

## Влияние расположения пятен контакта на тепловую контактную проводимость

© М.В. Мурашов, Е.С. Голубцова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*У распространенных в настоящее время фрактальных и стохастических моделей тепловых контактов никак не отслеживается расположение пятен контакта, образованных взаимодействием выступов шероховатости. По результатам численного решения трех модельных двумерных задач теплового контакта с помощью моделирования в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS определено существенное влияние расположения этих пятен в номинальной области контакта на тепловую контактную проводимость. Показано, что эта проводимость не пропорциональна количеству фактических контактов или доле площади фактического контакта в номинальной площади. В результате были сделаны выводы о том, что даже небольшие пятна фактического контакта существенно изменяют тепловую контактную проводимость. Из существующих моделей контакта учесть это явление позволяют детерминированные модели, а стохастические и фрактальные не могут отслеживать расположение пятен.*

**Ключевые слова:** тепловая контактная проводимость, теплопроводность, шероховатость, ANSYS

**Введение.** При проектировании конструкций машиностроения и приборостроения, подверженных нагреванию, часто возникает задача предотвращения их перегрева. Для ее решения выполняется моделирование теплового поведения этих конструкций. При том что расчеты температурного состояния отдельно взятых тел достаточно хорошо изучены, остается открытым вопрос оценки теплового взаимодействия между деталями. Особенности затруднения вызывает моделирование теплового контакта реальных тел, имеющих шероховатые в той или иной степени поверхности.

При соединении шероховатых металлических твердых тел теплота передается через пятна фактического контакта, образованные в результате деформирования выступов шероховатости под внешним номинальным давлением. Совокупная площадь пятен фактического контакта  $A$  составляет лишь малую долю номинальной площади поверхности  $A_0$  [1, 2]. Для примера на рис. 1 показаны пятна фактического контакта на шероховатой поверхности меди с  $Rz = 20$  мкм при номинальном давлении  $P = 25$  МПа, полученные численным решением задачи деформирования [3]. При этом температурное поле в приповерхностной области контактирующих тел изменяется, формируя тепловую контактную проводимость:

$$\alpha_k(\varphi) = \frac{q}{\overline{T_2 - T_1}},$$

где  $\varphi = A/A_0$  — доля площади фактического контакта в номинальной площади;  $q$  — плотность теплового потока;  $\overline{T_1}$ ,  $\overline{T_2}$  — усредненные температуры по площади номинальных нижней и верхней контактирующих поверхностей соответственно.



**Рис. 1.** Пятна фактического контакта на шероховатой поверхности меди при номинальном давлении  $P = 25$  МПа

В реальности тепловая контактная проводимость зависит от множества факторов, и ее надежное определение является непростой задачей.

Разработан ряд моделей проводимости теплоты через дискретный контакт, например представленные в [1, 4–8]. Однако такая ключевая задача, как разработка достоверной методики предсказания параметров контактного теплообмена, пока не решена. Неясно, в частности, зависит ли  $\alpha_k$  прямо пропорционально от  $\varphi$ . Для ответа на этот вопрос надо исследовать влияние расположения выступов шероховатости на  $\alpha_k$  в местах тепловых контактов. О возможности такого влияния свидетельствуют результаты некоторых работ, например в статье [9] показано, что кластеризация вершин и их взаимное расположение существенно влияют на электрическую контактную проводимость.

Рассмотрим разработанные модели шероховатости поверхности четырех типов: разноуровневые, стохастические, фрактальные и детерминированные. *Разноуровневые модели* берут начало, видимо, с работы Арчарда [10], где поверхность представляется полусферическими

выступами, на которых располагаются меньшие полусферические выступы, находящиеся на следующем уровне. Однако такая модель поверхности академична — неясно, как экспериментально определить на реальной шероховатой поверхности параметры выступов разных уровней.

Развитием этого направления исследования стало построение поверхностей с использованием синусоидальных моделей выступов по данным, полученным применением быстрого преобразования Фурье к результатам сканирования реальной поверхности [11].

*Стохастические модели* поверхности контакта представляют собой набор геометрических фигур, в случайном порядке разбросанных на плоскости. Например, в классической работе Гринвуда и Вильямсона [12] шероховатость состоит из сфер одинакового радиуса с высотами, случайно распределенными, например, по Гауссу или экспоненциально. Может быть использовано и близкое к нормальному распределение [13]. В работе [12] и затем в [14] принята гипотеза, заключающаяся в том, что по мере сближения поверхностей каждая вершина деформируется независимо от других, а на самом деле в процессе сжатия пятна сливаются, образуя сложные геометрические структуры [15].

