

Различные аспекты учета давления жидкости и газа в задачах статики гибких стержней

© Н.Т. Овчинников

ООО «Симойл», Москва, 125371, Россия

Стержневые объекты в ряде практических применений нагружены давлением жидкостей и газов. Работа таких объектов исследуется в большом количестве публикаций, в части которых, несмотря на полную изученность вопроса, встречаются неправомерные положения. Так, в уравнения равновесия трубопровода часто включают осевое усилие вместо эквивалентного усилия, что снижает точность оценки формы изгиба и действующих напряжений. Проблемность учета давления объективно обусловлена более сложным видом этого нагружения в сравнении с весом, а также недостаточным распространением в инженерной среде известных положений. В обзорно-методической статье рассмотрен комплекс вопросов, связанных с нагружением стержня давлением. Получены векторные и линейаризованные уравнения равновесия стержня с учетом нагрузки от давления на поверхность. Обоснована эквивалентность нагружения стержня давлением и весовой нагрузкой, определяемой законом Архимеда. Приведены положения по учету давления при исследовании равновесия, устойчивости, деформирования и прочности стержня. В качестве примера показано влияние давления в задачах укладки трубопровода на морское дно и оценки продольной устойчивости стержня.

Ключевые слова: *стержень, трубопровод, колонна, давление, эквивалентное нагружение, равновесие, устойчивость, деформирование, прочность, закон Архимеда*

Введение. При работе ряда стержневых объектов реализуются сложные и разнообразные условия нагружения давлением жидкостей и газов. В технологических процессах бурения и эксплуатации нефтегазовых скважин применяют бурильные, обсадные, насосно-компрессорные (лифтовые) и штанговые колонны. Трубопроводы различного назначения находятся под давлением транспортируемого продукта, а на пересечении водных преград на трубопровод действует также и наружное давление.

Существующая неоднозначность в учете действия давления стала причиной подготовки обзорной публикации с изложением концепции по данному вопросу. Статья ориентирована на отечественную аудиторию, за рубежом учету влияния давления посвящен ряд статей, из которых ясен факт как проработанности вопроса, так и его проблемности.

Цель работы — показать, каким образом давление жидкости и/или газа влияет на равновесие и параметры состояния гибкого стержня, подтвердить необходимость применения уравнений равновесия с эквивалентными характеристиками стержня — эквивалентным весом единицы длины и эквивалентным осевым усилием.

Учет влияния давления в различных работах. Влияние давления на равновесие и устойчивость стержневых объектов различного назначения рассматривается в ряде работ. Поскольку в задачи данной статьи не входит подготовка полного ретроспективного обзора, отметим отдельные работы, подтверждающие приведенные в статье положения.

В работах [1, 2] применены уравнения равновесия трубопровода с эквивалентным продольным (осевым) усилием при действии внутреннего давления. Для обозначения усилия в [2, с. 221] используется также термин «полное продольное усилие».

В работе [3, § 5] при выводе уравнений равновесия стержня с движущейся жидкостью рассматривают элемент стержня и элемент жидкости в нем, что позволяет получить внутреннюю нагрузку от действия давления (формула (5.1)) и эквивалентное осевое усилие, называемое полным осевым усилием в стержне (формула (5.7)).

В работе [4] применяются уравнения равновесия с эквивалентным осевым усилием при наличии внутреннего давления.

Проблема двойственности вида применяемых уравнений равновесия трубопровода, учитывающих как осевое, так и эквивалентное осевое усилие, отмечена в статье [5].

В монографии [6] плотность материала бурильной и обсадной колонн уменьшается на значение плотности жидкости. В книге [7] используется понятие «плавучесть трубопровода», учитывающее уменьшение веса единицы длины трубопровода в жидкости. Применяемые подходы означают использование эквивалентного нагружения стержневых объектов.

В работе [8] эквивалентными предложено считать силы, работа которых одинакова на любом возможном перемещении точек тела. Сделан вывод, что при изучении изгиба стержня давление на поверхность можно заменить объемными «архимедовыми» силами.

В книге [9] исследуется равновесие стержня в жидкости (см. также [10, задача 118]). Результаты нагружения с «детальным учетом внешних сил» и с применением «архимедовой силы» совпадают.

В учебном пособии [10, задача 121] показана возможность потери продольной устойчивости трубчатого стержня под действием внутреннего давления жидкости, создаваемого нагружением поршневой пробки без передачи усилия на стержень.

В статье [11] на основе анализа энергетического состояния объекта колонна — жидкость делается вывод, что колонна теряет устойчивость, если плотность жидкости превышает плотность материала колонны. К такому же выводу приходят авторы работы [12].

Выражение для нагрузки от действия давления приведено в книге [13, с. 121] при решении задачи о потере устойчивости стержня с жидкостью при нагружении через поршень.

В эксперименте из работы [14] стержень с жидкостью, закрытый поршневыми заглушками, теряет устойчивость при действии на заглушки усилия, при котором под нагрузкой теряет устойчивость стержень.

В статье [15] получена распределенная по длине нагрузка на стержень от действия давления. Изменение давления в пределах элемента стержня не учтено вследствие его малости, что приводит к потере одной из составляющих нагрузки давления, учитывающей градиент давления.

Нагрузка от действия давления в статье [16] получена интегрированием давления по поверхности изогнутого трубного элемента.

В работе [17, формула (11.7)] рассматривается равновесие участка трубопровода при изгибе с учетом нагрузки от действия давления.

В лифтовых колоннах в процессе эксплуатации скважин штанговыми насосами при ходе плунжера вверх вес столба жидкости в колонне воспринимается плунжером, и колонна под воздействием гидростатического давления на внутреннюю боковую поверхность может потерять продольную устойчивость. В работах [18, 19] при анализе изгиба учитывается составляющая (*fictitious force*) эквивалентного осевого усилия от действия давления. Для объяснения причин изгиба рассматривается трубчатый стержень с заглушками в виде соединенных стержнем поршней.

Потеря устойчивости зафиксированного на границах трубопровода при внутреннем давлении получена экспериментально на модели в [20].

Необходимость применения эффективного осевого усилия *effective axial force* (в данной статье — эквивалентное осевое усилие) показана в работах [21–27], содержащих примеры практических расчетов.

В работе [28] уточняется необходимость учета закрепления границ стержневых объектов при изменении условий нагружения давлением.

Вопрос эквивалентности нагружения колонны труб давлением жидкости и объемными силами в различных задачах исследовался в работах [29, 30]. Векторные уравнения равновесия стержня с эквивалентными характеристиками и соответствующие линеаризованные уравнения получены и применены при решении прикладных задач в [31], в частности, в расчете центрирования обсадных колонн при цементировании с учетом положения цементного раствора и продажной жидкости в колонне и кольцевом пространстве.

Для описания состояния стержня применяем термины «нагрузка от действия давления», «эквивалентное осевое усилие», «эквивалентный вес единицы длины», «эквивалентная плотность материала», «эквивалентное нагружение», «объемные выталкивающие силы».

Нагрузка от действия давления и уравнения равновесия стержня. При исследовании равновесия стержня необходимо учитывать действие распределенных по объему и поверхности нагрузок.

Давление жидкости или газа на боковую поверхность стержня создает распределенную по длине нагрузку от действия давления. Определить нагрузку можно различными способами — интегрированием давления по поверхности элемента, применением закона Архимеда или формулы Остроградского — Гаусса. Наиболее простым и компактным образом нагрузки от действия давления определяются и учитываются при описании совместного равновесия стержня с жидкостями (рис. 1).

