

Исследование воздействия подводного взрыва на ледовый покров

© А.С. Савин, Н.И. Сидняев, М.А. Теделури

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Представлены результаты исследований особенностей деформирования и разрушения ледового покрытия при воздействии близкого подводного взрыва, а также горизонтально установленных цилиндрических оболочек при совместном действии взрыва и гидростатического давления. Исследования базируются на результатах компьютерного моделирования процессов подводного взрыва и деформирования ледового покрова. Показано, что в условиях совместного действия на оболочку близкого подводного взрыва и большого гидростатического давления определяющее влияние на характер и параметры деформирования и разрушения ледового покрова оказывает вторая пульсация пузыря. Установлена зависимость взрывостойкости льда от глубины и мощности заряда. Выявлено влияние основных физических параметров льда на взрывоспротивляемость. Результаты исследований могут быть использованы при создании конструкций, эффективно сопротивляющихся воздействию близкого подводного взрыва.

Ключевые слова: *подводный взрыв, гидростатическое давление, деформация, разрушение, эксперимент, компьютерное моделирование*

Введение. При распространении энергии подводного взрыва в водной среде образуются поверхности, на которых скачком меняются гидродинамические элементы жидкости (давление, плотность, температура, скорость движения частиц) либо их производные по времени и по расстоянию [1–3]. Для оценки воздействия импульсов давления, генерируемых взрывом, на объекты типа ледяной плиты, были проведены эксперименты, в которых измерялись импульс, который передается потоком двухфазной среды, создаваемой взрывом в трубе, поршню, помещенному в нее, и работа, совершаемая продуктами [4, 5]. Несмотря на значительные потери, измеренные величины импульса и работы продемонстрировали высокую эффективность рассматриваемых зарядов в воздействии на преграды. К настоящему времени проведены сравнительные численные расчеты воздействия взрыва на плиту льда взрывами заряда тринитротолуола (ТНТ) и заряда гетерогенной смеси [5–7]. Расчеты показали существенную разницу в качественной картине разрушений, производимых волной сжатия от взрывов зарядов ТНТ и от смесового. Значительная деформация льда в случае взрыва смесового заряда наблюдается позднее, чем в расчетах для ТНТ, а траектории движения раскошенной массы имеют иной вид.

Цель настоящей статьи — оценить воздействия подводного взрыва на ледовый покров с использованием разработанной математиче-

ской модели, проследить во времени динамику деформирования и разрушения льда, а также установить влияние массы заряда и его за-глубления на степень разрушения льда.

Сравнительные оценки полученных результатов о разрушении подводных препятствий различной толщины генераторами импульсов с зарядами тротила представлены в [8–10]. Расчеты показывают, что при воздействии ударной волны при взрыве тротила качественная картина разрушений сохраняется независимо от массы выбранного заряда. Так, образующаяся струя выбивает из ледяной плиты круг и поднимает фонтан обломков и воды сквозь образовавшееся отверстие на высоту до двух десятков метров. При этом энергия заряда расходуется в основном на сообщение выброшенной массе потенциальной энергии. В практических условиях такое разрушение считается неэффективным и свидетельствует о недостаточной глубине заложения заряда. В случае с дополнительным воздействием на лед волны сжатия от генератора импульсов происходит мягкое нагружение плиты. Проведенные численные эксперименты с генератором импульсов показывают далеко не полное возможное разрушение, площадь образовавшейся майны превосходит почти в 7 раз площадь майны от заряда тротила с массой в 10 раз большей. Полученные результаты можно сравнивать только качественно и только между собой, несмотря на то что результаты численных экспериментов по разрушению льда зарядами тротила количественно соответствуют эмпирическим [11–14]. В работе [3] приведены зависимости эффективной массы разрушенного льда от времени для взрывов зарядов ТНТ и алюминийсодержащей смеси, что подтверждает эффективность воздействия на ледяную плиту волны сжатия, рожденной новым зарядом. В каждый момент времени во всей расчетной области подсчитывается число элементов конечно-разностной сетки, обладающих отличной от нуля кинетической энергией, т. е. начавших движение, и умножается на массу элементарной ячейки (это допустимо, так как начальные размеры элементов во всей расчетной области одинаковы). Предполагается, что начавшие двигаться элементы можно считать отделившимися от основной плиты, и, следовательно, масса всех таких элементов будет определять долю разрушенного к определенному моменту льда. Для сравнения между собой зависимости для расчетов действия зарядов различной массы и плит различной толщины выведены совместно.

Анализ механизмов дробления льда и ледяных покровов. Исследования в [15, 16] показывают, что удельный расход q аммонита марки 6ЖВ изменяется от 0,3 до 1,5 кг/м³ и зависит от прочности льда, заданного диаметра майны, требуемой степени дробления льда и допустимого радиуса разлета осколков льда. Например, при $q = 0,3$ кг/м³ майна не образуется, взрыв только раскалывает на крупные куски отдельные небольшие льдины (ледяные поля больших

размеров не раскалываются). При $q = 0,5 \text{ кг/м}^3$ образуется майна, диаметр которой в 3–3,5 раза больше глубины погружения заряда, почти полностью забитая крупными осколками льда. Майна диаметром в 4 раза больше глубины погружения заряда в воду образуется при $q = 0,3 \text{ кг/м}^3$. Она более свободна от осколков льда, которые мельче и разбрасываются дальше за пределы майны. Последующее увеличение расчетного удельного расхода взрывчатого вещества (ВВ) приводит к образованию майны еще большего диаметра и более свободную от осколков льда в результате большего его дробления. Наибольший диаметр майны, особенно в тонком льду, может превышать глубину погружения заряда примерно в 7–8 раз. Для зарядов нормального выброса расчетный удельный расход q аммонита 6ЖВ принимают равным $1,5 \text{ кг/м}^3$. При дроблении сплошных массивов льда для определения массы заряда рыхления (при взрывании уступами) расчетный удельный расход аммонита 6ЖВ принимают равным $0,4 \dots 0,5 \text{ кг/м}^3$. При использовании ВВ, отличных от аммонита 6ЖВ, необходимо умножить значение расчетного удельного расхода ВВ на переводной коэффициент по теплоте взрыва. Расстояние между зарядами зависит от их массы, условий взрывания, характера выполняемой работы и длины пути, который проходит взорванный лед до объекта и изменяется примерно от 1,25 до 4 диаметров майны. Диаметр майны обычно равен 4 м. Расстояние между зарядами принимают равным 5...15 м. При образовании майны у защищаемого объекта взрывами одиночных зарядов в зажиме расстояние между зарядами принимают равным 4...5 м. При наличии закраины майны (полынь), когда взрывы проводят в зажиме, расстояние между зарядами увеличивают до 10...15 м. При раскалывании ледяного покрова выше объекта взрывами одиночных зарядов расстояние между зарядами увеличивают до 10 м.