Использование *фрактального* задания поверхностей в контактных задачах началось в 1991 г. [16, 17]. Фрактальные поверхности, несомненно, обладают статистическим афинным самоподобием структуры, однако достаточно ли этого для решения задач тепловой проводимости через контакт? Другими словами, передает ли такое статистическое самоподобие те свойства структуры, которые оказывают основное влияние на тепловую проводимость через контакт? Ведь часто самоподобие фрактальных поверхностей подтверждается сравнением для разных уровней шероховатости лишь статистического распределения высот вершин, шага вершин и радиуса скругления как основных статистических параметров, получаемых с профилеметров.

Неизвестно, отслеживается ли (и в какой мере отслеживается) моделями термомеханических контактов, основанными на фрактальных или стохастических моделях поверхностей, влияние взаимного расположения выступов шероховатости на тепловую контактную проводимость. Такая возможность появляется при использовании *детерминированных моделей* поверхностей, в которых однозначно задано расположение выступов на поверхности.

Детерминированные модели могут быть построены по различным алгоритмам [18, 19] или на основе прямых измерений поверхности образцов [20]. Последующая численная реализация конечно-элементных моделей контакта по таким моделям поверхностей имеет некоторые особенности [21–23].

Цель данной работы — исследование влияния расположения выступов на тепловую контактную проводимость на модельной двумерной задаче контакта двух тел. Рассматривались представительные элементы обоих тел, контактирующих плоскими поверхностями, которые были теплоизолированы, за исключением одного или двух пятен контакта. Для этих пятен задавались различные взаимное расположение и размеры. Зазор между контактирующими поверхностями отсутствовал. Задача теплопроводности решалась методом конечных элементов с использованием программы ANSYS. Проведение таких исследований на пространственных моделях затрудняет их высокая вычислительная стоимость, поэтому они запланированы на будущее.

**Постановка задачи.** Рассмотрим два расположенных на одной плоскости прямоугольных тела  $N$  и  $O$ , у которых линия соприкосновения друг с другом имеет длину 1 мм. Примем в модели три варианта расположения пятен контакта на линии соприкосновения. В первом варианте длина единственного пятна фактического контакта, расположенного на расстоянии  $a$  от левой границы тел (рис. 2), составляет 0,1 мм. Описание расположения пятен во втором и третьем вариантах приведено в следующем разделе. Материал обоих тел — алюминий АД1 с коэффициентом теплопроводности  $\lambda = 210$  Вт/(м · К), не зависящим от температуры.

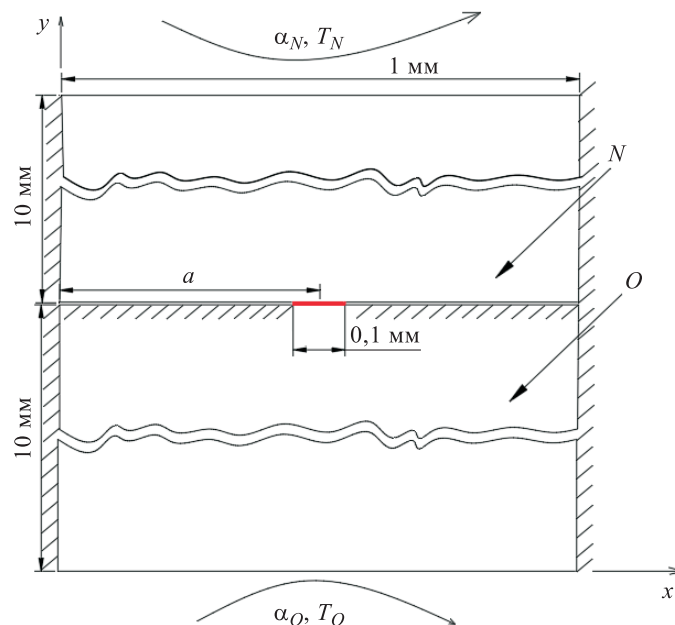


Рис. 2. Схема для первого варианта расчета проводимости через одно пятно фактического контакта

