

## Численное и физическое моделирование деформирования стержня при осевом нагружении в канале. Часть 2

© Н.Т. Овчинников<sup>1</sup>, Ф.Д. Сорокин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ООО «ГеоСплит», Москва, 121205, Россия

<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*В двух частях работы представлено численное и физическое моделирование деформирования стержня в канале при осевом сжатии. Выявлены закономерности нелинейного изгиба стержня в плоскости. Формы стержня, определяющиеся историей нагружения, могут различаться при одном и том же значении усилия. Решение задачи заключается в том, чтобы найти форму с минимальной потенциальной энергией. В части 2 работы проведено численное моделирование постепенного нагружения стержня при заделках на концах и его разгрузки с шарнирами на концах, физическое моделирование нагружения и разгрузки и общее заключительное сравнение форм как численной, так и физической модели. При разгрузке деформирование происходит более вариантным образом по сравнению с нагружением. Формы сохраняют устойчивость при усилиях сжатия, входящих в диапазон существования по нагрузкам. Возможно образование симметричных вариантов форм, различающихся знаком прогибов. В критическом для формы состоянии опорные реакции становятся минимальными. Формы физической модели при нагружении и разгрузке подтверждают результаты численного моделирования. Полученные результаты применимы для анализа состояния таких стержневых объектов, как буровая, обсадная, насосно-компрессорная колонны и трубопроводы.*

**Ключевые слова:** *стержень, колонна, трубопровод, устойчивость, деформирование, изгиб, моделирование, нелинейность*

**Введение.** Сложность решаемой задачи привела к разделению публикации на две части. В первой части [1] проведен анализ существующих решений и дано описание применяемой численной модели стержня. Рассмотрено численное и, ограниченно, физическое моделирование деформирования стержня с шарнирами на концах при постепенном нагружении. Исследовано деформирование прямолинейного стержня при резком, в одну ступень, нагружении.

Во второй части выполнены численное и физическое моделирование деформирования стержня с заделками на концах при постепенном нагружении, численное моделирование деформирования стержня с шарнирами на концах при постепенном разгрузке, физическое моделирование нагружения и разгрузки стержней и общее заключительное сопоставление результатов численного и физического моделирования.

Цели работы — исследовать с применением и численного, и физического моделирования закономерности нелинейного деформиро-

вания стержня в канале при различных режимах нагружения. Кроме того, рассмотреть формы, образующиеся в процессе нагрузки и разгрузки стержня, установить связь между прикладываемыми усилиями и формами стержня, сопоставить результаты численного и физического моделирования, а также сформулировать положения, подлежащие учету при разработке методик определения напряженно-деформированного состояния (НДС) соответствующих стержневых объектов.

**Изгиб стержня с заделками на концах при постепенном нагружении.** Рассмотрим изгиб стержня при граничных условиях, соответствующих заделке концов, в ходе постепенного нагружения. При этом не ставится цель выявить все возможные переходы форм, а дается общая последовательность и показывается отличие деформирования от варианта, при котором концы опираются на шарниры.

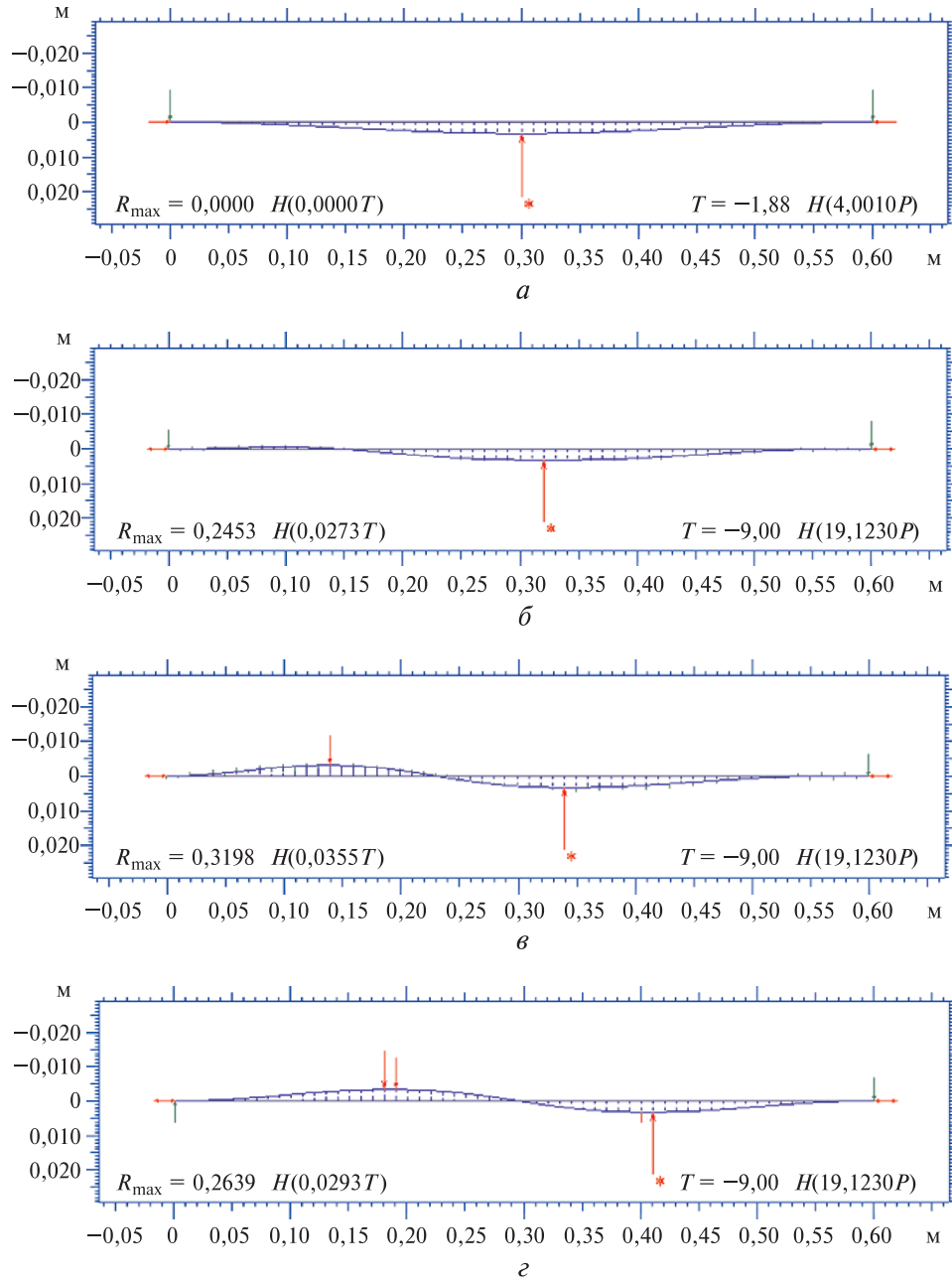
Стержень теряет устойчивость по форме  $w_1$  (рис. 1, а) при безразмерном усилии сжатия  $\bar{T} = 4,0$ , что соответствует известному критическому значению [2]. При незначительном снижении усилия от данного значения центральная реакция снимается и модель стержня возвращается в прямолинейное положение.

При дальнейшем нагружении стержня в ходе вторичной потери устойчивости на одной из сторон начинает формироваться полуволна изгиба (рис. 1, б). Развитие полуволны (рис. 1, в) приводит к образованию кососимметричной формы  $w_2$  (рис. 1, г) с осуществлением перехода  $w_1 \rightarrow w_2$ .

