

## Поперечный изгиб заготовки прямоугольного сечения при больших пластических деформациях

© Б.В. Букеткин, Н.А. Жуков, А.А. Ширшов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 1005005, Россия

*Технологическая операция гибки широко применяется при изготовлении различных деталей — как стержневых, например пружин различного вида, так и оболочечных, например обечайки и днища нефтехимических аппаратов, корпуса судов, автомобилей и др. При этом возникают максимальные пластические деформации, величина которых варьирует в широком диапазоне и может значительно превосходить упругие деформации. Независимо от уровня максимальных деформаций, в изделии возникают остаточные напряжения, влияющие на его работоспособность. Представлено исследование свободного трехточечного изгиба заготовки прямоугольного поперечного сечения, проведенное при различных отношениях радиуса контактирующей цилиндрической поверхности пуансона к высоте заготовки, а также при разных отношениях ширины заготовки к ее высоте. В качестве материала заготовки выбрана низкоуглеродистая сталь с реальной (не аппроксимированной) диаграммой деформирования. Методом конечных элементов проведено численное исследование напряженного состояния остаточных напряжений и изменения формы поперечного сечения.*

**Ключевые слова:** поперечный изгиб, пластические деформации, остаточные напряжения, диаграмма деформирования

**Введение.** При изготовлении различных деталей, в частности стержневых, например пружин различного вида, и оболочечных, например обечаек и днищ нефтехимических аппаратов, корпусов судов, автомобилей и др., широко применяют технологическую операцию гибки. При этом возникают максимальные пластические деформации, варьирующиеся в широких пределах и значительно превосходящие упругие деформации. В тех случаях когда максимальные пластические деформации соизмеримы с упругими деформациями, материал рассматривают как упругопластический. Так, для частных случаев упругопластический изгиб стержня (плоское деформированное состояние) и листа (плоское деформированное состояние) с аппроксимированным упрочнением были получены аналитические и полуаналитические решения задачи [1–7].

Если максимальные пластические деформации более чем на порядок превышают упругие деформации, то материал рассматривают как жесткопластическое тело и не учитывают упругие деформации [5]. Более общие решения получены численным способом, например методом конечных элементов с аппроксимацией диаграммы деформирования линейной, степенной или кусочно-линейной

функцией, которая более точно отражает реальную диаграмму деформирования [1, 8–10]. Независимо от уровня максимальных пластических деформаций в изделии возникают остаточные напряжения, которые могут оказывать существенное влияние на его работоспособность, поэтому расчетные методы их определения, дающие достаточно достоверные сведения, имеют большое значение [11–16].

Цель данной работы — проведение исследований напряженного состояния, изменения формы поперечного сечения и остаточных напряжений на примере свободного трехточечного изгиба заготовки с прямоугольным поперечным сечением из материала с реальной (не аппроксимированной) диаграммой деформирования при больших (выше 20 %) пластических деформациях. Исследования проведены численно с использованием метода конечных элементов (МКЭ) пакета прикладных программ ANSYS R17.0 Academic [17] при различных отношениях радиуса контактирующей цилиндрической поверхности пуансона  $R$  к высоте заготовки  $H$  и отношениях ширины  $B$  заготовки к ее высоте  $H$ .

**Расчетная модель.** Такая модель свободного изгиба заготовки (стержня) показана в аксонометрической проекции на рис. 1. Плоскостями симметрии  $XU$  и  $YZ$  вырезана четвертая часть стержня и пуансона. Начало координат помещено в плоскости симметрии  $XU$  на линии контакта стержня и опоры. На нижней поверхности опоры запрещены вертикальные перемещения, а в плоскостях симметрии  $XU$  и  $YZ$  использованы симметричные граничные условия. Поскольку интерес представляет зона стержня под пуансоном, то была использована неравномерная сетка со сгущением в зонах контакта пуансон — стержень и опора — стержень и более крупная сетка — в центральной части, которая на рис. 1 отделена тонкими линиями от контактных зон. Такой подход позволил использовать достаточно мелкую сетку, которая обеспечила требуемую точность результатов при малом времени счета одного варианта. При расчете использованы тетраэдральные квадратичные элементы SOLID186 и учтены большие перемещения. Нагружение осуществлялось заданием вертикального перемещения  $U_y$  верхней плоскости пуансона (кинематическое нагружение).

