеллектуальные технологии*, 2018, т. 1, с. 231–237.

Algorithmic and methodological support for the automated preparation of tasks in theoretical mechanics

© E.V. Ponomareva¹, A.V. Sinelshchikov^{2*}

¹ASTU, Astrakhan, Russia

²ASUACE, Astrakhan, Russia

*E-mail (speaker): laex@bk.ru

Abstract. The paper outlines the methodological foundations for the preparation of multilevel assignments in the discipline of theoretical mechanics in the section of statics. A system for classifying tasks according to the level of complexity from simple cantilever structures to composite structures and trusses has been developed. Algorithms for the formation of calculation schemes of varying complexity and the format for describing templates for constructing calculation schemes are presented [1, 2]. The results of the work are illustrated by mws-programs written in the mathematically oriented programming language Maple, intended for computer modeling and automation of the calculation of static parameters of mechanical systems, as well as in the form of block diagrams of algorithms for constructing calculation schemes and their automated calculation. The description and software architecture of the generator of multivariate tasks ranked according to the degree of complexity, developed in the Object Pascal programming language, used to test students' knowledge and intermediate certification, is given.

Keywords: *engineering education, theoretical mechanics, statics, multi-level tasks, step-by-step problem solving, task generator, Maple, Object Pascal.*

References

1. Ponomareva E.V. *Theoretical mechanics in the Maple environment. Statics*. St. Petersburg, Lan Publ., 2021, 488 p.
2. Sinelshchikov A.V., Ponomareva E.V., Khokhlova O.A., Kulemina K.V. A career-oriented training system in mechanics for students of the “marine” profile. *Marine Intellectual Technologies*, 2018, vol. 1, no. 1 (39), pp. 231–237.

Диалектическое восприятие силы инерции

© А.С. Чуев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
E-mail: chuev@mail.ru

Аннотация. Ускоренное движение тел в пространстве вполне логично воспринимать и как движение пространства внутри тел. Поскольку пространство тоже материально ввиду его своеобразной наполненности эфиром из виртуальных частиц, то инерцию можно понимать и как силу взаимодействия движущего пространства с материальным телом. Математическое выражение для этой силы остается почти таким же, только вместо массы будет присутствовать ее объемная плотность, а ускорение признается за пространственным объемом. Приводится изображение системы физических величин и закономерностей с наглядной иллюстрацией данной закономерности.

Если пространство принимать и понимать не как пустоту или ничто, а как особую материальную среду (эфир) или, по-современному, физический вакуум, то ускоренное движение тел в этом пространстве можно воспринимать и как движение пространства сквозь этих тел. Попробуем разобраться с понятием силы инерции, используя диалектически обратную позицию — видя причину инерции тел как ускоренное движение физического пространства внутри перемещающихся тел. Изучению этого явления или физического свойства тел, достаточно простого в восприятии, но очень непростого в понимании, посвящены работы многих ученых и мыслителей. Из последних работ, опубликованных в настоящее время, можно привести работы [1–3].

Например, вот что пишет Александр Избрехт в работе [1]: «В чем заключается физическая природа возникновения внутренних напряжений в телах при их ускоренном движении в пространстве? Очевидно, что она определяется характером взаимодействия вещества тела с физическими свойствами пространства. К такому же заключению пришел и Ньютон, который предположил, что “пространство само по себе обладает физическими свойствами и поэтому ускорение относительно пространства имеет определенный физический смысл”. Более того, Ньютон считал, что “силы инерции представляют собой результат действия пространства на вещество”».

