

Исследование эволюции вращательного движения спутника «Фотон М-2»

© Д.М. Буланов ¹, В.В. Сазонов ²

¹МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 119992, Россия

²Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, 125047, Россия

Приведены результаты повторной обработки магнитных измерений, выполненных на спутнике «Фотон М-2» (находился на орбите 31.V — 16.VI.2005). Обработка проведена в целях реконструкции неуправляемого вращательного движения данного спутника. При повторной обработке использована более простая математическая модель вращательного движения, чем при обработке, выполненной непосредственно после полета. Упрощения обеспечили соответствие новой модели тем моделям, которые были использованы В.В. Белецким в его теоретическом анализе эволюции неуправляемого вращательного движения спутника в случае, когда это движение близко к регулярной прецессии Эйлера осесимметричного твердого тела. В результате за счет некоторого огрубления реконструкции получено прямое соответствие экспериментальных результатов теории и проведен их анализ.

Ключевые слова: искусственный спутник Земли, эволюция вращательного движения

Введение. Вскоре после полета спутника «Фотон М-2» его вращательное движение было реконструировано с помощью достаточно детальных математических моделей [1, 2]. Наиболее детальная реконструкция выполнена по данным бортовых измерений напряженности магнитного поля Земли (МПЗ). Из этих данных, охватывающих первые две трети полета, выбирали интервалы измерений длительностью несколько часов. На каждом таком интервале данные обрабатывались совместно методом наименьших квадратов с помощью интегрирования уравнений движения спутника относительно его центра масс. При обработке оценивались начальные условия движения и параметры используемой математической модели. Полученные результаты дали полное представление о движении спутника. Это движение, начавшееся с малой угловой скоростью, постепенно ускорялось и через 2 сут стало близко к регулярной прецессии Эйлера осесимметричного твердого тела. В последний день измерений (09.06.2005) угловая скорость спутника относительно его продольной оси составляла примерно 1,1 град/с, проекция угловой скорости на плоскость, перпендикулярную этой оси, имела модуль около 0,11 град/с.

Далее приведены результаты повторной обработки интервалов магнитных измерений, использованных в работе [1]. Обработка выполнена с помощью более простой по сравнению с приведенной в работах [1, 2] математической модели вращательного движения

спутника. Упрощения сделаны таким образом, чтобы новая модель соответствовала моделям, использованным В.В. Белецким в его теоретическом анализе эволюции неуправляемого вращательного движения спутника в случае, когда это движение близко к регулярной прецессии Эйлера осесимметричного твердого тела [3]. В результате за счет некоторого огрубления реконструкции установлено прямое соответствие полученных экспериментальных результатов данной теории.

Цель исследования — сопоставить результаты экспериментальных исследований в рамках реконструкции вращательного движения спутника с данными теоретического анализа В.В. Белецкого для случая, когда это движение близко к регулярной прецессии Эйлера осесимметричного твердого тела.

Задачи: повторная обработка отрезков магнитных измерений с помощью упрощенной математической модели; исследование эволюции вращательного движения спутника на основании модели В.В. Белецкого; сопоставление теоретических результатов с фактическим движением относительно центра масс спутника.

Математическая модель вращательного движения спутника.

Спутник считаем осесимметричным твердым телом. Для записи уравнений движения спутника и соотношений, используемых при обработке данных измерений, введем четыре правые декартовы системы координат.

Система $Ox_1x_2x_3$ образована главными центральными осями инерции спутника. Точка O — центр масс спутника, ось Ox_1 совпадает с продольной осью спутника и направлена от спускаемого аппарата к приборному отсеку. В этой системе интерпретируются данные измерений бортовых датчиков. Моменты инерции спутника относительно оси Ox_1 обозначим I_1 , равные моменты инерции относительно осей Ox_2 и Ox_3 обозначим I_2 .

Вспомогательная система координат $Oy_1y_2y_3$ служит для записи уравнений вращательного движения спутника. Ось Oy_1 совпадает с осью Ox_1 ; оси Ox_2 , Ox_3 получаются из осей Oy_2 , Oy_3 поворотом системы $Oy_1y_2y_3$ на угол φ вокруг оси Oy_1 . Связь между системами $Ox_1x_2x_3$ и $Oy_1y_2y_3$ задается условием, что проекция абсолютной угловой скорости второй из них на ось Oy_1 равна нулю. Проекция этой угловой скорости на оси Oy_2 и Oy_3 обозначим соответственно w_2 и w_3 .