В качестве материала заготовки выбрана низкоуглеродистая сталь типа стали 20 с упрочнением. Материал опор и пуансона — высокопрочная сталь. Диаграмма деформирования заготовки с начальным участком в увеличенном масштабе по оси деформаций показана на рис. 2.

Расчеты проведены для трех значений отношения ширины заготовки к ее высоте ( $B/H = 1; 2; 4$ ) при постоянной длине заготовки, равной  $10H$ . Для исследования изменений остаточных напряжений и контактного давления проведены расчеты при различных значениях

перемещения пуансона  $U_y$  — от  $-0,1H$  до  $-1,2H$ . Во всех вариантах расчетов форма и размеры элементов в плоскости  $XU$  заготовки оставались без изменений. При увеличении отношения  $B/H$  в 2 и 4 раза число элементов вдоль оси  $Z$  также увеличивали. При изменении отношения  $R/H$  размеры элементов вдоль цилиндрической поверхности пуансона изменяли таким образом, чтобы контактирующие узлы имели, если возможно, одинаковые координаты  $x_n$ . Были рассмотрены три отношения  $R/H$ , равные 0,5; 1; 1,5.

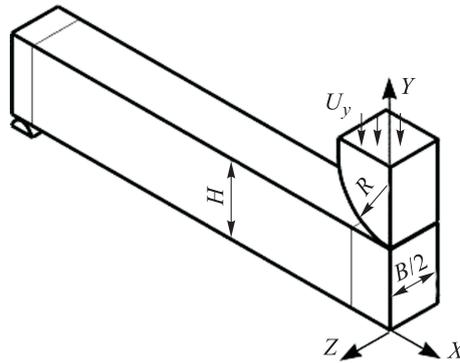


Рис. 1. Схема расчетной модели трехточечного изгиба

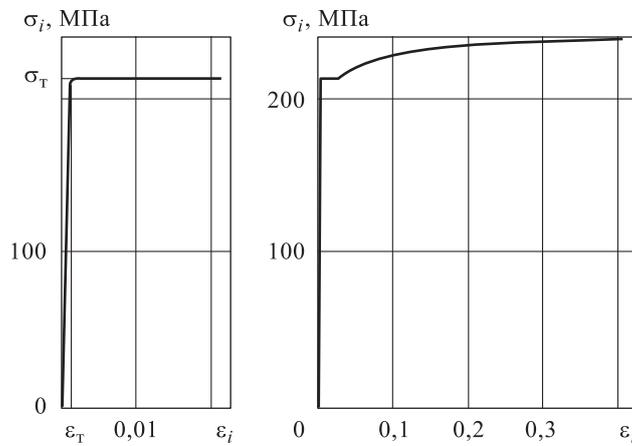


Рис. 2. Диаграмма деформирования с начальным участком в увеличенном масштабе (слева), использованная при расчетах

**Результаты расчетов.** Наибольший интерес представляет срединная область заготовки — зона контакта, т. е. зона максимальных деформаций. На рис. 3–6 на примере изгиба заготовки с отношением  $B/H = 1$  при максимальных растягивающих деформациях  $\epsilon_x = 0,18$  показаны поля напряжений в плоскостях симметрии.

Распределение напряжений  $\sigma_x$  в плоскости  $XU$  представлено на рис. 3. На удалении от плоскости симметрии  $YZ$  примерно на половину

высоты ( $H/2$ ) распределение напряжений становится характерным для изгиба, т.е. линейным по высоте сечения и по длине. Как известно, в среднем поперечном сечении при больших пластических деформациях упругая область практически исчезает, и изменение знака напряжений происходит в узкой области, включающей нейтральный слой, с очень большим градиентом [5] с нелинейным распределением напряжения по сечению. На характер распределения напряжений в зоне сжатия влияет контакт с пуансоном.

