

## Расчет жесткости упругих муфт с пакетами цилиндрических пружинных гильз

© Б.В. Букеткин, В.М. Зябликов, А.А. Ширшов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*В приводах различных машинных агрегатов, передающих энергию от одной части машины к другой, в качестве соединительных элементов применяют муфты, причем большую часть составляют муфты постоянного соединения, в том числе упругие компенсирующие с металлическими элементами. К таким относятся упругие компенсирующие муфты с металлическими упругими элементами в виде пакетов пружинных гильз. Их важной характеристикой является крутильная жесткость. Приведены результаты исследования влияния основных размеров пружинных гильз на крутильную жесткость муфты. Исследование проведено численно методом конечных элементов с использованием пакета прикладных программ ANSYS R17.0 Academic на модели муфты, пакет пружинных гильз которой заменен одной гильзой толщиной, равной толщине пакета гильз. На основании исследования выбрана расчетная схема, с использованием которой получена аналитическая зависимость крутильной жесткости муфты от ее основных размеров — положения центра пакета относительно полумуфт, размеров пакета. Анализ этой зависимости позволил получить достаточно простые соотношения, удобные для расчета крутильной жесткости муфты.*

**Ключевые слова:** упругая муфта, жесткость, пружинная разрезная гильза, изгибающий момент, максимальные напряжения

**Введение.** Муфта — широко распространенный соединительный элемент в приводах различных агрегатов, используемых в разных отраслях промышленности — от тяжелого машиностроения до робототехники [1–4]. Существует большое количество муфт различных видов, многие из которых сочетают свойства нескольких муфт [5, 6]. К ним относятся, в частности, фрикционные муфты [6, 7], упругие предохранительные, упругие компенсационные с различными видами упругих элементов — полимерных [8, 9] и металлических, таких как стальные стержни, ленты, пружины [10–13], в том числе с пакетами пружинных гильз [1].

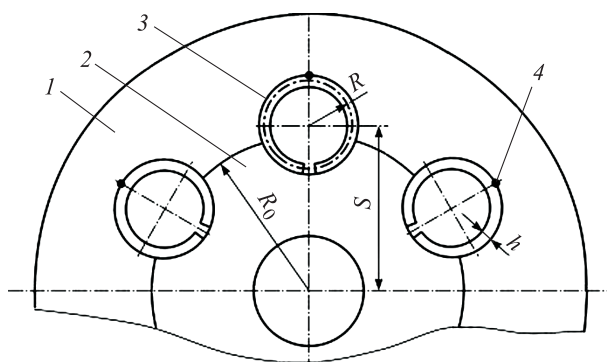
Муфты с пакетом пружинных гильз могут быть как линейно, так и нелинейно упругими. По сравнению с другими муфтами, имеющими металлические упругие элементы, муфта с металлическими гильзами компактна, проста в монтаже, но конструктивно сложнее. Обычно пакет состоит из трех-четырех гильз одинаковой или различной толщины, которые устанавливают в гнезда с натягом. Пружинные гильзы представляют собой тонкостенные цилиндры с продольным разрезом, благодаря чему их легко установить в гнезда. Отсутствие зазоров между соединительными элементами полу-

муфта — пакет гильз — полумуфта обуславливает снижение динамических нагрузок при пуске агрегата. Во время работы гильзы могут смещаться как относительно друг друга, так и относительно гнезда, т. е. может происходить проскальзывание, вызывающее их изнашивание. Поэтому для его уменьшения гильзы фиксируют в одной из полумуфт и используют смазочный материал. Одна из важнейших характеристик муфты — ее крутильная жесткость  $C$ , значение которой должно быть известно для проведения динамического расчета привода.

Цель настоящей работы — получить простую аналитическую зависимость жесткости муфты от ее основных геометрических размеров.

**Выбор расчетной схемы.** Прочность и жесткость муфты определяется прочностью и жесткостью упругих элементов — гильз. При нагружении муфты вращающим моментом  $T$  за счет упругих деформаций пакета гильз происходит поворот одной полумуфты относительно другой на угол  $\Delta\varphi$ . Будем считать, что верхняя полумуфта неподвижна, а внутренняя поворачивается против хода часовой стрелки, деформируя гильзу. Вследствие этого между одними участками гильзы и полумуфтами образуется зазор, в то время как другие участки контактируют с полумуфтами.