В системе $Ox_1x_2x_3$ абсолютная угловая скорость спутника имеет компоненты $\omega_1 = \dot{\varphi}$ и

$$\omega_2 = w_2 \cos \varphi + w_3 \sin \varphi; \quad \omega_3 = -w_2 \sin \varphi + w_3 \cos \varphi. \quad (1)$$

Здесь и ниже точкой обозначается дифференцирование по времени t .

Гринвичская система координат $CY_1Y_2Y_3$ связана с Землей. Начало этой системы находится в центре масс Земли, плоскость CY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, положительная полуось CY_1 пересекает гринвичский меридиан, ось CY_3 направлена на Северный полюс.

Квазиинерциальная система координат $CZ_1Z_2Z_3$ служит для представления вращательного движения спутника. В каждый момент времени ось CZ_2 параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось CZ_3 лежит в плоскости CY_1Y_2 и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Абсолютная величина угловой скорости этой системы не превышает 5 град/сут.

Матрицу перехода от системы $Oy_1y_2y_3$ к гринвичской системе обозначим $\|a_{ij}\|_{i,j}^3$, где a_{ij} — косинус угла между осями CY_i и Oy_j . Направление оси $Oy_1 = Ox_1$ в системе $CZ_1Z_2Z_3$ будем задавать углами θ и ψ : θ — угол между этой осью и плоскостью CZ_1Z_2 , ψ — угол между проекцией оси Oy_1 на плоскость CZ_1Z_2 и осью CZ_1 . Направления отсчета углов θ и ψ согласованы с направлениями осей Oy_2 и CZ_3 соответственно. Орт оси Oy_1 имеет в системе $CZ_1Z_2Z_3$ компоненты $(\cos \theta \cos \psi, \cos \theta \sin \psi, -\sin \theta)$. Будем использовать также угол $\Lambda = \arccos(\cos \theta \sin \psi)$ между осями Oy_1 и CZ_2 .

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника, другая — его движение относительно центра масс. Подсистема уравнений движения центра масс записана в гринвичской системе координат с учетом нецентральной гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166–2004. Решения этой подсистемы находили из условия наилучшей аппроксимации двухстрочных элементов орбиты спутника «Фотон М-2» на интервалах времени 3...4 сут [1].

Вторая подсистема образована динамическими уравнениями Эйлера для угловых скоростей w_2 и w_3 и кинематическими уравнениями Пуассона для первой и второй строк матрицы $\|a_{ij}\|$ (третья строка вычисляется как векторное произведение первых двух).

В уравнениях Эйлера учитываются гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, а также постоянный момент вдоль оси Ox_1 . При вычислении аэродинамического момента внешней оболочка спутника принимается сферой с центром на оси Ox_1 .

Уравнения для компонент угловой скорости во второй подсистеме имеют вид [4–6]

$$\begin{aligned}\dot{w}_2 + \lambda \omega_1 w_3 &= -3 \frac{\mu_e}{r^5} (1 - \lambda) y_1 y_3 + p \rho_a v v_3; \\ \dot{w}_3 - \lambda \omega_1 w_2 &= 3 \frac{\mu_e}{r^5} (1 - \lambda) y_1 y_2 - p \rho_a v v_2;\end{aligned}\quad (2)$$

$$\omega_1 = \Omega + \varepsilon(t - t_0); \quad \lambda = \frac{I_1}{I_2};$$

$$r = \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2};$$

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}.$$

Здесь μ_e — гравитационный параметр Земли; y_i , v_i — компоненты в системе $Oy_1y_2y_3$ геоцентрического радиуса-вектора точки O и скорости этой точки относительно системы $CY_1Y_2Y_3$; p — аэродинамический параметр; ρ_a — плотность атмосферы в точке O ; Ω , ε — постоянные величины.

В системе уравнений (2) использован явный вид решения одного из уравнений Эйлера $\dot{\omega}_1 = \varepsilon$ с начальным условием $\omega_1(t_0) = \Omega$. Выбор t_0 будет указан ниже.

Формулы (1) и соотношение $\varphi = \Omega(t - t_0) + \varepsilon(t - t_0)^2 / 2$ позволяют найти функции $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ и движение системы $Ox_1x_2x_3$, решив уравнения вращательного движения.