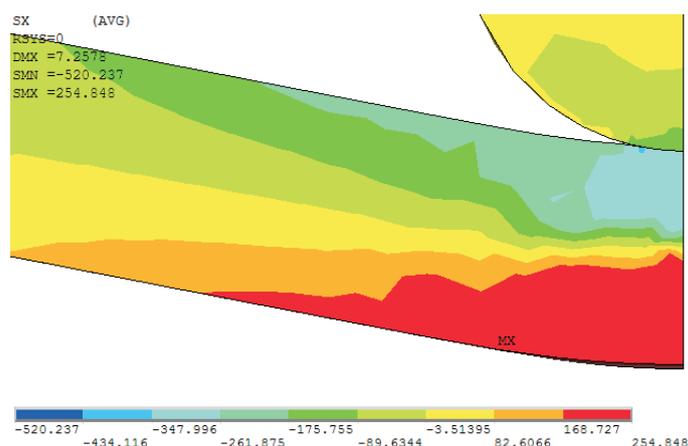


Рис. 3. Распределение напряжений  $\sigma_x$  в плоскости симметрии при максимальной деформации  $\epsilon_x = 0,18$

При пластическом изгибе стержня поперечное сечение принимает форму трапеции с искривленными сторонами. Вследствие этого становится неравномерным распределение напряжений в направлении, перпендикулярном плоскости изгиба (вдоль оси  $Z$  на рис. 1). Уже при небольших пластических деформациях (примерно 2...3 %) контакт между заготовкой и пуансоном осуществляется не по всей длине образующей пуансона. Это хорошо демонстрируют поля напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , и  $\sigma_z$  в плоскостях симметрии, приведенные на рис. 4.

Анализ полученных полей напряжений  $\sigma_x$  (рис. 4, а) позволяет сделать вывод о том, что в плоскости  $YZ$  в зоне растяжения напряжения вдоль оси  $Z$  распределены равномерно, в то время как под пуансоном они изменяются от  $-330$  до  $-235$  МПа. Еще отчетливее видна неравномерность распределения напряжений  $\sigma_y$  на рис. 4, б. Сгущение линий уровня напряжений в центральной части деформированной заготовки свидетельствует о высоком градиенте напряжений около нейтрального слоя.

Напряжения  $\sigma_z$  в центральной части деформированной заготовки достигают довольно больших значений, сравнимых с величиной  $\sigma_x$ , что показано на рис. 4, в. Отметим, что максимальные по модулю

значения напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , и  $\sigma_z$  оказываются не в плоскости симметрии, а на некотором отдалении от нее, на границе контакта заготовки с пуансоном, где они составляют 380, 230 и 160 МПа соответственно.