Для уточнения расчетной схемы было предварительно проведено численное моделирование методом конечных элементов (МКЭ) с применением пакета прикладных программ ANSYS R17.0 *Academic* [14]. При расчете использованы плоские квадратичные элементы PLANE183 с учетом больших перемещений. На контактных линиях длина элемента составляла 1 мм. Конечно-элементная модель муфты аналогична схеме муфты, приведенной на рис. 1. Вместо пакета гильз в гнезде без натяга и зазора установлено разрезное кольцо,



**Рис. 1.** Принципиальная схема муфты с линейной характеристикой:

1, 2 — полумуфты; 3 — пружинная гильза; 4 — место закрепления гильзы;  $R$  — средний радиус пакета гильз;  $R_0$  — наружный радиус внутренней полумуфты;  $S$  — расстояние между осями муфты и гнезда;  $h$  — толщина пакета гильз

скрепленное с внутренней полумуфтой слева от разреза. Рассмотрены кольца различной толщины (1, 2 и 3 мм) при одинаковом диаметре гнезда, равном 36 мм. Поворот внутренней полумуфты моделировали заданием перемещения в узлах, расположенных на контуре центрального отверстия внутренней полумуфты в направлении, касательном к ее контуру.

Распределение контактного давления при малых углах поворота полумуфты показано на рис. 2. Видно, что со стороны внутренней полумуфты *1* контактное давление распределено по дуге очень малой

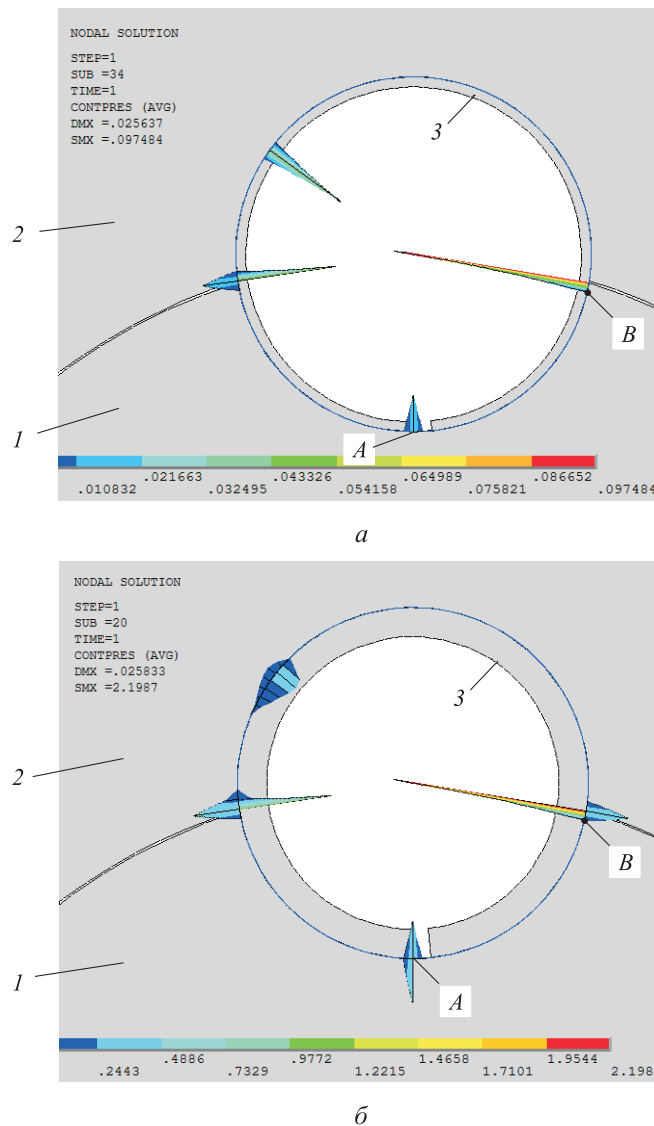


Рис. 2. Эпюры контактного давления:

*a* — при  $R = 17,5$  мм и  $h = 1$  мм; *б* — при  $R = 16,5$  мм и  $h = 3$  мм; *1* — внутренняя полумуфта; *2* — наружная полумуфта; *3* — кольцо; *A* — место скрепления кольца с полумуфтой; *B* — точка контакта полумуфты с кольцом

протяженности (в пределах одного элемента) и не зависит от толщины кольца 3. Поэтому равнодействующую контактного давления можно рассматривать как сосредоточенную силу  $F$ , которая приложена в точке  $B$  — точке контакта полумуфты с кольцом (см. рис. 2) и направлена вдоль радиуса кольца. На противоположной стороне размеры пятна контакта значительно больше и возрастают с увеличением толщины кольца.

В случае скрепления кольца с внутренней полумуфтой в точке  $A$  при взаимном повороте полумуфт происходит проскальзывание кольца по части поверхности гнезда.

Распределение эквивалентных напряжений в кольце толщиной 3 мм показано на рис. 3. Максимальные эквивалентные напряжения действуют в точках внутренней поверхности, где сжимающие напряжения от изгиба кольца суммируются со сжимающими напряжениями от сосредоточенной силы, действующей на кольцо со стороны полумуфты.

