

**Параметрическое расчетное исследование влияния вероятностного характера отклонений траекторий частиц на неравномерность их локализации в модельном тракте**

© А.В. Воронцовский, К.Ю. Арефьев, М.А. Абрамов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Исследована пространственная структура двухфазного течения в сверхзвуковом модельном канале круглого сечения с диаметром цилиндрической части ~10 мм. Для моделирования использован подход Лагранжа — Эйлера в комбинации с вероятностной оценкой отклонения дисперсных частиц от их базовой траектории. Рассмотрены особенности движения в канале частиц хром-никелевого сплава диаметром от 15 до 40 мкм. Проанализировано влияние характера функции плотности распределения значения среднеквадратичного отклонения координаты частицы от ее базовой траектории на качество смешения дисперсной фазы с потоком и на количество частиц, взаимодействующих со стенками проточного тракта.*

**Ключевые слова:** *двухфазные течения, частицы, метод Лагранжа — Эйлера, функция плотности распределения вероятности, среднеквадратичное отклонение*

**Введение.** Гетерогенные высокоэнтальпийные потоки применяются во многих отраслях промышленности в качестве рабочего тела, поэтому вопросы организации их эффективного использования на сегодняшний день особенно актуальны [1–4]. В частности, без двухфазных потоков невозможна работа технологических установок для напыления покрытий, резки материалов и пескоструйной обработки поверхностей. В некоторых энергетических и силовых установках используется двухфазное рабочее тело, которое формируется при сгорании энергоемких конденсированных составов.

Одними из основных показателей двухфазных потоков, используемых в технологических и энергосиловых установках, являются расходонапряженность дисперсной фазы и равномерность распределения частиц. В целях повышения характеристик технологических и энергосиловых установок проводится многофакторная оптимизация системы инжекции частиц дисперсной фазы и устройств формирования двухфазного потока [5–7]. Для решения этой задачи могут применяться методы экспериментального исследования или численного моделирования.

Развитие математических моделей и численных алгоритмов дает возможность сократить количество высокотратных экспериментальных исследований. При этом могут применяться коммерческие или авторские программные пакеты [5]. При моделировании двух-

фазных течений широко распространено использование комбинированного подхода Лагранжа — Эйлера. Следует учитывать, что частицы, имеющие близкие параметры и условия инжекции, часто объединяются в кластеры. При объединении достаточного количества частиц в кластеры оптимизируются затраты вычислительных ресурсов. Данный подход может быть использован при моделировании равновесных и неравновесных двухфазных течений [8, 9], а также при оценке уровня адгезии частиц или эрозии проточного тракта [10].

Однако при дискретном распределении кластеров не учитываются отклонения частиц от базовых траекторий, являющихся следствием пульсаций в потоке, а также индивидуальные особенности самих частиц. Кроме того, дискретное распределение в ряде случаев затрудняет анализ. В работах [11, 12] предложен метод дискретно-непрерывного преобразования локализации траекторий кластеров частиц на этапе постобработки результатов расчета, что в итоге дает возможность получить локально-непрерывное распределение расходонапряженности конденсированной фазы. Алгоритм обработки результатов расчета основан на вероятностном представлении отклонения возможного движения частиц от базовых траекторий кластеров.

Вместе с тем дискретно-непрерывное преобразование траекторий кластеров сопряжено с необходимостью получения новых статистических расчетно-экспериментальных данных об отклонении частиц от базовых траекторий кластеров. Большое влияние на результат анализа оказывают используемые в постобработке функции плотности распределения вероятности отклонения координаты индивидуальных частиц от траекторий кластеров и их изменение в зависимости от пройденного частицами пути. При использовании в предложенном методе функции плотности нормального распределения [12] отклонение частиц от базовой траектории определяется дисперсией ее координаты.

Цель настоящей статьи — исследовать влияние вероятностного характера отклонений траекторий частиц на неравномерность их локализации в модельном тракте.

**Постановка задачи и описание математической модели.** В качестве объекта исследования рассмотрен модельный проточный тракт (рис. 1), состоящий из последовательно расположенных сопла, секции подачи частиц и сверхзвукового цилиндрического насадка. Выбор конфигурации проточного тракта определен техническими возможностями экспериментальной установки, которая будет использована на следующих этапах исследования структуры течения высокоскоростных двухфазных потоков. Результаты данной работы будут использоваться для дальнейшего экспериментального определения критерия дискретно-непрерывного преобразования при вероятностном подходе.

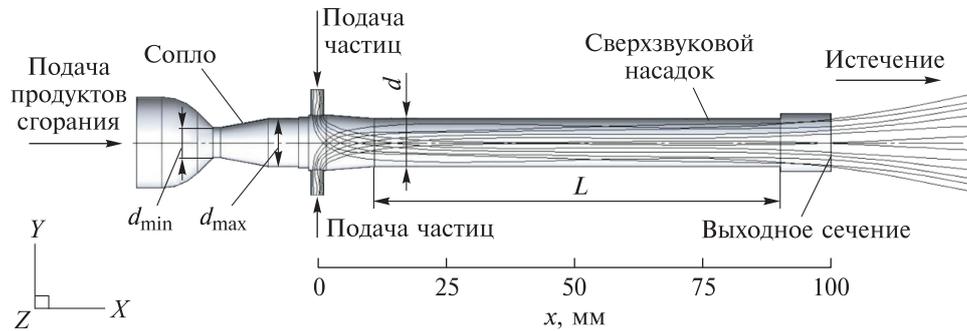


Рис. 1. Схема модельного проточного тракта

Газовая фаза моделируемого гетерогенного потока представляет собой продукты сгорания (ПС) этанола с кислородом, которые на входе в сопло модельного тракта обладали следующими параметрами:

- полное давление на входе в сопло  $p_{\text{ПС}}^* = 0,7$  МПа;
- полная температура ПС  $T_{\text{ПС}}^* \approx 2800$  °С;
- суммарный расход  $G_{\text{ПС}} = 12,2$  г/с.

Разгон ПС до скоростей, соответствующих числу Маха  $M \approx 2$ , происходит в сопле со степенью расширения

$$(d_{\text{max}}/d_{\text{min}})^2 = 2,5,$$

где  $d_{\text{max}}$  — диаметр выходного сечения сопла,  $d_{\text{max}} = 9,5$  мм;  $d_{\text{min}}$  — диаметр критического сечения сопла,  $d_{\text{min}} = 6$  мм.