Тепловая граничная проводимость (проводимость Капицы)  $\alpha_T$  возникает из-за рассеяния, отражения и преломления носителей тепловой энергии на границе контактирующих тел даже из одинаковых материалов [4], а также вследствие атомарной шероховатости в зоне непосредственного контакта. При расчете величина проводимости  $\alpha_T$  задается параметром TCC программы ANSYS для контактных конечных элементов на пятнах контакта. В данной работе в качестве первого приближения принято, как и в [4],  $\alpha_T = 10^9$  Вт/(м<sup>2</sup> · К), что соответствует тепловой граничной проводимости для идеального контакта кремния [24]. Все поверхности тел, за исключением поверхностей непосредственного контакта, теплоизолированы.

Среда с постоянной температурой  $T_N$  равномерно действует на поверхность  $S_{1N}$ , а другая среда с постоянной температурой  $T_O$  равномерно действует на поверхность  $S_{1O}$ . Между телами и средами происходит конвективный теплообмен, интенсивность которого характеризуется коэффициентами теплоотдачи  $\alpha_N$  и  $\alpha_O$ . Условия теплообмена на поверхностях  $S_{1N}$  и  $S_{1O}$  постоянны по времени. Параметры теплообмена  $\alpha_N = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup> · К),  $T_N = 330$  К на  $S_{1N}$ ,  $\alpha_O = 1000$  Вт/(м<sup>2</sup> · К),  $T_O = 273$  К на  $S_{1O}$ . Высокие значения коэффициентов теплоотдачи выбраны для того, чтобы исключить возможные ошибки округления при вычислении программным комплексом поля температур. Передача теплоты излучением не учитывается.

По полученному полю температур можно вычислить тепловую проводимость через контакт  $\alpha_k$ , представляя модель как последовательное соединение тел  $N$  и  $O$  и непосредственно самого контакта. Термическое сопротивление модели  $R_M$  будет суммой термического сопротивления  $R_{NO}$  тел  $N$  и  $O$  и термического сопротивления контакта  $R$ :

$$R_M = R_{NO} + R, \quad (3)$$

где

$$R = \frac{1}{\alpha_k}. \quad (4)$$

Тогда

$$R_M = \frac{T_1 - T_2}{\alpha_N (T_N - T_1)}, \quad (5)$$

где  $T_1, T_2$  — среднее значение температуры на поверхностях  $S_{1N}$  и  $S_{1O}$ .

Значения температур определяются на верхней и нижней поверхностях тел, чтобы исключить перепады температуры вдоль линии контакта.

Термическое сопротивление тел  $N$  и  $O$  вычисляется по формуле

$$R_{NO} = \frac{2\delta}{\lambda}, \quad (6)$$

где  $\delta$  — высота каждого тела;  $\delta = 10$  мм.

Тепловую проводимость через контакт можно рассчитать с помощью выражения

$$\alpha_k = \left( \frac{T_1 - T_2}{\alpha_N (T_N - T_1)} - \frac{2\delta}{\lambda} \right)^{-1}. \quad (7)$$

Сеточное разбиение модели на конечные элементы вблизи зоны контакта приведено на рис. 3. Средний размер конечного элемента составлял приблизительно 0,01 мм. Сетка включает 203 043 конечных элемента типа PLANE77. Для пятна контакта использовались конечные элементы типа TARGE169 и CONTA172.

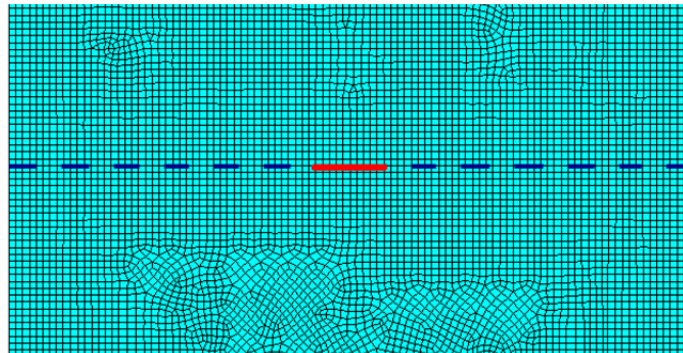


Рис. 3. Разбиение на конечные элементы модели вблизи зоны контакта (граница тел отмечена пунктирной линией, область фактического контакта — красной линией)

**Результаты.** Для первого варианта расположения пятен с единственным пятном контакта проведен цикл расчетов с различными значениями параметра  $a$  (см. рис. 2), характеризующего положение пятна контакта. Зависимость тепловой контактной проводимости от положения пятна фактического контакта (рис. 4) позволяет сделать вывод о том, что тепловая контактная проводимость изменяется более чем в 2 раза, тогда как площадь фактического контакта остается неизменной.