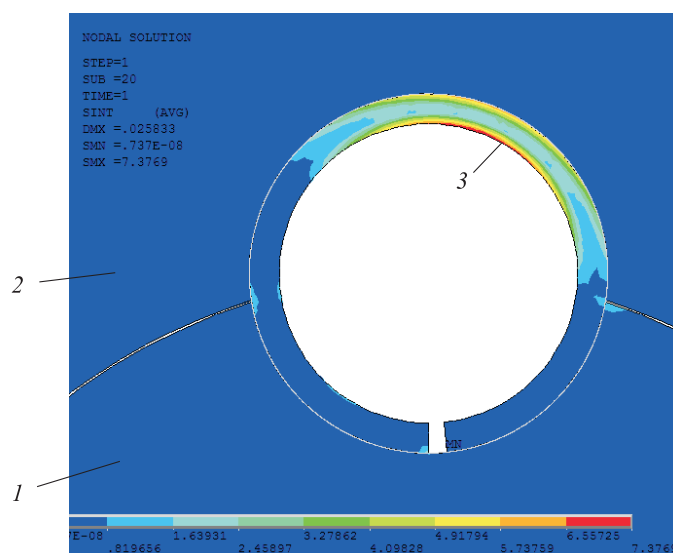


Рис. 3. Распределение эквивалентных напряжений в деформированном кольце:  
1 — внутренняя полумуфта; 2 — наружная полумуфта; 3 — кольцо

**Вывод расчетных зависимостей.** На основании предварительного анализа, выполненного МКЭ, выбрана схема нагружения кольца (рис. 4). При выводе аналитической зависимости рассмотрим сначала деформирование одного кольца с радиусом  $R$  срединного слоя и толщиной  $h$ . Для исключения проскальзывания кольцо скреплено с наружной полумуфтой в точке  $C$ ; трение между упругим кольцом и полумуфтами не учитываем. Кольцо будем рассматривать как криволинейный стержень  $CB$ , жестко заземленный в сечении  $C$  и

нагруженный сосредоточенной силой  $F$  в точке  $B$ , т. е. считаем, что деформируется только участок  $CB$ , а часть кольца от точки контакта  $B$  до разреза перемещается как жесткое целое. Для наглядности на рис. 4 штриховой линией показан наружный контур внутренней полумуфты. При такой постановке не имеет значения, как распределено контактное давление  $p_c$  на левой ветви кольца, поэтому распределение  $p_c$  на рис. 4 показано схематично.

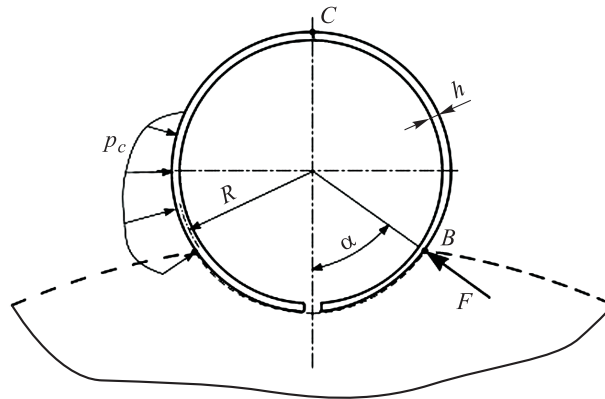


Рис. 4. Схема нагружения упругого кольца:

$p_c$  — контактное давление;  $R$  — радиус срединного слоя кольца;  $F$  — сила, действующая на кольцо со стороны внутренней полумуфты; — — — наружный контур внутренней полумуфты

Жесткость  $C$  муфты определяется отношением вращающего момента  $T$  к взаимному углу поворота полумуфт  $\Delta\theta$ , т. е.  $C = T/\Delta\theta$ . В свою очередь угол  $\Delta\theta$  равен отношению смещения  $f$  точки  $B$  в направлении касательной к наружному контуру внутренней полумуфты — радиусу  $R_0$ , т. е.  $\Delta\theta = f/R_0$ . Таким образом, жесткость муфты

$$C = TR_0/f. \quad (1)$$

Смещение  $f$  практически полностью происходит вследствие деформации кольца из-за его пренебрежимо малой жесткости по сравнению с жесткостью полумуфт. При определении взаимного смещения  $f$  расчет проводим, используя элементарную теорию изгиба балок, так как рассматриваемое кольцо — это стержень малой кривизны [15]. Согласно правилу Мора, для определения перемещения  $f$  прикладываем к стержню в точке  $B$  единичную силу под углом  $\beta$  к прямой  $bB$  (рис. 5, а), т. е. по касательной к наружному контуру внутренней полумуфты. Тогда

$$f = \int_0^{\pi-\alpha} \frac{M_{xF} M_{x1}}{EI_x} R d\theta,$$

где  $M_{xF} = Fl_{ek}$  — изгибающий момент от заданной нагрузки (рис. 5, б);  $M_{x1} = 1 \cdot l_{ck}$  — изгибающий момент от единичной силы в текущем сечении  $k$  с угловой координатой  $\theta$  (см. рис. 5, а);  $EI_x$  — изгибная жесткость стержня.