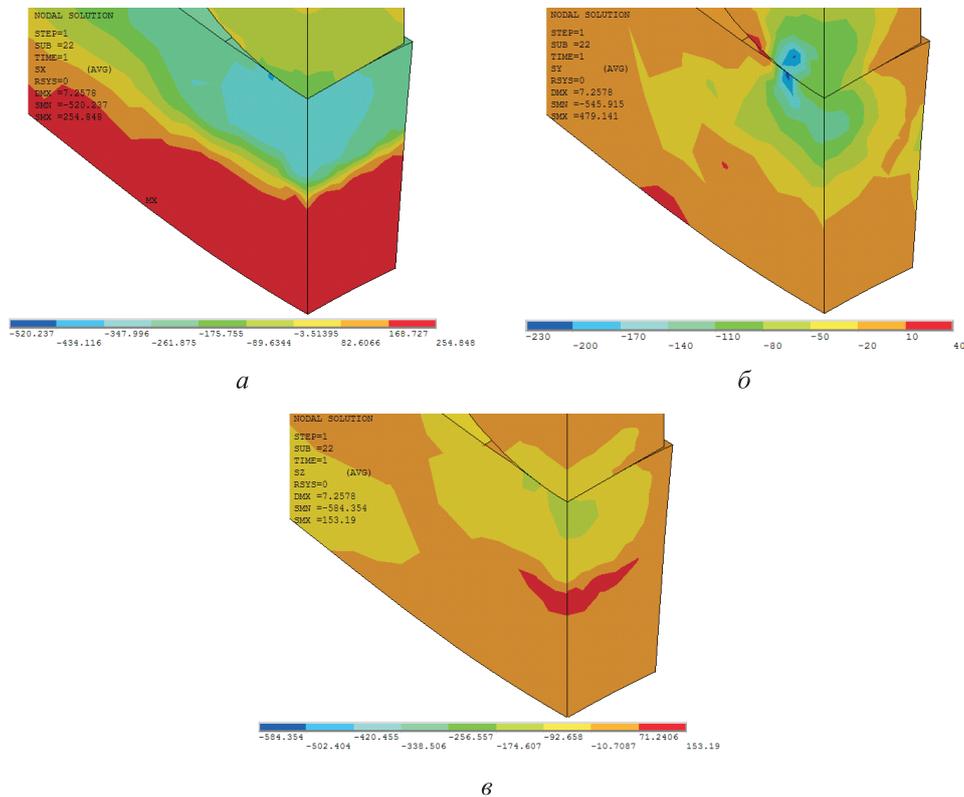
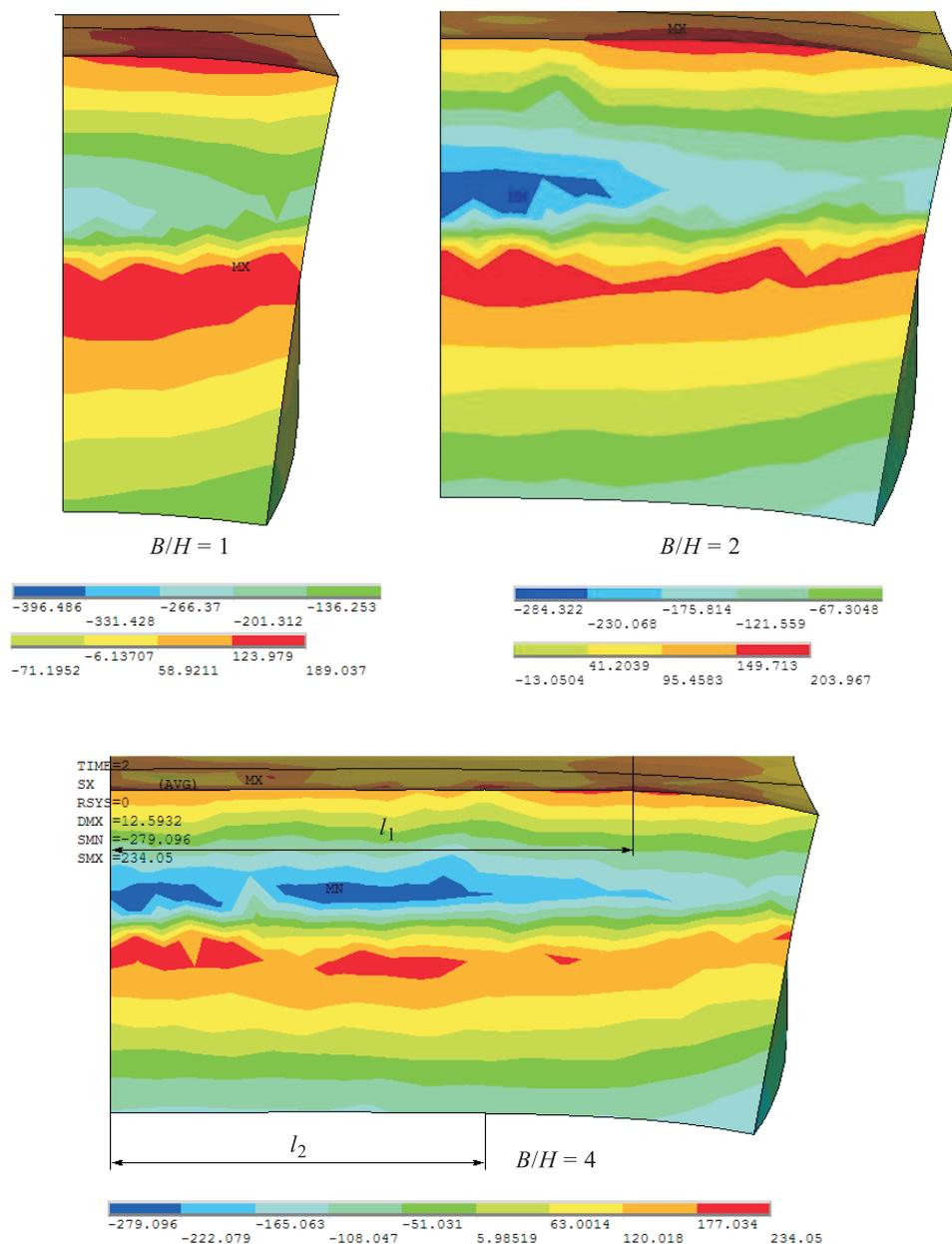