Второй вариант расположения пятен имеет два равных пятна фактического контакта (длиной по 0,1 мм), расположенных симмет-

рично относительно середины линии соприкосновения тел (рис. 5). Каждое пятно фактического контакта отстоит от ближайшей к нему боковой границы тела на расстояние  $b$ .

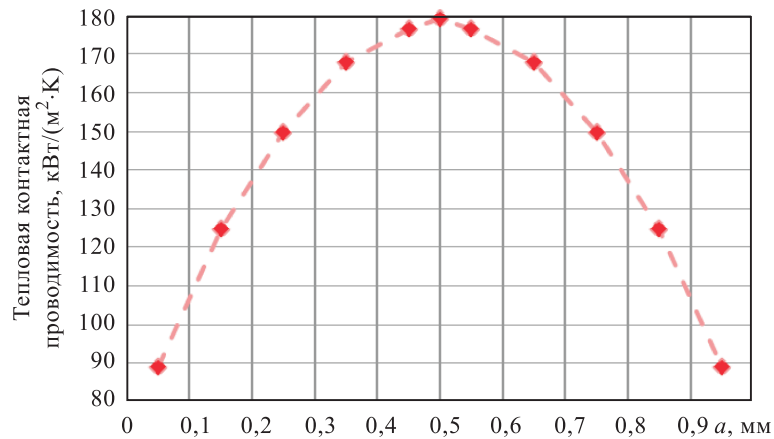


Рис. 4. Зависимость тепловой контактной проводимости при единственном пятне фактического контакта от его положения вдоль линии контакта

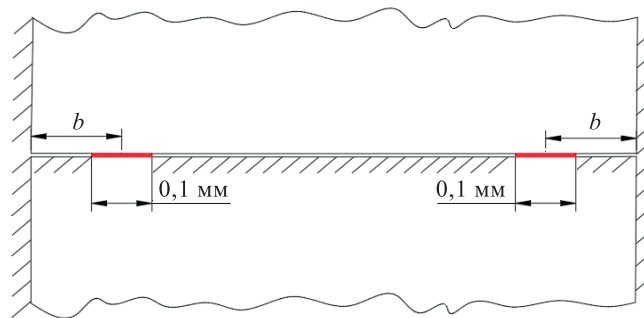
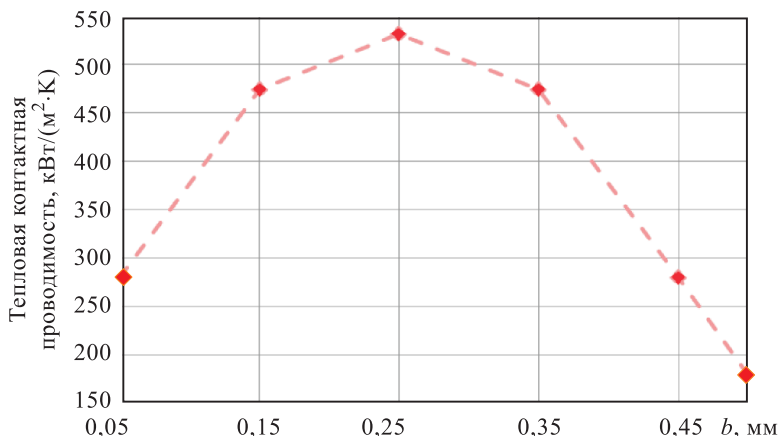


Рис. 5. Схема второго варианта с двумя симметрично расположенными пятнами фактического контакта

Результаты расчета зависимости тепловой контактной проводимости от положения центров пятен контакта на линии соприкосновения показаны на рис. 5. Получено, что тепловая контактная проводимость через одно пятно контакта размером 0,2 мм, расположенное в центре, равна проводимости через два пятна контакта по 0,1 мм каждое, находящихся на краях области. Минимальное значение тепловой контактной проводимости получено тогда, когда два пятна контакта накладываются одно на другое в центре модели. Величина принимает максимальное значение в случае, если два пятна контакта равноудалены и от концов линии соприкосновения тел, и от ее середины (рис. 6).