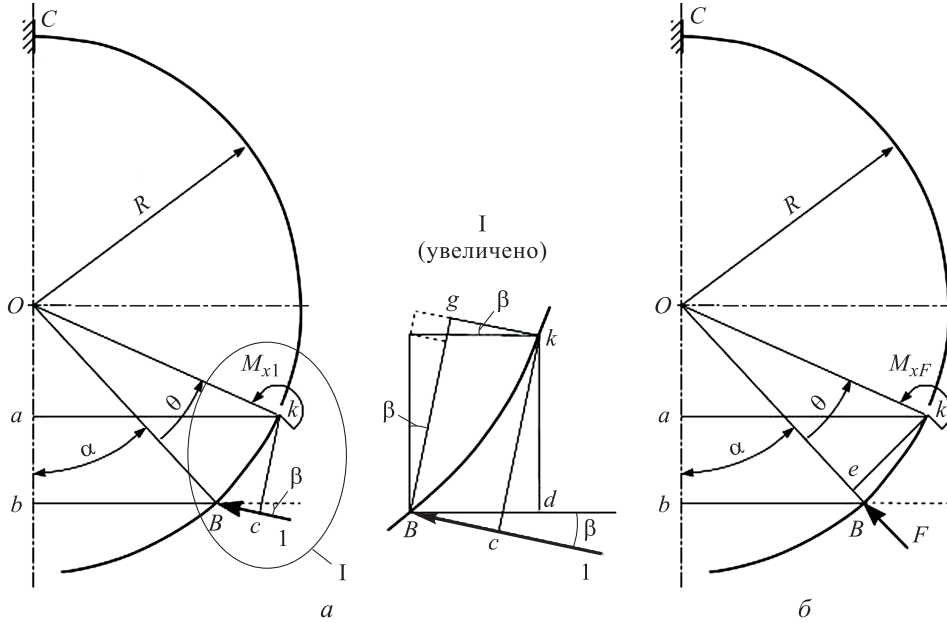


Рис. 5. Расчетная схема половины кольца:

а — нагружение единичной силой; б — нагружение силой  $F$ ;  $M_{x1}$  — изгибающий момент от единичной силы в текущем сечении  $k$  с угловой координатой  $\theta$ ;  $M_{xF}$  — изгибающий момент от силы  $F$ ;  $R$  — радиус срединного слоя кольца

Отсчет координаты  $\theta$  идет от радиуса  $OB$ .

Длина отрезка  $l_{ek} = R \sin \theta$ , т. е.  $M_{xF} = FR \sin \theta$ . Длина отрезка  $l_{ck} = l_{Bd} \sin \beta + l_{kd} \cos \beta$ . В свою очередь,  $l_{Bd} = R [\sin(\alpha + \theta) - \sin \alpha]$  и  $l_{kd} = R [\cos \alpha - \cos(\alpha + \theta)]$ , т. е. справедлива запись

$$M_{x1} = 1 \cdot l_{ck} = R [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha + \theta + \beta)].$$

Следовательно,

$$f = \frac{FR^3}{EI_x} \int_0^{\pi-\alpha} \sin \theta [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha + \theta + \beta)] d\theta.$$

После интегрирования получаем

$$f = \frac{FR^3}{EI_x} \left[ (1 + \cos \alpha) \cos(\alpha + \beta) + \frac{\sin \beta \sin \alpha}{2} + \frac{\pi - \alpha}{2} \sin(\alpha + \beta) \right] = \frac{FR^3}{EI_x} f(\alpha, \beta). \quad (2)$$

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  зависят от трех размеров: наружного радиуса  $R_0$  внутренней полумуфты, радиуса  $R$  срединного слоя кольца и расстояния  $S$  между центрами полумуфт и гнезда.

Исходными параметрами для проектирования служат размеры  $R_0$ ,  $R$  и  $S$ . Вращающий момент, передаваемый муфтой,

$$T = FR_0 \sin(\alpha + \beta)n, \quad (3)$$

где  $n$  — число гнезд для установки пакета гильз.

Используя формулы (1) и (2), получаем выражение для жесткости муфты:

$$C = \frac{nR_0^2 EI_x \sin(\alpha + \beta)}{R^3 f(\alpha, \beta)} = \frac{nR_0^2 EI_x}{R^3} \Phi(\alpha, \beta). \quad (4)$$

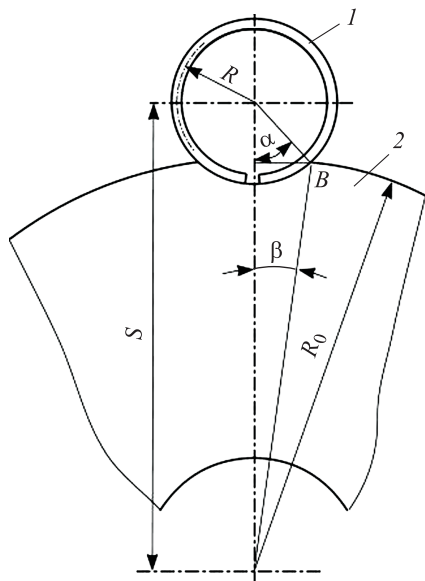
Как следует из формулы (4), жесткость муфты зависит от изгибной жесткости упругого кольца (гильзы), их числа, радиусов  $R_0$  и  $R$ , а также от углов  $\alpha$  и  $\beta$ , определяемых соотношениями между размерами  $R_0$ ,  $R$  и  $S$ . Связь между углами  $\alpha$ ,  $\beta$  и размерами  $R_0$ ,  $R$  и  $S$  находим из чертежа, приведенного на рис. 6:

$$S = R_0 \cos \beta + R \cos \alpha; \quad R_0 \sin \beta = R \sin \alpha. \quad (5)$$