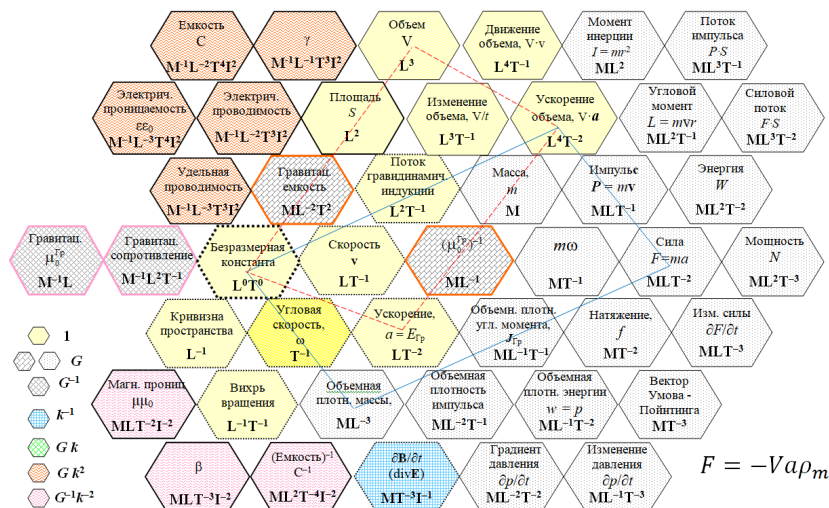
Вот еще один отрывок из той же статьи: «... Основываясь на аналогии с явлением ЭДС самоиндукции, можно заключить, что движение физического тела также приводит к изменению физических свойств области пространства, в которой оно движется. Это изменение должно заключаться в увеличении внутри и снаружи тела в окружающем его некотором объеме пространства плотности пространственных силовых линий (нитей), индуцирующих силу инерции: чем выше скорость тела относительно физического вакуума, тем должна быть выше плотность пространственных силовых линий, точно так же — чем больше сила тока, тем больше плотность магнитных силовых линий. Таким образом, не только пространство действует на вещество, но и, наоборот, вещество действует на физические свойства окружающей его области пространства».

Подобные взгляды можно найти и у известных ученых-физиков. В книге «Часть и целое» [4] немецкий физик Гайзенберг пишет: «Так как центробежные силы должны быть поставлены в связь с физическими свойствами пустого пространства, как это показано выше, то Эйнштейн пришел к гипотезе о том, что силы тяготения также соответствуют свойствам пустого пространства».

Исследованию гравитации и связанных с ней проблем сегодня посвящаются работы многих ученых, хотя и не все они признаются официальными управляющими структурами науки. Авторские публикации на эту тему изложены в работах [5–9].

В изучении природных закономерностей хорошо помогает авторская система физических величин и закономерностей (ФВиЗ). К сожалению, в образовательной среде эту систему еще мало используют и многие о ней просто не знают. Для рассмотрения вопроса о происхождении инерции воспользуемся частным изображением на рисунке системы ФВиЗ. На этом рисунке показан частный вариант системы ФВиЗ, который использовался при рассмотрении гравитационных величин, аналогичных электромагнитным.

При рассмотрении будем использовать лишь кинематические физические величины (ФВ), которые выделены желтым цветом, и динамические ФВ, имеющие серый цвет. Закономерные связи в системе ФВиЗ обнаруживаются по равенству произведений (отношений) размерностей ФВ, расположенных на противоположных (смежных) вершинах выделенного параллелограмма.



Сила инерции как увлечение вещества ускоренным движением объема пространства

Пунктиром красного цвета на рисунке обозначен выделенный параллелограмм, показывающий происхождение и системное расположение ФВ *ускорение объема*. Параллелограмм синего цвета иллюстрирует образование *силы*, воздействующей на *объемную плотность массы*, взаимодействующую с только что обозначенной ФВ *ускорение объема*.

Кто-то может сказать: что тут нового — заменили *массу* произведением ее плотности на объем и получили ту же силу. С математической точки зрения это так, но с физической совсем иное. У нас относительное ускорение испытывает не *масса*, а *объем пространства*. При этом, что примечательно, и сила, и ускорение объема простран-

ства, содержащегося в массе тела, совпадают по направлению относительно тела. А это очень важно для физики процесса — совпадение направлений силы и ускорения. Прикладываем к телу внешнюю силу — получаем положительное ускорение тела, прикладываем внутреннюю силу инерции от пространства — получаем торможение в движении тела, а оно характеризуется отрицательным ускорением.