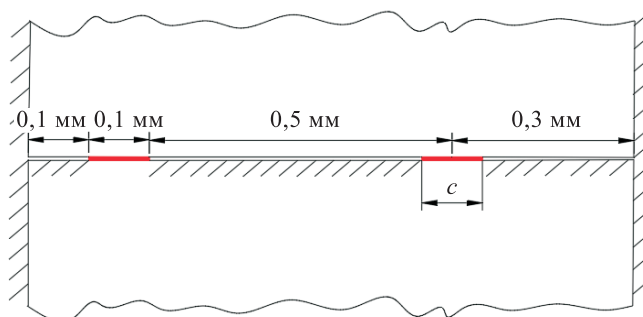


**Рис. 6.** Влияние расположения пятен контакта на тепловую контактную проводимость для второго варианта — двух симметрично расположенных пятна контакта

При сравнении результатов для первого и второго варианта модели (см. рис. 4 и 6) можно заметить, что тепловая контактная проводимость для одного пятна, находящегося в центре линии соприкосновения, при его увеличении в 2 раза — от 0,1 мм до 0,2 мм возрастает лишь на 50,2 %, что свидетельствует об отсутствии пропорциональности у зависимости  $\alpha_k$  от  $\varphi$ .

В третьем варианте модели было рассмотрено влияние появления дополнительного пятна фактического контакта на тепловую контактную проводимость. Первое пятно фактического контакта размером 0,1 мм расположено на расстоянии 0,1 мм от левой границы. Второе пятно, как и первое, не изменяет своего положения. Центр второго пятна находится на расстоянии 0,3 мм от правой границы тел (рис. 7). Размер второго пятна задан параметром  $c$ .

Для третьего варианта расположения пятен на рис. 8 приведен график зависимости тепловой контактной проводимости от размера второго пятна фактического контакта.



**Рис. 7.** Схема третьего варианта расположения пятен, в котором размер второго пятна изменяется



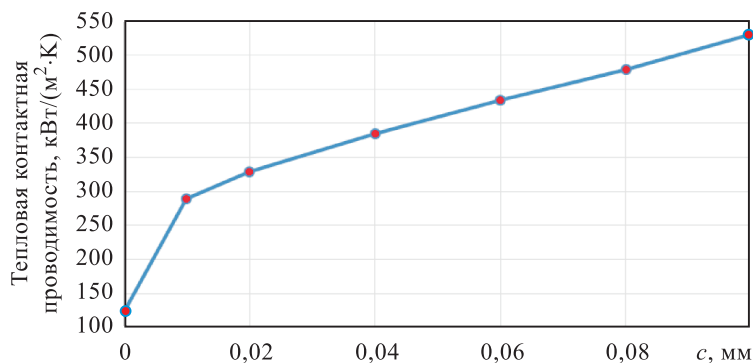


Рис. 8. Зависимость тепловой контактной проводимости от размера второго пятна фактического контакта

**Заключение.** Представлены исследования влияния расположения выступов на тепловую контактную проводимость. Задача теплового контакта двух тел решалась в двумерной постановке. Получены следующие результаты: тепловая контактная проводимость существенно зависит не только от площади фактического контакта, но и от расположения пятен фактического контакта в номинальной области контакта, причем тепловая контактная проводимость не пропорциональна  $\phi$ .

Проведенные расчеты показали, что для неизменных размеров областей фактического и номинального контакта тел тепловая контактная проводимость при изменении расположения пятна может изменяться в 2 раза. В то же время для неизменного положения пятна контакта увеличение его размера в 2 раза привело к возрастанию тепловой контактной проводимости лишь на 56,6 %.

Существенное влияние также имеет взаимное расположение пятен контакта. Для двух равных по размеру пятен фактического контакта при различном их расположении значение тепловой контактной проводимости различалось в 1,89 раза.