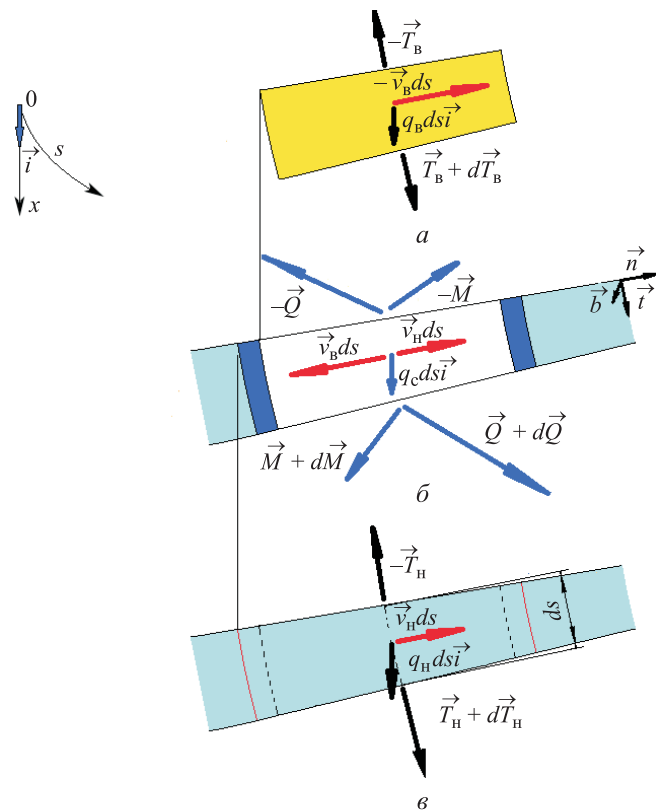


Рис. 1. Схема равновесия стержня:

a — жидкость в стержне; *b* — стержень в жидкости; *в* — вытесненная стержнем жидкость при нахождении по месту в жидкости вместо стержня; \vec{T}_B, \vec{T}_H — усилие в сечении жидкости в стержне (внутреннее) и в сечении жидкости, вытесненной стержнем (наружное); \vec{v}_B, \vec{v}_H — внутренняя и наружная нагрузка от действия давления; *s, x* — координаты сечения стержня по его оси и по вертикали; q_B, q_C, q_H — вес единицы длины жидкости в стержне, стержня и вытесненной жидкости; \vec{i} — единичный вектор вертикали; \vec{Q}, \vec{M} — усилие и момент в сечении стержня; $\vec{i}, \vec{n}, \vec{b}$ — единичные векторы касательной, нормали и бинормали сопровождающего трехгранника оси

Полагаем, что давление в жидкости изменяется по линейному закону. Векторные величины обозначаем стрелкой над символом. Векторные уравнения равновесия элементов стержня и жидкости имеют следующий вид [31]:

$$\frac{d\vec{Q}}{ds} + q_c \vec{i} + \vec{v}_B + \vec{v}_H = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{M}}{ds} + \vec{i} \times \vec{Q} = 0; \quad (2)$$

$$\vec{v}_B = \frac{d\vec{T}_B}{ds} + q_B \vec{i}; \quad (3)$$

$$\vec{v}_H = -\frac{d\vec{T}_H}{ds} - q_H \vec{i}. \quad (4)$$

Здесь $q_c = \rho_c F_c g$ — вес единицы длины стержня (ρ_c — плотность материала стержня; $F_c = F_H - F_B$ — площадь сечения стержня (F_B , F_H — площадь проходного сечения и сечения по наружному диаметру); g — ускорение свободного падения); $\vec{T}_B = -p_B F_B \vec{i}$, $\vec{T}_H = -p_H F_H \vec{i}$ — осевые усилия в сечении жидкости в стержне и в сечении жидкости, вытесненной стержнем (p_B, p_H — давление в стержне и за стержнем на уровне расположения сечения); $q_B = \rho_B F_B g$, $q_H = \rho_H F_H g$ — вес единицы длины жидкости в стержне и вытесненной стержнем жидкости (ρ_B, ρ_H — плотности жидкостей в стержне и за стержнем).

Более сложный вид нагрузок от действия давления (3), (4) по сравнению с весом обусловлен наличием первого слагаемого, зависящего от формы оси стержня и от давления. С учетом выражений (3), (4) уравнения равновесия стержня (1), (2) принимают вид

$$\frac{d(T_3 \vec{i} + Q_n \vec{n} + Q_b \vec{b})}{ds} + q_3 \vec{i} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{d\vec{M}}{ds} + \vec{i} \times (T_3 \vec{i} + Q_n \vec{n} + Q_b \vec{b}) = 0, \quad (6)$$

где T_3 — эквивалентное осевое усилие в сечении стержня ($T_3 > 0$ при эквивалентном растяжении); Q_n, Q_b — составляющие перерезывающего усилия в сечении стержня, действующие по осям \vec{n}, \vec{b} ; q_3 — эквивалентный вес единицы длины стержня.

Значения T_3 и q_3 рассчитываются по формулам:

$$T_3 = T - p_B F_B + p_H F_H; \quad (7)$$

$$q_3 = q_c + q_B - q_H, \quad (8)$$

где T — осевое усилие в сечении стержня (проекция усилия Q в сечении стержня на ось \vec{t}).

Полагая $q_3 = \rho_3 F_c g$, получим

$$\rho_3 = \frac{q_3}{F_c g}, \quad (9)$$

где ρ_3 — эквивалентная плотность материала стержня.

Нагрузки (3), (4) структурно разделяются на компоненты, одна из которых входит в состав эквивалентного осевого усилия (7), а другая — в состав эквивалентного веса единицы длины стержня (8).

Из уравнений (5), (6) следует, что при анализе равновесия нагруженного давлением стержня (рис. 2, а) необходимо рассматривать стержень с эквивалентным весом единицы длины q_3 (8) и эквивалентным осевым усилием T_3 (7) (рис. 2, в). Такой объект назовем стержнем с эквивалентным нагружением или эквивалентным стержнем.

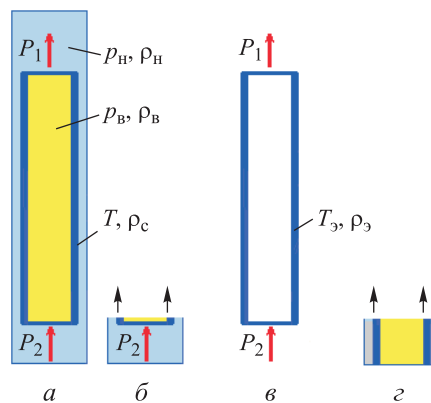


Рис. 2. Стержень при действии давления:

а — нагружение давлением; б — равновесие «крышки»; в — эквивалентное нагружение; г — продолжение стержня на границе; P_1, P_2 — внешние реакции на границах

При решении задач на равновесие рассматривается эквивалентный стержень, находятся усилие T_3 и действующие реакции. Напряженное состояние стержня определяется расчетом осевых, изгибных напряжений и напряжений от давления на уровне расположения сечений.

Поясним наличие двух усилий в сечении стержня. В стержне (см. рис. 2, *a*) действует осевое усилие T с соответствующими осевыми напряжениями. Это усилие можно измерить инструментальным образом. Усилие T_3 появляется после учета давления на боковую поверхность стержня при переходе к стержню с эквивалентным нагружением (см. рис. 2, *в*). В эквивалентном стержне усилие T_3 можно считать уже фактическим усилием с возможностью его инструментального измерения. Учет давления в эквивалентном стержне привел к эффекту действия объемных сил. Отнесем усилие T к стержню, приведенному на рис. 2, *a*, а усилие T_3 — к стержню, приведенному на рис. 2, *в*.

Пример 1. Оценим продольную устойчивость прямолинейного стального стержня сплошного сечения при спуске в воду на большую глубину (см. рис. 2, *a* при $P_2 = 0$); аналогичная задача рассматривается в [[10], задача 118] для стержня из дерева. Весомый стержень при погружении в жидкость с меньшей плотностью сохраняет продольную устойчивость при любой длине, так как стержень находится в состоянии эквивалентного осевого растяжения от действия весовой нагрузки $\rho_3 g > 0$ (см. рис. 2, *в* при $P_2 = 0$).

Линеаризация уравнений равновесия. Векторные уравнения равновесия (5), (6) проецируются на оси выбранной системы координат и линеаризуются при решении прикладных задач. Разделим стержневой объект на участки с длиной, позволяющей считать T_3 и крутящий момент постоянными величинами со ступенчатым изменением значений при переходе от участка к участку. Введем локальные системы координат с правой тройкой единичных векторов. Оси абсцисс этих систем проходят через начальную и конечную точки

участков при выполнении условий $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \ll 1, \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \ll 1$. Проецируя

уравнения равновесия на оси локальной системы координат, для участка стержня с равными изгибными жесткостями в координатных плоскостях получим

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} + M_k \frac{d^3 z}{dx^3} - T_3 \frac{d^2 y}{dx^2} = q_{3y}; \quad (10)$$

$$EJ \frac{d^4 z}{dx^4} - M_k \frac{d^3 y}{dx^3} - T_3 \frac{d^2 z}{dx^2} = q_{3z}, \quad (11)$$

где E — модуль Юнга материала; J — момент инерции сечения; M_k — крутящий момент; q_{3y}, q_{3z} — проекции нагрузки $q_3 \vec{i}$ на оси

локальной системы координат; x — координата сечения; $y(x), z(x)$ — прогибы оси стержня.