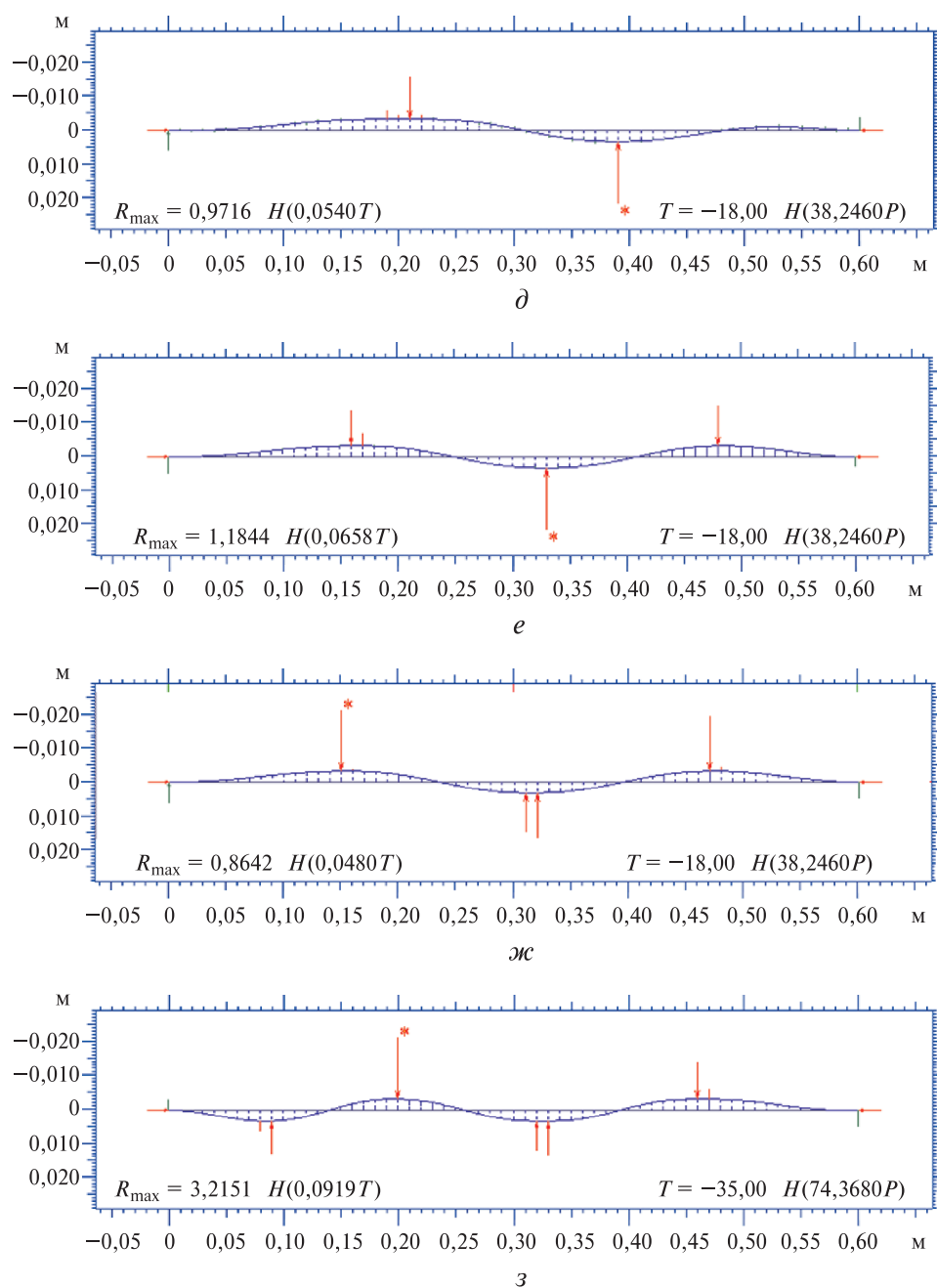
Наблюдается существенное отличие от деформирования стержня при шарнирном закреплении концов. Образование последующей формы ( $w_2$ ) уже не является результатом потери устойчивости участка, контактирующего со стенкой канала, при увеличении его длины, как это происходило в переходе  $w_1 \rightarrow w_3$  в стержне с шарнирами. В этом случае полуволна изгиба зарождается и входит в стержень со стороны одного из граничных сечений.

При сжатии усилием  $\bar{T} = 38,25$  начинается переход  $w_2 \rightarrow w_3$  (рис. 1, д–ж). Затем изгиб происходит с последовательным увеличением числа полуволн по формам  $w_4, w_5$ , приведенным на рис. 1, з, и. Последовательность деформирования  $w_0 \rightarrow w_1 \rightarrow w_2 \rightarrow w_3 \rightarrow w_4 \rightarrow w_5$  является основной.

Изгиб от формы  $w_2$  (см. рис. 1, г) в численной модели может происходить по альтернативному варианту с прохождением через форму  $w_4$  (рис. 2), если продолжать постоянное нагружение модели  $w_2$ .



**Рис. 1 (начало).** Стержень с заделками на этапах постепенного нагружения: *a* — первичная потеря устойчивости,  $w_1$ ,  $\bar{T} = 4,0$ ; *б* — начальная стадия вторичной потери устойчивости; *в* — в ходе вторичной потери устойчивости; *г* — заключительная стадия вторичной потери устойчивости,  $w_2$ ,  $\bar{T} = 19,12$



**Рис. 1 (продолжение).** Стержень с заделками на этапах постепенного нагружения:  $\partial$  — начальная стадия перехода  $w_2 \rightarrow w_3$ ;  $e$  — образование полуволны в правой части стержня в переходе  $w_2 \rightarrow w_3$ ;  $жс$  — завершение образования формы  $w_3$ ,  $\bar{T} = 38,25$  в переходе  $w_2 \rightarrow w_3$ ;  $з$  — форма  $w_4$ , переход  $w_3 \rightarrow w_4$ ,  $\bar{T} = 74,37$

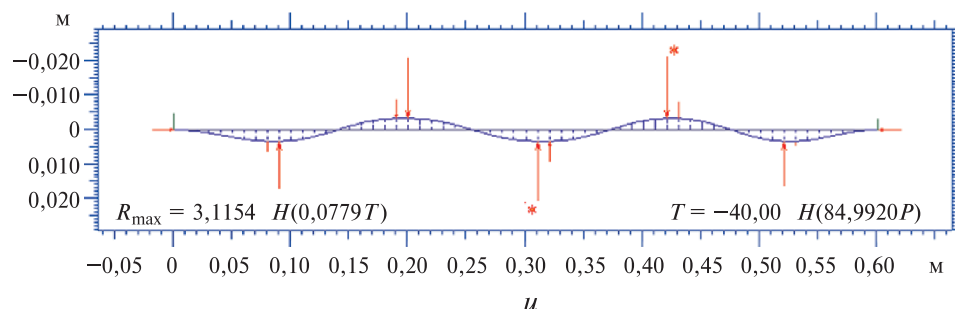


Рис. 1 (окончание). Стержень с заделками на этапах постепенного нагружения:

$u$  — форма  $w_5$ , переход  $w_4 \rightarrow w_5$ ,  $\bar{T} = 84,99$

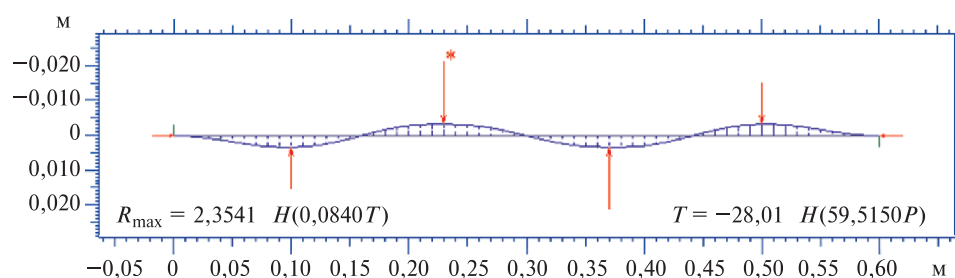


Рис. 2. Стержень в процессе нагружения при концевых заделках:

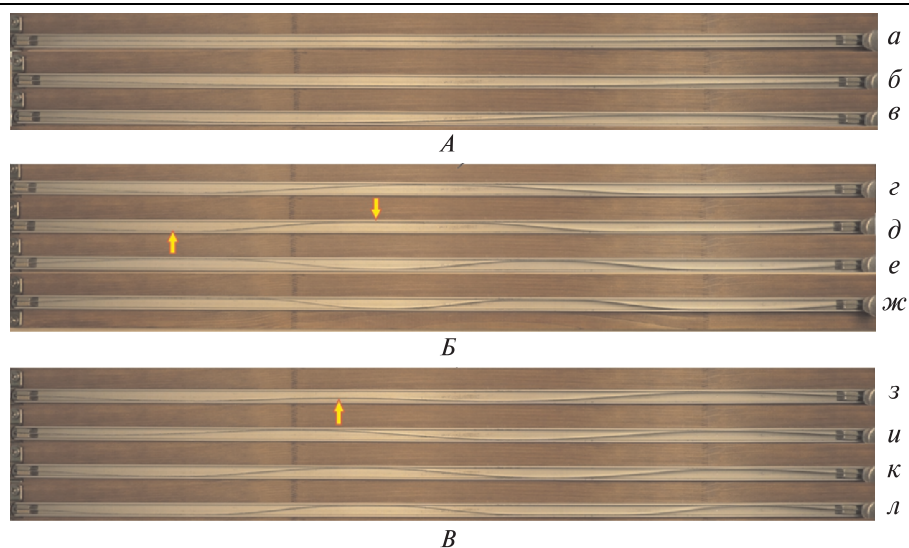
образование формы  $w_4$ , переход форм  $w_2 \rightarrow w_4$ ,  $\bar{T} = 59,52$

Сравнивая формы изгиба стержня с шарнирным закреплением концов [1] и формы с заделками на концах, приведенные на рис. 1, можем отметить непосредственное появление формы  $w_2$  (см. рис. 1,  $z$ ), образование кососимметричных форм и общее влияние заделок на характер деформирования с нарастанием числа полуволн в стержне, в том числе за счет повышения жесткости системы.

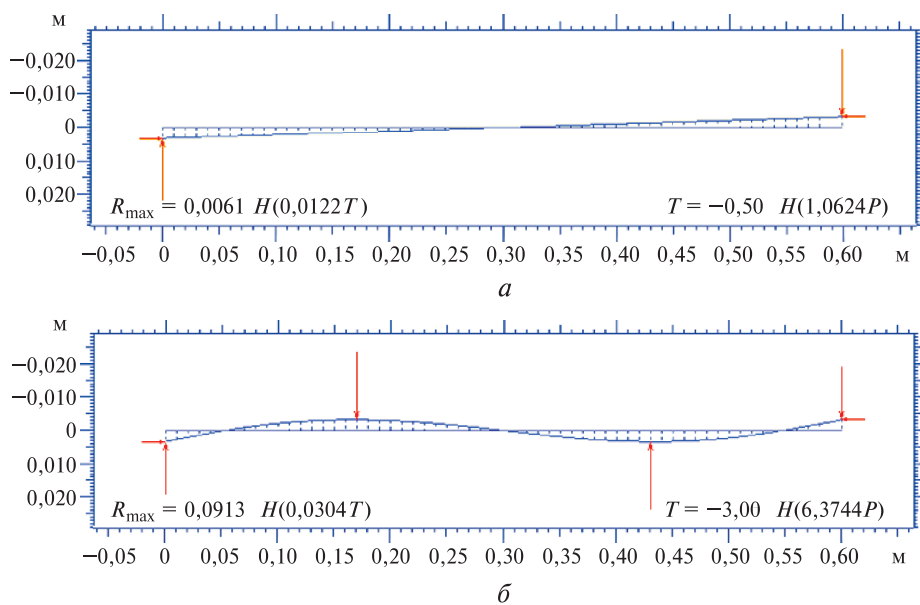
*Нагружение стального стержня с заделками на концах.* Стержень физической модели  $F = 0,6 \times (8 \cdot 10^{-3}) \times (0,5 \cdot 10^{-3})$  м образует формы изгиба, приведенные на рис. 3. На рисунке зафиксированы переходы  $w_2 \rightarrow w_3$  (основной вариант) и  $w_2 \rightarrow w_4$ , аналогичные приведенным на рис. 1,  $z$ ,  $ж$  (см. рис. 3,  $B$ ) и рис. 1,  $z$ , рис. 2 (см. рис. 3,  $B$ ).

**Формы стержня при подвижных шарнирах на концах.** Ниже приведен пример начального деформирования модели стержня, когда допущена возможность скольжения концов стержня в поперечных направлениях при шарнирном закреплении (рис. 4).

Первоначально стержень поворачивается как целое относительно своего центра (рис. 4,  $a$ ), после чего принимает форму с двумя полу волнами  $w_2$  (рис. 4,  $б$ ). Пример показывает эффективность применения численного моделирования при исследовании деформирования объекта в сложно реализуемых на практике условиях нагружения.



**Рис. 3.** Стальной стержень с заделками на концах при постепенном нагружении: *A* — начальная часть форм изгиба (*a* — прямолинейная форма; *б* — первичная потеря устойчивости,  $w_1$ ; *в* — вторичная потеря устойчивости,  $w_2$ ); *B* — первый вариант развития изгиба (*г* —  $w_3$ ; *д* — переходная форма с указанием направлений последующего движения участков; *е* —  $w_4$ ; *ж* — переходная форма при продолжении изгиба); *B* — второй вариант развития изгиба (*з* — переходная форма с указанием направления последующего движения участка; *и* —  $w_4$ ; *к* — переходная форма; *л* — переходная форма)



**Рис. 4.** Формы стержня со скользящими шарнирами на концах при нагружении: *a* — диагональное расположение стержня в канале,  $\bar{T} = 1,062$ ; *б* —  $w_2$ ,  $\bar{T} = 6,37$

Полученный результат позволяет предположить, что наличие небольшого люфта в шарнирном закреплении концов стержня делает возможным появление формы  $w_2$  при нагружении прямолинейной формы  $w_0$  (переход форм  $w_0 \rightarrow w_2$ ). На физической модели переход  $w_0 \rightarrow w_2$  в некоторых случаях фиксируется.

**Различие диапазонов существования формы при постепенных нагружении и разгрузении.** Согласно [3], при разгрузении стержень проходит через формы нагружения в обратной последовательности, но в различающихся интервалах нагрузок. Объяснить различие диапазонов существования одностипных форм при нагружении и разгрузении можно на примере перехода форм  $w_1 \rightarrow w_3$  (см. рис. 3,  $\varepsilon$ ,  $\delta$  в [1]). Начально прямолинейный центральный участок протяженностью  $l_k = 0,3$  м при критическом нагружении  $\bar{T}_{кр} = 16,0$  начинает терять устойчивость. Заканчивается процесс образованием конечной формы  $w_3$  уже с увеличенной длиной участка  $l_{к1} = 0,4$  м, полученной в результате перемещения («перекатывания») контактных точек к границам стержня.

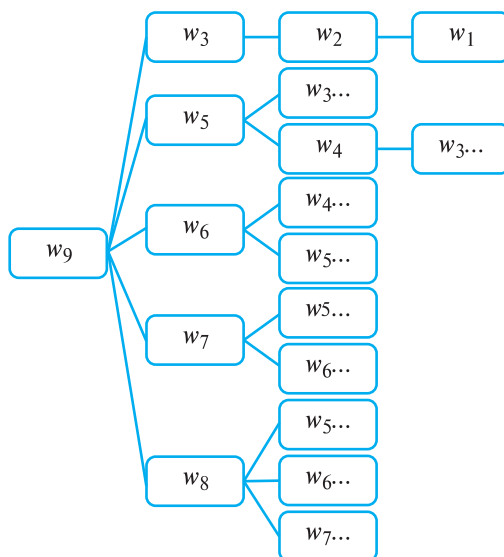
Очевидно, что для удержания более протяженного участка  $l_{к1} > l_k$  в форме  $w_3$  достаточно меньшего по величине усилия. При неизменности действующего усилия  $\bar{T}_{кр}$  удлинившийся в результате потери устойчивости участок оказывается в относительно перегруженном состоянии, соответственно, форма сохраняется при снижении усилия от значения  $\bar{T}_{кр}$ .