Рис. 4. Поля напряжений  $\sigma_x$ (а),  $\sigma_y$ (б),  $\sigma_z$ (в) в плоскостях симметрии XY и YZ

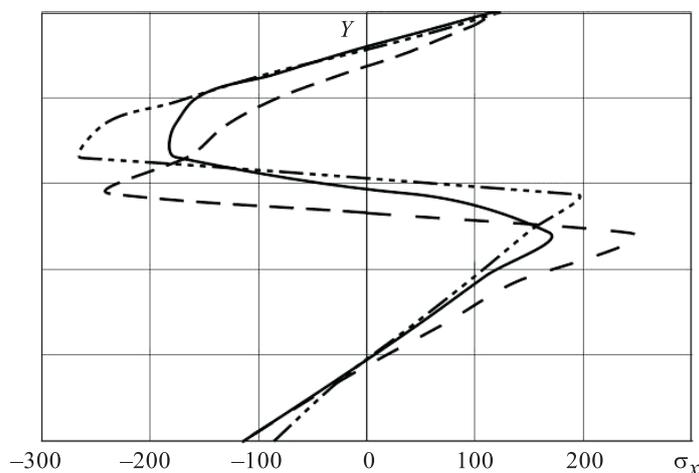
**Изменение формы поперечного сечения.** Для трех вариантов отношения ширины заготовки к ее высоте при одинаковом заданном вертикальном перемещении пуансона  $|U_y| = 1,2H$  на рис. 5 показано, как изменяются формы поперечного сечения. Вследствие симметрии приведена половина сечения, под которым указаны значения отношения  $B/H$ . При сравнении представленных на рис. 5 форм видно, что средний наклон боковых сторон не зависит от отношения  $B/H$ . По расчетам наклон практически пропорционален максимальной деформации в продольном направлении.

На рис. 5 также показано распределение остаточных напряжений. Максимальные растягивающие напряжения возникают либо в верхней части сечения в окрестности нарушения контакта между пуансоном и заготовкой, либо в середине сечения вблизи нейтрального слоя.



**Рис. 5.** Формы поперечного сечения после перемещения пуансона  $|U_y| = 1,2H$  и поля остаточных напряжений  $\sigma_x$  для деталей с отношением  $B/H$ , равным 1; 2; 4

В качестве примера на рис. 6 приведено распределение остаточных напряжения  $\sigma_x$  вдоль линии, являющейся пересечением плоскостей симметрии. Согласно данным на графиках, в поверхностных слоях сечения напряжения практически не зависят от степени изгиба заготовки и составляют примерно половину предела текучести материала ( $\sigma_T = 220$  МПа).



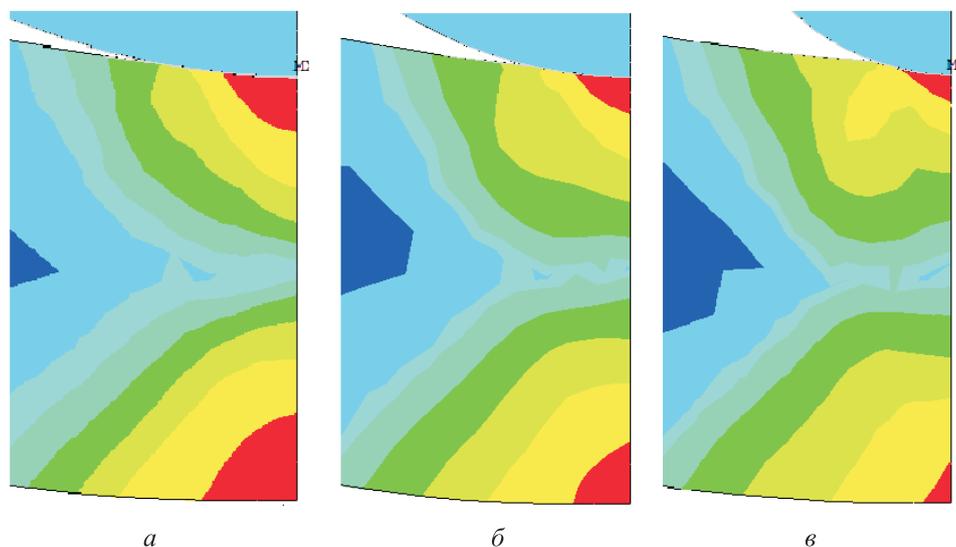
**Рис. 6.** Распределение остаточных напряжений вдоль прямой ( $X = 0, Z = 0, Y — var$ ) для трех значений вертикального перемещения пуансона  $U_y$ :  
 - - -  $U_y = -0,1H$ ; — — —  $U_y = -0,7H$ ; ..... —  $U_y = -1,2H$