Аналогичным образом могут быть выведены уравнения равновесия балки на упругом основании, уравнения с дополнительной внешней нагрузкой, с распределенным крутящим моментом и др.

Граничные условия по усилию. Для граничного сечения стержня, конструктивно оформленного в виде «крышки» (рис. 2, б), из условия равновесия с учетом соотношения (7) получим

$$T_2 = -P_2 + p_{в2}F_в - p_{н2}F_н; \quad (12)$$

$$T_{э2} = -P_2, \quad (13)$$

где $T_2, T_{э2}$ — осевое и эквивалентное осевое усилия в сечении; P_2 — внешняя реакция; $p_{в2}, p_{н2}$ — внутреннее и наружное давление на «крышку».

При продолжении стержня (рис. 2, в) для нахождения усилия $T_{э2}$ в граничном сечении применяется выражение (7).

Получение нагрузки интегрированием давления по поверхности. Пусть изгиб стержня с круговым сечением происходит в вертикальной плоскости. Учитывая два варианта возможной направленности вектора нормали \vec{n} , для элемента стержня (рис. 3) получим

$$dw = r_н d\varphi (R - r_н \cos \varphi) |d\alpha|;$$

$$p_{н\varphi} = p_н - \operatorname{sgn}\left(\frac{d\alpha}{ds}\right) \rho_н g r_н \cos \varphi \sin \alpha;$$

$$\vec{v}_н = \left(-\frac{1}{ds} \int_0^{2\pi} p_{н\varphi} \cos \varphi dw \right) \vec{n} = \operatorname{sgn}\left(\frac{d\alpha}{ds}\right) \left(q_н \sin \alpha + p_н F_н \frac{d\alpha}{ds} \right) \vec{n}, \quad (14)$$

где dw, w — элементарная площадка и площадь боковой поверхности элемента; R — радиус изгиба оси стержня; $r_н$ — наружный радиус сечения; φ — угол расположения элементарной площадки dw относительно нормали к оси стержня; α — угол отклонения вектора \vec{t} от вертикали (в бурении скважин — зенитный угол); $p_{н\varphi}$ — наружное давление на площадку dw ; $\operatorname{sgn}\left(\frac{d\alpha}{ds}\right)$ — знаковая функция.

В позиционной нагрузке (14) представлены две компоненты:

$q_н \sin \alpha$, обусловленная отклонением стержня от вертикали, учитывающая перепад давления в пределах элемента и действующая по линии нормали к оси стержня снизу вверх;

$$\operatorname{sgn}\left(\frac{d\alpha}{ds}\right) p_H F_H \frac{d\alpha}{ds} = p_H F_H \left| \frac{d\alpha}{ds} \right| = \frac{p_H F_H}{R}, \text{ возникающая вследствие}$$

изгибной деформации стержня, при которой происходят увеличение площади поверхности на выпуклой стороне элемента (см. рис. 3, w_1) и уменьшение на вогнутой стороне с появлением равнодействующей наружного давления, направленной по нормали к оси стержня.

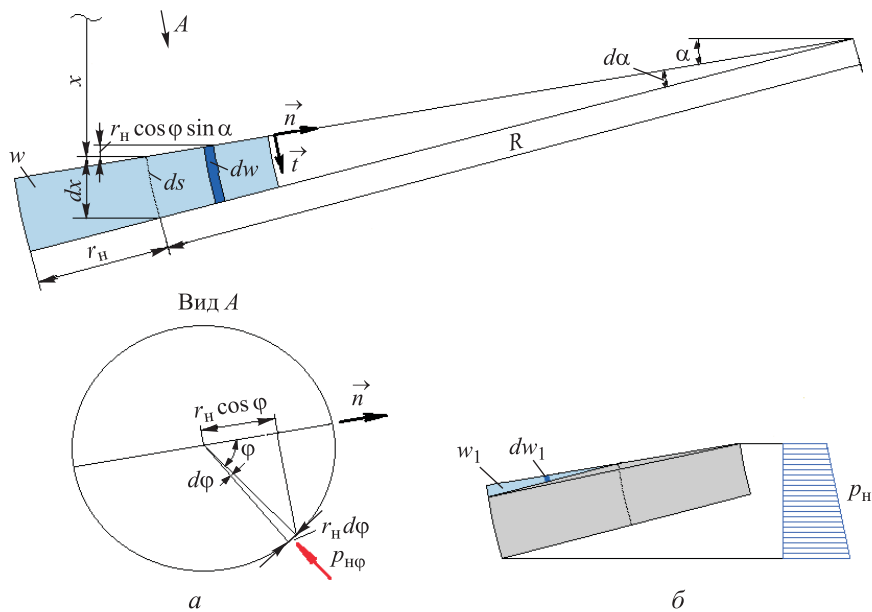


Рис. 3. Действие давления на поверхность элемента стержня:

a — площадь w боковой поверхности; *б* — разность w_1 площадей поверхности на выпуклой и вогнутой сторонах элемента; ds — длина элемента

Аналогичным образом может быть получена нагрузка \vec{v}_B с противоположной направленностью.

Пример 2. Проведем оценку второй составляющей нагрузки от действия внутреннего давления вида (14) (обозначим ее $v_{B,д}$) для трубопровода диаметром $D = 1,067$ м с толщиной стенки $\delta = 14$ мм. При допустимом нормативами значении радиуса изгиба $R = 1000$ м и внутреннем давлении $p_B = 10$ МПа находим

$$v_{B,д} = \frac{p_B F_B}{R} = p_B \pi \frac{(D - 2\delta)^2}{4 \cdot 1000} = 10^7 \pi \frac{(1,067 - 2 \cdot 0,014)^2}{4 \cdot 1000} = 8479 \text{ Н/м.}$$

Нагрузка $v_{в.д}$ превышает в 2,4 раза нагрузку от веса трубопровода $q_c = 3567 \text{ Н/м}$, очевидно ее существенное влияние на форму изгиба трубопровода.

Определение нагрузки с применением закона Архимеда. Для нахождения равнодействующей давления жидкости на боковую поверхность элемента стержня единичной длины можно использовать известный прием, в котором допускается действие давления по всей поверхности элемента с получением выталкивающей силы Архимеда, после чего добавленные в сечениях усилия исключаются из системы нагрузок.

Нагрузка от действия давления в законе Архимеда. При интегрировании нагрузки (4) по длине участка стержня (рис. 4, а, б) находим равнодействующую давления на боковую поверхность участка:

$$\vec{A}_6 = - \int_{s_1}^{s_2} \frac{d(-p_n F_n \vec{t})}{ds} ds - q_n \vec{i} \int_{s_1}^{s_2} ds = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3, \quad (15)$$

где $\vec{A}_1 = -p_{н1} F_n \vec{t}_1$, $\vec{A}_2 = p_{н2} F_n \vec{t}_2$ ($p_{н1}$, $p_{н2}$ — давление на уровне расположения соответствующих граничных сечений 1, 2; \vec{t}_1 , \vec{t}_2 — единичные векторы касательных к оси в граничных сечениях); $\vec{A}_3 = -q_n (s_2 - s_1) \vec{i}$ — выталкивающая сила Архимеда для участка.

Сила Архимеда \vec{A}_3 является равнодействующей выталкивающих сил $-\rho_n g \vec{i}$, распределенных по объему участка (рис. 4, в).

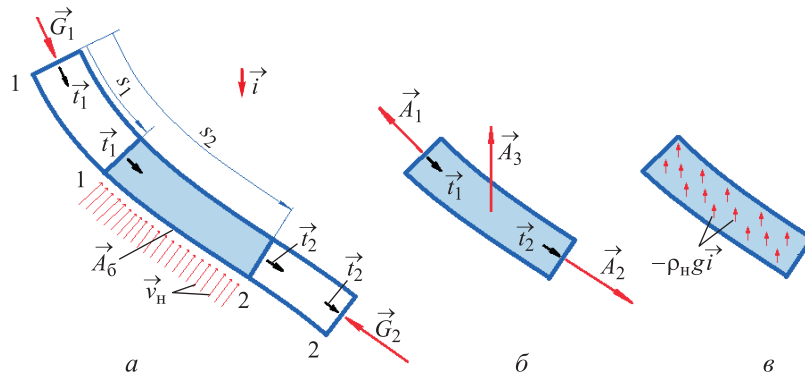


Рис. 4. Нагрузка от действия давления на стержень:

а — участок стержня (1, 2 — границы участка; s_1, s_2 — координаты границ участка по оси стержня; \vec{v}_n — наружная нагрузка от действия давления; $\vec{G}_1 = -\vec{A}_1$, $\vec{G}_2 = -\vec{A}_2$ — равнодействующие давления на торцевые сечения при совмещении границ участка и стержня); б — разложение вектора $\vec{A}_6 = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3$; в — объемные выталкивающие силы $-\rho_n g \vec{i}$

Применив выражение (15) для всего стержня, с учетом компенсации усилий \vec{A}_1, \vec{A}_2 на границах равнодействующими \vec{G}_1, \vec{G}_2 наружного давления на торцы стержня получим выталкивающую силу Архимеда, действующую на стержень,

$$\vec{A} = -q_n L \vec{i}, \quad (16)$$

где L — длина стержня.