**Формы стержня с шарнирами на концах при постепенном разгрузении.** Согласно [3], деформирование стержня при разгрузении содержит переходы форм  $w_9 \rightarrow w_3 \rightarrow w_1 \rightarrow w_0$ . Моделирование, как численное, так и физическое, показывает более сложное поведение стержня.

При незначительном уменьшении усилия от нижней границы диапазона существования форм численная модель образует формы изгиба более низкого порядка (рис. 5). Повторяющиеся последовательности переходов форм однократно отображаются на схеме в развернутом виде. Точки при числе полуволн обозначают продолжение деформирования. Так, после перехода  $w_9 \rightarrow w_5 \rightarrow w_3 \dots$  должен следовать переход  $w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1$ , однократно отображенный на одной из ветвей деформирования на рис. 5.

Развитая иерархическая структура деформирования стержня при разгрузении (см. рис. 5) отличается от более простой структуры деформирования при нагружении (см. рис. 10 [1]). Следует отметить,

что минимальные дискретные изменения формы при нагружении и разгрузении представляют собой волну и полуволну изгиба соответственно.



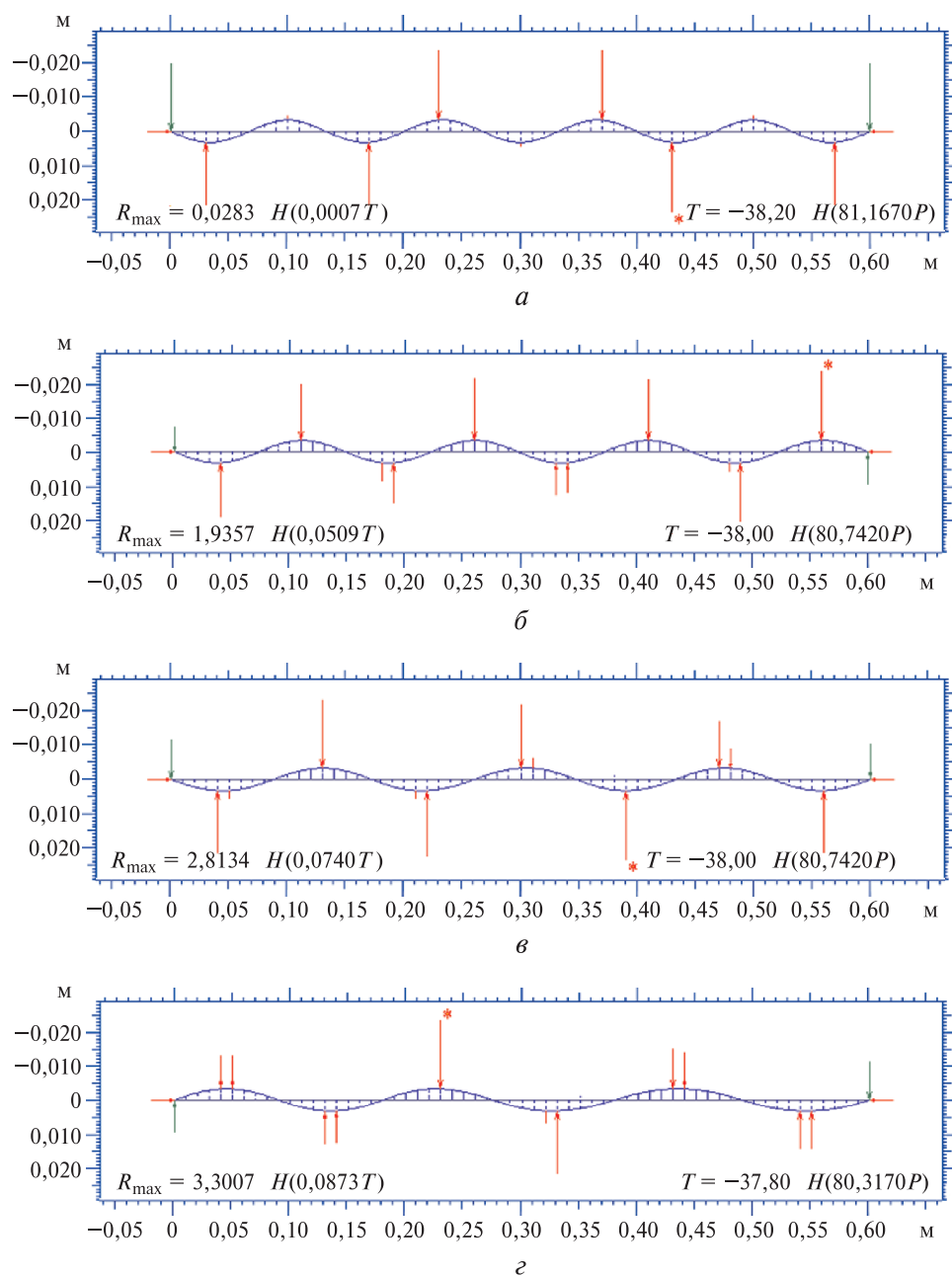
**Рис. 5.** Формы стержня численной модели с шарнирами на концах при постепенном разгрузении

Переходы от формы  $w_9$ . Согласно [3], форма  $w_9$  устойчива при разгрузении до усилия  $\bar{T} = 81$ . Действительно, при моделировании форма (см. часть 1, рис. 12, а) сохраняется до усилия  $\bar{T} = 81,17$  (рис. 6, а). В этом состоянии наблюдается неравенство опорных реакций, при малости их значений, в вершинах волн изгиба стержня.

В численном эксперименте стержню программным образом придается форма  $w_9$  под нагрузкой  $\bar{T} = 81,17$ , а затем усилие незначительно снижается до значения  $\bar{T} = 80,74$ ,  $\Delta\bar{T} = 0,43$ . Форма  $w_9$  становится неустойчивой, и происходит переход стержня к одной из младших форм. Получен вариантный переход  $w_9 \rightarrow w_3, w_5, w_6, w_7, w_8$  с различной частотой повторяемости форм (см. рис. 5, рис. 6). В отдельных случаях образуются варианты симметричных форм одного вида, различающиеся знаком прогибов.

Для того чтобы придать модели неидеальность, можно внести начальное возмущение в виде случайных малых изменений координат формы. Следует отметить, что вывести исходную форму из равновесия можно и без уменьшения сжатия, увеличив амплитуду внешних возмущений.