В центральной части сечения при переходе через нейтральный слой происходит смена знака напряжения с очень большим градиентом. При этом нейтральный слой смещается в область сжатия [5] и величина смещения возрастает с увеличением максимальных пластических деформаций. Напряжения разгрузки из-за кривизны детали изменяются по сечению нелинейно, но более равномерно, чем при деформировании, поэтому в этой зоне остаточные напряжения оказываются значительно выше, чем на краях сечения. Следует отметить, что у упрочняющихся материалов они могут превышать предел текучести материала.

Положение нейтрального слоя на рис. 6 соответствует нулевым напряжениям в центральной части сечения.

Поля интенсивности пластических деформаций  $\epsilon_i$  в середине деформированной заготовки под пуансоном для трех различных значений радиуса его цилиндрической поверхности ( $0,5H, H$  и  $1,5H$ ) приведены на рис. 7. Максимальные значения интенсивности деформаций равны  $0,29$ . Светло-синее поле соответствует значениям  $\epsilon_i$  от нуля до  $1\%$ . В середине  $\epsilon_i$  составляет  $2...4\%$  и практически не зависит от радиуса пуансона. Это подтверждает тот факт, что в процессе пластического изгиба вследствие смещения нейтрального слоя в зону сжатия происходят разгрузка и последующее нагружение другого знака — растяжение с напряжениями, превышающими предел текучести.

На основании расчетов установлено, что с увеличением кривизны заготовки в зоне деформирования контактное давление в ее среднем сечении уменьшается и при определенном его значении деформация исчезает. Причем это происходит тем раньше, чем больше отношение радиуса пуансона к высоте заготовки ( $R/H$ ).



**Рис. 7.** Поля интенсивности пластических деформаций  $\epsilon_i$  при различных значениях радиуса пуансона  $R$ , равного  $1,5H$  (а),  $H$  (б),  $0,5H$  (в)

**Заключение.** При плоском изгибе заготовки, высота которой меньше ее ширины, в очаге деформирования напряженное состояние трехосное, причем в плоскости симметрии все главные напряжения по модулю соизмеримы, а продольные напряжения по ширине заготовки практически постоянны.

Искривление боковых сторон прямоугольной заготовки практически пропорционально максимальной продольной деформации  $\epsilon_x$ , отношение угла наклона стороны  $\alpha$  в радианах к  $\epsilon_x$  составляет примерно 0,62; 0,65 и 0,70 для заготовок с отношением  $B/H$ , равным 1; 2 и 4 соответственно и почти не зависит от отношения  $B/H$ . Центральная часть поперечного сечения широкой заготовки ( $B > 1,5H$ ) остается прямоугольной с размерами  $l_1$  и  $l_2$  (см. рис. 5).

Максимальные растягивающие остаточные напряжения, возникающие в центральной части сечения, могут превышать предел текучести упрочняющихся материалов. На поверхности заготовки в зоне контакта с пуансоном (в верхней части сечения) растягивающие остаточные напряжения составляют примерно половину предела текучести независимо от степени изгиба (максимальной продольной деформации).

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Başar Y., Itskov M. Constitutive model and finite element formulation for large strain elasto-plastic analysis of shells. *Computational mechanics*, 1999, vol. 23, no. 5, pp. 466–481.
- [2] Štok B., Halilović M. Analytical solutions in elasto-plastic bending of beams with rectangular cross section. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, vol. 33, no. 3, pp. 1749–1760.