Выполнение закона Архимеда (16) для стержня с нагрузкой от действия давления подтверждает правомерность полученных при учете данной нагрузки уравнений равновесия стержня. Соответственно, применение уравнений равновесия с осевым усилием вместо эквивалентного осевого усилия приводит к нарушению закона Архимеда.

Объемная формулировка закона Архимеда. В общепринятой формулировке закона Архимеда говорится о действии суммарной выталкивающей силы на объект. Для протяженного стержневого объекта закон Архимеда можно применить в следующей формулировке: «На объект в жидкости действуют выталкивающие силы, распределенные по объему находящейся в жидкости части объекта и определяемые плотностью жидкости. Такие же, но нагружающие силы действуют при заполнении жидкостью внутренней полости объекта».

При составлении расчетной схемы для стержня (см. рис. 2, а) эквивалентное нагружение (см. рис. 2, в) должно рассматриваться на основании закона Архимеда в объемной формулировке.

Объемные выталкивающие силы при учете действия давления. Влияние давления жидкости при решении задач на равновесие стержня часто учитывается за счет перехода к эквивалентному весу единицы длины без каких-либо пояснений, почему это возможно.

Правомерность применения данного подхода определенно следует из наличия эквивалентных характеристик в уравнениях равновесия стержня. Влияние давления проявляется как действие распределенных по объему сил, формирующих эквивалентный вес q_3 . Действие давления на поверхность и объемный результат этого действия являются эквивалентными схемами нагружения, находящимися в причинно-следственной связи.

В работе [32] двойственность учета влияния давления формулируется следующим образом: «Силы, действующие в жидкости из-за наличия скалярного поля давления $p(x, y, z)$, можно рассматривать двояко: 1) как поверхностные силы, которые производят давление на всякую площадку, проходящую через точку (x, y, z) перпендикулярно к ней с поверхностной плотностью $p(x, y, z)$, и 2) как объемные силы, действующие на каждый элемент объема с объемной плотностью $-\text{grad } p$ ».

Оценка эквивалентности нагружения стержневого объекта объемными силами и давлением жидкости на поверхность проведена в работе [29]. Нагрузка от действия давления определена интегрированием давления по поверхности, как это было выполнено в работе [16]. Силовые факторы в сечении колонны в обоих случаях нагружения совпадают за исключением осевого усилия. При анализе прочности часть напряженного состояния в виде равномерного всестороннего сжатия может не учитываться, но при деформировании эта составляющая напряженного состояния вносит свой вклад в общее удлинение колонны. Результаты анализа продольной устойчивости колонны при двух схемах нагружения совпадают.

Ограничение доступа давления к поверхности стержня. При рассмотрении части протяженного стержня в качестве объекта торцевое граничное сечение закрыто от действия давления (рис. 2, *г*), например, в незацементированной части обсадной колонны или в провисающей части трубопровода при его укладке на морское дно. В этом случае записывается граничное условие по эквивалентному осевому усилию вида (7).

При действии нерасчетного давления на боковую поверхность стержня применение эквивалентного нагружения q_3 становится проблематичным. В частности, оно не учитывает возможность прихвата бурильной колонны под влиянием дифференциального давления, когда по свободному контуру колонны приложено гидростатическое давление, а в контактной зоне со стенкой скважины действует меньшее по значению пластовое давление. Подобные явления с различной степенью количественного влияния всегда возможны при наличии площади контакта стержневого объекта с опорной поверхностью. Очевидно, что предположение о контакте по линии соприкосновения является существенной идеализацией условий работы стержневого объекта.

Нейтральные сечения в стержневом объекте. При анализе осевых сил в стержневых объектах нефтегазовой отрасли определенным смыслом вкладывается в понятие «нейтральное сечение». В сжатом-растянутом по оси стержневом объекте можно выделить два характерных сечения. В сечении с координатой $x_{н.н}$ равно нулю осевое усилие: $T = 0$ (рис. 5, *а*). В сечении с координатой $x_{н.с}$ равно нулю эквивалентное осевое усилие: $T_3 = 0$ (рис. 5, *б*).

Положение нейтрального сечения $x_{н.с}$ учитывается при анализе устойчивости бурильной колонны и при расчете центрирования обсадной колонны. В части колонны $x > x_{н.с}$ деформирование определяется наличием эквивалентного осевого сжатия. Соответственно, при бурении скважины сечение $x_{н.с}$ должно находиться в пределах утяжеленных бурильных труб.

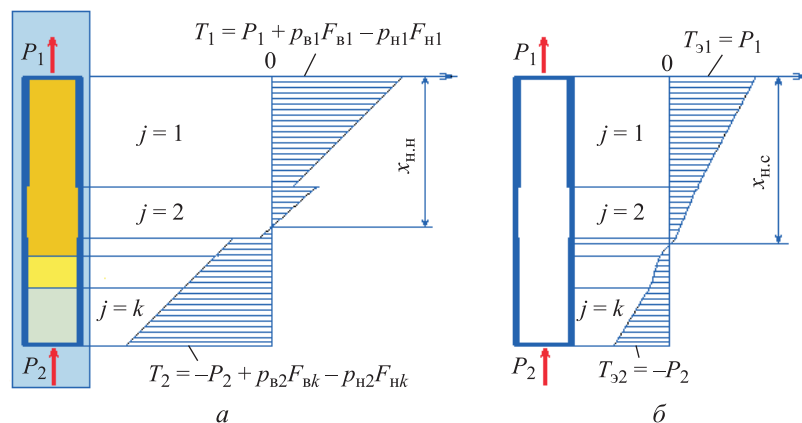


Рис. 5. Осевое (а) и эквивалентное осевое (б) усилия в неоднородном стержневом объекте:

P_1, P_2 — внешние реакции на границах 1 и 2; j, k — номер секции и их количество; T_1, T_2 — осевые усилия в соответствующих граничных сечениях; $p_{в1}, p_{н1}, p_{в2}, p_{н2}$ — внутреннее и наружное давление на уровне расположения границ; $F_{в1}, F_{вk}, F_{н1}, F_{нк}$ — площадь сечения стержня по внутреннему и наружному диаметру первой и последней секций; $x_{н.н}$ — координата нейтрального сечения по осевому усилию; $T_{э1}, T_{э2}$ — эквивалентные осевые усилия в граничных сечениях; $x_{н.с}$ — координата нейтрального сечения по эквивалентному осевому усилию

Определение осевого усилия. При нахождении осевого усилия в сечениях стержня учитывается состояние его границ. Воздействие давления на боковую поверхность при неподвижных границах вызывает появление в стержне растягивающего осевого усилия от внутреннего давления и сжимающего усилия от наружного давления, согласно обобщенному закону Гука.

При подвижных границах появляется возможность прямого влияния давления по оси стержня на осевое усилие. Так, при гидравлическом испытании концы участка трубопровода закрываются приваренными заглушками. Давление воды на заглушки создает осевое растяжение ($T_2 = p_{в2}F_{в}$, согласно соотношению (12)), нейтрализующее действие давления на внутреннюю боковую поверхность, в результате избыточное давление не влияет на форму изгиба трубопровода. В других случаях давление по оси трубопровода может восприниматься на границах участка конструктивными элементами и не передаваться на трубопровод.

Задачи статики стержней. При изучении равновесия стержня определяются форма изгиба, усилия T_s и T , действующие реакции, граничные и распределенные по длине. Радиальные и кольцевые

(окружные, тангенциальные) напряжения зависят от действия давления, напряжения изгиба — от формы оси стержня. По эквивалентным весовым и силовым характеристикам вычисляются продольные и поперечные силы контактного взаимодействия стержня с поверхностью, ограничивающей поперечное смещение (стенка скважины, дно траншеи), оценивается продольная устойчивость стержня в статической постановке.

В нефтегазовой отрасли к задаче на равновесие стержня относятся определение усилий при спускоподъемных операциях с бурильной колонной в скважине, расчет центрирования обсадной колонны при цементировании, определение формы компоновки низа бурильной колонны при бурении скважины, нахождение параметров провисающей части трубопровода при его укладке на морское дно и др.