Параметр λ известен: $\lambda \approx 0.27$. Тем не менее он и параметры p и ε определяются из обработки данных измерений наряду с неизвестными начальными условиями движения спутника, т. е. служат параметрами согласования.

Уравнения (2) и некоторые другие принятые ниже математические модели проще, чем уравнения движения и модели в работе [1]. Это позволяет уменьшить число уточняемых параметров. Для компенсации сделанных упрощений ограничимся реконструкцией сравнительно простых движений спутника, в которых компонента угловой скорости ω_1 достаточно велика.

Реконструкция вращательного движения спутника по магнитным измерениям. На борту спутника находилась аппаратура «Мираж» с несколькими трехкомпонентными магнитометрами. Поскольку движение спутника было неуправляемым, полученные данные и уравнения (2) можно использовать для определения фактического вращательного движения спутника по обычным статистическим методам.

Методика, приведенная ниже, состоит в следующем [1, 6]. По измерениям, выполненным на некотором отрезке времени $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, строили функции $\hat{h}_i(t)$, которые задавали на этом отрезке компоненты вектора местной напряженности магнитного поля в системе координат $Ox_1x_2x_3$. Среднеквадратичные ошибки аппроксимации не превышали 200γ ($1\gamma = 10^{-5}$ Э). Затем вычисляли псевдоизмерения $h_i^{(n)} = \hat{h}_i(t_n)$, $t_n = t_0 + nT/N$, где $n = 0, 1, 2, \dots, N$. Обычно $T = 100 \dots 300$ мин, $T/N \approx 1$ мин. Псевдоизмерения служили исходной информацией для нахождения решений системы уравнений (2), описывающих фактическое движение спутника.

В соответствии с методом наименьших квадратов реконструкцией фактического движения спутника на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ считалось решение системы уравнений (2), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=0}^N [h_i^{(n)} - h_i(t_n)]^2 - (N+1)\Delta_i^2 \right\}; \quad (3)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N [h_i^{(n)} - h_i(t_n)].$$

Здесь Δ_i — оценки постоянных смещений в псевдоизмерениях, $h_i(t)$ — компоненты напряженности МПЗ в точке O в системе координат $Ox_1x_2x_3$, рассчитываемые с помощью модели IGRF2005. В качестве t_0 в уравнениях (2) всегда использовалась начальная точка обрабатываемого отрезка данных.

Функционал (3) минимизировался по начальным условиям вращательного движения в точке t_0 и параметрам Ω , λ , p , ε . Заключительный этап минимизации выполнялся методом Гаусса — Ньютона. Точность аппроксимации псевдоизмерений и разброс в оцениваемых величинах характеризовались соответствующими стандартными отклонениями.

Результаты реконструкции фактического движения спутника «Фотон М-2», полученные описанным способом, приведены далее на рис. 1–4, в табл. 1 и более подробно в работе [6]. В подписях к рисункам и в табл. 1 использовано Всемирное координированное время (UTC). Движение реконструировано на 15 временных интервалах. Длины интервалов выбраны таким образом, чтобы расчетные стандартные отклонения ошибок измерений σ_H (см. табл. 1) были не слишком велики, т. е. принятая модель движения была достаточно адекватной. Рис. 1 иллюстрирует качество аппроксимации псевдоизмерений в рамках принятой математической модели и движение спутника относительно системы координат $CZ_1Z_2Z_3$. На рис. 1 сплошные кривые — графики функций $h_i(t)$ на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, маркеры указывают точки $(t_n, h_i^{(n)} - \Delta_i)$, $n = 0, 1, \dots, N$. Количественно аппроксимация псевдоизмерений характеризуется стандартным отклонением σ_H . Приведенные значения σ_H несколько выше, чем в работе [1], тем не менее достигнутая точность достаточна для целей данного исследования.

На рис. 2 приведены графики компонент w_1 и w_2 угловой скорости ω_1 в найденных реконструкциях. Подобный режим вращательно-го движения был у спутников «Фотон-11» и «Фотон-12» [5, 7, 8]. По мере увеличения угловой скорости спутника его движение становилось похоже на регулярную прецессию Эйлера осесимметричного твердого тела. Формирование регулярной прецессии с медленно возрастающей угловой скоростью ω_1 и почти постоянным значением

$\omega_{\perp} = \sqrt{w_2^2 + w_3^2}$ завершилось после нескольких суток полета.