- [3] Бакушев С.В. Упругопластический поперечный изгиб стержня в условиях ограниченной пластической деформации. *Дороги и мосты*, 2013, № 2 (30), с. 187–203.
- [4] Холодарь Б.Г. Изгиб упругопластического стержня. *Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура*, 2017, № 1 (103), с. 126–128.
- [5] Малинин Н.Н. *Прикладная теория пластичности и ползучести*. 3-е изд. доп. Москва, Юрайт, 2019, 401 с.
- [6] Александров С.Е., Пирумов А.Р. Влияние пластических свойств материалов на геометрические параметры процесса при чистом изгибе двухслойной полосы. *Вестник Московского государственного университета приборостроения и информатики. Серия: Машиностроение*, 2014, № 51, с. 39–45.
- [7] Zhu H.X. Large deformation pure bending of an elastic plastic power-law-hardening wide plate: Analysis and application. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2007, vol. 49, no. 4, pp. 500–514.
- [8] Бурлаков И.А., Забелян Д.М., Шагов И.А., Бондаренко А.К., Гладков Ю.А. Изготовление деталей типа плоских пружин с применением метода гибки ленты на ребро. *Заготовительные производства в машиностроении*, 2013, № 6, с. 17–20.
- [9] Burkov P.V., Volosatova T.M., Knyazeva S.V. Sheet metal bending plastic deformation simulation using computer aided design system. *Journal of Advanced Research in Natural Science*, 2020, no. 11, pp. 43–47.
- [10] Nilsson A., Melin L., Magnusson C. Finite-element simulation of V-die bending: a comparison with experimental results. *Journal of Materials Processing Technology*, 1997, vol. 65, no. 1–3, pp. 52–58.
- [11] Huh H., Kim S.H. Stress evaluation with numerical integration schemes in finite element analysis of elastic-plastic bending. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 2000, vol. 16, no. 11, pp. 755–767.
- [12] Zhang Z. Theoretical prediction for maximum residual cross-sectional deformation of thin-walled cylindrical steel tubes under pure plastic bending. *Thin-Walled Structures*, 2018, vol. 133, pp. 120–133.
- [13] Korsunsky A.M., Withers P.J. Plastic bending of a residually stressed beam. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, vol. 34, no. 16, pp. 1985–2002.
- [14] Franceschi A., Kaffenberger M., Schork B., Hoche H., Oechsner M., Groche P. Observations on the stability of the residual stresses after cold forming and uni-directional loading. *Production Engineering*, 2019, vol. 13, no. 2, pp. 157–167.
- [15] Файрушин А.М., Маркелов Д.А., Марченко И.А. Исследование закономерностей возникновения остаточных напряжений в листовом металле после операций гибки в холодном состоянии. *Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело»*, 2020, № 4, с. 74–84.
- [16] Чукин М.В., Полецков П.П., Алексеев Д.Ю., Бережная Г.А., Гущина М.С. Исследование способности высокопрочной стали к пластической деформации при изгибе на угол 90°. *Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии*, 2016, т. 9, № 8, с. 1326–1332.
- [17] ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS I. ANSYS® Academic Research. *ANSYS CFX-Solver Modeling Guide*, 2013, vol. 15317, pp. 448–451.

Статья поступила в редакцию. 11.01.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Букеткин Б.В., Жуков Н.А., Ширшов А.А. Поперечный изгиб заготовки прямоугольного сечения при больших пластических деформациях. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 2.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-2-2150>

**Букеткин Борис Васильевич** — ст. преподаватель кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 30 научных работ. Сфера научных интересов: экспериментальное исследование материалов и конструкций.  
e-mail: [buketkin-boris@yandex.ru](mailto:buketkin-boris@yandex.ru)

**Жуков Никита Александрович** — ст. преподаватель кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 10 научных работ. Сфера научных интересов: динамика нелинейных систем, механика технологических процессов.  
e-mail: [jukov.n@yandex.ru](mailto:jukov.n@yandex.ru)

**Ширшов Анатолий Артемович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов — расчеты в пределах и за пределами упругости; автор более 100 научных работ.  
e-mail: [chirchovaa@mail.ru](mailto:chirchovaa@mail.ru)