Изгибное, радиальное и осевое деформирование. При выводе уравнений равновесия стержня (5), (6) применяется гипотеза плоских сечений. Геометрические характеристики сечения стержня считаются неизменными, а ось стержня — нерастяжимой. Деформирование при нагружении происходит в виде изгиба и скручивания стержня.

Нагружение давлением приводит также к радиальному и осевому деформированию стержня. В ряде задач данное деформирование является несущественным ввиду его малости, но в некоторых случаях оно составляет содержательную сторону решения. Исследование деформирования требует привлечения соотношений теории упругости, связывающих напряжения и деформации через закон Гука и коэффициент Пуассона. В результате контуры сечений стержня, положение сечений и длины стержней в вариантах нагружения, приведенных на рис. 2, *a* и *b*, будут различаться при деформировании по совпадающим формам изгиба.

Учет давления позволяет получить для равновесной формы смещение точек сечения по нормали к оси (радиальное деформирование), продольное смещение сечений от ненапряженного или начального состояния и уточненное значение длины стержня.

При изменении напряженного состояния сечение s стержня смещается на величину u . Сечение, отстоящее от s на расстояние ds , смещается на величину $u + du$. Для обозначения изменения величин от текущего уровня используем символ Δ . В случае свободного, без сил сопротивления на контуре, перемещения сечений получим

$$\Delta\varepsilon = \frac{du}{ds} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_s - \mu(\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta)], \quad (17)$$

где $\Delta\varepsilon$ — относительная деформация стержня; $\Delta\sigma_s$, $\Delta\sigma_r$, $\Delta\sigma_\theta$ — изменения осевых, радиальных и кольцевых напряжений в стержне; μ — коэффициент Пуассона.

Для осевых напряжений применяем формулу (7), радиальные и кольцевые напряжения определяем из решения задачи Ламе [33]:

$$\Delta\sigma_s = \frac{\Delta T}{F_c} = \frac{\Delta T_3}{F_c} + \frac{\lambda^2 \Delta p_B - \Delta p_H}{1 - \lambda^2}; \quad (18)$$

$$\Delta\sigma_r = \frac{\lambda^2 \Delta p_B - \Delta p_H}{1 - \lambda^2} - \frac{r_B^2}{r_T^2} \frac{\Delta p_B - \Delta p_H}{1 - \lambda^2}, \quad (19)$$

$$\Delta\sigma_\theta = \frac{\lambda^2 \Delta p_B - \Delta p_H}{1 - \lambda^2} + \frac{r_B^2}{r_T^2} \frac{\Delta p_B - \Delta p_H}{1 - \lambda^2}, \quad (20)$$

где ΔT , ΔT_3 — изменения осевого и эквивалентного осевого усилия; $\lambda = r_B / r_H$ — отношение внутреннего r_B и наружного r_H радиусов сечения стержня; r_T — радиус положения рассматриваемой точки сечения стержня.

Интегрируя выражение (17) и используя соотношение для ds , находим

$$u(L) - u(0) = \Delta L = \frac{1}{E} \int_0^L \left[\frac{\Delta T_3}{F_c} + (1 - 2\mu) \frac{\lambda^2 \Delta p_B - \Delta p_H}{1 - \lambda^2} \right] ds; \quad (21)$$

$$L = \int_0^l ds = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} dx, \quad (22)$$

где L , l — длина стержня по оси и длина его проекции на ось абсцисс; $u(0)$, $u(L)$ — смещения граничных сечений.

Выражения (21), (22) позволяют определить для установившегося равновесного состояния величину ΔT_3 в стержне с фиксированными, свободными или перемещающимися по заданным условиям концами. Форма изгиба $y(x)$, $z(x)$ с установившимися значениями L , T_3 в общем случае находится итерационным образом от начального приближения в процессе минимизации потенциальной энергии стержня (как частный случай может быть рассмотрена задача, приведенная в работе [34]).

При возможности свободного смещения одного из граничных сечений контроль длины стержня при деформировании может не требоваться, как, например, при определении прогибов балки на двух опорах или при оценке продольной устойчивости стержня по Эйлеру.

Пример 3. Удлинение свободно подвешенной бурильной колонны в скважине под действием веса и гидростатического давления бурового раствора при отключенном буровом насосе, согласно формуле (21), составит

$$\Delta L = [\rho_3 - (1 - 2\mu)\rho_6] \frac{gL^2}{2E}, \quad (23)$$

где $\rho_3 = \rho_c - \rho_6$ (ρ_c, ρ_6 — плотность материала колонны и бурового раствора).

Из выражения (23) следует, что учет влияния давления применением объемных сил $\rho_3 g$ при оценке продольного деформирования дает погрешность в виде слагаемого с множителем $1 - 2\mu$.

Оценка прочности. Допустимость напряженного состояния при известной форме изгиба устанавливается по одной из гипотез предельного состояния. Согласно гипотезе энергии формоизменения, напряженное состояние стержня равноопасно одноосному напряженному состоянию. Эквивалентные напряжения одноосного напряженного состояния

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_s - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_s)^2}. \quad (24)$$

После подстановки в формулу (24) напряжений с учетом зависимостей (18), (19) выражаем эквивалентные напряжения [31]:

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sqrt{\frac{T_3^2}{F_c^2} + 3 \left(\frac{r_B^2}{r_T^2} \frac{p_B - p_H}{1 - \lambda^2} \right)^2}. \quad (25)$$

Напряжения изгиба в соотношении (25) не учтены, что соответствует модели стержня «гибкая нить» (см. метод осевых сил в работе [6]). Эквивалентные напряжения при анализе прочности и эквивалентное осевое усилие при анализе равновесия несут различную смысловую нагрузку в определении эквивалентности, что отражено в разной индексации этих параметров.

В частных случаях, при равенстве давлений ($p_B = p_H$) либо при наличии сплошного стержня ($r_B = 0, \lambda = 0, p_B = 0$), расчет осевых напряжений по усилию T_3 позволяет получить непосредственно эквивалентные напряжения:

$$\sigma_{\text{эКВ}} = |T_3| / F_c.$$

В этих случаях эквивалентность нагружения давлением и объемными силами становится правомерной не только при определении равновесного состояния, но и при анализе прочности стержня.

Пример 4. Сплошной стержень из примера 1 подвешен в жидкости. Для нижнего сечения стержня с помощью соотношения (25) при $T_3 = 0, r_B = 0$ получим эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{эКВ}}(L) = 0$; состояние в сечении является безопасным при всестороннем сжатии давлением. В верхнем сечении эквивалентные напряжения определяются весом стержня в жидкости: $\sigma_{\text{эКВ}}(0) = q_3 L / F_c$.

Укладка трубопровода на морское дно. Поясним правомерность учета давления воды эквивалентным нагружением трубопровода объемными выталкивающими силами при его укладке на морское дно [7].

Первоначально наличие в трубопроводе горизонтальной части не учитываем. Давление воды на закрытое нижнее сечение полого трубопровода (рис. 6, а) для принятых исходных данных создает в сечении сжимающее усилие:

$$G = \rho_n g h \pi r_6^2 = 1028 \cdot 9,81 \cdot 250 \cdot \pi \cdot 0,7^2 = 3,88 \text{ МН}, \quad (26)$$

где $\rho_n = 1028 \text{ кг/м}^3$ — плотность морской воды; $h = 250 \text{ м}$ — глубина погружения трубопровода; $r_6 = 0,7 \text{ м}$ — радиус сечения трубопровода по бетонному утяжеляющему покрытию.

Совместное действие на трубопровод распределенной поверхностной нагрузки (4) и сосредоточенного усилия (26) (рис. 6, б) приводит к эффекту действия объемных выталкивающих сил (рис. 6, в) с формированием эквивалентного веса единицы длины q_3 . При этом схемы нагружения, представленные на рис. 6, а–в, каждая по-своему, учитывают физическое действие давления и являются эквивалентными.