Для раскалывания льда на большей площади, учитывая, что действие взрыва распространяется во все стороны с одинаковой силой, заряды следует располагать на расстоянии 5...15 м от свободной кромки ледяного покрова *1*, льдины или затора (рис. 1). На рисунке представлена схема силового воздействия подрыва подводным аппаратом *2* на ледяной покров *1*. Область низкого давления *2* создается подрывом заряда *3*, а область высокого давления *7* — зарядом *5* за счет специально направленного *6*, *8* подрыва. Разнонаправленные силовые воздействия создают изгибающий момент *9* на ледяной поверхности, что приводит к раскалыванию льда с последующим разрушением.

При массовом взрыве заряды можно располагать по квадратной сетке и в шахматном порядке. Наиболее равномерное распределение энергии взрыва и, следовательно, дробление льда достигается при шахматном расположении. Массу подводных сосредоточенных зарядов аммонита 6ЖВ, оптимальную глубину погружения их в воду и расстояния между ними можно определить по таблице.

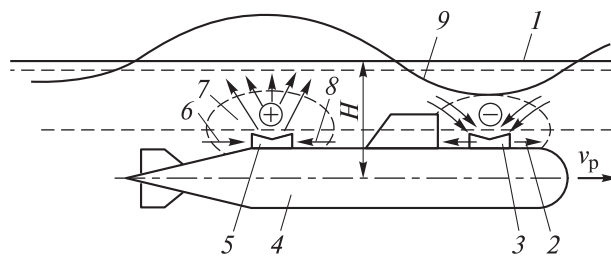


Рис. 1. Схема разрушения ледовой поверхности:
 v_p — направление перемещения подводного аппарата на глубине H

Параметры сосредоточенных подледных зарядов

Толщина льда, м	Оптимальная глубина погружения заряда H , м	Масса заряда, кг	Расстояние между зарядами R , м	Глубина рыхления W , м		
				5	10	15
0,2–0,3	1,3	1,1	2,0	6,5	13	19,5
0,3–0,4	1,4	1,4	2,5	7,0	14	21,0
0,4–0,5	1,5	1,7	3,0	7,5	15	22,5
0,5–0,6	1,6	2	3,7	8,0	16	24,0
0,6–0,7	1,7	2,7	4,8	8,5	17	25,5
0,7–0,8	1,9	3,4	6,2	9,5	19	28,5
0,8–0,9	2,1	4,6	8,3	10,5	21	31,5
0,9–1,0	2,3	6,1	11,0	11,5	23	34,5
1,0–1,1	2,5	7,8	14,1	12,5	25	37,5
1,1–1,2	2,7	9,8	17,7	13,5	27	40,5
1,2–1,3	2,9	12,2	22,0	14,5	29	43,5
1,3–1,4	3,1	14,9	26,8	15,5	31	46,5
1,4–1,5	3,3	18,0	32,3	16,5	33	49,5

Приведенные в работах [8–16] расчетные формулы не учитывают всех факторов, от которых зависит масса заряда. Однако они устанавливают глубину погружения заряда в воду так, чтобы майна и зона треснувшего ледяного покрова имели наибольшие размеры при необходимом дроблении и выбросе льда. Для взрыва ледяного покрова, если позволяют местные условия, рекомендуется использовать заряды массой не менее 2...3 кг и не более 10 кг, так как более легкие заряды приводят к увеличению трудоемкости и сроков выполнения работ, а заряды большой массы неудобны в применении.

Взрыв подводного заряда, расположенного на оптимальной глубине, образует майну, разрушая площадь ледяного покрова, которая в 1,5–2 раза больше, чем при взрыве того же заряда в толще льда. Если эффективность взрыва характеризовать объемом разрушенного льда,

отнесенного к единице массы заряда, то для внутренних зарядов рыхления (при взрывании сплошных ледяных массивов уступами) он равен 2,2, а для подводных — 7,8 м³/кг. Объясняется это тем, что ледяной покров расположен на пути распространения гидроударной волны взрыва и газового пузыря, направленных больше в сторону границы льда и воздуха и, следовательно, покрова. При погружении заряда на глубину, примерно в 1,5 раза большую оптимальной, лед взрывом не выбрасывается, а только вспухает и раскалывается на крупные куски (см. рис. 1). При взрыве того же заряда на еще большей глубине происходит лишь небольшой подъем (всплеск) воды через лунку. Эффект подводного взрыва увеличивается, если заряд взрывается на дне (или недалеко от него), так как при этом гидроударная волна отражается от грунта.

Для дробления льда и ледяных заторов используют наружные, внутренние и подледные заряды. Наружные и внутренние могут быть сосредоточенными и удлиненными. Они применяются в основном для устройства лунок основных зарядов, разрушения льдин и ледяных заторов. С точки зрения удельного расхода ВВ наружные заряды самые неэкономичные. Внутренние устанавливают в толще льда, выемках, устраиваемых заблаговременно вручную, механическими средствами и с использованием наибольших по массе зарядов ВВ. Подледные заряды помещают под толщей льда в воде на оптимальной глубине. Они наиболее эффективны по удельному расходу ВВ, их масса примерно в 1,5–2 раза меньше массы наружных зарядов и в 0,5–0,8 раза меньше массы внутренних зарядов. Масса сосредоточенных подледных зарядов определяется расчетным путем, где ВВ при удельном расходе K принимают следующие значения:

при $K = 0,3$ кг/м³ — происходит рыхление льда без ограничения майны;

$K = 0,5$ кг/м³ — во льду образуется майна диаметром $(3-3,5)W$, полностью заполненная битым льдом;

$K = 0,9$ кг/м³ — образуется майна диаметром $4W$, очищенная ото льда, причем расстояние между зарядами $R = (5-12)W$ м.

Линия наименьшего сопротивления W в расчетах принимается в зависимости от толщины льда h , м:

$$W = 1,5...2 \text{ м при } h = 0,4 \text{ м};$$

$$W = 2...3,5 \text{ м при } h > 0,4 \text{ м}.$$

Здесь расстояние между зарядами составляет $(5-15)W$. При дноуглубительных работах общий расход ВВ составит

$$Q = K_n W_n S,$$

где K_n — удельный расход ВВ, кг/м³; W_n — глубина рыхления, м; S — площадь взрываемого участка, м².

Массу и другие параметры сосредоточенных подледных зарядов, взрывааемых на оптимальной глубине для образования полыней, также определяют по таблице.