## **Transverse bending of a rectangular workpiece at large plastic deformations**

© B.V. Buketkin, N.A. Zhukov, A.A. Shirshov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The technological operation of bending is widely used in the manufacture of various parts — both rod parts, for example, springs of various types, and shell parts, for example, shells and bottoms of petrochemical apparatuses, ship hulls, automobiles, etc. The maximum plastic strains that arise in this case vary over a wide range and can reach quite large values, significantly exceeding the elastic strains. Regardless of the maximum deformation levels, residual stresses occur in the product, affecting its performance. The study of free three-point bending of a workpiece with a rectangular cross section was carried out at different ratios of the radius of the punch contacting cylindrical surface to the height of the workpiece as well as at different ratios of the width to the height of the workpiece. The workpiece material is low-carbon steel with a real (not approximated) deformation diagram. Stress state, cross-sectional shape change and residual stresses are numerically investigated using the finite element method.*

**Keywords:** *transverse bending, plastic deformations, residual stresses, deformation diagram*

### REFERENCES

- [1] Bařar Y., Itskov M. *Computational mechanics*, 1999, vol. 23, no. 5, pp. 466–481.
- [2] řtok B., Halilovič M. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, vol. 33, no. 3, pp. 1749–1760.
- [3] Bakushev S.V. *Dorogi i mosty — Roads and Bridges*, 2013, no. 2 (30), pp. 187–203.
- [4] Kholodar B.G. *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura — Vestnik of the Brest State Technical University. Construction and architecture*, 2017, no. 1 (103), pp. 126–128.
- [5] Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow, Yurayt Publ., 2019, 401 p.
- [6] Aleksandrov S.E., Pirumov A.R. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo universiteta priborostroyeniya i informatiki. Seriya: Mashinostroyeniye (Vestnik of Moscow State University of Instrument Engineering and Computer Science Series: Mechanical Engineering)*, 2014, no. 51, pp. 39–45.
- [7] Zhu H.X. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2007, vol. 49, no. 4, pp. 500–514.
- [8] Burlakov I.A., Zabelyan D.M., Shagov I.A., Bondarenko A.K., Gladkov Yu.A. *Zagotovitelnye proizvodstva v mashinostroyenii — Blanking productions in mechanical engineering (press forging, foundry and other productions)*, 2013, no. 6, pp. 17–20.
- [9] Burkov P.V., Volosatova T.M., Knyazeva S.V. *Journal of Advanced Research in Natural Science*, 2020, no. 11, pp. 43–47.
- [10] Nilsson A., Melin L., Magnusson C. *Journal of Materials Processing Technology*, 1997, vol. 65, no. 1–3, pp. 52–58.
- [11] Huh H., Kim S.H. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 2000, vol. 16, no. 11, pp. 755–767.
- [12] Zhang Z. *Thin-Walled Structures*, 2018, vol. 133, pp. 120–133.
- [13] Korsunsky A.M., Withers P.J. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, vol. 34, no. 16, pp. 1985–2002.

- [14] Franceschi A., Kaffenberger M., Schork B., Hoche H., Oechsner M., Groche P. *Production Engineering*, 2019, vol. 13, no. 2, pp. 157–167.
- [15] Fayrushin A.M., Markelov D.A., Marchenko I.A. *Neftegazovoe delo — Oil and Gas Business*, 2020, no. 4, pp. 74–84.
- [16] Chukin M.V., Poletskov P.P., Alekseyev D.Yu., Berezhnaya G.A., Gushchina M.S. *Zhurnal Sibirskogo federalnogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii — Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies*, 2016, vol. 9, no. 8, pp. 1326–1332.
- [17] ANSYS® Academic Rvlesearch, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS I. ANSYS® Academic Research. *ANSYS CFX-Solver Modeling Guide*, 2013, vol. 15317, pp. 448–451.

**Buketkin B.V.**, Assist. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University, author of 30 research publications. Research interests: experimental study of materials and structures. e-mail: buketkin-boris@yandex.ru

**Zhukov N.A.**, Assist. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University, author of 10 research publications. Research interests: dynamics of nonlinear systems, mechanics of technological processes.  
e-mail: jukov.n@yandex.ru

**Shirshov A.A.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University, author of over 100 research publications. Research interests: calculations within and beyond the limits of elasticity.  
e-mail: chirchovaa@mail.ru