Точная регулярная прецессия Эйлера может иметь место лишь в случае, когда спутник осесимметричен и главный момент приложенных к нему внешних сил равен нулю. Тогда значения ω_1 и ω_{\perp} остаются неизменными во время движения. Движения, близкие к регулярной прецессии, удобно представить в виде

$$\bar{\omega}_1 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \omega_1 dt; \quad \delta\omega_1 = \left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (\omega_1 - \bar{\omega}_1)^2 dt \right]^{1/2}$$

и определять по аналогичным формулам для $\bar{\omega}_{\perp}$ и $\delta\omega_{\perp}$. Среднеквадратичные отклонения $\delta\omega_1$ и $\delta\omega_{\perp}$ характеризуют близость движения спутника к регулярной прецессии с параметрами $\bar{\omega}_1$ и $\bar{\omega}_{\perp}$. Значения $\bar{\omega}_1$, $\delta\omega_1$, $\bar{\omega}_{\perp}$, $\delta\omega_{\perp}$ и $\delta\omega_{\perp}$ представлены в табл. 1.

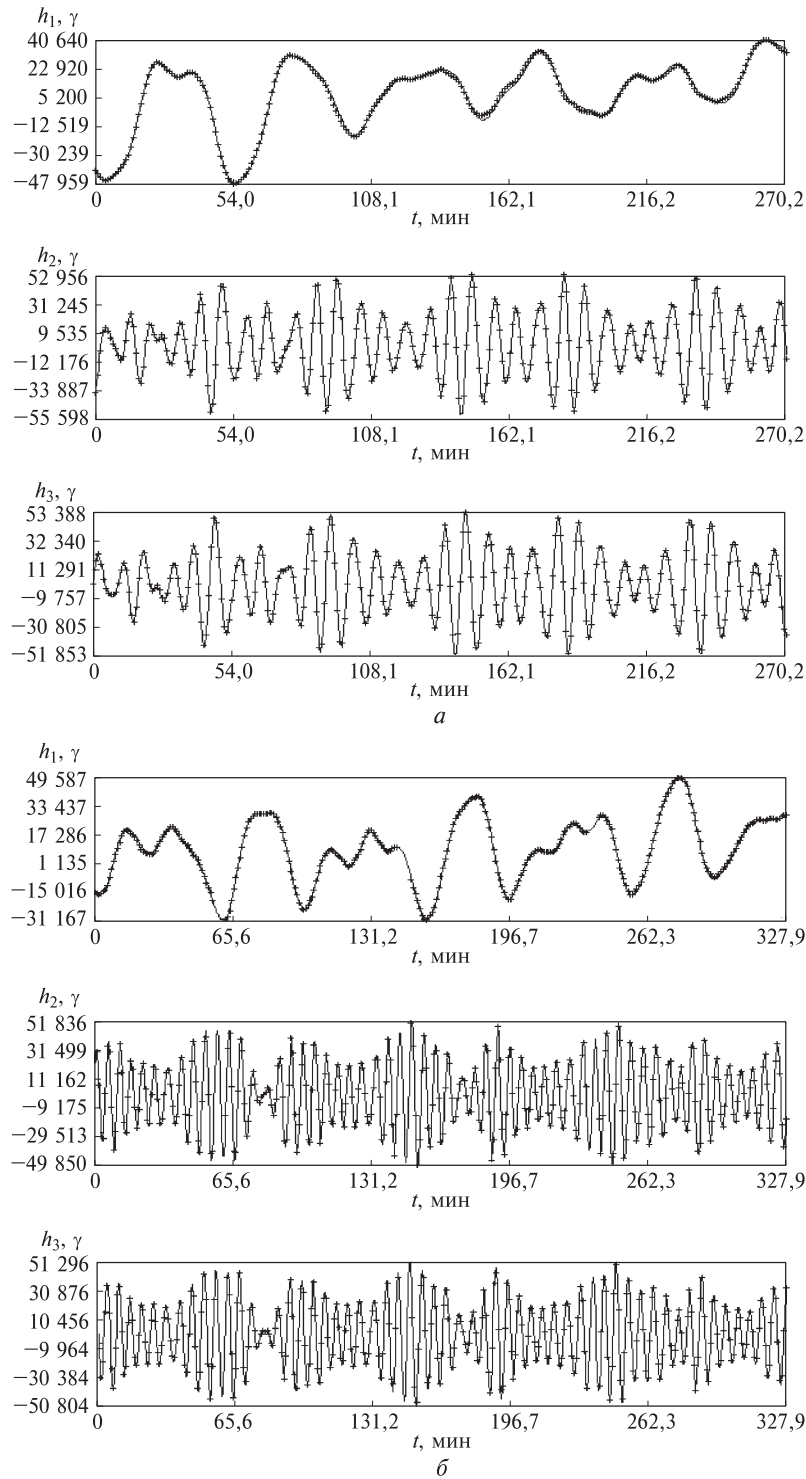


Рис. 1. Графики функций $h_i(t)$:

a — интервал 5, $t = 0$ соответствует UTC 00:14:24 UTC 04.06.2005, $\sigma_H = 1159 \gamma$;

б — интервал 15, $t = 0$ соответствует UTC 09:42:04 UTC 09.06.2005, $\sigma_H = 1035 \gamma$

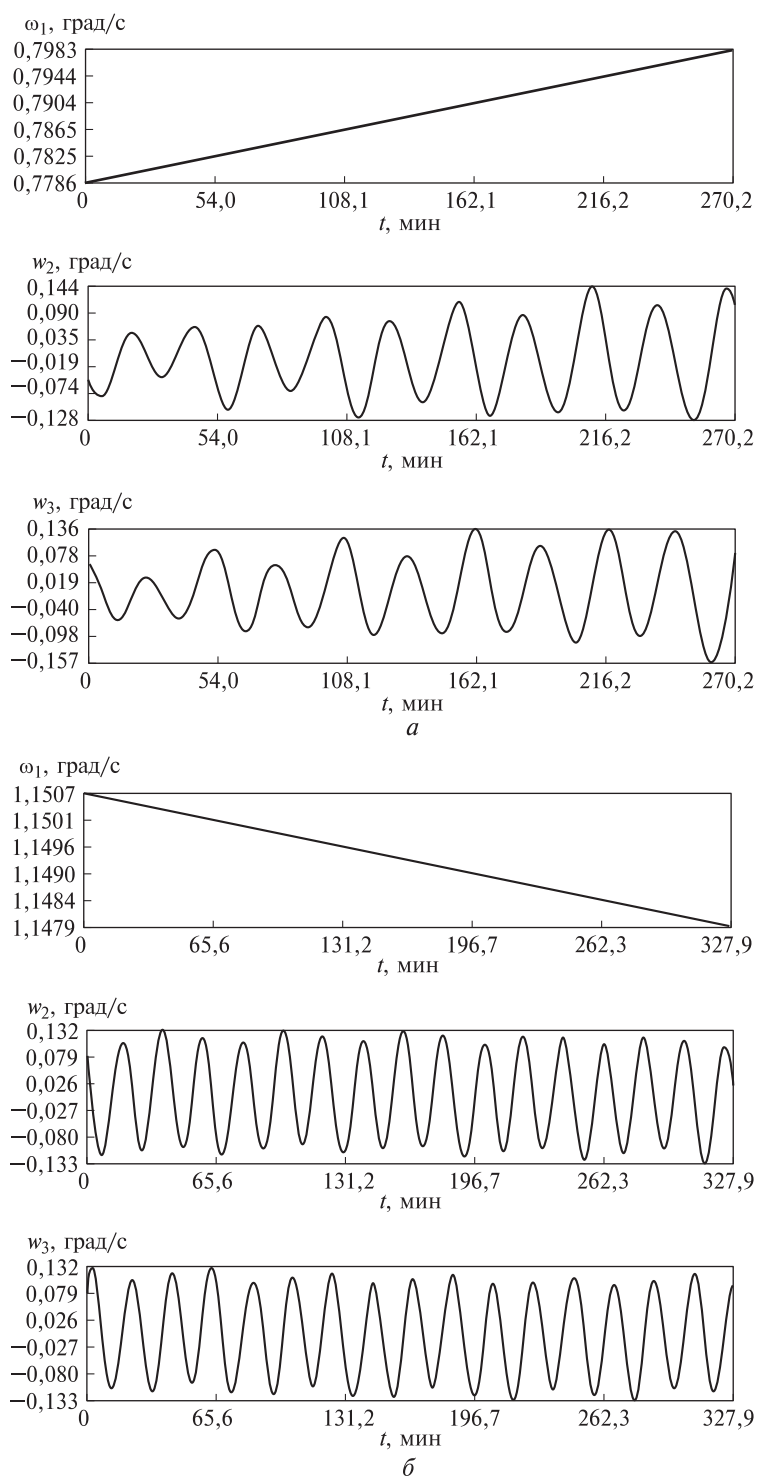


Рис. 2. Графики компонент угловой скорости (а, б — см. рис. 1)