Для увеличения диаметра полыни целесообразно применять, кроме основного заряда, забивочный, который размещается на половине расстояния между основным зарядом и поверхностью ледяного покрова. Масса забивочного заряда составляет 20...25 % массы основного. Основной и забивочный заряды должны взрываться одновременно. Заряды в толще льда (внутренние) взрывают для дробления сплошного массива льда (например, наледи), образования лунок и ликвидации мощных заторов. Масса подводного сосредоточенного заряда для взрывания льда определяется по формуле

$$Q = qL^3;$$

$$L = ch.$$

Здесь q — расчетный удельный расход аммонита БЖВ, кг/м³; L — параметр; c — коэффициент погружения заряда в воду, зависящий от толщины льда; h — толщина льда, м.

Влияние толщины льда на коэффициент погружения заряда в воду показано на рис. 2.

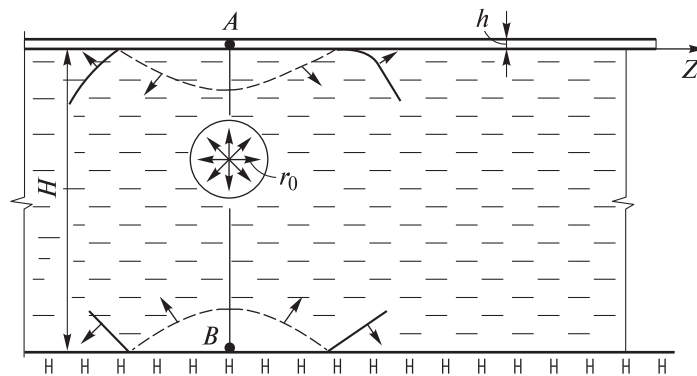


Рис. 2. Общая схема воздействия динамических волн при дроблении льда и ледяных покровов

Нестационарные перепады давления в значительной степени ускоряют процесс разрушения ледового покрова.

Взаимодействие ударной волны со льдом конечной толщины.

Оценка перемещений и деформаций, возникающих в толще льда при подводном взрыве, может быть выполнена на основе анализа распространения упругопластических волн (см. рис. 2). Возможен другой подход к решению этой задачи, когда ледовое покрытие рассматри-

вается как механическая система с определенным числом степеней свободы и движение изучается в обобщенных координатах Лагранжа. Этот подход предполагает, что скорость распространения упругопластических волн бесконечно велика, вследствие чего они из рассмотрения исключаются.

Движение системы определяется ее механическими параметрами (массой, упругостью) и внешней нагрузкой, создаваемой ударной волной. Представляется существенным выяснить различие в окончательных результатах, получаемых при использовании указанных двух методов, и установить, какая погрешность допускается в случае, если ледовый покров рассматривать как механическую систему. Поставленный вопрос изучим на простейшем примере нормального падения плоской ударной волны на безграничную льдину конечной толщины.

Как известно, в момент встречи волны с границей раздела двух сред образуются отраженная (отр) и преломленная (пр) волны (рис. 3).

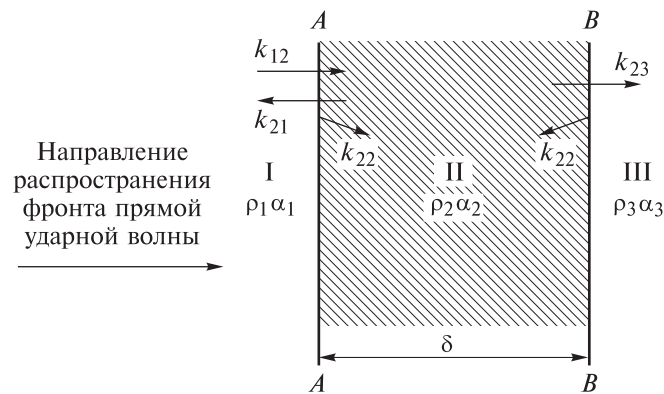


Рис. 3. Схема отражения и преломления ударной волны при нормальном падении на лед конечной толщины ($\delta = h$)

Амплитуды этих волн определяются соотношениями:

$$\frac{P_{\text{отр}}}{p} = \frac{\rho_2 \alpha_2 - \rho_1 \alpha_1}{\rho_2 \alpha_2 + \rho_1 \alpha_1},$$

$$\frac{P_{\text{пр}}}{p} = \frac{2\rho_2 \alpha_2}{\rho_2 \alpha_2 + \rho_1 \alpha_1}.$$

Здесь ρ_2 — плотность звука во второй среде; α_2 — скорость звука во второй среде; ρ_1 — плотность звука в первой среде; α_1 — скорость звука в первой среде.

Обозначим k_{11} — коэффициент отражения волны в первую среду от второй среды; k_{12} — коэффициент преломления из первой среды во вторую. Тогда получим:

$$p_{\text{отр}}^{1-2} = k_{11}p,$$

$$p_{\text{пр}}^{1-2} = k_{12}p.$$

Преломленная волна, распространяющаяся во второй среде, достигнув границы раздела между второй и третьей средами, вызовет образование также двух волн: отраженной и преломленной (см. рис. 3).

При этом очевидно

$$p_{\text{отр}}^{2-3} = k_{12}p \frac{\rho_3 \alpha_3 - \rho_2 \alpha_2}{\rho_3 \alpha_3 + \rho_2 \alpha_2} = k_{12} k_{22} p;$$

$$p_{\text{пр}}^{2-3} = k_{12}p \frac{2\rho_3 \alpha_3}{\rho_3 \alpha_3 + \rho_2 \alpha_2} = k_{12} k_{23} p.$$

Здесь k_{22} — коэффициент отражения волны во вторую среду из третьей среды; k_{23} — коэффициент преломления волны из второй среды в третью.

Отраженная от границы раздела второй и третьей сред волна, достигнув раздела второй и третьей сред, создает преломленную волну, распространяющуюся в первой среде, и волну, отраженную во вторую среду.

Давление в преломленной волне, распространяющейся в первой среде, будет

$$p_{\text{пр}}^{2-1} = p_{\text{отр}}^{2-3} \frac{2\rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2} = k_{12} \bar{k}_{22} k_{21} p;$$

давление в отраженной волне

$$p_{\text{отр}}^{2-1} = p_{\text{отр}}^{2-3} \frac{\rho_1 \alpha_1 - \rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2} = k_{12} k_{22} \bar{k}_{22} p.$$

Здесь k_{21} — коэффициент преломления из второй среды в первую; где \bar{k}_{22} — коэффициент отражения волны во вторую среду от первой.