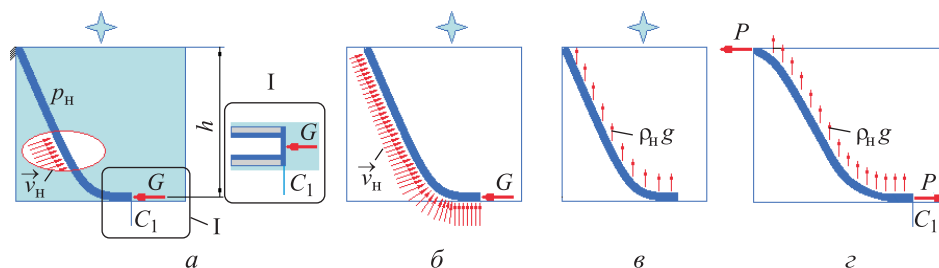


Рис. 6. Трубопровод без горизонтального участка при укладке на морское дно:

а — нагрузка \vec{v}_n от действия давления (C_1 — нижнее сечение трубопровода); б — нагрузка от действия давления и торцевое усилие G от давления; в — эквивалентное нагружение; г — эквивалентное нагружение с растягивающим усилием P ; ★ — эквивалентное нагружение

Добавление горизонтального участка не изменяет состояния провисающей части трубопровода, если отсутствуют продольные силы взаимодействия трубопровода с основанием. В этом случае осевое

сжатие давлением действует во всех сечениях горизонтального участка независимо от истории погружения в воду. В сечении C_1 сжатие есть как при отсутствии горизонтальной части (см. рис. 6, а; синий/серый цвет — сталь/бетон), так и при ее наличии.

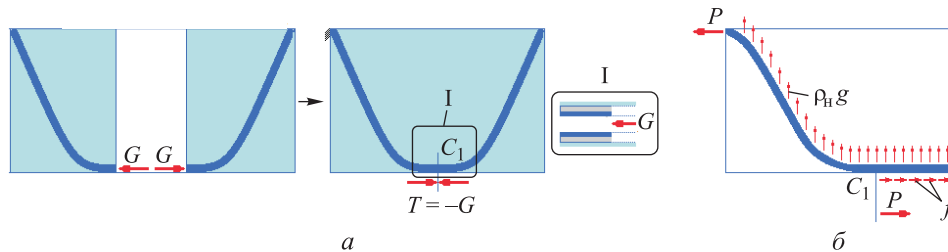


Рис. 7. Модель трубопровода с продолжением при укладке на морское дно:
 а — до и после соединения частей; б — с горизонтальной частью при натяжении;
 P — усилие натяжения; f — силы сопротивления смещению сечений

Для показа осевого сжатия в трубопроводе используем объект, полученный соединением участка трубопровода со своим симметричным отображением (рис. 7, а). Очевидно, что после образования объекта осевое сжатие в сечении C_1 остается неизменным.

Натяжение трубопровода. При нагружении трубопровода по схеме, представленной на рис. 6, в, в граничном сечении получим $T_3(L) = 0$, $T(L) = -G$, где L — длина провисающей части трубопровода.

Предположим, что граничные условия по осевым усилиям заданы в виде $T_3(L) = P$, $T(L) = -G + P = 0$. Эти условия означают компенсацию осевого сжатия G от действия давления в нагружении (см. рис. 6, б) внешним силовым воздействием P по схеме нагружения, приведенной на рис. 6, г. При этом обосновать появление реакции P можно только соответствующим натяжением со стороны трубоукладочного судна.

По условиям равновесия на определенной части длины трубопровода с горизонтальным продолжением (рис. 7, б) должны действовать силы f сопротивления смещению сечений, суммарно равные усилию P . При натяжении трубопровода изменятся длина, форма провисающей части и реакция в точке закрепления.

Таким образом, при $T_3(L) = P$, $T(L) = -G + P \neq 0$ получаем трубопровод с эквивалентным нагружением объемными выталкивающими силами $\rho_n g$ и натяжением P (см. рис. 7, б).

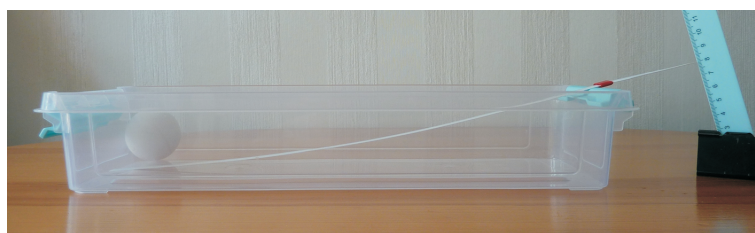
На рис. 6, г и рис. 7, б формы провисающей части трубопровода совпадают.

Физическая модель трубопровода. Рассмотрим модель трубопровода при укладке на морское дно (рис. 8, а). Пластиковая полоса находится в емкости под действием собственного веса. Правый конец модели оформлен в виде стрелки, перемещение которой отслеживается по линейной шкале. В начальном положении стрелка направлена на отметку 8 см (рис. 8, б).

Емкость заполняется водой. По мере подъема уровня воды происходит изменение формы полосы. В конечном положении стрелка смещается вниз на расстояние $\delta = -6$ мм вследствие уменьшения прогибов полосы (рис. 8, в). Снижение интенсивности изгиба полосы очевидно из сравнения ее форм на рис. 8, б и в.



а



б



в

Рис. 8. Модель провисающей части трубопровода:
а — общий вид; б — в воздухе; в — в воде

Наблюдаемое в эксперименте разгружающее действие давления воды на полосу соответствует закону Архимеда, положениям подраздела «Объемные выталкивающие силы при учете действия давления» и схеме нагружения, представленной на рис. 6, в.

Таким образом, можно сделать вывод, что при определении формы трубопровода и действующих реакций в процессе укладки на морское дно учет влияния гидростатического давления за счет применения эквивалентного веса единицы длины является правомерным.

Устойчивость стержня при действии давления. Уравнение упругой линии невесомого стержня при отсутствии крутящего момента под действием давления имеет вид

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} - T_3 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0. \quad (27)$$

При различных вариантах нагружения (рис. 9) из решения (27) с учетом соотношений (12), (13) получим следующие результаты определения устойчивости стержня [31].

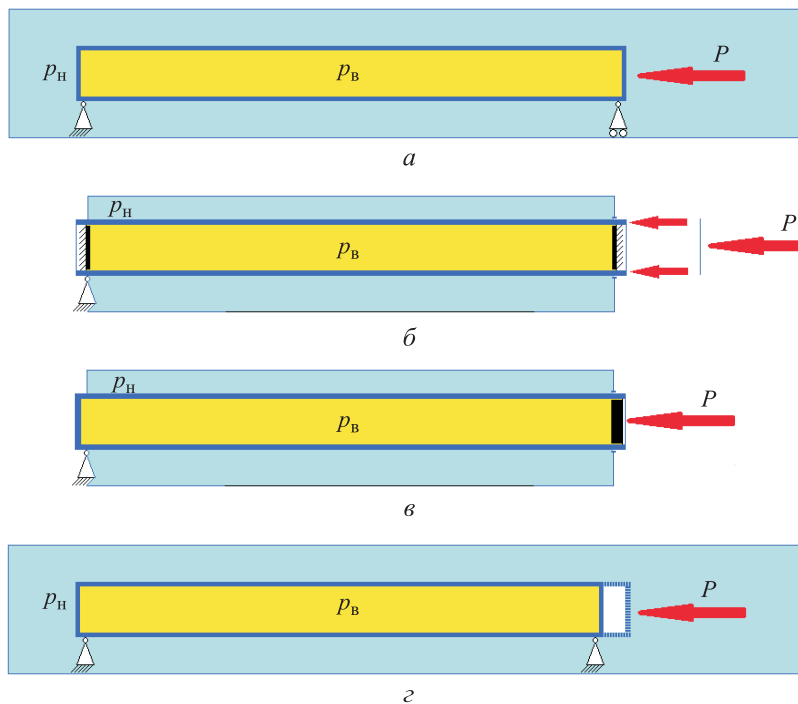


Рис. 9. Стержень при нагружении давлением:

a — с крышками; *б* — с подвижными заглушками; *в* — при воздействии усилия *P* на заглушку; *г* — с неподвижными опорами; $p_{в}, p_{н}$ — внутреннее и наружное давление; *P* — действующее усилие

1. В стержне с крышками (рис. 9, а) критическое усилие сжатия

$$P_{\text{кр}} = P_{\text{Е}}, \quad (28)$$

где $P_{\text{Е}}$ — критическое усилие при потере продольной устойчивости по Эйлеру.

Критическая нагрузка (28) не зависит от давления, так как действие давления на боковую поверхность компенсируется действием давления на крышки. Экспериментальное подтверждение положения, согласно которому внутреннее давление, действующее в замкнутом объеме, не влияет на устойчивость трубопровода, получено, например, во ВНИИСТе [1, с. 232].