Для удобства введем безразмерные величины  $\rho = R/R_0$ ,  $s = S/R_0$ . Решение системы уравнений (5) в безразмерных величинах дает

$$\alpha = \arccos \frac{\rho^2 + s^2 - 1}{2\rho s}; \quad \beta = \arccos \frac{s^2 - \rho^2 + 1}{2s}. \quad (6)$$

Использование формулы (4) при расчете жесткости требует проведения довольно громоздких вычислений. Из анализа конструкции муфты следует, что безразмерный радиус  $\rho$  может изменяться в пределах 0,15...0,40. Расстояние  $S$  не может значительно отличаться от  $R_0$ , поэтому примем  $0,95 < s < 1,15$ , но должно быть выполнено условие  $s < \rho + 1$ . На основании формул (6) получаем диапазон изменения  $\alpha$  и  $\beta$ , рад; примем  $1,35 < \alpha < 1,55$  и  $0,1 < \beta < 0,4$ .

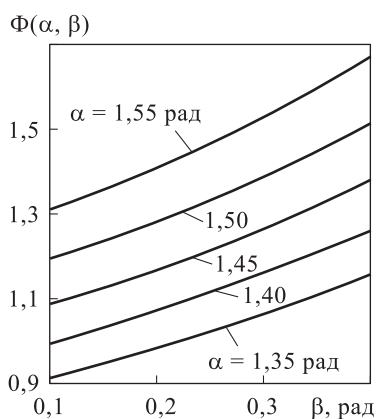


**Рис. 6.** Схема для определения связи между углами  $\alpha$ ,  $\beta$  и размерами  $R_0$ ,  $R$  и  $S$ :  
 1 — кольцо; 2 — внутренняя полумуфта;  
 $R_0$  — внешний радиус внутренней полумуфты;  $R$  — радиус срединного слоя кольца;  
 $S$  — расстояние между осями муфты и гнезда;  
 $B$  — точка контакта

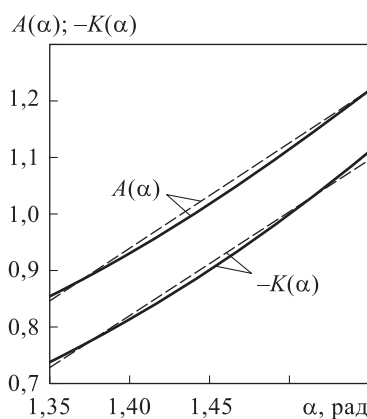
Графики функции  $\Phi(\alpha, \beta)$  в зависимости от  $\beta$  при различных значениях угла  $\alpha$  представлены на рис. 7. Вид кривых свидетельствует о близкой к линейной зависимости  $\Phi(\alpha, \beta)$  от  $\beta$  при заметной зависимости от  $\alpha$ . Поэтому можно предложить простое аналитическое выражение для вычисления функции  $\Phi(\alpha, \beta)$ :

$$\Phi(\alpha, \beta) = A(\alpha) + K(\alpha)\beta.$$

Коэффициенты  $A(\alpha)$  и  $K(\alpha)$  практически линейно зависят от параметра  $\alpha$ , что хорошо видно на рис. 8. Для компактности график коэффициента  $K(\alpha)$  построен с противоположным знаком.



**Рис. 7.** Зависимость функции  $\Phi(\alpha, \beta)$  от углов  $\alpha$  и  $\beta$



**Рис. 8.** Зависимости коэффициентов  $A(\alpha)$  и  $K(\alpha)$  от угла  $\alpha$  (—) и аппроксимирующие их прямые (---)



В пределах принятого диапазона изменения угла  $\alpha$

$$A(\alpha) = -1,65 + 1,85\alpha; \quad K(\alpha) = 1,85 - 1,88\alpha.$$

Окончательное выражение функции  $\Phi(\alpha, \beta)$  имеет вид

$$\Phi(\alpha, \beta) = -1,65 + 1,85\alpha + (1,85 - 1,88\alpha)\beta. \quad (7)$$

**Прочность кольца.** Максимальный изгибающий момент  $M_{x \max}$  в кольце не зависит от угла  $\alpha$  и равен  $FR$ . С учетом формулы (3) получаем

$$M_{x \max} = \frac{TR}{R_0 \sin(\alpha + \beta)n}.$$

Максимальные напряжения

$$\sigma_{\max} = \frac{TR}{W_x R_0 \sin(\alpha + \beta)n},$$

где  $W_x = bh^2/6$  — момент сопротивления поперечного сечения кольца ( $b$  — ширина кольца).