Наличие небольшого пятна в области контакта незначительно увеличивает площадь фактического контакта, но существенно изменяет величину тепловой контактной проводимости. Например, добавление второго пятна фактического контакта, размер которого в 10 раз меньше, чем первого, привело к увеличению тепловой контактной проводимости в 2,32 раза.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что для моделирования тепловой проводимости контактов требуются модели, учитывающие конфигурацию пятен фактического контакта, в том числе и пятен небольшого размера. Из существующих моделей контакта это позволяют сделать детерминированные модели, так как стохастические и фрактальные не отслеживают расположения выступов шероховатости и следовательно, пятен фактического контакта.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шлык Ю.П., Ганин Е.А., Царевский С.Н. *Контактное термическое сопротивление*. Москва, Энергия, 1977, 328 с.
- [2] Демкин Н.Б. *Контактирование шероховатых поверхностей*. Москва, Наука, 1970, 228 с.
- [3] Murashov M.V., Panin S.D. Modeling of thermal contact conductance. *Proceedings of the International Heat Transfer Conference IHTC-14*. Washington, DC, USA, 2010, vol. 6. pp. 387–392. DOI: 10.1115/IHTC14-22616
- [4] Thompson M.K. *A multi-scale iterative approach for finite element modelling of thermal contact resistance*. PhD thesis. Massachusetts Institute of Technology, 2007, vol. 100. <https://doi.org/10.1115/MNHT2008-52385>
- [5] Lee S., Jang Y.H., Kim W. Effects of nanosized contact spots on thermal contact resistance. *Journal of Applied Physics*, 2008, vol. 103. <https://doi.org/10.1063/1.2903450>
- [6] Ciavarella M., Delfino V., Demelio G. A “re-vitalized” Greenwood and Williamson model of elastic contact between fractal surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2006, no. 54, pp. 2569–2591. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2006.05.006>
- [7] Bahrami M., Yovanovich, M.M., Culham J.R. Thermal contact resistance at low contact pressure: Effect of elastic deformation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, no. 48 (16), pp. 3284–3293. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.02.033>
- [8] Murashov M.V. Temperature field simulation of gyro unit-platform assembly accounting for thermal expansion and roughness of contact surfaces. *Advances in Artificial Systems for Medicine and Education II*, 2020, vol. 902, pp. 601–616. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-12082-5\\_55](https://doi.org/10.1007/978-3-030-12082-5_55)
- [9] Greenwood J.A. Constriction resistance and the real area of contact. *British Journal of Applied Physics*, 1966, no. 17 (12), pp. 1621–1632. <https://doi.org/10.1088/0508-3443/17/12/310>
- [10] Archard J.F. Elastic deformation and the laws of friction. *Proceedings of the Royal Society. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1957, no. 243 (1233), pp. 190–205. <https://doi.org/10.1098/rspa.1957.0214>
- [11] Jackson R.L., Streater J.L. A multi-scale model for contact between rough surfaces. *Wear*, 2006, no. 261, pp. 1337–1347. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2006.03.015>
- [12] Greenwood J.A., Williamson J.B.P. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1966, no. 295, pp. 300–319. <https://doi.org/10.1098/rspa.1966.0242>
- [13] Zhang X., Cong P., Fujiwara S., Fujii M. A new method for numerical simulation of thermal contact resistance in cylindrical coordinates. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004, no. 47 (5), pp. 1091–1098. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.04.001>
- [14] Bush A.W., Gibson R.D., Thomas T.R. The elastic contact of a rough surface. *Wear*, 1975, vol. 35, pp. 87–111. [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(75\)90145-3](https://doi.org/10.1016/0043-1648(75)90145-3)
- [15] Greenwood J.A. A note on Nayak’s third paper. *Wear*, 2007, vol. 262, pp. 225–227.
- [16] Majumdar A., Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces. *Journal of Tribology*, 1991, no. 113 (1), pp. 1–11. <https://doi.org/10.1115/1.2920588>
- [17] Бородич Ф.М., Мосолов А.Б. Фрактальный контакт твердых тел. *Журнал технической физики*, 1991, т. 61, № 9, с. 50–54.