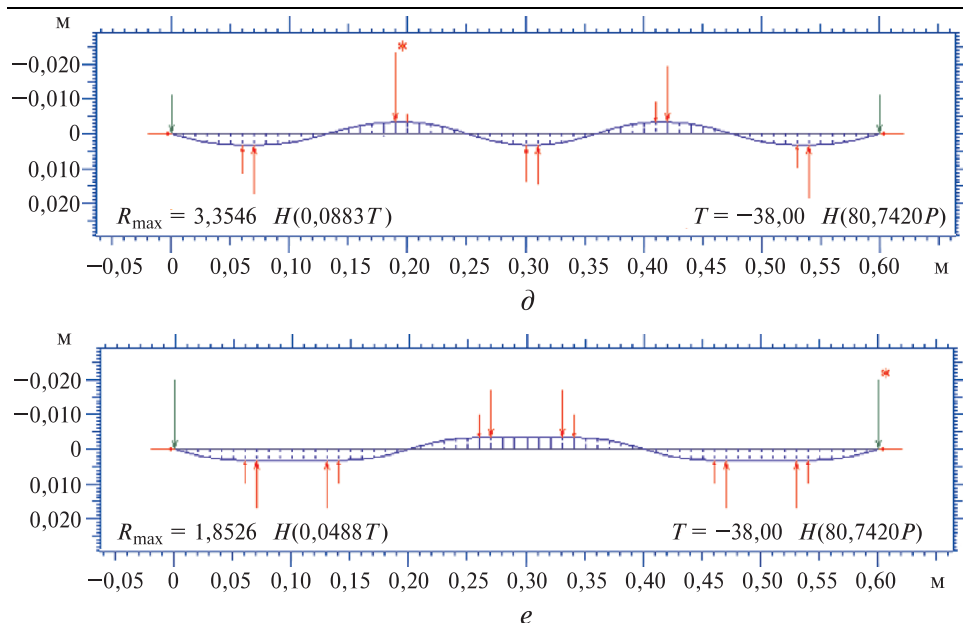




**Рис. 6 (начало).** Формы стержня с шарнирами на концах при разгрузении формы  $w_9$ :

$a$  — форма  $w_9$  в критическом состоянии;  $б$  —  $w_8, w_9 \rightarrow w_8$ ;

$в$  —  $w_7, w_9 \rightarrow w_7$ ;  $г$  —  $w_6, w_9 \rightarrow w_6$



**Рис. 6 (окончание).** Формы стержня с шарнирами на концах при разгрузении формы  $w_9$ :

$d - w_5, w_9 \rightarrow w_5$ ;  $e - w_3, w_9 \rightarrow w_3$

Переходы форм  $w_8 \rightarrow w_5, w_6, w_7$ . При уменьшении сжатия стержня в форме  $w_8$  от значения  $\bar{T} = 64,17$  до  $\bar{T} = 63,74$  получим переходы форм  $w_8 \rightarrow w_5, w_6, w_7$ . Форма  $w_6$  образуется чаще, чем форма  $w_7$ . Частота появления формы  $w_5$  наименьшая.

Переходы форм  $w_7 \rightarrow w_5, w_6$ . При разгрузении формы  $w_7$  от усилия  $\bar{T} = 49,08$  до усилия  $\bar{T} = 48,66$  возможны переходы  $w_7 \rightarrow w_5, w_6$ . Частота появления формы  $w_5$  существенно превосходит частоту появления формы  $w_6$ . Для образования формы  $w_6$  требуется еще и внесение возмущений.

Переходы форм численной модели с диапазонами существования приведены в таблице.

Во втором столбце таблицы у правой границы диапазона существования указана форма ( $w_i$ ), при разгрузении которой получена форма, указанная в первом столбце.

Диапазоном существования формы при разгрузении будем считать интервал усилий, в котором верхняя граница соответствует появлению формы в результате разгрузения предыдущей формы, а нижняя определяет переход к последующей форме в ходе дальнейшего разгрузения. Так, форма  $w_5$  может быть результатом разгрузе-

ния форм  $w_6, w_7, w_8, w_9$ . Соответственно, для формы получим четыре вложенных диапазона существования. С целью учета истории образования формы диапазоны не объединяются.

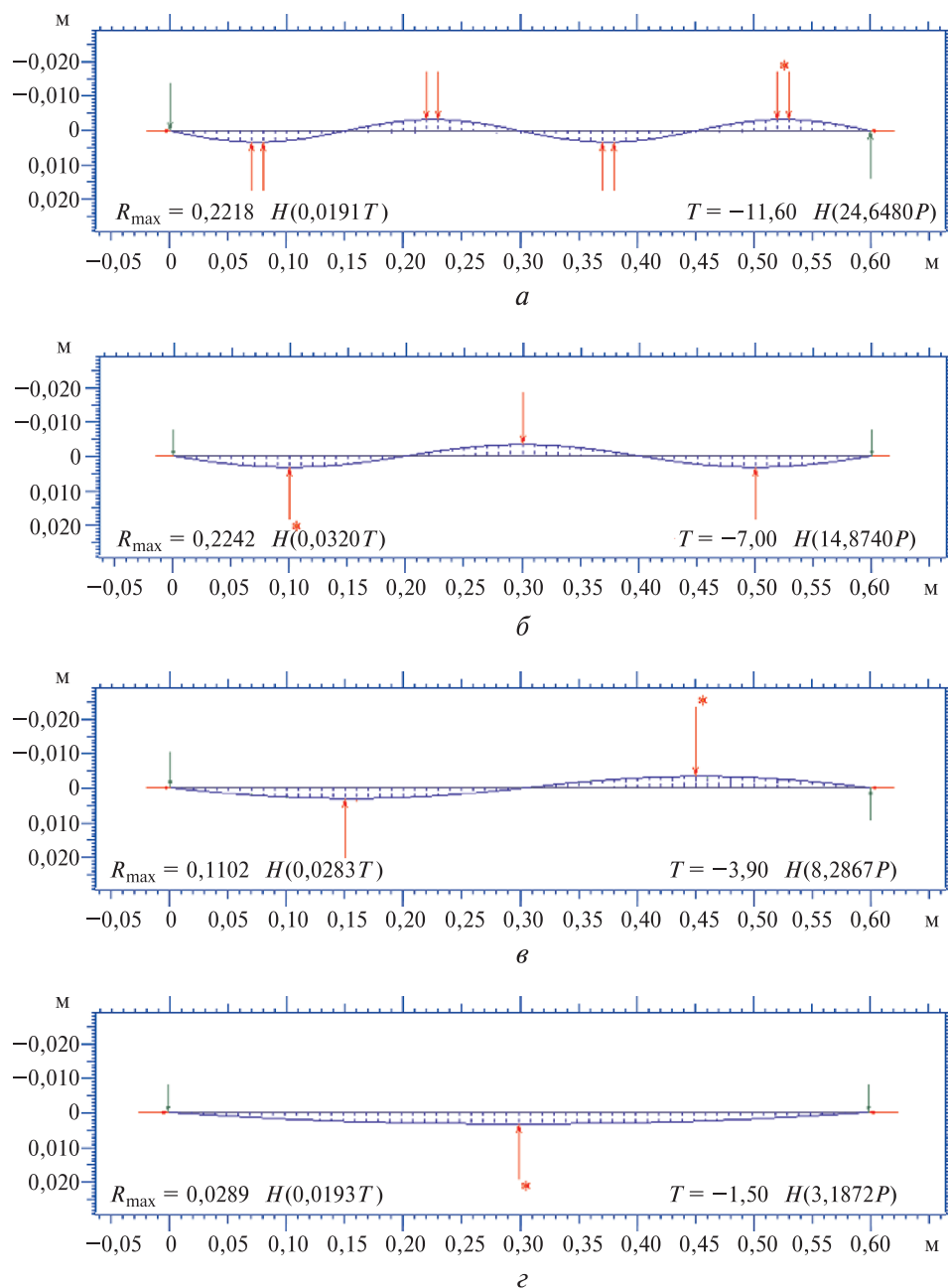
**Формы стержня с шарнирами на концах при постепенном разгрузении**