Дальнейшее развитие волнового процесса будет проходить аналогично уже рассмотренному. Давление на поверхностях льда будет скачкообразно изменяться через интервалы времени, равные длительности пробега волной удвоенной толщины льда. Пользуясь приведенными соображениями, вычислим давление на поверхность льда. Закон изменения давления в прямой волне примем экспоненциальным:

$$p = p_m e^{-\frac{t}{\theta}} \sigma_0(t).$$

Обозначим время пробега волны по толщине льда через

$$t_1 = h / \alpha_2,$$

тогда получим

$$p_1 = \left(p_m e^{-\frac{t}{\theta}} + k_{11} p_m e^{-\frac{t}{\theta}} \right) \sigma_0(t) + p_m k_{12} k_{22} k_{21} \left[e^{-\frac{t-2t_1}{\theta}} \sigma_0(t-2t_1) + k_{22} \bar{k}_{22} e^{-\frac{t-4t_1}{\theta}} \sigma_0(t-4t_1) + \left(k_{22} \bar{k}_{22} \right)^2 e^{-\frac{t-6t_1}{\theta}} \sigma_0(t-6t_1) + \left(k_{22} \bar{k}_{22} \right)^{n-1} e^{-\frac{t-2nt_1}{\theta}} \sigma_0(t-2nt_1) + \dots \right]. \quad (1)$$

Введем дополнительные обозначения: $\bar{\alpha} = k_{12} k_{22} k_{21}$, $\gamma = k_{22} \bar{k}_{22}$,

$$\frac{t}{\theta} = \tau, \quad \frac{t_1}{\theta} = \tau_1.$$

Выражение (1) перепишем в виде

$$p_1 = p_m (1 + k_{11}) e^{-\tau} \sigma_0(\tau) + p_m \bar{\alpha} \sum_{n=1}^{n=\infty} \gamma^{n-1} e^{-(\tau-2n\tau_1)} \sigma_0(\tau-2n\tau_1), \quad (2)$$

или, производя суммирование ряда,

$$p_1 = p_m (1 + k_{11}) e^{-\tau} s_0(\tau) + p_m \bar{\alpha} e^{-(\tau-2\tau_1)} \frac{\gamma^n e^{2n\tau_1} - 1}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} \sigma_0(\tau-2\tau_1), \quad (3)$$

где n — целое число, определяемое в зависимости от рассматриваемого интервала времени из неравенства $2n\tau_1 \leq \tau \leq (2n+2)\tau_1$.

Первый член формулы (3) выражает суммарное давление прямой и отраженной волн. В том случае, когда акустическое сопротивление льда больше акустического сопротивления первой и третьей сред, остальные члены равенства (3) характеризуют давление волн разрежения, последовательно выходящих из второй среды в первую.

Коэффициент $\bar{\alpha}$ имеет знак, совпадающий с k_{22} , тогда

$$\alpha > 0, \text{ если } \rho_3 \alpha_3 > \rho_2 \alpha_2;$$

$$\alpha < 0, \text{ если } \rho_3 \alpha_3 < \rho_2 \alpha_2.$$

Коэффициент γ имеет знак произведения $(\rho_3 \alpha_3 - \rho_2 \alpha_2) \times (\rho_1 \alpha_1 - \rho_2 \alpha_2)$.

Давление за ледовой поверхностью можно рассчитать по формуле

$$\begin{aligned}
 p_S &= p_m k_{12} k_{23} \left\{ e^{-(\tau-\tau_1)} \sigma_0(\tau-\tau_1) + \gamma e^{-(\tau-3\tau_1)} \sigma_0(\tau-3\tau_1) + \right. \\
 &\quad \left. + \gamma^{n-1} e^{-[\tau-(2n-1)\tau_1]} \sigma_0[\tau-(2n-1)\tau_1] + \dots \right\} = \\
 &= p_m k_{12} k_{23} \sum_{n=1}^{n=\infty} \gamma^{n-1} e^{-[\tau-(2n-1)\tau_1]} \sigma_0[\tau-(2n-1)\tau_1], \quad (4)
 \end{aligned}$$

или, обозначив $k_{12} k_{23} = \alpha$ и суммируя ряд (4),

$$p_S = p_m \alpha e^{-(\tau-2\tau_1)} \frac{\gamma^n e^{2n\tau_1} - 1}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} \sigma_0(\tau - 2\tau_1), \quad (5)$$

причем $(2n-1)\tau_1 \leq \tau \leq (2n+1)\tau_1$.

Важным является процесс определения параметров волны за ледовой поверхностью, когда и первой, и третьей средой является вода. Решение такой задачи эквивалентно оценке защитных свойств сплошных преград заданной толщины.

В этом случае $\rho_1 \alpha_1 = \rho_2 \alpha_2 = \rho_0 \alpha_0$;

$$\alpha = k_{12} k_{23} = \frac{2\rho_2 \alpha_2}{\rho_2 \alpha_2 + \rho_0 \alpha_0} \frac{2\rho_0 \alpha_0}{\rho_0 \alpha_0 + \rho_2 \alpha_2} = \frac{4\rho_0 \alpha_0 \rho_2 \alpha_2}{(\rho_0 \alpha_0 + \rho_2 \alpha_2)^2}; \quad (6)$$

$$\gamma = \left(\frac{\rho_0 \alpha_0 - \rho_2 \alpha_2}{\rho_0 \alpha_0 + \rho_2 \alpha_2} \right)^2. \quad (7)$$

Из сопоставления (6) и (7) приходим к заключению, что $\alpha + \gamma = 1$.

В соответствии с (5) величина импульса n -го участка эпюры давления рассчитывают так:

$$I_n = p_m \theta \alpha \frac{\gamma^n e^{2n\tau_1} - 1}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} \int_{(2n-1)\tau_1}^{(2n+1)\tau_1} e^{-(\tau-\tau_1)} d\tau$$