Подача частиц осуществляется радиально через две трубки с помощью транспортирующего газа. Частицы попадают в секцию, расположенную за соплом, после чего в цилиндрическом сверхзвуковом насадке с относительным удлинением  $L/d = 8,5$  они смешиваются с ПС и получившийся двухфазный поток истекает через выходное сечение в окружающую среду ( $L$  — длина цилиндрического сверхзвукового насадка,  $L = 80$  мм;  $d$  — диаметр цилиндрического сверхзвукового насадка,  $d = 9,5$  мм;  $F_{\text{КС}}$  — площадь, соответствующая данному диаметру). Для рассматриваемого модельного проточного тракта введена система координат  $XYZ$ , направление осей которой представлено на рис. 1. Принято, что начало координат совпадает с точкой пересечения оси сопла и осей трубок подачи частиц.

В качестве конденсированной фазы были исследованы частицы полифракционного состава, чьи физические свойства соответствовали свойствам хром-никелевого сплава  $\text{Ni}_{19}\text{Cr}_{18}\text{Fe}_3\text{MoCoTi}$ . Число фракций  $N_{\text{ф}}$  равно 6. Диаметры частиц  $d_{\text{ч}}$  каждой фракции, счетные  $n_i$  и массовые  $g_i$  доли представлены в таблице.

**Фракционный состав конденсированной фазы**

Номер фракции	$d_{ч}$ , мкм	$n_i$	$g_i$
1	15	0,167	0,02
2	20		0,05
3	25		0,10
4	30		0,17
5	35		0,27
6	40		0,39

Расчет траекторий движения частиц и распределения параметров течения газа в модельном канале основывался на численном моделировании двухфазного течения с применением комбинированного подхода Лагранжа — Эйлера [5]. Параметры газовой фазы рассчитывались на основе решения системы осредненных по Фавру уравнений Навье — Стокса, записанной для сжимаемой вязкой теплопроводной неразрывной среды, в пространственной квазистационарной постановке (с локальным шагом по времени) с замыканием системы двухпараметрической моделью турбулентности  $k-\omega$  [13].

Частицы рассматривались как дискретная фаза в лагранжевой системе координат. В расчетах принято, что частицы одного размера, находящиеся в начальный момент времени в одной расчетной ячейке, объединяются в кластер. Частицы одного кластера имеют одинаковые характеристики и общую траекторию движения. Движение частиц нестационарное. Следует отметить, что обратное воздействие частиц на газовый поток в расчетах не учитывалось вследствие их невысокой массовой и объемной доли в потоке.

Для последующей обработки результатов расчета характеристик двухфазного потока использовали разработанную авторами [11, 12] методику оценки неравномерности локализации частиц с поправкой на вероятностный характер отклонений их траекторий (с вероятностной поправкой). Для кластера строилась функция плотности вероятности пространственной локализации конкретной траектории частицы (ПЛТЧ) в рассматриваемом сечении. Положение максимума этой функции соответствует положению точки пересечения траектории движения кластера с плоскостью сечения, в связи с чем принимается, что отклонение вектора скорости кластера от нормали к плоскости рассматриваемого сечения незначительно влияет на результаты анализа. Введение данной функции, характеризующей вероятность отклонения траектории движения частицы (кластера частиц) от базовой, обосновано влиянием турбулентности, скоростной неравновесности, пульсаций давления, случайных столкновений частиц и прочих возмущающих воздействий на движущуюся в высокоскоростном газовом потоке частицу. При этом предполагается, что характерная область

локализация частицы вдоль траектории ее движения будет возрастать ввиду накопления эффекта указанных возмущающих воздействий.

Уравнение дискретно-непрерывного преобразования в данном случае основано на определении функции плотности распределения вероятности  $p_{\text{ч}}$  пересечения индивидуальными частицами рассматриваемого сечения с координатой  $x$  вблизи траектории кластера, которая может быть описана с помощью двумерного нормального распределения Гаусса (коэффициент корреляции случайных величин  $r = 0$ ):

$$p_{\text{ч}}(y, z) = \frac{\exp\left(-\frac{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}{2\sigma^2}\right)}{2\pi\sigma^2}. \quad (1)$$

В данном случае функция  $p(y, z)dydz$  определяет вероятность обнаружения физического объекта, находящегося в момент времени  $t$  в объеме пространства, значения координат которого  $y, z$  принадлежат соответственно интервалам  $y - (y + dy); z - (z + dz)$ . Здесь  $y, z$  — случайные величины координат локализации частицы (кластера частиц) в рассматриваемом сечении;  $y_0, z_0$  — координаты точки пересечения траектории движения частицы (кластера частиц) с плоскостью рассматриваемого сечения;  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение пространственной локализации частиц относительно траектории кластера (для этого исследования принято, что среднеквадратичное отклонение случайных величин  $\sigma_y = \sigma_z = \sigma$ ). Следует отметить, что рассматриваемые величины  $y$  и  $z$  являются независимыми.

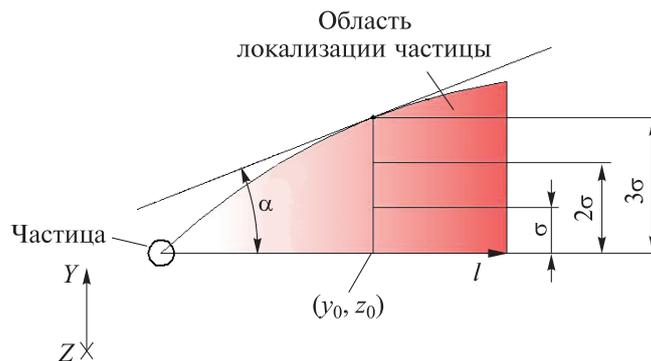
В данном параметрическом исследовании характеризовать размер области возможной локализации частицы будет именно параметр  $\sigma$ . Введение функции ПЛТЧ при траекторном анализе двухфазных течений позволяет минимизировать влияние размера расчетной сетки на получаемое с использованием этой функции распределение расходонапряженности потока частиц в сечениях рассматриваемого проточного тракта. Поэтому основным параметром, характеризующим распределение расходонапряженности потока частиц, будет являться значение  $\sigma$  в функции ПЛТЧ.