Запишем условие прочности кольца:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{6T\rho}{bh^2 \sin(\alpha + \beta)n} < [\sigma], \quad (8)$$

где  $[\sigma]$  — допустимое напряжение.

В частном случае, когда расстояние  $S$  между осями муфты и гнезда совпадает с внешним радиусом  $R_0$  внутренней полумуфты,  $s = 1$  и углы

$$\alpha = \arccos \frac{\rho}{2}; \quad \beta = \arccos \frac{2 - \rho^2}{2}.$$

При изменении  $\rho$  от 0,2 до 0,4 функция  $\Phi(\alpha, \beta)$  практически постоянна и можно принимать  $\Phi(\alpha, \beta) = 0,82$ , а  $\sin(\alpha + \beta)$  изменяется от 0,995 до 0,980, т. е. можно считать, что  $\sin(\alpha + \beta) = 1$ . В этом случае вместо формул (4) и (8) можно использовать приближенные выражения

$$C = \frac{nR_0^2 EI_x}{R^3} 0,82; \quad |\sigma|_{\max} = \frac{6T\rho}{bh^2 n} < [\sigma]. \quad (9)$$

**Жесткость и прочность пакета гильз.** Напомним, что формулы (2), (4), (8) относятся к одному кольцу. Рассмотрим пакет из  $k$  колец (гильз), средний радиус которого равен  $R$ , а общая толщина —  $h$ ; при

этом каждая гильза имеет средний радиус  $R_j$  и толщину  $h_j, j = 1, \dots, k$ . Примем, что равнодействующая  $F_j$  сил контактного давления между гильзами пакета действует вдоль того же радиуса, что и сила  $F$ . В этом случае все гильзы будут деформироваться одинаково, т. е.  $f_j = f$ .

В соответствии с формулой (2) смещение

$$f = f_j = \frac{F_j R_j^3}{EI_{xj}} f(\alpha, \beta).$$

Отсюда следует, что

$$F_j = f_j \frac{EI_{xj}}{R_j^3 f(\alpha, \beta)},$$

где  $EI_{xj}$  — изгибная жесткость отдельной гильзы.

Поскольку  $F = \sum_j F_j = f \frac{E}{f(\alpha, \beta)} \sum_j \frac{I_{xj}}{R_j^3}$ , где  $E$  — модуль Юнга;  $I_{xj}$  — момент инерции поперечного сечения кольца, из этого равенства следует  $f = \frac{F}{E \sum_j I_{xj}/R_j^3} f(\alpha, \beta)$ . Полученное выражение представим в виде формулы (2):

$$f = \frac{FR^3}{EI_x^*} f(\alpha, \beta), \quad (10)$$

где  $I_x^* = I_x \sum_j \frac{R^3 I_{xj}}{I_x R_j^3}$  — обобщенный момент инерции пакета гильз.

В частном случае, когда пакет составлен из  $k$  гильз одинаковой толщины,  $I_{xj} = \frac{I_x}{k^3}$  и  $I_x^* = \frac{I_x}{k^3} \sum_j \frac{R^3}{R_j^3}$ . Чем меньше кривизна гильзы, тем ближе отношение  $R/R_j$  к единице. Например, при  $R_j/h_j = 4$  (меньшее значение использовать нецелесообразно) и  $k = 3, 4$  или  $5$  суммы  $\sum_{j=1}^3 \frac{R^3}{R_j^3} = 3 \cdot 1,0047$ ;  $\sum_{j=1}^4 \frac{R^3}{R_j^3} = 4 \cdot 1,0049$ ;  $\sum_{j=1}^5 \frac{R^3}{R_j^3} = 5 \cdot 1,0050$ , т. е. практически  $\sum_j \frac{R^3}{R_j^3} = k$  и  $I_x^* = \frac{I_x}{k^2}$ . Поэтому жесткость муфты с пакетом гильз одинаковой толщины

$$C = \frac{nR_0^2 EI_x}{k^2 R^3} \Phi(\alpha, \beta).$$

Максимальные напряжения в отдельной гильзе  $|\sigma_j|_{\max} = \frac{F_j R_j}{W_{xj}}$ ,

но  $F_j = f_j \frac{EI_{xj}}{R_j^3 f(\alpha, \beta)}$  и с учетом выражения (10) имеем  $F_j = F \frac{R^3 I_{xj}}{R_j^3 I_x^*}$ .