или

$$\begin{aligned}
 &\int_{(2n-1)\tau_1}^{(2n+1)\tau_1} e^{-(\tau-\tau_1)} d\tau = e^{-2n\tau_1} (e^{2\tau_1} - 1); \\
 I_n &= p_m \theta \alpha \frac{\gamma^n e^{2n\tau_1} - 1}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} e^{-2n\tau_1} (e^{2\tau_1} - 1) = \\
 &= \frac{p_m \theta \alpha}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} (e^{2\tau_1} - 1) \left\{ (\gamma^n e^{2n\tau_1} - 1) e^{-2n\tau_1} \right\}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Полный импульс может быть получен путем суммирования (8) от $n = 1$ до $n = \infty$:

$$\begin{aligned}
 I &= \sum_{n=1}^{n=\infty} I_n = \frac{p_m \theta_\alpha}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} (e^{2\tau_1} - 1) \sum_{n=1}^{n=\infty} (\gamma^n - e^{-2n\tau_1}) = \\
 &= \frac{p_m \theta_\alpha}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} (e^{2\tau_1} - 1) \left\{ \frac{\gamma}{1 - \gamma} - \frac{e^{-2\tau_1}}{1 - e^{-2\tau_1}} \right\} = \\
 &= \frac{p_m \theta_\alpha}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} (e^{2\tau_1} - 1) \left\{ \frac{\gamma - e^{-2\tau_1}}{(1 - \gamma)(1 - e^{-2\tau_1})} \right\}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

или, проводя сокращения и принимая во внимание, что $\alpha = 1 - \gamma$, окончательно получим $I = p_m \theta$. Таким образом, независимо от акустических свойств и толщины льда импульс давлений равен полному импульсу прямой ударной волны. Лед приводит к увеличению времени действия положительной фазы давления при уменьшении величины наибольшего давления, причем оно линейно зависит от коэффициента α . Поэтому для существенного уменьшения максимального давления следует создавать преграды с акустическим сопротивлением, значительно меньшим акустического сопротивления окружающей среды. Оценим результирующее давление на внешней поверхности льда с использованием выражения

$$p_1 = p_m (1 + k_{11}) e^{-\tau} \sigma_0(\tau) + p_m \alpha e^{-(\tau - 2\tau_1)} \frac{\gamma^n e^{2n\tau_1} - 1}{\gamma e^{2\tau_1} - 1} \sigma_0(\tau - 2\tau_1),$$

позволяющее рассматривать льдину как механическую систему с одной степенью свободы. Считая льдину абсолютно жесткой ($\alpha_2 = \infty, k_{11} = 1$), будем учитывать лишь ее инерционные свойства.

Как только фронт плоской ударной волны коснется поверхности льда, он начнет перемещаться как твердое тело со скоростью $\frac{dz}{dt}$. Это перемещение вызовет образование поля давлений преградой, которое в акустическом приближении характеризуется величиной

$$p_3 = \rho_3 \alpha_3 \frac{dz}{dt}. \quad (10)$$

Уравнение движения льдины запишем в виде

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = p(t) + p_{\text{отр}}(t) - p_3(t),$$

где m — масса льдины, отнесенная к единице поверхности; $p(t)$ — давление в прямой волне; $p_{\text{отр}}(t)$ — давление в отраженной волне; $p_2(t)$ — давление в волне за льдиной.

Давления в прямой и отраженной волнах связаны между собой условием равенства скоростей частиц первой среды на поверхности льдины и самой льдины. Вследствие этого

$$p_{\text{отр}}(t) = p(t) - \rho_1 \alpha_1 \frac{dz}{dt}.$$

Для волны нелинейного вида будем иметь:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + (\rho_1 \alpha_1 + \rho_3 \alpha_3) \frac{dz}{dt} = 2p(t), \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} + (\rho_1 \alpha_1 + \rho_3 \alpha_3) \frac{dz}{dt} = 2p_m e^{-\frac{t}{\theta}}.$$

Общим решением этого уравнения является выражение вида

$$z = c_1 + c_2 e^{-\frac{t}{\theta}} - \frac{2p_m \theta^2}{m(\beta - 1)} e^{-\frac{t}{\theta}};$$

$$\beta = \frac{\rho_1 \alpha_1 + \rho_3 \alpha_3}{m} \theta.$$

Здесь c_1 и c_2 — постоянные интегрирования, зависящие от условий $t = 0, z = 0, \frac{dz}{dt} = 0$.

После элементарных преобразований получим:

$$z = \frac{2p_m \theta^2}{m\beta(\beta - 1)} \left[\beta - 1 + e^{-\frac{\beta t}{\theta}} - \beta e^{-\frac{t}{\theta}} \right], \quad \frac{dz}{dt} = \frac{2p_m \theta^2}{m(\beta - 1)} \left[e^{-\frac{t}{\theta}} - e^{-\frac{\beta t}{\theta}} \right].$$

Результирующее давление на внешней поверхности льда будет

$$\begin{aligned} p_1 &= p(t) + p_{\text{отр}}(t) = 2p(t) - \rho_1 \alpha_1 \frac{dz}{dt} = \\ &= 2p_m e^{-\frac{t}{\theta}} - \rho_1 \alpha_1 \frac{2p_m \theta^2}{m\beta(\beta - 1)} \left[e^{-\frac{t}{\theta}} - e^{-\frac{\beta t}{\theta}} \right] = \\ &= \frac{2p_m}{\beta - 1} \left[(\beta - 1) e^{-\frac{t}{\theta}} - \rho_1 \alpha_1 \frac{\theta}{m} e^{-\frac{t}{\theta}} + \rho_1 \alpha_1 \frac{\theta}{m} e^{-\frac{\beta t}{\theta}} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

или можно обозначить

$$\rho_1 \alpha_1 \frac{\theta}{m} = \beta_1; \quad \beta_1 + \beta_3 = \beta; \quad \rho_3 \alpha_3 \frac{\theta}{m} = \beta_3; \quad (12)$$

$$p_1 = \frac{2p_m}{\beta-1} \left[\beta_1 e^{-\frac{\beta t}{\theta}} - (1-\beta_3) e^{-\frac{t}{\theta}} \right]. \quad (13)$$

Давление за льдом

$$p_3 = \rho_3 \alpha_3 \frac{dz}{dt} = \rho_3 \alpha_3 \frac{\theta}{m} \frac{2p_m}{\beta-1} \left[e^{-\frac{t}{\theta}} - e^{-\frac{\beta t}{\theta}} \right] = \frac{\beta_3}{\beta-1} 2p_m \left[e^{-\frac{t}{\theta}} - e^{-\frac{\beta t}{\theta}} \right]. \quad (14)$$

В случае если акустическое сопротивление третьей среды существенно меньше, чем первой, т. е. $\left(\frac{\rho_3 \alpha_3}{\rho_1 \alpha_1} \ll 1 \right)$, и когда $\beta_1 \approx \beta$, то вместо (13) будем иметь

$$p_1 = \frac{2p_m}{\beta-1} \left[\beta e^{-\frac{\beta t}{\theta}} - e^{-\frac{t}{\theta}} \right]. \quad (15)$$

Можно показать, что приближенное решение (11), не учитывающее волнового характера распространения возмущений, дает результат, близкий к точному. В практике обычно пользуются соотношениями (11)–(15), несмотря на то что формулы (3) и (4) более полно учитывают волновые процессы, происходящие в самой льдине конечной толщины.