Следует отметить, что в предыдущих исследованиях авторов [11, 12] принималось, что значение данного параметра постоянно в каждой точке траектории частицы и может быть в первом приближении рассчитано по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{F_{\text{кс}}}{4K_{\text{кл}}}}, \quad (2)$$

где  $F_{\text{кс}}$  — площадь поперечного сечения рассматриваемого тракта;  $K_{\text{кл}}$  — количество кластеров, траектории которых пересекают рассматриваемое сечение.

Отметим, что в начальный момент частицы равномерно распределяются в выходном сечении канала подачи (инжекции), поэтому параметр  $\sigma \rightarrow 0$ . По мере движения частицы вдоль своей траектории значение  $\sigma$  будет изменяться по некоторому закону  $\sigma(l)$ , где  $l$  — координата вдоль траектории частицы. При этом скорость роста области локализации частиц вдоль траектории ее движения будет определяться величиной угла  $\alpha$  (рис. 2).



**Рис. 2.** Схематичное представление изменения области локализации частицы вдоль линеаризованного пути ее движения

Функциональная связь между параметрами  $\sigma$  и  $\alpha$  в данном случае может быть представлена в виде

$$\alpha(l) = \arctan\left(3 \frac{\partial \sigma}{\partial l}\right). \quad (3)$$

В параметрическом исследовании принимается, что параметр  $\sigma$  постепенно увеличивается вдоль траектории движения частицы до своего максимального значения  $\sigma_{\max}$  в выходном сечении модельного проточного тракта, величину  $\sigma_{\max}$  можно определить по формуле (2).

Модельный тракт соответствует конфигурации проточного тракта существующей экспериментальной установки. Эксперимент, проводимый на данной установке, является следующим этапом работы, он позволит конкретизировать значения базовых параметров, используемых в настоящем параметрическом исследовании.

В рамках настоящей статьи рассмотрены четыре характерных закона  $\sigma(l)$  и  $\alpha(l)$ , графики этих зависимостей представлены на рис. 3. Показаны случаи, для которых параметр  $\sigma$  вдоль траектории увеличивается линейно, при этом значение угла  $\alpha = \text{const}$  (кривые  $\sigma_1(l)$  и  $\alpha_1(l)$  на рис. 3), и по экспоненциальному закону (кривые  $\sigma_2(l)$ ,  $\sigma_3(l)$ ,  $\sigma_4(l)$  на рис. 3) с разными коэффициентами скорости возрастания функций, для которых выполняются условия  $\alpha_2(0) = 2^\circ$ ,  $\alpha_3(0) = 4^\circ$  и  $\alpha_4(0) = 8^\circ$ .

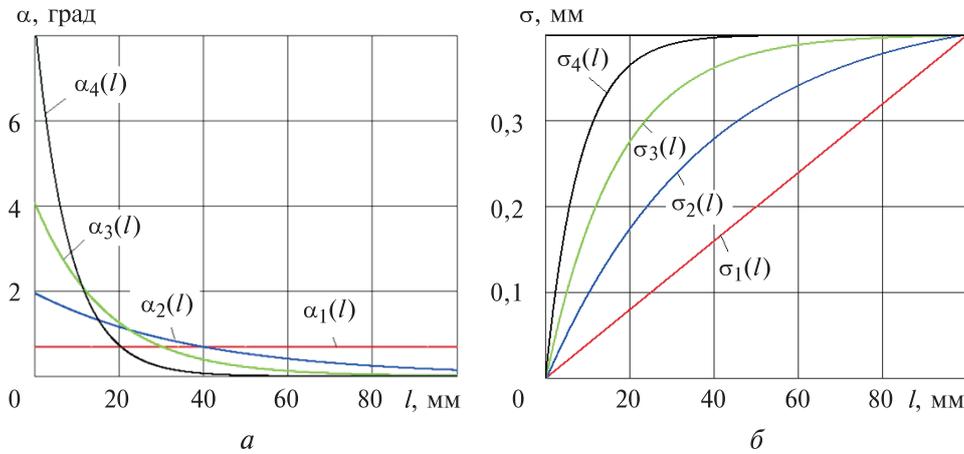


Рис. 3. Графики характерных законов:  
 $a$  —  $\alpha(l)$ ;  $b$  —  $\sigma(l)$

В настоящей работе оценка качества смешения частиц с газом проводится с использованием коэффициента  $\theta$  — среднеквадратичного отклонения расходонапряженности потока частиц в сечении. Для определения данного коэффициента вводится понятие функции расходонапряженности потока частиц:

$$q_{п.ч}(z, y) = \sum_{i=1}^{K_{кл}} q_{ч_i, j}(z, y), \quad (4)$$

$$q_{ч_i}(z, y) = p_{ч_i}(z, y)G_{ч_i},$$

где  $q_{ч_i}(z, y)$  — функция расходонапряженности частиц  $i$ -го кластера;  $G_{ч_i}$  — массовый расход частиц вдоль одной траектории.

Итоговая зависимость выглядит следующим образом:

$$\theta(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\iint q_{п.ч}(z, y) df}{F_i} - q_{ср} \right)^2}{n}}, \quad (5)$$

$$q_{ср} = G_{ч}/F_{кс}.$$

Здесь  $n$  и  $F_i$  — количество и площадь элементарных областей в рассматриваемом сечении соответственно;  $q_{ср}$  — среднее значение расходонапряженности потока частиц;  $G_{ч}$  — суммарный массовый расход частиц.

Таким образом, неравномерность локализации оценивают по величине среднеквадратичного отклонения расходонапряженности потока частиц  $\theta$  в произвольном сечении от среднего значения расходо-

напряженности  $q_{\text{ср}}$ . Если распределение частиц (траекторий) по сечению равномерное, то величина  $\theta$  будет стремиться к нулю. С увеличением неравномерности коэффициент  $\theta$  также будет возрастать. В качестве примера на рис. 4 представлены распределения функции расходонапряженности потока частиц, отнесенные к среднему значению  $q_{\text{п.ч.}}/q_{\text{ср}}$ , в сечении модельного канала радиусом  $r_{\text{max}}$  и соответствующие данным распределениям значения параметра  $\theta$ .