Число полуволн $w$	Параметры переходов форм		
	Диапазоны существования форм при разгрузении $\bar{T}$	Критическое разгрузение формы $\bar{T}$	Переходы форм
9	81,17...	81,17→80,74	$w_9 \rightarrow w_3, w_5, w_6, w_7, w_8$
8	64,38–80,74 ( $w_9$ )	64,17→63,74	$w_8 \rightarrow w_5, w_6, w_7$
7	49,08–80,74 ( $w_9$ ) 49,08–63,74 ( $w_8$ )	49,08→48,66	$w_7 \rightarrow w_5, w_6$
6	36,12–80,74 ( $w_9$ ) 36,12–63,74 ( $w_8$ ) 36,12–48,66 ( $w_7$ )	36,12→35,70	$w_6 \rightarrow w_4, w_5$
5	25,07–80,74 ( $w_9$ ) 25,07–63,74 ( $w_8$ ) 25,07–48,66 ( $w_7$ ) 25,07–35,70 ( $w_6$ )	25,07→24,65	$w_5 \rightarrow w_3, w_4$
4	16,15–35,70 ( $w_6$ ) 16,15–24,65 ( $w_5$ )	16,15→15,72 16,15→15,30	$w_4 \rightarrow w_3$ $w_4 \rightarrow w_2$
3	9,14–80,74 ( $w_9$ ) 9,14–24,65 ( $w_5$ ) 9,14–15,72 ( $w_4$ )	9,14→8,50	$w_3 \rightarrow w_2$
2	4,04–15,30 ( $w_4$ ) 4,04–8,50 ( $w_3$ )	4,04→3,93	$w_2 \rightarrow w_1$
1	1–3,93 ( $w_2$ )	1→0,9	$w_1 \rightarrow w_0$

Для нижней границы диапазонов существования форм таблицы выполняется соотношение  $\bar{T} = w^2$ . Отметим, что это соотношение выполняется также для форм из работы [3]  $n = 2, 4, 6$ , что видно по данным, приведенным в табл. 1 [1].

Переходы форм  $w_5 \rightarrow w_4 \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1$ . Рассмотрим пример разгрузки стержня от формы, представленный на рис. 6, д, которая

получена в результате перехода  $w_9 \rightarrow w_5$ . Стержень принимает формы с последовательным снижением числа полуволн, что отображено на рис. 7.



**Рис. 7.** Стержень с шарнирами на концах при постепенном разгрузении от формы  $w_5$ :

$a$  —  $w_4$ ,  $w_5 \rightarrow w_4$ ;  $б$  —  $w_3$ ,  $w_4 \rightarrow w_3$ ;  $в$  —  $w_2$ ,  $w_3 \rightarrow w_2$ ;  $г$  —  $w_1$ ,  $w_2 \rightarrow w_1$

Аналогичным образом могут быть получены формы разгрузки стержня по другим ветвям деформирования, приведенным на рис. 5.

Следовательно, численная модель указывает на вариантный характер деформирования стержня при разгрузении, обусловленный, как можно предположить, значительным влиянием малых возмущений на ход деформирования в области критических состояний.

Образование различных форм стержня при уменьшении сжатия с применением различных, более значительных ступеней разгрузки  $\Delta\bar{T}$  представляет интерес для дальнейшего исследования.

**Признак неустойчивости состояния стержня при разгрузении.** Таким предкритическим признаком является уменьшение опорных реакций при подходе к критическому состоянию. Наличие данного ориентирующего признака значительно упрощает нахождение критических усилий при разгрузении модели стержня. Положение выделено в отдельный пункт ввиду его практической значимости как при вычислениях в моделировании, так и при работе стержневого объекта.

**Симметричные варианты форм при изгибе.** При деформировании стержневого объекта в канале параметры форм изгиба могут иметь определенное технологическое значение. Сами образуемые формы деформирования могут быть симметричными и кососимметричными. Вследствие вариантности деформирования при разгрузении кососимметричных форм можно получить две зеркально симметричные формы, различающиеся знаком прогибов,  $y_c(x) = -y(x)$ , где  $y_c$  — симметричная форма.

Рассмотрим, например, формы, приведенные на рис. 7, а, в. Если при разгрузении стержня произойдет распрямление крайней полуволны справа, получим формы, показанные на рис. 7, б, г. Если же распрямление произойдет слева, получим соответствующие симметричные формы. Такое деформирование делает возможным симметричность формы разгрузки по отношению к форме нагружения, что увеличивает амплитуду изменения напряжений при изгибе.

Образование симметричных вариантов форм в той или иной степени может повлиять на рабочие характеристики стержневого объекта. В частности, при бурении форма компоновки низа бурильной колонны под нагрузкой определяет траекторию долота и профиль скважины. В трубопроводе разнонаправленный изгиб создает различные условия для роста имеющихся внутренних дефектов.

**Нагружение стержня после частичного разгрузки.** Распространенным вариантом работы стержневого объекта является повторное нагружение после частичного разгрузки, что может произойти, например, при изменении бурильщиком нагрузки на долото в ходе проводки скважины в случае охлаждения (нагрева) трубопро-

вода или изменения давления продукта в нем в ходе эксплуатации. Фактическое деформирование в неполном цикле нагружения сложно зафиксировать и учесть при оценке технического состояния объекта, в большинстве случаев скрытого от непосредственного наблюдения.

Отметим особенность повторного нагружения объекта в критической области, на которое следует обратить внимание. При незначительном разгрузении формы в критической области происходит переход к форме с меньшим числом полуволн. Этот переход может остаться незамеченным оператором, продолжающим нагружение объекта, изменившего свою форму и, возможно, технологические характеристики.

**Установка для физического моделирования изгиба стержня.** Для исследования деформирования стержня используем установку, позволяющую осуществлять нагружение стальной или пластиковой полосы в канале с прямоугольным сечением (рис. 8).

Нагружение стержня проводится смещением граничного сечения посредством толкателя, сдвигаемого вращающимся винтом или поршневым элементом. При поршневом ходе толкателя можно динамометрически измерить создаваемое сжатие стержня. Шарнирное опирание моделируется свободным вхождением концов стержня в прорези вставок. Заделка концов реализуется дополнительными вставками в канал.

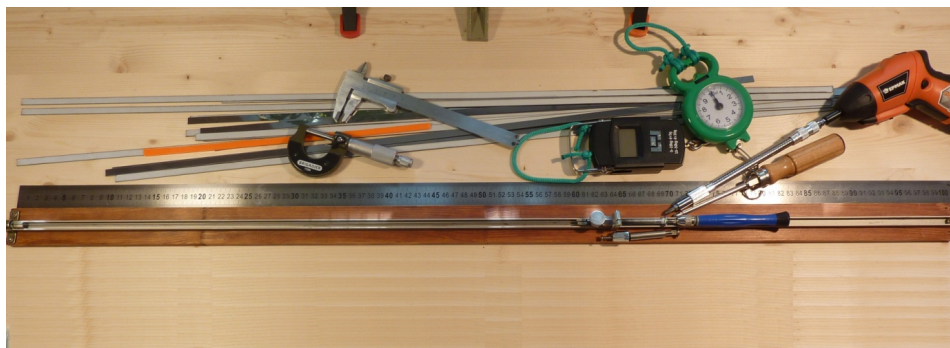


Рис. 8. Установка для физического моделирования изгиба стержней

Следует отметить, что при физическом моделировании применяется преимущественно (кроме случая, представленного на рис. 9, б [1]) нагружение за счет перемещения граничного сечения (толкателем с винтом), а при численном моделировании к граничному сечению прикладывается усилие. Использование различающихся видов нагружения в численной и в физической модели обусловлено более простой реализацией в каждой из них именно принятых видов нагружения.

Представляет интерес проведение моделирования с применением численной и физической модели при одинаковых видах нагружения. В численной модели нагружение смещением сечения приведет к усложнению задачи. Модификация установки с нагружением физической модели постоянным усилием требует доработки конструкции под применение груза.

**Деформирование стержней с шарнирами на концах при постепенном нагружении и разгрузении.** При физическом моделировании используем металлический стержень (полосу) с  $F = L \times (8 \cdot 10^{-3}) \times (0,5 \cdot 10^{-3})$  м.

Стержень длиной  $L = 0,6$  м. Стержень при нагружении теряет устойчивость по форме  $w_1$ , затем деформирование продолжается без изменения числа полуволн (рис. 9, б). Стержень проходит через ряд промежуточных форм вида, показанного на рис. 9, в, и касается противоположной стенки в центральной части, образуя форму  $w_3$  (рис. 9, г) с точечным контактом со стенками.