2. В стержне с подвижными заглушками (рис. 9, б) критическое усилие сжатия

$$P_{\text{кр}} = P_{\text{Е}} - p_{\text{в}}F_{\text{в}} + p_{\text{н}}F_{\text{н}}. \quad (29)$$

3. В стержне при воздействии усилия на заглушку (рис. 9, в) критическое внутреннее давление

$$p_{\text{в кр}} = \frac{P_{\text{Е}} + p_{\text{н}}F_{\text{н}}}{F_{\text{в}}}. \quad (30)$$

4. В стержне с неподвижными опорами (рис. 9, г) критическое начальное усилие

$$P_{\text{кр}} = P_{\text{Е}} - (1 - 2\mu)(p_{\text{в}}F_{\text{в}} - p_{\text{н}}F_{\text{н}}). \quad (31)$$

В этом случае первоначально на стержень действует усилие P . Затем прямолинейный стержень фиксируется неподвижными опорами и нагружается давлением.

Под действием внутреннего давления без предварительного сжатия ($P_{\text{кр}} = 0$) стержень теряет устойчивость при концевых заделках [20].

Заключение. В обзорно-методической статье системным образом изложены известные теоретические положения по учету влияния давления жидкости и газа при решении задач статики гибких стержней. Давление создает распределенную по длине стержня нагрузку и приводит к появлению в уравнениях равновесия стержня эквивалентного веса единицы длины и эквивалентного осевого усилия. Подтверждена эквивалентность нагружения стержня давлением и объемными силами при анализе равновесия. Показано, что использование в уравнениях равновесия стержня осевого усилия вместо эквивалентного осевого усилия приводит к нарушению закона Архимеда.

Приведенные в работе положения следует учитывать при решении прикладных задач, разработке отраслевых нормативных документов и подготовке учебно-методической литературы в высших учебных заведениях технического профиля.

Автор выражает признательность профессору Ф.Д. Сорокину, поддержавшему идею подготовки данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Айнбиндер А.Б. *Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость*. Москва, Недра, 1991, 287 с.
- [2] Айнбиндер А.Б., Камерштейн А.Г. *Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость*. Москва, Недра, 1982, 341 с.
- [3] Светлицкий В.А. *Механика трубопроводов и шлангов: Задачи взаимодействия стержней с потоком жидкости или воздуха*. Москва, Машиностроение, 1982, 279 с.
- [4] Шаммазов А.М., Зарипов Р.М., Чичелов В.А., Коробков Г.Е. *Расчет и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях. В 2 т. Т. 1: Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов*. Москва, Интер, 2005, 706 с.
- [5] Глазков А.С., Климов В.П., Гумеров К.М. Продольно-поперечный изгиб трубопровода на участках грунтовых изменений. *Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов*, 2012, № 1, с. 63–70.
- [6] Александров М.М. *Взаимодействие колонн труб со стенками скважины*. Москва, Недра, 1982, 144 с.
- [7] Бородавкин П.П., Березин В.Л., Шадрин О.Б. *Подводные трубопроводы*. Москва, Недра, 1979, 415 с.
- [8] Лебедев Н.Ф. *Динамика гидравлических забойных двигателей*. Москва, Недра, 1981, 251 с.
- [9] Клюшников В.Д. *Лекции по устойчивости деформируемых систем*. Москва, Изд-во МГУ, 1986, 224 с.
- [10] Феодосьев В.И. *Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов*. Москва, Наука, Физматлит, 1996, 368 с.
- [11] Дадашев Б.Б. К вопросу о продольном изгибе колонны бурильных труб от гидростатического давления. *Азербайджанское нефтяное хозяйство*, 1940, № 10–11, с. 35–36.
- [12] Moore P.I., Cole F.V. Does buoyancy cause buckling of drill collars and drill pipe? *The Oil and Gas Journal*, 1965, vol. 63, no. 37, pp. 108–110.
- [13] Феодосьев В.И. *Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов*. 2-е изд. Москва, Наука, Физматлит, 1975, 176 с.
- [14] Сидоров Н.А., Григорьев В.И. Напряженность и устойчивость обсадных колонн под влиянием внутреннего избыточного давления. В кн.: *Разработка нефтяных и газовых месторождений*. Москва, 1963, с. 193–200.
- [15] Handelman G.H. Buckling under locally hydrostatic pressure. *J. of Applied Mechanics*, 1946, vol. 13, no. 3, pp. A198–A200.
- [16] Банатов В.П., Столяров В.А. Влияние гидростатического давления на изменение веса наклонно расположенной обсадной колонны, закрепленной в ее нижней части. *Известия вузов. Нефть и газ*, 1973, № 8, с. 30–34.
- [17] Бородавкин П.П., Березин В.Л. *Сооружение магистральных трубопроводов*. Москва, Недра, 1977, 407 с.
- [18] Lubinski A., Althouse W.S., Logan J.Z. Helical buckling of tubing sealed in packers. *J. of Petroleum Technology*, 1962, vol. 14, no. 6, pp. 655–670.

- [19] Lubinski A., Blenkarn K.A. Buckling of tubing in pumping wells, its effects and means for controlling it. *AIME Transactions*, 1957, vol. 210, pp. 73–88.
- [20] Palmer A.C., Baldry J.A.S. Lateral buckling of axially constrained pipelines. *J. of Petroleum Technology*, 1974, vol. 26, no. 11, pp. 1283–1284.
- [21] Mitchell R.F. Tubing buckling — the state-of-the-art. *SPE Drilling & Completion*, 2008, December, pp. 361–370.
- [22] Fyrileiv O., Collberg L. Influence of pressure in pipeline design: Effective axial force. *Proceeding of OMAE2005 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, January 2005, pp. 629–636.
DOI: 10.1115/OMAЕ2005-67502
- [23] Kaarstad E., Aadnoy B.S. Theory and application of buoyancy in wells. *Modern Applied Science*, 2011, vol. 5, no. 3, pp. 15–32.
- [24] Nergaard A.I. Effective force; fiction or reality? *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 2015, September 28. DOI: 10.2118/174785-MS
- [25] Nergaard A.I. The magic of buoyancy and hydrostatics — buoyancy and effective forces. *Modern Applied Science*, 2017, vol. 11, no. 12, pp. 77–83.
DOI: 10.5539/mas.v11n12p77
- [26] Samuel R., Kumar A. Effective force and true force: What are they? *IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, 6–8 March, 2012*.
DOI: 10.2118/151407-MS
- [27] Gay Neto A., Pimenta P.M., Martins C.A. Hydrostatic pressure load in pipes modeled using beam finite elements: Theoretical discussions and applications. *J. of Engineering Mechanics*, 2017, vol. 143, no. 4. Art. no. 04017003.
DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001189
- [28] Li Z. Using the fictitious force to judge the stability of pipe string is wrong. *The Open Petroleum Engineering Journal*, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 57–60.
DOI: 10.2174/1874834101306010057
- [29] Овчинников Н.Т. Учет гидростатики в задачах бурения. *Известия вузов. Геология и разведка*, 1979, № 11, с. 1–21. № 3160–79 Деп.
- [30] Овчинников Н.Т. Работа колонны труб в скважине, заполненной жидкостью. *Известия вузов. Геология и разведка*, 1982, № 3, с. 145–150.
- [31] Овчинников Н.Т. *Разработка методов учета влияния гидростатического давления на напряженно-деформированное состояние колонн труб при бурении и эксплуатации скважин. Автореф. дис. ... канд. техн. наук.* Москва, 1984, 24 с.
- [32] Курант Р. *Курс дифференциального и интегрального исчисления.* Т. 2. 4-е изд. Москва, Наука, Физматлит, 1970, 672 с.
- [33] Феодосьев В.И. *Сопrotивление материалов.* 5-е изд. Москва, Наука, 1970, 544 с.
- [34] Овчинников Н.Т. Моделирование приведения трубопровода в нормативное состояние изопериметрическим изменением формы. *Территория нефтегаз*, 2020, № 11–12, с. 90–101.

Статья поступила в редакцию 27.09.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Овчинников Н.Т. Различные аспекты учета давления жидкости и газа в задачах статики гибких стержней. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 11. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2021-11-2124>

Овчинников Николай Тихонович — канд. техн. наук, научный консультант ООО «Симойл». Компьютерное моделирование протяженных трубных систем в технологических процессах нефтегазовой отрасли. e-mail: ntorvs@rambler.ru

Various aspects of liquid and gas pressure metering in problems of statics of flexible bars

© N.T. Ovchinnikov

LLC Symoil, Moscow, 125371, Russia

In some practical applications, bars are loaded with the pressure of liquids and gases. Although the work of such objects is well studied and described in a large number of papers, some of the latter have wrongful provisions. For example, the equilibrium equations of a pipeline often include axial force instead of equivalent force, which reduces the accuracy of estimating the bending shape and acting stresses. The problem of accounting for pressure is due to the objectively more complex type of this loading in comparison with the forces of weight and insufficient distribution of the known provisions in engineering. This review and methodological paper focuses on a set of issues related to the loading of a bar by pressure. In the research, first, we obtained vector and linearized equations of equilibrium of the bar taking into account the load from the surface pressure. Then, we substantiated the equivalence of loading the bar with pressure and weight load determined by Archimedes' law. Finally, we gave provisions for taking into account the pressure in the study of the equilibrium, stability, deformation, and strength of the bar. As an example, the effect of pressure in the problems of laying a pipeline on the seabed and evaluating the longitudinal stability of the bar is shown.