Рассмотрим алгоритм вычисления давления на внешней поверхности льдины при падении плоской ударной волны нелинейной формы. В рассматриваемой задаче ледовый покров отделяет воздух от воды; ударная волна — подводная. В данном случае задачу по вычислению давления решим с помощью приближенных и точных соотношений.

В качестве исходных данных примем:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 102 \text{ кг с}^2/\text{м}^4, & \alpha_1 &= 1500 \text{ м/с;} \\ \rho_2 &= 800 \text{ кг с}^2/\text{м}^4, & \alpha_2 &= 5500 \text{ м/с;} \\ \rho_3 &= 0,125 \text{ кг с}^2/\text{м}^4, & \alpha_3 &= 340 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Постоянная экспоненциального затухания $\theta = 1,82 \cdot 10^{-5}$ с. Давление на фронте $p_m = 100 \text{ кг/см}^2$. Толщина льда $h = 0,5 \text{ м}$.

Вычислим значение коэффициентов, входящих в формулу (2):

$$k_{11} = \frac{\rho_2 \alpha_2 - \rho_1 \alpha_1}{\rho_2 \alpha_2 + \rho_1 \alpha_1} = 0,933; \quad k_{22} = \frac{\rho_3 \alpha_3 - \rho_2 \alpha_2}{\rho_3 \alpha_3 + \rho_2 \alpha_2} = -1,00;$$

$$\bar{k}_{22} = \frac{\rho_1 \alpha_1 - \rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2} = -0,933; \quad \gamma = k_{22} \bar{k}_{22} = 0,933;$$

$$k_{12} = \frac{2\rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2} = 1,935; \quad k_{21} = \frac{2\rho_1 \alpha_1}{\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2} = 0,0673;$$

$$\bar{\alpha} = k_{12} k_{22} k_{21} = -0,130; \quad \tau_1 = \frac{t_1}{\theta} = \frac{h}{\alpha_2 \theta} = 0,05.$$

После подстановки их в (2) получим

$$\begin{aligned} p_1 = & p_m 1,933 e^{-\tau} \sigma_0(\tau) + p_m (-0,130) e^{-(\tau-2\tau_1)} \sigma_0(\tau-2\tau_1) + \\ & + p_m (-0,130) 0,933 e^{-(\tau-4\tau_1)} \sigma_0(\tau-4\tau_1) + \\ & + p_m (-0,130) 0,871 e^{-(\tau-6\tau_1)} \sigma_0(\tau-6\tau_1) + \dots \end{aligned}$$

Вычисления по этой формуле удобно производить, выбирая в качестве временного интервала величину $\tau = 2\tau_1$. Через такой интервал времени к внешней поверхности ледового покрова будут влиять волны разрежения и давления, изменяющиеся скачком (рис. 4).

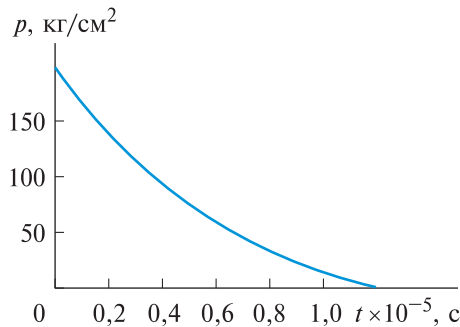


Рис. 4. График зависимости давления за льдом конечной толщины от времени

Используя приближенный способ решения и принимая ледовое покрытие как механическую систему с одной степенью свободы, вычисляем параметры, входящие в формулу (15), при $\beta = 0,685$:

$$p_1 = \frac{2 \cdot 100}{1 - 0,685} (e^{-\tau} - 0,685 e^{-0,685\tau}) = 635 (e^{-\tau} - 0,685 e^{-0,685\tau}).$$

Сопоставление данных, получаемых по этим двум способам, показывают удовлетворительное совпадение.

Пример. Определим давление за льдиной толщиной $h = 0,5$ м, погруженной в воду, при действии на нее подводной ударной волны с максимальным давлением $p_m = 100$ кг/см² и постоянной времени затухания $\theta = 1,82 \cdot 10^{-5}$ с.

Для этого предварительно вычислим коэффициенты γ и $k_{12}k_{23}$, входящие в формулу (10):

$$\alpha = k_{12}k_{23} = \frac{2\rho_2\alpha_2}{\rho_2\alpha_2 + \rho_0\alpha_0} \frac{2\rho_0\alpha_0}{\rho_0\alpha_0 + \rho_2\alpha_2} = \frac{4\rho_0\alpha_0\rho_2\alpha_2}{(\rho_0\alpha_0 + \rho_2\alpha_2)^2} = 0,130;$$

$$\gamma = k_{22}\bar{k}_{22} = \frac{\rho_3\alpha_3 - \rho_2\alpha_2}{\rho_3\alpha_3 + \rho_2\alpha_2} \frac{\rho_1\alpha_1 - \rho_2\alpha_2}{\rho_1\alpha_1 + \rho_2\alpha_2} = \left(\frac{\rho_0\alpha_0 - \rho_2\alpha_2}{\rho_0\alpha_0 + \rho_2\alpha_2} \right)^2 = 0,870.$$

Интервал времени для построения эпюры давления примем равным $\tau = 2\pi t_1$. Перепад давления за льдиной (рис. 5) возникает после того, как ударная волна пройдет расстояние, равное толщине льда, и далее изменится через $2\pi t_1$.

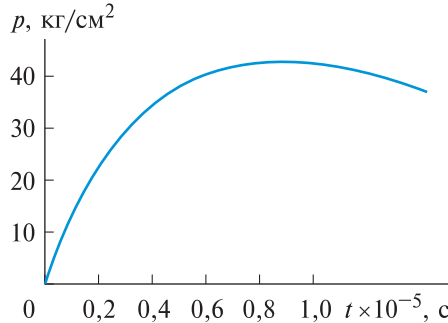


Рис. 5. График зависимости давления за льдиной от времени

Приближенная оценка характера изменения давления может быть выполнена по зависимости (14):

$$\beta_1 = \frac{\rho_1\alpha_1}{m} \theta = 0,685;$$

$$\beta = \beta_1 + \beta_3 = 2\beta_1 = 1,37;$$

$$p_3 = \frac{0,685}{1,37 - 1,00} 2p_m [e^{-\tau} - e^{-1,37\tau}] = 370 [e^{-\tau} - e^{-1,37\tau}].$$

При исследовании продемонстрирована высокая эффективность подводных взрывов зарядов в генерировании импульсов давления с амплитудой до нескольких килобар и большой длительности. Характеристики и форма генерируемых импульсов давления могут регулироваться в широких пределах изменением режима реагирования заряда и введением в воду около заряда пузырьков воздуха. Аналитические расчеты показывают, что взрывы смесевых зарядов в несколько раз более эффективны в разрушении льда, чем заряды тротила.