**Рис. 9.** Стальной стержень с шарнирами на концах при нагружении и последующем разгрузении:

*a* — начальное прямолинейное положение,  $w_0$ ; *б* — после первичной потери устойчивости,  $w_1$ ; *в* — в ходе вторичной потери устойчивости; *г* — вторичная потеря устойчивости,  $w_3$ ,  $w_1 \rightarrow w_3$ ; *д* — переходная форма при нагружении; *е* — потеря устойчивости одного из участков с образованием волны изгиба,  $w_5, w_3 \rightarrow w_5$ ; *ж* —  $w_4$ ; *з* —  $w_3, w_4 \rightarrow w_3$ ; *и* —  $w_2, w_3 \rightarrow w_2$ ; *к* — положение после полного разгрузки,  $w_0, w_2 \rightarrow w_0$

Формы численной (см. рис. 3, г, д [1]) и физической (рис. 9, б, г) модели с одинаковыми параметрами практически идентичны, в данном случае физическое моделирование является натурным экспериментом.

Длина участка слева до точки касания стенки на рис. 3, *г* [1] и на рис. 9, *б* имеет значение  $L/4 = 0,6/4 = 0,15$  м. На рис. 3, *д* [1] и рис. 9, *г* точка касания должна находиться на расстоянии  $L/6 = 0,6/6 = 0,1$  м. На сравниваемых рисунках получены близкие к приведенным значения расчетных и фактических длин.

Численная и физическая модели хорошо согласуются между собой, и они обе подтверждают аналогичные формы  $w_1, w_3$ , полученные в работе [3].

Дальнейшее нагружение стержня приводит к образованию формы  $w_3$  с линейным контактом в трех полуволнах различной длины (рис. 9, *д*). Длины полуволн принимают значения  $l_1 = 0,177$  м,  $l_2 = 0,218$  м,  $l_3 = 0,205$  м. Форма  $w_3(l_1, l_2, l_3)$  с неравномерным изгибом близка к варианту формы численной модели, показанному на рис. 8 [1].

При возрастании усилия центральный участок теряет устойчивость с образованием формы  $w_5$  (рис. 9, *е*), переход  $w_3(2) \rightarrow w_5$ , что соответствует варианту деформирования численной модели, приведенному на рис. 6, *а* [1].

Линия (ветвь) деформирования стержня при нагружении содержит переходы  $w_0 \rightarrow w_1 \rightarrow w_3 \rightarrow w_5$  (рис. 9). При разгрузке от формы  $w_5$  деформирование происходит по линии переходов  $w_5 \rightarrow w_4 \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_0$  (рис. 9, *е-к*), схожей с переходами в численной модели, представленной на рис. 5. Отсутствие перехода  $w_2 \rightarrow w_1$  объясняется технической сложностью отслеживания низших форм изгиба относительно длинных стержней, в деформировании которых более значимую роль начинают играть различные несовершенства и неучтенные факторы. Данные переходы видны в варианте деформирования более длинного стержня (рис. 10, *б, в*).

*Стержень длиной  $L = 0,9$  м.* Увеличив длину до значения  $L = 0,9$  м, проведем цикл нагружения (рис. 10, *а*) и разгрузки (рис. 10, *б, в*) стержня.

Деформирование стержня по мере его нагружения происходит в виде последовательно-вариантного изгиба после образования полуволн с неравными длинами, переходы  $w_0 \rightarrow w_1 \rightarrow w_3 \rightarrow w_5 \rightarrow w_7 \rightarrow w_9$  (рис. 10, *а*). Полученные формы соответствуют формам, показанным на рис. 10 [1], при численном моделировании нагружения стержня.





*a*



*б*



*в*



*г*

**Рис. 10.** Стальной стержень с шарнирами на концах при нагружении и последующем разгрузении:

*a* — формы при нагружении; *б* — разгрузение с образованием формы  $w_7$ ,  $w_9 \rightarrow w_7$ ;  
*в* — разгрузение с образованием формы  $w_8$ ,  $w_9 \rightarrow w_8$ ; *г* — форма  $w_5$  в переходе  $w_6 \rightarrow w_5$

Разгрузка стержня в вариантах, представленных на рис. 10, б, в, происходит по линиям деформирования  $w_9 \rightarrow w_7 \rightarrow w_6 \rightarrow w_4 \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1 \rightarrow w_0$  (рис. 10, б) и  $w_9 \rightarrow w_8 \rightarrow w_6 \rightarrow w_4 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1 \rightarrow w_0$  (рис. 10, в) соответственно.

На рис. 10, б, в реализуется вариантный переход  $w_4 \rightarrow w_3, w_2$ , наблюдаемый в численной модели и приведенный в таблице. В формах на рис. 10, б, в, г также прослеживается вариантный переход  $w_6 \rightarrow w_4, w_5$  (см. таблицу).

Полученные варианты деформирования физической модели при постепенном разгрузении подтверждают результаты численного моделирования (см. рис. 5, 6 и 7).

В целом, вариантное деформирование физической модели при нагружении соответствует формам численной модели (см. рис. 10 [1]), а при разгрузении — более вариантным формам (см. рис. 5).

Наблюдаются два основных варианта наименьшего деформирования физической модели стержня с изменением числа полуволн при разгрузении.

*Вариант 1.* Объединение двух полуволн в одну полуволну на одном из концов стержня, приводящее к уменьшению числа полуволн на единицу,  $\Delta w = -1$ . Участок, примыкающий к концу стержня, переходит при этом к противоположной стенке канала (см. левую часть стержня на рис. 10, г).

*Вариант 2.* Из трех полуволн формируется одна полуволна, что приводит к снижению числа полуволн на две единицы,  $\Delta w = -2$ , и уходу из формы полной волны. К противоположной стенке канала отходит центральная часть участка стержня. Данное деформирование можно пояснить на примере сравнения форм  $w_3$  и  $w_1$ , показанных на рис. 7, б, г. Так, переход форм  $w_6 \rightarrow w_4$  на рис. 10, б является результатом объединения трех полуволн в левой части стержня.

*Нагружение стержня из пластика.* На рис. 11 приведены формы, образующиеся при постепенном нагружении полосы из пластика,  $F = 0,45 \times (8 \cdot 10^{-3}) \times (0,35 \cdot 10^{-3})$  м. Формы на рис. 11, а, б, д получены в решении, приведенном в [3], формы на рис. 11, в, г в работе [3] отсутствуют.

Поведение физической модели при нагружении характеризуется поочередным нарастанием волн изгиба,  $\Delta w = 2$ . Полученные формы пластиковой (см. рис. 11) и металлической полос (см. рис. 10, а) идентичны. Деформирование происходит по линии переходов  $w_0 \rightarrow w_1 \rightarrow w_3 \rightarrow w_5 \rightarrow w_7 \rightarrow w_9$  (см. рис. 10 [1]).



Рис. 11. Стержень из пластика при нагружении:

*a* — первичная потеря устойчивости,  $w_1$ ; *б* — вторичная потеря устойчивости,  $w_3$ ;  
*в* —  $w_5$ ; *г* —  $w_7$ ; *д* —  $w_9$

**О сопоставимости и применении результатов численного и физического моделирования.** Максимальная эффективность исследования достигается при совместном применении численного и физического моделирования. Однако формы численной и физической моделей могут отличаться от форм стержневого объекта вследствие сложности происходящих процессов, неравномерности и вариативности изгиба, влияния имеющихся несовершенств стержня, особенностей закрепления на границах, а также от действия неучтенных в численной модели факторов — сил веса, трения, инерции.

С увеличением длины стержня или уменьшением его жесткости снижается энергия изгиба в однотипных формах. Соответственно, повышается чувствительность физической модели к воздействию случайных возмущающих факторов.