- [18] Мурашов М.В., Панин С.Д. Моделирование термического контактного сопротивления. *Труды пятой Российской национальной конференции по теплообмену. Т. 7. Москва, 25–29 октября 2010*. Москва, Издательский дом МЭИ, 2010, с. 142–145.
- [19] Murashov M.V., Panin S.D. Numerical modelling of contact heat transfer problem with work hardened rough surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, no. 90, pp. 72–80.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.06.024>
- [20] Thompson M.K., Thompson J.M. Considerations for the incorporation of measured surfaces in finite element models. *Scanning*, 2010, no. 32 (4), pp. 183–198.
- [21] Мурашов М.В., Панин С.Д. Особенности численного решения задачи контактного деформирования шероховатых тел в ANSYS. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2016, № 1, с. 129–142.  
DOI: 10.18698/0236-3933-2016-1-129-142
- [22] Мурашов М.В. Выбор параметров вычислительных алгоритмов при решении задачи контактного деформирования шероховатых тел в ANSYS. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2016, № 1, с. 111–121. DOI: 10.18698/1812-3368-2016-1-111-121
- [23] Мурашов М.В., Панин С.Д. Особенности конечно-элементного решения задачи определения площади фактического контакта шероховатых тел. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2016, № 4, с. 19–32. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-4-19-32
- [24] Cahill D.G., Ford W., Goodson K., Mahan G.D. Nanoscale thermal transport. *Journal of Applied Physics*, 2003, no. 93 (2), pp. 793–818.  
<https://doi.org/10.1063/1.1524305>

Статья поступила в редакцию 16.02.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Мурашов М.В., Голубцова Е.С. Влияние расположения пятен контакта на тепловую контактную проводимость. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 3. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-3-2159>

**Мурашов Михаил Владимирович** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Компьютерные системы автоматизации производства» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных трудов. Область научных интересов: вычислительная контактная механика, теплопроводность, решение задач механики с подвижными границами, моделирование акустики помещений. e-mail: [murashov@bmstu.ru](mailto:murashov@bmstu.ru)

**Голубцова Екатерина Сергеевна** — студентка 6-го курса кафедры «Защита информации» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: компьютерное моделирование задач механики сплошной среды. e-mail: [golubeka@bmstu.ru](mailto:golubeka@bmstu.ru)

## Influence of the location of contact spots on thermal contact conductance

© M.V. Murashov, E.S. Golubtsova

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow 105005, Russia

*Among the currently widespread fractal and stochastic models of thermal contacts, the location of contact spots formed from the interaction of roughness protrusions is not tracked in any way. Based on the results of the numerical solution of three model two-dimensional problems of thermal contact using simulation in the ANSYS finite element analysis software system, a significant effect of the location of these spots in the nominal contact area on thermal contact conductance was determined. It is shown that thermal contact conductance is not proportional to the number of actual contacts or the fraction of the actual contact area in the nominal area. As a result of the work, conclusions were drawn that even small spots of actual contact significantly change the thermal contact conductivity. Of the existing contact models, this phenomenon can be taken into account by deterministic models, since stochastic and fractal ones do not track the location of spots.*

**Keywords:** thermal contact conductance, thermal conductivity, roughness, ANSYS

### REFERENCES

- [1] Shlykov Yu.P., Ganin E.A., Tsarevsky S.N. *Kontaktnoe termicheskoe soprotivlenie* [Contact thermal resistance]. Moscow, Energia Publ., 1977, 328 p.
- [2] Demkin N.B. *Kontaktirovanie sherohovatih poverhnostey* [Contacting of the rough surfaces]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 228 p.
- [3] Murashov M.V., Panin S.D. Modeling of thermal contact conductance. *Proceedings of the International Heat Transfer Conference IHTC-14*, Washington, DC, USA, 2010, vol. 6, pp. 387–392. DOI: 10.1115/IHTC14-22616
- [4] Thompson M.K. *A multi-scale iterative approach for finite element modelling of thermal contact resistance. PhD thesis*. Massachusetts Institute of Technology, 2007, vol. 100. <https://doi.org/10.1115/MNHT2008-52385>
- [5] Lee S., Jang Y.H., Kim W. Effects of nanosized contact spots on thermal contact resistance. *Journal of Applied Physics*, 2008, vol. 103. <https://doi.org/10.1063/1.2903450>
- [6] Ciavarella M., Delfino V., Demelio G. A “re-vitalized” Greenwood and Williamson model of elastic contact between fractal surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2006, no. 54, pp. 2569–2591. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2006.05.006>
- [7] Bahrami M., Yovanovich, M.M., Culham J.R. Thermal contact resistance at low contact pressure: Effect of elastic deformation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, no. 48 (16), pp. 3284–3293. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.02.033>
- [8] Murashov M.V. Temperature field simulation of gyro unit-platform assembly accounting for thermal expansion and roughness of contact surfaces. *Advances in Artificial Systems for Medicine and Education II*, 2020, vol. 902, pp. 601–616. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-12082-5\\_55](https://doi.org/10.1007/978-3-030-12082-5_55)
- [9] Greenwood J.A. Constriction resistance and the real area of contact. *British Journal of Applied Physics*, 1966, no. 17 (12), pp. 1621–1632. <https://doi.org/10.1088/0508-3443/17/12/310>