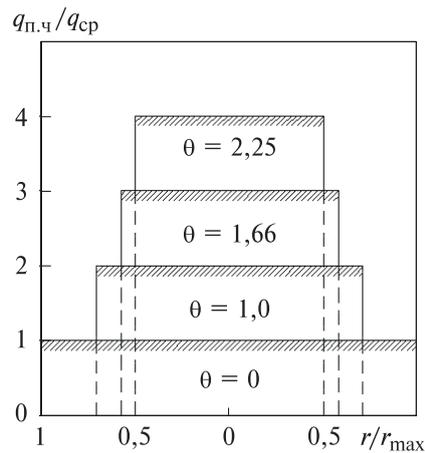


Рис. 4. Иллюстрация оценки неравномерности распределения частиц

В практической деятельности важной задачей является оценка интенсивности взаимодействия частиц со стенкой проточного тракта. В [11, 12] принято, что частицы, траектории которых пролегают в непосредственной близости от стенки, не взаимодействуют с ней. Однако случайное отклонение частиц от базовой траектории может привести к попаданию некоторого количества частиц на стенку. Разработанная математическая модель поможет оценить относительное количество таких частиц. Приведем один из возможных вариантов такой оценки, рассмотрев схему пересечения области локализации частиц со стенками проточного тракта, представленную на рис. 5.

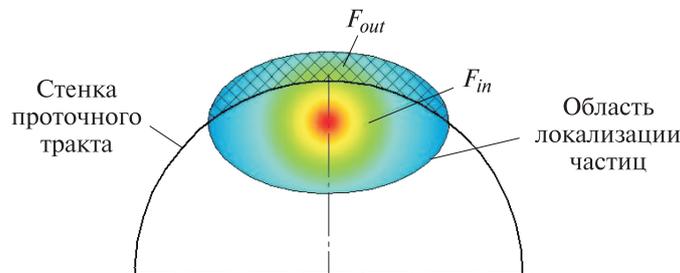


Рис. 5. Схема пересечения области локализации частиц со стенками проточного тракта

В сечении рассматриваемого проточного тракта, ограниченного стенками, по зависимостям (1) и (4) строится функция расходонапряженности потока частиц  $q_{п.ч}$ . При этом данный показатель в зависимости от значения параметра  $\sigma$  и распределения точек пересечения траекторий частиц с рассматриваемым сечением будет определять характерную область локализации частиц.

Заметим, что траектории движения частиц находятся внутри расчетной области. Однако получаемая область их локализации может как полностью находиться внутри сечения, так и условно выходить за ее пределы. В случае пересечения области локализации частиц со стенками формально будем разделять данную область на зону внутри  $F_{in}$  и снаружи  $F_{out}$  проточного тракта. Принимаем, что расход, выражаемый суммарной расходонапряженностью в зоне  $F_{out}$ , определяет максимальное количество осаждаемых частиц в сечении (под осаждением в данном случае понимается абсолютно неупругий удар частицы о стенку). Тогда расчет предельного значения доли осаждаемых частиц в рассматриваемом сечении будет проводиться по формуле

$$m(x) = \frac{\iint q_{п.ч}(z, y) df}{G_q} \cdot 100 \%. \quad (6)$$

Значение коэффициента  $m$  характеризует близость траекторий кластеров к границам расчетной области и косвенно указывает на вероятность попадания частиц на стенки проточного тракта. Максимальные значения  $m$  позволяют определить локализацию области с наибольшей интенсивностью механического воздействия частиц. Отметим, что для уточнения интенсивности взаимодействия частиц со стенкой требуется проведение специальных расчетов, учитывающих предысторию каждого рассматриваемого кластера и изменение импульса каждой частицы при ударе о стенку [10].

**Результаты расчетов и их анализ.** Рассмотрим полученные результаты расчета и проведем их анализ. Поля распределений скорости  $V$  и расходонапряженности  $\rho v$  газа представлены на рис. 6. В цилиндрической части тракта образуется система мостообразных косых скачков уплотнения (течение газа сверхзвуковое на всей длине канала), при этом скорость и расходонапряженность газа на данном участке лежит в диапазоне значений  $V = 1500 \dots 2000$  м/с и  $\rho v = 300 \dots 400$  кг/(м<sup>2</sup>·с).

Для рассмотренного случая газодинамического течения продуктов сгорания построены траектории движения частиц в координатах Лагранжа. Траектории движения частиц всех фракций проходят вблизи стенок канала за местом подачи частиц, что объясняется достаточно

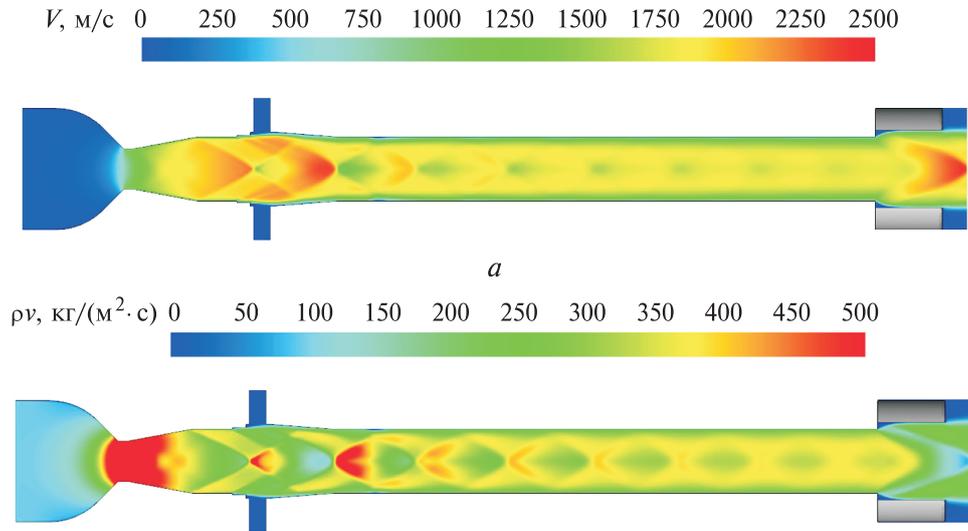


Рис. 6. Поля распределения скорости и расходонапряженности газа в плоскости симметрии модели