Заключение. Необходимо отметить, что при взрыве заряда на поверхности льда или в его толще образуются мелкие осколки льда, а при подводном взрыве, благодаря водяной подушке между зарядом и ледяным покровом, — более крупные осколки. Во время взрыва подводного заряда образуется фонтан воды высотой 20...30 м, выбрасываемый вместе с осколками льда и газообразными продуктами взрыва. От взрыва сосредоточенного подводного заряда возникает майна, диаметр которой в 3–8 раз больше глубины погружения заряда в воду. Чем меньше отношение диаметра майны к глубине погружения заряда, тем больше размер осколков льда. При массовом взрыве наибольшего эффекта по раскалыванию льда добиваются при взрыве зарядов в зажиме, когда действие взрыва не выходит за границы раскалываемого ледяного покрова. При наличии свободных кромок раскалывание большей площади льда обеспечивается взрывами одиночных зарядов. Взрыв заряда независимо от его расположения по отношению к поверхности льда образует зоны выброса, рыхления (трещинообразования) и сотрясения. Зона выброса включает в себя майну, из которой лед выбрасывается взрывом. Зона рыхления — площадь льда, разрушенного на большие куски, не поднимаемые взрывом, и расколотого трещинами, расположенными в радиальном и кольцевом направлениях. Разрушение льда и размер трещин наибольшие у краев майн. Радиальные трещины при раскалывании льдин со свободными кромками имеют длину до нескольких десятков метров. В зоне рыхления располагается основная масса осколков льда, выброшенных взрывом. Зона сотрясения охватывает площадь, на которой ледяной покров подвергается только колебанию без разрушения. В этой зоне частично располагаются осколки льда, выброшенные взрывом. Радиус зоны сотрясения может достигать нескольких сотен метров. Границу же зоны рыхления и тем более зоны сотрясения визуально установить невозможно. Очевидно, что этот расчет не показывает истинной картины разрушений, которую следует ожидать от заряда массой, например 50 кг, и показывает значительно заниженные результаты, так как область образования майны ненамного превысила область, для которой имелись газодинамические данные. Понятно, что использование газодинамических данных, просчитанных до момента полной разгрузки волны сжатия, а также

увеличение расчетного радиуса ледяного покрова значительно увеличило бы как размер майны, так и радиус, внутри которого развились бы магистральные трещины. Уменьшение толщины льда до 1 м привело к увеличению образовавшейся майны до 100 м, что подтверждает утверждение об увлечении вместе с подвергшимся воздействию волны сжатия льдом соседних с ним элементов. Действительно, меньшая масса льда способствует выбросу большего количества обломков.

Предложенный подход и разработанные на его основе средства математического моделирования позволили проследить во времени динамику деформирования и разрушения льда при взрыве. Численным моделированием установлено, что увеличение массы заряда ВВ в воде подо льдом приводит к образованию на начальной стадии процесса двух очагов разрушения, которые затем сливаются в один. Увеличение заглубления в воду заряда ВВ приводит к значительному снижению степени разрушения ледовой пластины и снижению по гиперболической зависимости максимального давления во льду. Разработанные средства математического моделирования и полученные результаты могут быть полезны как для выявления основных закономерностей и механизмов высокоскоростного деформирования и разрушения ледовых покрытий, так и при выработке практических рекомендаций по поиску оптимальных путей повышения стойкости перспективных противоударных защит и эффективности действия поражающих элементов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гельфанд Б.Е., Сильников М.В. *Объемные взрывы*. Санкт-Петербург, Астерион, 2008, с. 375.
- [2] Сидняев Н.И. Гидродинамические особенности при подводном взрыве. *Труды Российской академии ракетных и артиллерийских наук. Выпуск СЗ-2013: Технические средства противодействия террористическим и криминальным взрывам*. Санкт-Петербург, Любавич, 2014, с. 320–339.
- [3] Яковлев Ю.С. *Гидродинамика взрыва*. Ленинград, Судпромгиз, 1961, 313 с.
- [4] Борисов А.А., Михалкин В.Н., Хомик С.В. Экспериментальное исследование распространения детонации газообразных смесей в свободном цилиндрическом заряде. *Хим. физика*, 1989, т. 8, № 6, с. 798–809.
- [5] Борисов А.А., Комиссаров П.В., Маилков А.Е., Ельшин Р.Н., Силакова М.А. Взрывное взаимодействие богатой алюминием реагирующей гетерогенной смеси с водой. *Хим. физика*, 2002, т. 21, № 10, с. 92–96.
- [6] Komissarov P.V., et al. Novel high-efficiency metallized explosive systems for underwater applications in industry. Chapter 1. *Final Technical Report*. ISTC Project KR-899, 2005, pp. 62–69.
- [7] Борисов А.А., Гельфанд Б.Е., Нигматулин Р.И., Рахматулина Х.А., Тимофеев Е.И. Усиление ударных волн в жидкостях с пузырьками пара и растворяемого газа. *Докл. Акад. наук СССР*, 1982, т. 263, № 3, с. 594–598.
- [8] Орленко Л.П., ред. *Физика взрыва*. Москва, Физматгиз, 2002, т. 1, 832 с.
- [9] Коул Р. *Подводные взрывы*. Москва, Изд. ин. лит., 1950, 494 с.

- [10] Сидняев Н.И., Гордеева Н.М. Исследование ударно-волновых и гидродинамических процессов при подводном взрыве. *Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму*, 2015, № 11–12, с. 66–72.
- [11] Сидняев Н.И. *Теория удара и проникания высокоскоростных тел в жидкость*. Москва, КНОРУС, 2021, 296 с.
- [12] Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С. *Динамические нагрузки при подводном взрыве*. Ленинград, Судостроение, 1967, с. 327.
- [13] Кедринский В.К. *Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели*. Новосибирск, Изд. СО РАН, 2000, 435 с.
- [14] Сидняев Н.И. Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника. В кн.: *Динамика возмущений в сплошных средах: 50 лет Научно-учебному комплексу «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана: сб. ст.* Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, сост. Сидняев Н.И. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, с. 179–200.
- [15] Сидняев Н.И. Гидродинамические особенности при подводном взрыве. *Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму*, 2013, № 11–12, с. 70–79.
- [16] Паркин Б.Р., Гилмор Ф.Р., Броуд Г.Л. *Подводные и подземные взрывы*. Москва, Мир, 1974, с. 153–258.