Используя формулу (3), получаем условие прочности муфты:

$$|\sigma_j|_{\max} = \frac{T\rho h_j}{2n \sin(\alpha + \beta)} \left( \frac{R}{R_j} \right)^2 \frac{1}{I_x^*} < [\sigma]. \quad (11)$$

В частном случае, при  $h = kh_j$ , условие прочности (11) принимает вид

$$|\sigma_j|_{\max} = \frac{6T\rho h}{2n \sin(\alpha + \beta) I_x} \frac{k}{\left( \frac{R}{R_j} \right)^2} < [\sigma].$$

Как следует из условия прочности (11), гильзы могут быть равнопрочными только при выполнении условия  $h_j/R_j^2 = \text{const}$ . В пакете гильз одинаковой толщины условие равнопрочности не может быть выполнено.

**Заключение.** На основании расчетной схемы, выбранной после предварительного численного анализа, получены аналитические выражения для расчетов на жесткость и прочность муфты с упругим разрезным кольцом. В частном случае, когда расстояние между осями муфты и гнезда совпадает с внешним радиусом внутренней полу-муфты, для расчетов можно использовать упрощенные формулы (9), погрешность которых не выходит за рамки принятых допущений.

Обобщение решения на многослойный пакет из  $k$  гильз показало, что жесткость пакета, как и следовало ожидать, уменьшается в  $k^2$  раз, а прочность — почти в  $k$  раз по сравнению с жесткостью и прочностью одной гильзы, толщина которой равна общей толщине пакета.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ряховский О.А., Иванов С.С. *Справочник по муфтам*. Ленинград, Политехника, 1991, 384 с.
- [2] Liu X., Zang Y., Gao Z., Zeng L. Time delay effect on regenerative chatter in tandem rolling mills. *Shock and Vibration*, 2016, Article ID 4025650. <https://doi.org/10.1155/2016/4025650>

- [3] Yamano I., Takemura K., Endo K., Maeno T. Method for controlling master-slave robots using switching and elastic elements. *Proc. 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002, vol. 2, pp. 1717–1722.
- [4] Dežman M., Babič J., Gams A. Qualitative assessment of a clutch-actuated ankle exoskeleton. *International Conference on Robotics in Alpe-Adria Danube Region*. Springer, Cham, 2017, pp. 778–786.
- [5] Stroe I. Simple mechanical clutch with multiple functions. *Tez. SYROM*, 2009. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 433–443.
- [6] Deshbhratar V.J., Kakde N.U. Design and structural analysis of single plate friction clutch. *International Journal of Engineering research and Technology*, 2013, vol. 2, no. 10, pp. 3726–3732.
- [7] Kosior A. Investigation of damping of vibrations in a system with two-disc inseparable clutch. *PAMM: Proc. in Applied Mathematics and Mechanics*. Berlin, WILEY–VCH Verlag, 2004, vol. 4, no. 1, pp. 97, 98.
- [8] Stroe I. Elastic and safety clutch with metallic roles and elastic rubber elements. *New Trends in Mechanism Science*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 285–292.
- [9] Stroe I. Elastic and safety clutch with radial tapered roller and metallic elastic elements axially arranged. *Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering*, 2014, vol. 13, no. 1, pp. 139–142.
- [10] Зябликов В.М., Ширшов А.А. Расчет жесткости муфт с упругими элементами в виде стальных стержней круглого сечения. *Справочник. Инженерный журнал с приложением*, 2014, № 8, с. 26–30. DOI: 0.14489/hb.2014.08.pp.026-030
- [11] Зябликов В.М., Ширшов А.А. Расчет жесткости муфт с пакетами плоских пружин. *Справочник. Инженерный журнал с приложением*, 2016, № 2, с. 13–19. DOI: 10.14489/hb.2016.02.pp.013-019
- [12] Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М., Котик Б.А. Будова принципу роботи та розрахунки муфти пружної з еластичними вставками. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування*, 2020, № 2 (90), с. 71–81.
- [13] Зябликов В.М., Ширшов А.А. Муфта со змеевидной пружинной: расчет крутильной жесткости и прочность витков. *Справочник. Инженерный журнал с приложением*, 2021, № 11, с. 30–37. DOI: 10.14489/hb.2021.11.pp.030-037
- [14] ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPL Guide, ANSYS, Inc. *ANSYS CFX-Solver Modeling Guide*, 2013, vol. 15317, pp. 448–451.
- [15] Феодосьев В.И. *Сопротивление материалов*. 14-е изд. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007, 590 с.