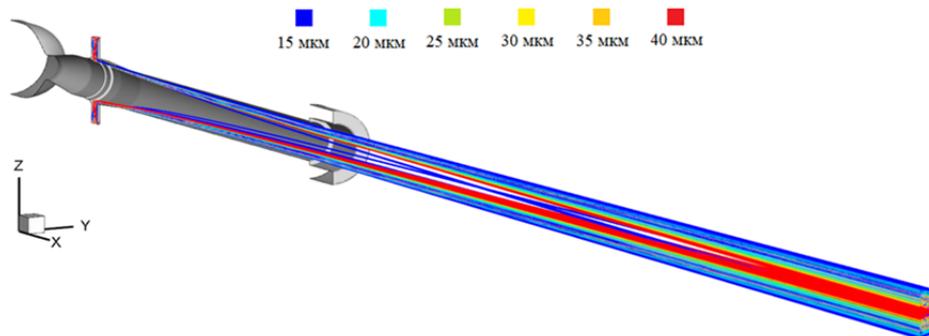


Рис 7. Траектории движения конденсированной фазы

низким по отношению к продуктам сгорания скоростным напором транспортирующего газа (рис. 7). Такой вариант ввода частиц выбран для более наглядной демонстрации получаемых результатов. По длине цилиндрического канала происходит смещение траекторий движения частиц ближе к оси канала, в выходном сечении данное смещение не превышает  $0,35 r_{\text{кц}}$  ( $r_{\text{кц}}$  — радиус цилиндрической секции канала). Цветом на рис. 7 показан диаметр частиц.

Примеры полученных полей распределения относительной расходонапряженности потока частиц (по отношению к максимальной расходонапряженности потока частиц в рассматриваемом сечении) в сечениях с координатой  $x = 10$  мм и  $x = 50$  мм (см. рис. 1) для различных законов  $\sigma(l)$  показаны на рис. 8. Исходя из анализа представ-

ленных распределений, можно отметить существенное влияние размера области локализации отдельных частиц на конечное поле распределения расходонапряженности потока конденсированной фазы в целом.

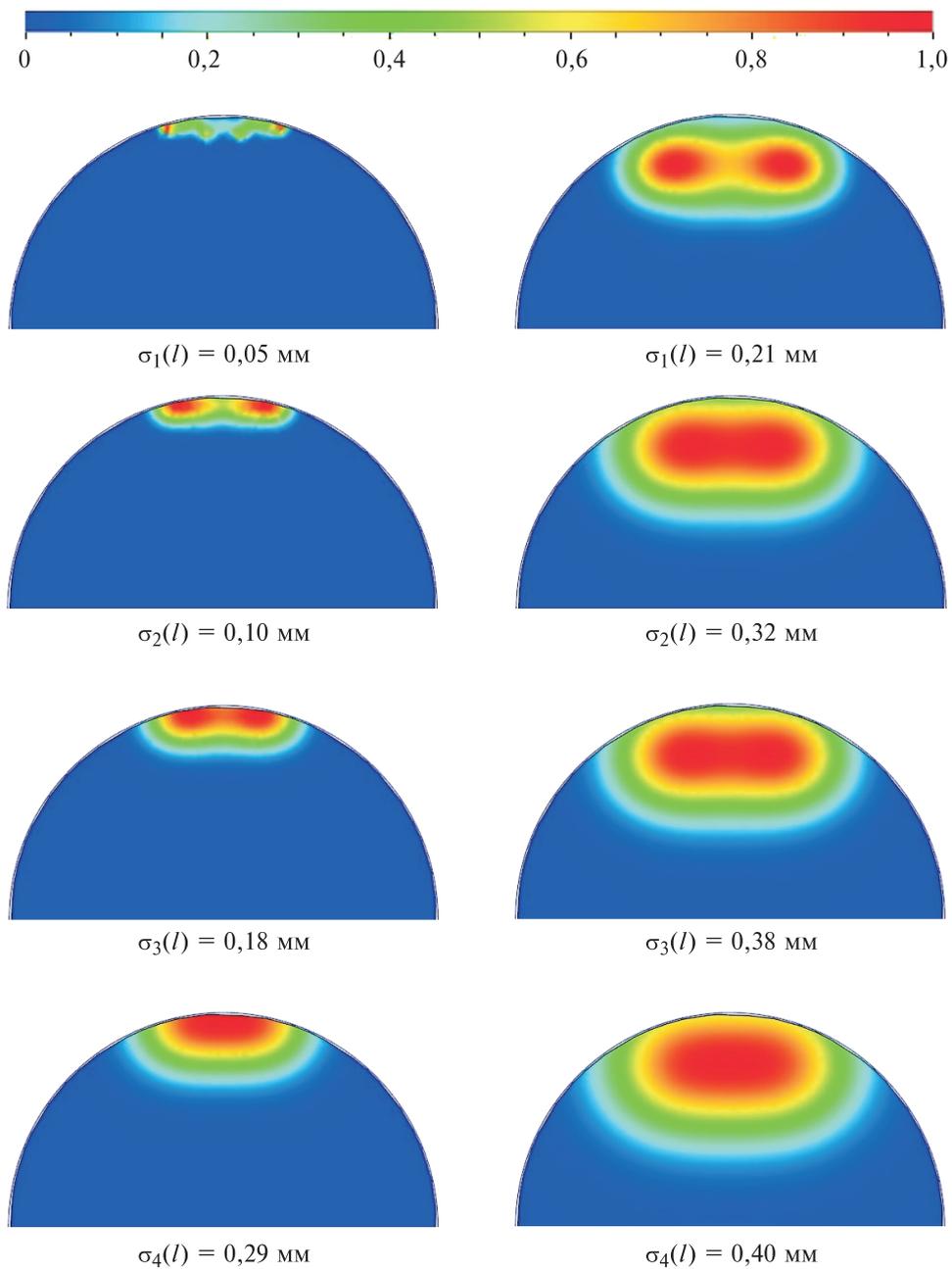


Рис. 8. Поля распределения относительной расходонапряженности потока частиц в сечениях  $x = 10$  мм (слева) и  $x = 50$  мм (справа)

Количественная оценка неравномерности распределения частиц, как отмечалось ранее, проводится на основе анализа значений коэффициента  $\theta$  в поперечных сечениях цилиндрического канала. Изменение значений данного коэффициента по длине модельного тракта представлено на рис. 9: кривые  $\theta_{1-4}(x)$  соответствуют распределениям для законов  $\sigma_{1-4}(l)$ . Рассмотрим полученные результаты более подробно. Так, все кривые имеют монотонно убывающий характер на всем исследуемом участке.