Формульное выражение для силы инерции имеет вид

$$F = -Var_m.$$

Отличие внутренней инерционной силы от внешних сил состоит в том, что она оказывается приложенной не ко всему телу как целому, а к каждой его элементарной части. Поэтому в выражении для силы инерции присутствует не *масса*, а *объемная плотность массы*. Система ФВиЗ это наглядно иллюстрирует.

Возможно, в нашем исследовании мы не нашли конечную причину сил инерции, но показ нового направления в представлении об инерции тоже важен. Это направление ценно тем, что мы переходим от восприятия инерции как внутреннего свойства массы тел к представлению об инерции — как взаимодействию вещества и пространства, ранее воспринимавшегося абсолютно пустым. Поскольку пространство характеризуется наличием виртуальных частиц (вероятно, безразмерных во всех смыслах), то причину инерции, скорее всего, и следует искать во взаимодействии виртуальных и материальных частиц.

Если на месте расположения *безразмерной константы* (рисунок) визуализировать *гравитационную постоянную*, то в системе ФВиЗ можно построить выделенный параллелограмм, содержащий на своих вершинах еще три ФВ: *изменение объема, массу и угловую скорость*. Тем самым будет иллюстрироваться наблюдаемая в природе закономерность — расширение пространства Вселенной обуславливает рост масс и их вращение [9]. Предположительно, первое невозможно без второго.

Упомянув вращение масс, нельзя не отметить наличие и при этой форме движения реальных сил инерции. Наличие и осевая направленность этих сил объясняется суперпозицией в этом движении двух направлений движения (частей тела относительно пространства и пространства относительно частей тела): тангенциального — с постоянной линейной скоростью и радиального — с линейным ускорением. Второе направление и обуславливает наличие центробежной силы, безусловно, являющейся силой инерции. Считать эту силу мнимой — могут только чистые математики или вовсе — марзматики.

Вывод. С философской и системно-размерностной точек зрения причиной инерции является ускоренное движение пространства внутри материальных тел относительно вещества самих тел.

Литература

1. Избрехт А.Р. О природе инертности тел. *Philosophy & Cosmology*, 2016, vol. 17. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-prirode-inertnosti-tel/viewer>
<https://docplayer.ru/43290070-About-body-inertness-o-prirode-inertnosti-tel.html>
2. Богословский М.М. *Закон инерции и понятие массы нуждаются в пересмотре*. URL: <http://www.proatom.ru/modules.php?name=News&file=article&sid=7288>
3. Никитин А.П. Объемное время Бартини. *Видеоконференция*. URL: https://www.youtube.com/watch?v=xEra6FtL65U&list=PL1LYSDxOpTJ980q5m77v8eAUE6mHi2_R
4. Гейзенберг В. *Часть и целое*. Пер. с нем. Москва, Наука, 1989, 400 с.
5. Чуев А.С. О физической сущности гравитационной постоянной. *Мир измерений*, 2019, № 4, с. 48–49.
6. Чуев А.С. Гравитационные величины и их силовые соотношения в системе физических величин и закономерностей. *Мир измерений*, 2018, № 2, с. 28–31.
7. Заочная конференция по гравитации 1 декабря 2020 г. *Ресурс Н.А. Колтового*. URL: 50-2-я конф-Гравитация — Яндекс.Диск (yadi.sk).
8. Чуев А.С. О силах гравитации с системных позиций. *Материалы заочной конференции по гравитации*. URL: 50-2-я конф-Гравитация — Яндекс.Диск (yadi.sk).
9. Чуев А.С. Измерять — означает главным образом одно: сравнивать. *Мир измерений*, 2021, № 1, с. 41–45.

Dialectical perception of the force of inertia

© A.S. Chuev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
E-mail: chuev@mail.ru

Abstract. The accelerated motion of bodies in space is quite logical to perceive as the motion of space inside bodies. Since space is also material, due to its peculiar filling of the ether of virtual particles, the inertia can also be understood as the interaction force of the moving space with the material body. The mathematical expression for this force remains almost the same, only instead of mass there will be its volumetric density, and acceleration is recognized for the spatial volume. A representation of the system of physical quantities and regularities with a visual illustration of this regularity is given.