Keywords: bar, pipeline, column, pressure, equivalent loading, equilibrium, stability, deformation, strength, Archimedes' law

REFERENCES

- [1] Aynbinder A.B. *Raschet magistralnykh i promyslovykh truboprovodov na prochnost i ustoychivost* [Calculation of main and field pipelines for strength and stability]. Moscow, Nedra Publ., 1991, 287 p.
- [2] Aynbinder A.B., Kamershteyn A.G. *Raschet magistralnykh truboprovodov na prochnost i ustoychivost* [Calculation of main pipelines for strength and stability]. Moscow, Nedra Publ., 1982, 341 p.
- [3] Svetlitskiy V.A. *Mekhanika truboprovodov i shlangov* [Mechanics of pipelines and hoses]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982, 279 p.
- [4] Shammazov A.M., Zaripov R.M., Chichelov V.A., Korobkov G.E. *Raschet i obespechenie prochnosti truboprovodov v slozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviyakh. V 2 t. Tom 1. Chislennoe modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniia i ustoychivosti truboprovodov* [Calculating and ensuring the strength of pipelines in difficult engineering and geological conditions. In 2 vols., vol. 1. Numerical modeling of the stress-strain state and stability of pipelines]. Moscow, Inter Publ., 2005, 706 p.
- [5] Glazkov A.S., Klimov V.P., Gumerov K.M. *Problemy sbora, podgotovki i transporta nefii i nefteproduktov — Problems of Gathering, Treatment and Transportation of Oil and Oil Products*, 2012, no. 1, pp. 63–70.
- [6] Aleksandrov M.M. *Vzaimodeystvie kolonn trub so stenkami skvazhiny* [Interaction of pipe strings with borehole walls]. Moscow, Nedra Publ., 1982, 144 p.
- [7] Borodavkin P.P., Berezin V.L., Shadrin O.B. *Podvodnye truboprovody* [Subsea pipelines]. Moscow, Nedra Publ., 1979, 415 p.
- [8] Lebedev N.F. *Dinamika gidravlicheskikh zaboynykh dvigateley* [Dynamics of downhole hydraulic motors]. Moscow, Nedra Publ., 1981, 251 p.

- [9] Klyushnikov V.D. *Lektsii po ustoychivosti deformiruemykh sistem* [Lectures on the stability of deformable systems]. Moscow, MSU Publ., 1986, 224 p.
- [10] Feodosiev V.I. *Izbrannye zadachi i voprosy po soprotivleniyu materialov* [Selected tasks and questions on the strength of materials]. Moscow, Nauka, Fizmatlit Publ., 1996, 368 p.
- [11] Dadashev B.B. *Azerbaydzhanskoe nefyanoe khozyaystvo – Oil industry*, 1940, no. 10–11, pp. 35–36.
- [12] Moore P.I., Cole F.V. Does buoyancy cause buckling of drill collars and drill pipe? *The Oil and Gas Journal*, 1965, vol. 63, no. 37, pp. 108–110.
- [13] Feodosiev V.I. *Desyat lektsiy-besed po soprotivleniyu materialov* [Ten lectures-talks on the strength of materials]. 2nd ed. Moscow, Nauka, Fizmatlit Publ., 1975, 176 p.
- [14] Sidorov N.A., Grigoriev V.I. Napryazhennost i ustoychivost obsadnykh kolonn pod vliyaniem vnutrennego izbytochnogo davleniya [Tension and stability of casing strings under the influence of internal overpressure]. In: *Razrabotka nefyanykh i gazovykh mestorozhdeniy* [Development of oil and gas fields]. Moscow, 1963, pp. 193–200.
- [15] Handelman G.H. Buckling under locally hydrostatic pressure. *Journal of Applied Mechanics*, 1946, vol. 13, no. 3, pp. A198–A200.
- [16] Banatov V.P., Stolyarov V.A. *Izvestiya vuzov. Neft i gaz — Oil and Gas Studies*, 1973, no. 8, pp. 30–34.
- [17] Borodavkin P.P., Berezin V.L. *Sooruzhenie magistralnykh truboprovodov* [Construction of trunk pipelines]. Moscow, Nedra Publ., 1977, 407 p.
- [18] Lubinski A., Althouse W.S., Logan J.Z. Helical buckling of tubing sealed in packers. *Journal of Petroleum Technology*, 1962, vol. 14, no. 6, pp. 655–670.
- [19] Lubinski A., Blenkarn K.A. Buckling of tubing in pumping wells, its effects and means for controlling it. *AIME Transactions*, 1957, vol. 210, pp. 73–88.
- [20] Palmer A.C., Baldry J.A.S. Lateral Buckling of Axially Constrained Pipelines. *Journal of Petroleum Technology*, 1974, vol. 26, no. 11, pp. 1283–1284.
- [21] Mitchell R.F. Tubing buckling — the state-of-the-art. *SPE Drilling & Completion*, 2008, December 1, pp. 361–370.
- [22] Fyrileiv O., Collberg L. Influence of pressure in pipeline design: effective axial force. *Proceeding of OMAE2005 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, January 2005, pp. 629–636
DOI: 10.1115/OMAE2005-67502
- [23] Kaarstad E., Aadnoy B.S. Theory and application of buoyancy in wells. *Modern Applied Science*, 2011, vol. 5, no. 3, pp. 15–32.
- [24] Nergaard A.I. Effective force; fiction or reality? *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 2015, September 28. DOI: 10.2118/174785-MS
- [25] Nergaard A.I. The magic of buoyancy and hydrostatics — buoyancy and effective forces. *Modern Applied Science*. 2017, vol. 11, no. 12, pp. 77–83.
DOI: 10.5539/mas.v11n12p77
- [26] Samuel R., Kumar A. Effective force and true force: what are they? *IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, 6–8 March, 2012*.
DOI: 10.2118/151407-MS
- [27] Gay Neto A., Pimenta P.M., Martins C.A. Hydrostatic pressure load in pipes modeled using beam finite elements: theoretical discussions and applications. *Journal of Engineering Mechanics*, 2017, vol. 143, no. 4. Art. no. 04017003.
DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001189
- [28] Li Z. Using the fictitious force to judge the stability of pipe string is wrong. *The Open Petroleum Engineering Journal*, 2013, vol. 6, no. 1. pp. 57–60.
DOI: 10.2174/1874834101306010057

- [29] Ovchinnikov N.T. *Izvestiya vuzov. Geologiya i razvedka — Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration*, 1979, no. 11, pp. 1–21, no. 3160–79 Dep.
- [30] Ovchinnikov N.T. *Izvestiya vuzov. Geologiya i razvedka — Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration*, 1982, no. 3, pp. 145–150.
- [31] Ovchinnikov N.T. *Razrabotka metodov ucheta vliyaniya gidrostaticheskogo davleniya na napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie kolonn trub pri bureniy i ekspluatatsii skvazhin*. Avtoref. diss. kand. tek. nauk [Development of methods for accounting for the effect of hydrostatic pressure on the stress-strain state of pipe strings during drilling and well operation. Cand. eng. sc. author's abstract]. Moscow, 1984, 24 p.
- [32] Courant R. *Differential and Integral Calculus*. Ishi Press, 2010, 668 p. [In Russ.: Courant R. Kurs differentsialnogo i integralnogo ischisleniya. 4th ed. Moscow, Nauka, Fizmatlit Publ., 1970, 672 p.].
- [33] Feodosiev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials.]. 5th ed. Moscow, Nauka Publ., 1970, 544 p.
- [34] Ovchinnikov N.T. *Territoriya neftegaz — Oil and Gas Territory*, 2020, no. 11–12, pp. 90–101.

Ovchinnikov N.T., Cand. Sc. (Eng.), scientific consultant, LLC Symoil. Computer simulation of extended pipe systems in technological processes of oil and gas industry.
e-mail: ntorvs@rambler.ru