- [10] Archard J.F. Elastic deformation and the laws of friction. *Proceedings of the Royal Society. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1957, no. 243 (1233), pp. 190–205. <https://doi.org/10.1098/rspa.1957.0214>
- [11] Jackson R.L., Streater J.L. A multi-scale model for contact between rough surfaces. *Wear*, 2006, no. 261, pp. 1337–1347. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2006.03.015>
- [12] Greenwood J.A., Williamson J.B.P. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1966, no. 295, pp. 300–319. <https://doi.org/10.1098/rspa.1966.0242>
- [13] Zhang X., Cong P., Fujiwara S., Fujii M. A new method for numerical simulation of thermal contact resistance in cylindrical coordinates. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004, no. 47 (5), pp. 1091–1098. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.04.001>
- [14] Bush A.W., Gibson R.D., Thomas T.R. The elastic contact of a rough surface. *Wear*, 1975, 35, pp. 87–111. [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(75\)90145-3](https://doi.org/10.1016/0043-1648(75)90145-3)
- [15] Greenwood J.A. A note on Nayak's third paper. *Wear*, 2007, no. 262, pp. 225–227.
- [16] Majumdar A., Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces. *Journal of Tribology*, 1991, no. 113 (1), pp. 1–11. <https://doi.org/10.1115/1.2920588>
- [17] Borodich F.M., Mosolov A.B. Fractal contact of solids. *Journal of Technical Physics*, 1991, vol. 61, pp. 50–54.
- [18] Murashov M.V., Panin S.D. Modelirovanie termicheskogo contactnogo soprotivleniya [Modelling of thermal contact resistance]. *Trudi pyatoy Rossiyskoy nacionalnoy konferencyy po teploobmenu, Vol. 7. Moskva, 25-29 oktyabrya 2010* [Proceedings of The Fifth Russian national conference on heat transfer, Moscow, 25–29 October 2010]. Moscow, Izdatelskiy dom MEI Publ., 2010, pp. 142–145.
- [19] Murashov M.V., Panin S.D. Numerical modelling of contact heat transfer problem with work hardened rough surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, no. 90, pp. 72–80. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.06.024>
- [20] Thompson M.K., Thompson J.M. Considerations for the incorporation of measured surfaces in finite element models. *Scanning*, 2010, no. 32 (4), pp. 183–198.
- [21] Murashov M.V., Panin S.D. Numerical solution features for contact deformation problem of rough bodies in ANSYS. *Vestnik Moskovskogo Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Seriya Priborostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng. Series*, 2016, no. 1, pp. 129–142. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-1-129-142
- [22] Murashov M.V. Selection of parameters for computational algorithms while solving the problem of rough bodies contact with ANSYS. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Seriya Estestv. Nauki — Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sciences Series*, 2016, no. 1, pp. 111–121. DOI: 10.18698/1812-3368-2016-1-111-121
- [23] Murashov M.V., Panin S.D. Features of a Finite Element Solution to Calculating Real Contact Area of Rough Bodies. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Seriya Priborostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng. Series*, 2016, no. 4, pp. 19–32. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-4-19-32
- [24] Cahill D.G., Ford W., Goodson K., Mahan G.D. Nanoscale thermal transport. *Journal of Applied Physics*, 2003, no. 93 (2), pp. 793–818. <https://doi.org/10.1063/1.1524305>

**Murashov M.V.**, Dr. Sc. (Eng.), professor, Department of Computer Systems of Manufacturing Automation, Bauman Moscow State Technical University; author of more than 50 scientific papers. Research interests: computational contact mechanics, thermal conductivity, mechanics with moving boundaries, room acoustics modelling.  
e-mail: murashov@bmstu.ru

**Golubtsova E.S.**, a graduate student of 6<sup>th</sup> year, Department of Information Protection, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: computational continuum mechanics. e-mail: golubeka@bmstu.ru