Статья поступила в редакцию 03.03.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Букеткин Б.В., Зябликов В.М., Ширшов А.А. Расчет жесткости упругих муфт с пакетами цилиндрических пружинных гильз. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 4. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-4-2168>

**Букеткин Борис Васильевич** — старший преподаватель кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 30 научных работ. Область научных интересов: экспериментальное исследование материалов и конструкций.  
e-mail: [buketkin-boris@yandex.ru](mailto:buketkin-boris@yandex.ru)

**Зябликов Владимир Михайлович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ. Область научных интересов: детали машин. e-mail: zjablikov@mail.ru

**Ширшов Анатолий Артемович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ. Область научных интересов: расчеты в пределах и за пределами упругости. e-mail: chirchovaa@mail.ru

## Analysis of stiffness of elastic couplings with packages of cylindrical spring sleeves

© B.V. Buketkin, V.M. Zyablikov, A.A. Shirshov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The drives of various machine units that transmit energy from one part of the machine to another use couplings as connecting elements, with permanent couplings, including elastic compensating ones with metal elements, being mostly used. The metal elastic elements in the latter may be in the form of packages of spring sleeves. Their important characteristic is torsional stiffness. The paper analyses the influence of the main dimensions of spring sleeves on the torsional rigidity of the coupling. The study was carried out numerically by the finite element method using the ANSYS R17.0 Academic software package on the coupling model in which the spring sleeve package is replaced by one sleeve with a thickness equal to the thickness of the sleeve package. The analysis provides a rationale for the calculation model, using which the analytical dependence of the torsional stiffness of the coupling on its main dimensions was obtained - the position of the center of the package relative to the half-couplings, the dimensions of the package. Analysis of the analytical dependence made it possible to obtain fairly simple relationships that are convenient for calculating the torsional stiffness of the coupling.*

**Keywords:** elastic coupling, stiffness, split spring sleeve, bending moment, maximum stresses

### REFERENCES

- [1] Ryakhovskiy O.A. Ivanov S.S. *Spravochnik po muftam* [Couplings reference book]. Leningrad, Politekhnik Publ., 1991, 384 p.
- [2] Liu X., Zang Y., Gao Z., Zeng L. Time delay effect on regenerative chatter in tandem rolling mills. *Shock and Vibration*, 2016, Article ID 4025650. <https://doi.org/10.1155/2016/4025650>
- [3] Yamano I., Takemura K., Endo K., Maeno T. Method for controlling master-slave robots using switching and elastic elements. In: *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Cat. No. 02CH37292, IEEE, 2002, vol. 2, pp. 1717–1722.
- [4] Dežman M., Babič J., Gams A. Qualitative assessment of a clutch-actuated ankle exoskeleton. *International Conference on Robotics in Alpe-Adria Danube Region*. Springer, Cham, 2017, pp. 778–786.
- [5] Stroe I. Simple mechanical clutch with multiple functions. *Tez. SYROM*, 2009. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 433–443.
- [6] Deshbhratar V.J., Kakde N.U. Design and structural analysis of single plate friction clutch. *International journal of engineering research and technology*, 2013, vol. 2, no. 10, pp. 3726–3732.
- [7] Andrzej K. Investigation of damping of vibrations in a system with two-disc inseparable clutch. *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. Berlin, WILEY-VCH Verlag, 2004, vol. 4, no. 1, pp. 97, 98.
- [8] Stroe I. Elastic and safety clutch with metallic roles and elastic rubber elements. *New Trends in Mechanism Science*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 285–292.
- [9] Stroe I. Elastic and safety clutch with radial tapered roller and metallic elastic elements axially arranged. *Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering*, 2014, vol. 13, pp. 139–142.

- [10] Zyablikov V.M., Shirshov A.A. *Spravochnik. Inzhenerny zhurnal s prilozheniem — HANDBOOK. An Engineering journal with appendix*, 2014, no. 8, pp. 26–30. DOI: 0.14489/hb.2014.08.pp.026-030
- [11] Zyablikov V.M., Shirshov A.A. *Spravochnik. Inzhenerny zhurnal s prilozheniem — HANDBOOK. An Engineering journal with appendix*, 2016, no. 2, pp. 13–19. DOI: 10.14489/hb.2016.02.pp.013-019
- [12] Malaschenko V.O., Strilets O.R., Strilets V.M., Kotik B.A. *Visnik Natsionanogo universitetu vodnogo gospodarstva ta prirodokoristuvannya (Bulletin of the National University of Water Management and Environmental Sciences)*, 2020, no. 2 (90), pp. 71–81.
- [13] Zyablikov V.M., Shirshov A.A. *Spravochnik. Inzhenerny zhurnal s prilozheniem — HANDBOOK. An Engineering journal with appendix*, 2021, no. 11, pp. 30–37. DOI: 10.14489/hb.2021.11.pp.030-037
- [14] ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS I. ANSYS® Academic Research. *ANSYS CFX-Solver Modeling Guide*, 2013, vol. 15317, pp. 448–451.
- [15] Feodosiev V.I. *Soprotivlenie materialov [Strength of materials]*. 14th ed. Moscow, BMSTU Publ., 2007, 590 p.

**Buketkin B.V.**, Assist. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University; author of 30 research publications. Research interests: experimental study of materials and structures. e-mail: buketkin-boris@yandex.ru

**Zyablikov V.M.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Machine Design Principles, Bauman Moscow State Technical University; author of more than 100 research publications. Research interests: machine parts. e-mail: zjablikov@mail.ru

**Shirshov A.A.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University; author of more than 100 research publications. Research interests: calculations within and beyond the limits of elasticity. e-mail: chirchovaa@mail.ru