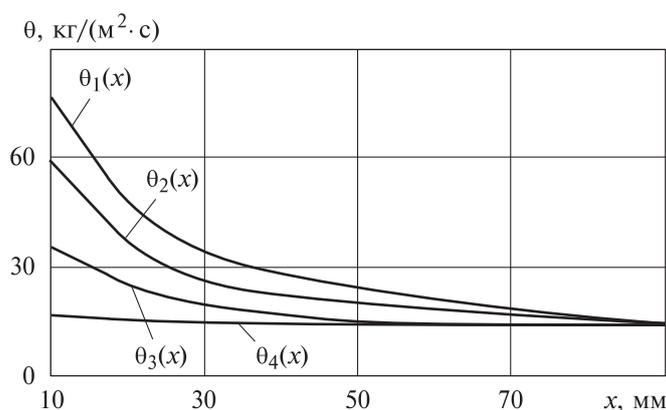


Рис. 9. Кривые распределения  $\theta(x)$  для различных законов  $\sigma(l)$

Напомним, что в рамках настоящего параметрического исследования для всех законов  $\sigma(l)$  значения параметра  $\sigma$  в выходном сечении при  $x = 90$  мм приняты равными 0,4 мм. В связи с этим для всех законов  $\sigma_{1-4}(l)$  среднеквадратичное отклонение расходонапряженности потока частиц также оказывается одинаковым:  $\theta_{1-4} = 14,1$  кг/(м<sup>2</sup>·с).

На входе в цилиндрический участок при  $x = 10$  мм прослеживается существенное различие в равномерности распределения расходонапряженности потока частиц в зависимости от выбранного закона  $\sigma(l)$ . При значении  $\sigma_1(10) = 0,05$  мм в случае использования линейного закона  $\sigma_1(l)$  среднеквадратичное отклонение расходонапряженности потока частиц  $\theta_1(10) = 76,3$  кг/(м<sup>2</sup>·с). Это означает, что области локализации частиц и базовых траекторий практически совпадают и частицы движутся очень узким пучком. С увеличением начального угла  $\alpha$  коэффициент  $\theta$  в сечении с координатой  $x = 10$  мм начинает уменьшаться и принимает значения  $\theta_2(10) = 58,7$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $\theta_3(10) = 37,8$  кг/(м<sup>2</sup>·с) и  $\theta_4(10) = 16,7$  кг/(м<sup>2</sup>·с) для  $\sigma_2(10) = 0,10$  мм,  $\sigma_3(10) = 0,18$  мм и  $\sigma_4(10) = 0,29$  мм соответственно. Следовательно, зона теоретически возможного нахождения частиц становится значительно шире, чем область локализации их базовых траекторий.

На основе полученных данных, представленных на рис. 9, был построен график зависимости  $\theta(\sigma)$  на входе в цилиндрический участок тракта (рис. 10). Эта зависимость близка к линейной. Так, увеличение на  $\approx 80\%$  характерного размера области локализации частицы  $\sigma$  приводит к пропорциональному снижению на  $\approx 80\%$  среднеквадратичного отклонения расходонапряженности потока частиц в сечении  $\theta$ .

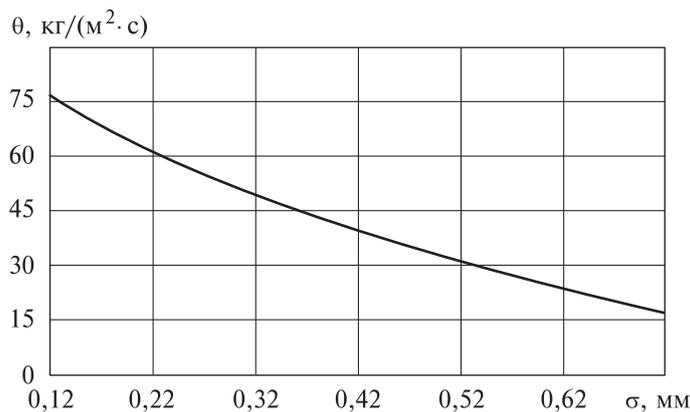


Рис. 10. График зависимости  $\theta(\sigma)$  на входе в цилиндрический канал

Далее проведем анализ того, насколько близко расположены траектории движения частиц от стенки проточного тракта с учетом принятых значений размера области их локализации. Для этого рассмотрим распределения  $m(x)$ , представленные на рис. 11, где кривые  $m_{1-4}(x)$  соответствуют распределениям для законов  $\sigma_{1-4}(l)$ .

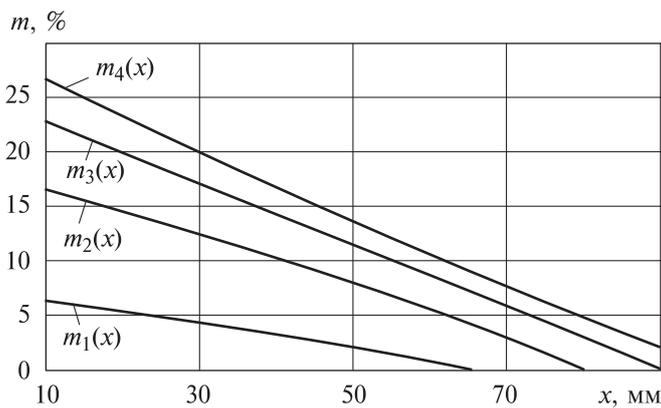


Рис. 11. Кривые распределения  $m(x)$  для различных законов  $\sigma(l)$

Максимальное значение коэффициента  $m$  для всех рассматриваемых законов  $\sigma(l)$  достигается на входе в цилиндрический канал, при этом также характерным для всех распределений является практиче-

ски линейное снижение данного коэффициента по длине проточного тракта (см. рис. 11). Это свидетельствует о том, что, несмотря на увеличение значения  $\sigma$  для всех рассматриваемых законов, постепенное смещение траекторий движения частиц от стенки проточного тракта в данном случае оказывает более сильное влияние на значение коэффициента  $m$ , тем самым постепенно снижая его.