У стержневых объектов имеется начальная непрямолинейность труб и несоосность труб в сварных или в резьбовых соединениях, допускаемая по нормативам. Буровые замки выполняют роль центраторов, на которые опирается буровая колонна при изгибе.

Указанные факторы накладывают свои особенности на деформирование объектов и моделей и свои ограничения на сопоставимость результатов моделирования.

*Виды нагружения численной и физической моделей.* В варианте нагружения физической модели за счет смещения граничного сечения величина создаваемого винтовой парой сжатия не определяется. При нагружении численной модели усилием каждое изменение формы сопровождается смещением граничного сечения, текущее положение которого можно определить расчетным путем.

В дальнейших исследованиях представляет интерес более детальное сопоставление результатов моделирования при различающихся видах нагружения численной и физической моделей и проведение моделирования при одинаковых видах нагружения.

**О результатах физического моделирования.** При физическом моделировании постепенного нагружения получены не все переходы форм, выявленные численной моделью. Не зафиксированы, в частности, переходы  $w_3 \rightarrow w_7, w_9$  (см. рис. 10 [1]) при нагружении стержня и переходы  $w_9 \rightarrow w_3, w_5, w_6$  при разгрузении, отображенные на рис. 6 и приведенные в таблице, более сложные по числу задействованных элементов форм. Практическая реализуемость переходов  $w_3 \rightarrow w_9, w_9 \rightarrow w_3$  [3] при постепенном нагружении и разгрузении предположительно остается под вопросом.

По переходу  $w_3 \rightarrow w_1$  [3] при разгрузении стержня необходимо отметить следующее. Численная и физическая модели показывают безусловное наличие перехода  $w_3 \rightarrow w_2$ . Физическая модель в некоторых редких случаях обнаруживает возможность перехода  $w_3 \rightarrow w_1$ , по-видимому, вследствие действия случайных неучтенных факторов.

**Переходные процессы при деформировании стержня.** Изменение форм физической модели при нагружении и разгрузении за счет смещения граничного сечения происходит либо постепенно, либо, в определенных позициях, с большой скоростью, с характерным прощелкиванием и ударом части стержня о стенку канала. Вероятность динамической реакции стержневого объекта, сжатого продольным усилием, известна, и ее следует учитывать в правилах безопасности ведения работ и в методиках определения НДС.

**Основные результаты работы.** В двух частях работы с применением численного и физического моделирования установлены закономерности нелинейного деформирования стержня в канале под действием осевого сжатия в процессах нагружения и разгрузения. Напряженно-деформированное состояние стержня определяется историей его нагружения.

В данной статье (часть 2) приведено описание численного и физического моделирования деформирования стержня с заделками на концах при постепенном нагружении, численного моделирования деформирования стержня с шарнирами на концах при постепенном разгрузении, физического моделирования нагружения и разгрузения стержней, а также проведено общее сопоставление результатов численного и физического моделирования.

Важной особенностью деформирования стержня в канале является вариантность образуемых от одной исходной формы последующих форм. Формы разгрузения стержня с шарнирами на концах

отличаются более вариантным характером переходов от одной формы к нескольким различным формам изгиба по сравнению с формами нагружения. Формы разгрузки соответствуют диапазонам существования форм по усилиям. При деформировании стержня могут образовываться симметричные варианты форм, различающиеся знаком прогибов. Признаком неустойчивости состояния стержня при разгрузке является уменьшение опорных реакций. В переходных процессах возможно ударное взаимодействие стержня со стенками канала.

При разработке методик оценки напряженно-деформированного состояния соответствующих стержневых объектов необходимо учитывать историю нагружения, вариантность деформирования, наличие диапазонов существования форм и диапазонов неустойчивости форм.

Физическое моделирование подтверждает результаты численного моделирования.

**Заключение.** Полученные данные показывают нелинейные закономерности деформирования стержня в канале, представляющие интерес в механике стержней и при решении прикладных задач.

В развитие работы можно осуществить уточнение приведенных положений, совершенствование и оптимизацию численной модели, учет динамики переходных процессов, проверку приведенных положений на большом объеме испытаний, реализацию одинаковых видов нагружения при численном и физическом моделировании и т. д.

Рассмотренная задача с методической точки зрения важна для анализа функционирования стержневых объектов при осевом сжатии.

Полученные результаты могут быть учтены при разработке конструкций и механизмов, использованы в управлении технологическими процессами и при создании методик расчета НДС стержневых объектов различного назначения. Кроме того, результаты работы применимы при рассмотрении состояния бурильной, обсадной и насосно-компрессорной колонн труб в скважине, а также трубопровода в кожухе, скважине и тоннеле.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Овчинников Н.Т., Сорокин Ф.Д. Численное и физическое моделирование деформирования стержня при осевом нагружении в канале. Часть 1. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 10. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-10-2021>
- [2] Феодосьев В.И. *Сопротивление материалов*. Москва, Наука, 1970, 544 с.
- [3] Феодосьев В.И. *Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов*. 5-е изд., испр. и доп. Москва, Наука, Физматлит, 1996, 368 с.

Статья поступила в редакцию 28.09.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Овчинников Н.Т., Сорокин Ф.Д. Численное и физическое моделирование деформирования стержня при осевом нагружении в канале. Часть 2. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 12.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-12-2037>



**Овчинников Николай Тихонович** — канд. техн. наук, научный консультант ООО «Геосплит». Компьютерное моделирование протяженных трубных систем в технологических процессах нефтегазовой отрасли. e-mail: [ntorvs@ Rambler.ru](mailto:ntorvs@ Rambler.ru)



**Сорокин Фёдор Дмитриевич** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 публикаций в отечественных и международных научных журналах. e-mail: [sorokin\\_fd@mail.ru](mailto:sorokin_fd@mail.ru)

## **Physical modeling and numerical simulation of bar deformation under axial loading in the channel. Part 2**

© N.T. Ovchinnikov<sup>1</sup>, F.D. Sorokin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Geosplit LLC, Moscow, 121205, Russia

<sup>2</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*In two parts the article describes physical modeling and numerical simulation of bar deformation under axial compression in the channel. The regularities of nonlinear bending of the rod in the plane have been revealed. Bar shapes were determined by the load history and can differ at the same force value. The problem was to find the shape with the lowest potential energy.*

*The second part of the article describes numerical modeling of gradual loading of the bar with rigid fixing at the ends and unloading the bar with hinges at the ends; physical modeling loading and unloading, as well as overall final comparison of the forms of numerical and physical models. When unloading, deformation occurs in a more variable way compared to loading. The forms remain stable under compressive forces being within the range of existence for loads. Forming symmetrical shape variants differing in the sign of deflections is possible. In the shape-critical state, the bearing pressure becomes minimal. The forms of the physical model under loading and unloading confirm the results of numerical simulation. The results obtained are applicable to the analysis of the state of such bar objects as drilling, casing, pumping and compressor columns and pipelines.*

**Keywords:** bar, column, pipeline, stability, deformation, bending, modeling, nonlinearity

### REFERENCES

- [1] Ovchinnikov N.T., Sorokin F.D. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii* — *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2020, iss. 10.  
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-10-2021>
- [2] Feodosyev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 544 p.
- [3] Feodosyev V.I. *Izbrannye zadachi i voprosy po soprotivleniu materialov* [Selected problems and questions on the strength of materials]. Moscow, Nauka, Fizmatlit Publ., 1996, 368 p.

**Ovchinnikov N.T.**, Cand. Sc. (Eng.), academic adviser, Geosplit LLC. Research interests: computer modeling of extended pipe systems in the technological processes of the oil and gas industry. e-mail: ntorvs@rambler.ru

**Sorokin F.D.**, Dr. Sc. (Eng.) Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 research publication in Russian and international scientific journals. e-mail: sorokin\_fd@mail.ru