Статья поступила в редакцию 05.01.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Савин А.С., Сидняев Н.И., Теделури М.М. Исследование воздействия подводного взрыва на ледовый покров. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2021, вып. 2.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2021-2-2052>

Савин Александр Сергеевич — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры высшей математики МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: assavin@mail.ru

Сидняев Николай Иванович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: Sidn_ni@mail.ru

Теделури Мария Михайловна — аспирантка кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: t.m.m5@mail.ru

Study of the underwater explosion impact on the ice cover

© A.S. Savin, N.I. Sidnyaev, V.A. Tedeluri

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The paper presents the results of studies of the features of deformation and destruction of the ice cover affected by a close underwater explosion, as well as by horizontally installed cylindrical shells under the combined action of the explosion and hydrostatic pressure. The research is based on the results of computer simulation of the processes of underwater explosion and ice cover deformation. It is shown that the second pulsation of the bubble exerts a controlling influence on the nature and parameters of the deformation and destruction of the ice cover under the combined action of a close underwater explosion and a large hydrostatic pressure on the shell. The dependence of the ice explosion resistance on the depth and power of the charge is determined. The influence of the main physical parameters of ice on the explosion resistance is revealed. The results of the research can be used for creating structures effectively resisting the effects of a close underwater explosion.

Keywords: *underwater explosion, hydrostatic pressure, deformation, destruction, experiment, computer simulation*

REFERENCES

- [1] Gelfand B.E., Silnikov M.V. *Obyemnyye vzryvy* [Fuel and air explosion]. St. Petersburg, Asterion Publ., 2008, 375 p.
- [2] Sidnyaev N.I. *Gidrodinamicheskie osobennosti pri podvodnom vzryve* [Hydrodynamic features in an underwater explosion]. *Trudy Rossiyskoy akademii raketnykh i artilleriyskikh nauk. Vypusk C3-2013: Tekhnicheskiye sredstva protivodeystviya terroristicheskim i kriminalnym vzryvam* [Proceedings of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences. Vol. C3-2013: Terrorist and criminal explosion technical countermeasures]. St. Petersburg, Lubavich Publ., 2014, pp. 320–339.
- [3] Yakovlev Yu.S. *Gidrodinamika vzryva* [Explosion hydrodynamics]. Leningrad, Sudpromgiz Publ., 1961, 313 p.
- [4] Borisov A.A., Mikhalkin V.N., Khomik S.V. *Khimicheskaya fizika — Russian Journal of Physical Chemistry*, 1989, vol. 8, no. 6, pp. 798–809.
- [5] Borisov A.A., Komissarov P.V., Mailkov A.E., Yelshin R.N., Silakova M.A. *Khimicheskaya fizika — Russian Journal of Physical Chemistry*, 2002, vol. 21, no. 10, pp. 92–96.
- [6] Komissarov P.V., et al. Novel high-efficiency metallized explosive systems for underwater applications in industry. Chapter 1. *Final Technical Report*. ISTC Project KR-899, 2005.
- [7] Borisov A.A., Gelfand B.E., Nigmatulin R.I., Rakhmatulina Kh.A., Timofeyev E.I. *Doklady Akademii nauk SSSR — Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1982, vol. 263, no. 3, pp. 594–598.
- [8] Orlenko L.P., ed. *Fizika vzryva* [Explosion physics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 2002, vol. 1, chapter 13.
- [9] Cole R.H. *Underwater explosions* Princeton University Press Publ., 1948. [In Russ: Cole R.H. *Podvodnye vzryvy*. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1950, 494 p.]
- [10] Sidnyaev N.I., Gordeeva N.M. *Voprosy oboronnoy tekhniki. Seriya 16: Tekhnicheskiye sredstva protivodeystviya terrorizmu — Military Enginery Counter-terrorism technical devices. Issue 16*, 2015, no. 11–12, pp. 66–72.

- [11] Dulnev A., Karateev N. Evolution of methods for calculating submarine hull structures response to underwater explosion. *Proc. 6th Int. Conf. 'Navy and shipbuilding nowadays' (NSN'2011). June 30 — July 1, 2011, St. Petersburg, Russia.* P1-04.
- [12] Zamyshlyayev B.V., Yakovlev Yu.S. *Dinamicheskie nagruzki pri podvodnom vzryve* [Dynamic loads during an underwater explosion]. Leningrad, Sudostroyeniye Publ., 1967, 327 p.
- [13] Kedrinsky V.K. *Gidrodinamika vzryva: eksperiment i modeli* [Explosion hydrodynamics: experiment and models]. Novosibirsk, SO RAN Publ., 2000.
- [14] Sidnyaev N.I., Teoreticheskie issledovaniya gidrodinamiki pri podvodnom vzryve tochechnogo istochnika [Theoretical studies of hydrodynamics in an underwater explosion of a point source]. In: *Trudy Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana no. 608. Dinamika vozmushcheniy v sploshnykh sredakh: 50 let Nauchno-uchebnomu kompleksu «Fundamentalnye nauki» MGTU im. N.E. Baumana. Sbornik statey* [Proceedings of Bauman Moscow State Technical University no. 608. Dynamics of disturbances in continuous media: 50 years of the Scientific and educational complex "Fundamental Sciences" BMSTU. Collection of articles]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, pp. 179–200.
- [15] Sidnyaev N.I., *Voprosy oboronnoy tekhniki. Seriya 16: Tekhnicheskie sredstva protivodeystviya terrorizmu — Military Enginery Counter-terrorism technical devices. Issue 16*, 2013, no.11–12, pp. 70–79.
- [16] Parkin B.R., Gilmore F.R., Brode H.L. Shock waves in bubbly water. *Memo-randum RM-2795-PR*, (Abridged), 1961 [Parkin B.R., Gilmore F.R., Brode H.L. Udamnye volny v vode s puzyrkami gaza. In: *Podvodnye i podzemnye vzryvy*. Moscow, Mir Publ., 1974, pp. 152–258].

Savin A.S., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Higher Mathematics, Bauman Moscow State Technical University; author of about 100 publications. Research interests: theoretical and applied hydro-mechanics. e-mail: assavin@mail.ru

Sidnyaev N.I., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Bauman Moscow State Technical University; author of over 400 scientific articles, two monographs, and five books. Research interests: applied mathematics, mechanics, numerical methods. e-mail: Sidn_ni@mail.ru

Tedeluri M.M., post-graduate student, Department of Higher Mathematics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: t.m.m5@mail.ru