Отметим также, что снижение значения коэффициента  $m$  до нуля происходит в разных сечениях для каждого из рассмотренных законов  $\sigma(l)$ . Так, в случае линейного закона  $\sigma_1(l)$  вероятность осаждения частиц стремится к нулю уже в сечении с координатой  $x = 64$  мм, тогда как в случае использования закона  $\sigma_4(l)$  значение коэффициента  $m$  равняется 2 % даже в выходном сечении.

**Заключение.** В ходе проведенного параметрического исследования влияния вероятностного характера отклонений траекторий частиц на неравномерность их распределения в двухфазном потоке были получены следующие результаты.

1. Установлена функциональная связь между характерным размером области локализации частицы (кластера частиц)  $\sigma$  и параметром  $\alpha$ , отражающая скорость роста области локализации частицы вдоль траектории ее движения.

2. Для исследованного модельного тракта проведено параметрическое исследование влияния характерного закона  $\sigma(l)$  и  $\alpha(l)$  на значение среднеквадратичного отклонения расходонапряженности потока частиц  $\theta$  в сечении тракта. Установлено, что с увеличением начального угла  $\alpha$  коэффициент  $\theta$  на входе в цилиндрический участок тракта начинает уменьшаться и принимает значения  $\theta_1(10) = 76,3$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $\theta_2(10) = 58,7$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $\theta_3(10) = 37,8$  кг/(м<sup>2</sup>·с) и  $\theta_4(10) = 16,7$  кг/(м<sup>2</sup>·с) для  $\sigma_1(10) = 0,05$  мм,  $\sigma_2(10) = 0,10$  мм,  $\sigma_3(10) = 0,18$  мм и  $\sigma_4(10) = 0,29$  мм соответственно.

3. Показано, что график зависимости  $\theta(\sigma)$  на входе в тракт имеет практически линейный характер. Увеличение на  $\approx 80$  % характерного размера области локализации частицы  $\sigma$  приводит к пропорциональному снижению на  $\approx 80$  % среднеквадратичного отклонения расходонапряженности потока частиц в сечении  $\theta$ . Таким образом показано, что введение дополнительных возмущающих воздействий (таких как турбулизация потока, акустическое воздействие, пульсации давления и т.п.) позволят получить более равномерное распределение расходонапряженности потока частиц на начальном участке траекторий их движения.

4. Проведен анализ изменения по длине исследуемого модельного проточного тракта коэффициента  $m$ , косвенно характеризующего вероятность попадания частиц на стенки проточного тракта. Показано,

что максимальное значение коэффициента  $m$  для всех рассматриваемых законов  $\sigma(l)$  достигается на входе в цилиндрический канал, после чего линейно снижается для всех рассматриваемых законов  $\sigma(l)$ .

*Работа выполнена при поддержке Гранта РФФИ № 19-38-90124.*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Van Wie D., D'Alessio S., White M. Hypersonic Airbreathing Propulsion. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 2005, vol. 26, no. 4, pp. 30–37.
- [2] Александров В.Н., Быцкевич В.М., Верховоломов В.К. и [др.]. *Интегральные прямоточные воздушно-реактивные двигатели на твердых топливах. Основы теории и расчета*. Л.С. Яновский, ред. Москва, Академкнига, 2006, 343 с.
- [3] Haddad A., Natan B., Arieli R. The performance of a boron-loaded gel-fuel ramjet. *Progress in Propulsion Physics*, 2011, no. 2, pp. 499–518.
- [4] Ягодников Д.А., Лапицкий В.И., Сухов А.В., Томак В.И. Результаты морфологического, химического и дисперсного анализа конденсированных продуктов сгорания пиротехнических составов. *Инженерный вестник*, 2014, № 11. URL: <http://engsi.ru/doc/743675.html> (дата обращения 15.05.2017).
- [5] Воронецкий А.В. Метод сравнительной оценки эффективности горения мелкодисперсного конденсированного горючего в камерах РПД произвольной геометрии. *Наука и образование: электронное научно-техническое издание*, 2016, № 1. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/830993.htm> (дата обращения 15.05.2017).
- [6] Арефьев К.Ю., Воронецкий А.В., Прохоров А.Н., Яновский Л.С. Экспериментальное исследование полноты сгорания двухфазных продуктов газификации борсодержащих энергоемких конденсированных составов в высокоэнтальпийном воздушном потоке. *Физика горения и взрыва*, 2017, № 3, с. 42–52.
- [7] Арефьев К.Ю., Захаров В.С., Серпинский О.С., Федотова К.В. Влияние способа подачи газогенераторного газа на эффективность смешения в каналах со сверхзвуковым потоком. *Актуальные проблемы российской космонавтики: материалы XXXVIII Академических чтений по космонавтике*. Москва, Комиссия РАН, 2014, с. 151–152.
- [8] Арефьев К.Ю., Прохоров А.Н., Савельев А.С. Исследование деструкции капель в вихревом следе за пилоном при высоких скоростях набегающего воздушного потока. *Теплофизика и аэромеханика*, 2018, № 1, с. 57–69.
- [9] Воронецкий А.В., Сучков С.А., Филимонов Л.А. Особенности течения сверхзвуковых двухфазных потоков продуктов сгорания в каналах со специально формируемой системой скачков уплотнения. *Теплофизика и аэромеханика*, 2007, т. 14, № 2, с. 209–218.
- [10] Воронецкий А.В., Смоляга В.И., Арефьев К.Ю., Филимонов Л.А., Абрамов М.А. Исследование интенсивности взаимодействия частиц конденсированной фазы с элементами проточного тракта малоразмерного прямоточного воздушно-реактивного двигателя. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2018, № 4, с. 16–36.
- [11] Воронецкий А.В., Арефьев К.Ю., Абрамов М.А. Расчетное исследование инъекции двухфазного потока горючего в цилиндрическую камеру дожи-

- гания с несимметричным подводом воздуха. *Теплофизика и аэромеханика*, 2020, № 6, с. 833–851.
- [12] Арефьев К.Ю., Абрамов М.А., Воронцовский А.В., Сон Э.Е. Оптимизация инъекции двухфазных продуктов газификации энергетических конденсированных составов в модельную камеру сгорания малого удлинения. *Теплофизика высоких температур*, 2021, т. 59, № 2, с. 46–61.
- [13] Langtry R.B., Menter F.R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes. *AIAA Journal*, 2009, vol. 47, no. 12, pp. 2894–2906.

Статья поступила в редакцию 17.05.2021 г.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Воронцовский А.В., Арефьев К.Ю., Абрамов М.А. Параметрическое расчетное исследование влияния вероятностного характера отклонений траекторий частиц на неравномерность их локализации в модельном тракте. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 8. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2021-8-2107>

**Воронцовский Андрей Владимирович** — д-р техн. наук, профессор, заведующий отделом НИИЭМ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: теория горения высокометаллизированных топлив, математическое моделирование рабочих процессов в ракетных двигателях. Автор более 140 научных публикаций. e-mail: voron@bmstu.ru

**Арефьев Константин Юрьевич** — канд. техн. наук, науч. сотрудник НИИЭМ, доцент кафедры «Ракетные двигатели» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: теория смешения и горения гомогенных и гетерогенных топливных композиций, математическое моделирование рабочих процессов в воздушно-реактивных двигателях. Автор более 40 научных публикаций. e-mail: arefyev@rambler.ru

**Абрамов Максим Александрович** — инженер НИИЭМ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: теория смешения и горения гомогенных и гетерогенных топливных композиций, математическое моделирование рабочих процессов в воздушно-реактивных двигателях. Автор 10 публикаций. e-mail: abramovmaks94@gmail.com

## Parametric computational study of particle trajectory deviation probabilistic nature influencing the unevenness of their localization in the model tract

© A.V. Voronetskiy, K.Yu. Arefyev, M.A. Abramov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The purpose of this research was to investigate the spatial structure of a two-phase flow in a supersonic model channel of circular cross-section with a diameter of the cylindrical part of ~10 mm. For modeling, we used the Euler-Lagrange approach in combination with a probabilistic estimate of the dispersed particles deviation from their base trajectory. Chromium-nickel alloy particles with a diameter of 15 to 40  $\mu\text{m}$  move in the channel in a special way, which was considered in the paper. Furthermore, we analyzed how the nature of the distribution function of the particle's root-mean-square deviation from its base trajectory influences the quality of mixing of the dispersed phase with the flow and the number of particles interacting with the walls of the flow path.

**Keywords:** two-phase flows, particles, Euler-Lagrange approach, probability density, root-mean-square deviation

This work was supported by the RFBR Grant No. 19-38-90124

### REFERENCES

- [1] Van Wie D., D'Alessio S., White M. Hypersonic Airbreathing Propulsion. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 2005, vol. 26, no. 4, pp. 30–37.
- [2] Aleksandrov V.N., Bytskevich V.M., Verkholomov V.K., et al. *Integralnye pryamotokhnnye vozdushno-reaktivnye dvigateli na tverdykh toplivakh. Osnovy teorii i rascheta* [Integral solid-fuel ramjet engines. Fundamentals of theory and calculation]. L.S. Yanovskiy, ed. Moscow, Akademkniga Publ., 2006, 343 p.
- [3] Haddad A., Natan B., Arieli R. The performance of a boron-loaded gel-fuel ramjet. *Progress in Propulsion Physics*, 2011, no. 2, pp. 499–518.
- [4] Yagodnikov D.A., Lapitskiy V.I., Sukhov A.V., Tomak V.I. *Inzhenerny vestnik — Instrument Engineering*, 2014, no. 11. Available at: <http://engsi.ru/doc/743675.html> (accessed May 15, 2017).
- [5] Voronetskiy A.V. *Nauka i obrazovanie: elektronnoe nauchno-tekhnicheskoe izdanie — Science and Education*, 2016, no. 1. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/830993.html>
- [6] Arefyev K.Yu., Voronetskiy A.V., Prokhorov A.N., Yanovskiy L.S. *Fizika goreniya i vzryva — Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2017, no. 3, pp. 42–52.
- [7] Arefyev K.Yu., Zakharov V.S., Serpinskiy O.S., Fedotova K.V. Vliyaniye sposobu podachi gazogeneratornogo gaza na effektivnost smesheniya v kanalakh so sverkhzvukovym potokom [Influence of the gas generator gas supply method on the mixing efficiency in channels with supersonic flow]. *Aktualnye problemy Rossiyskoy kosmonavtiki: Materialy XXXVIII Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Actual problems of Russian cosmonautics: Materials of XXXVIII Academic readings on cosmonautics]. Moscow, RAS Commission, 2014, pp. 151–152.
- [8] Arefyev K.Yu., Prokhorov A.N., Savelev A.S. *Teplofizika i aeromekhanika — Thermophysics and Aeromechanics*, 2018, no. 1, pp. 57–69.

- [9] Voronetskiy A.V., Suchkov S.A., Filimonov L.A. *Teplofizika i aeromekhanika — Thermophysics and Aeromechanics*, 2007, vol. 14, no. 2, pp. 209–218.
- [10] Voronetskiy A.V., Smolyaga V.I., Arefyev K.Yu., Filimonov L.A., Abramov M.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2018, no. 4, pp. 16–36.
- [11] Voronetskiy A.V., Arefyev K.Yu., Abramov M.A. *Teplofizika i aeromekhanika — Thermophysics and Aeromechanics*, 2020, no. 6, pp. 833–851.
- [12] Arefyev K.Yu., Abramov M.A., Voronetskiy A.V., Son E.E. *Teplofizika vysokikh temperature — High Temperature*, 2021, vol. 59, no. 2, pp. 46–61.
- [13] Langtry R.B., Menter F.R. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. *AIAA Journal*, 2009, vol. 47 (12), pp. 2894–2906.

**Voronetskiy A.V.**, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department at Research Institute of Power Engineering, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: combustion theory of high-metallized fuels, mathematical modeling of working processes in rocket engines; author of over 140 scientific publications.

e-mail: voron@bmstu.ru

**Arefyev K.Yu.**, Cand. Sc. (Eng.), Research Fellow, Research Institute of Power Engineering, Bauman Moscow State Technical University; Assoc. Professor, Department of Rocket Engines, BMSTU. Research interests: theory of mixing and combustion of homogeneous and heterogeneous fuel compositions, mathematical modeling of working processes in air-jet engines; author of over 40 scientific publications.

e-mail: arefyev@rambler.ru

**Abramov M.A.**, engineer, Research Institute of Power Engineering, Bauman Moscow State Technical University. Research interests include theory of mixing and combustion of homogeneous and heterogeneous fuel compositions, mathematical modeling of work processes in air-jet engines; author of 10 publications.

e-mail: abramovmaks94@gmail.com