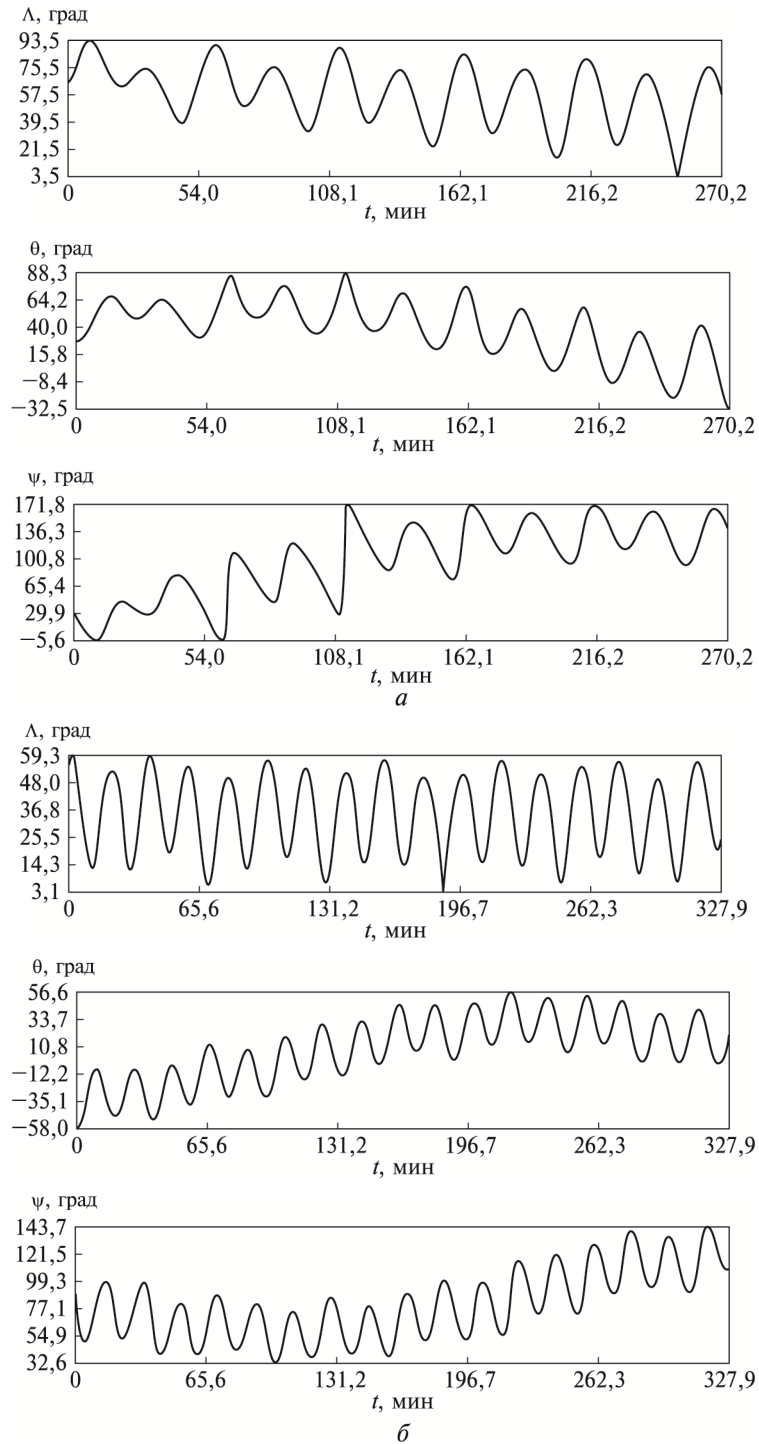


Рис. 3. Изменение во времени углов Λ , ψ и θ

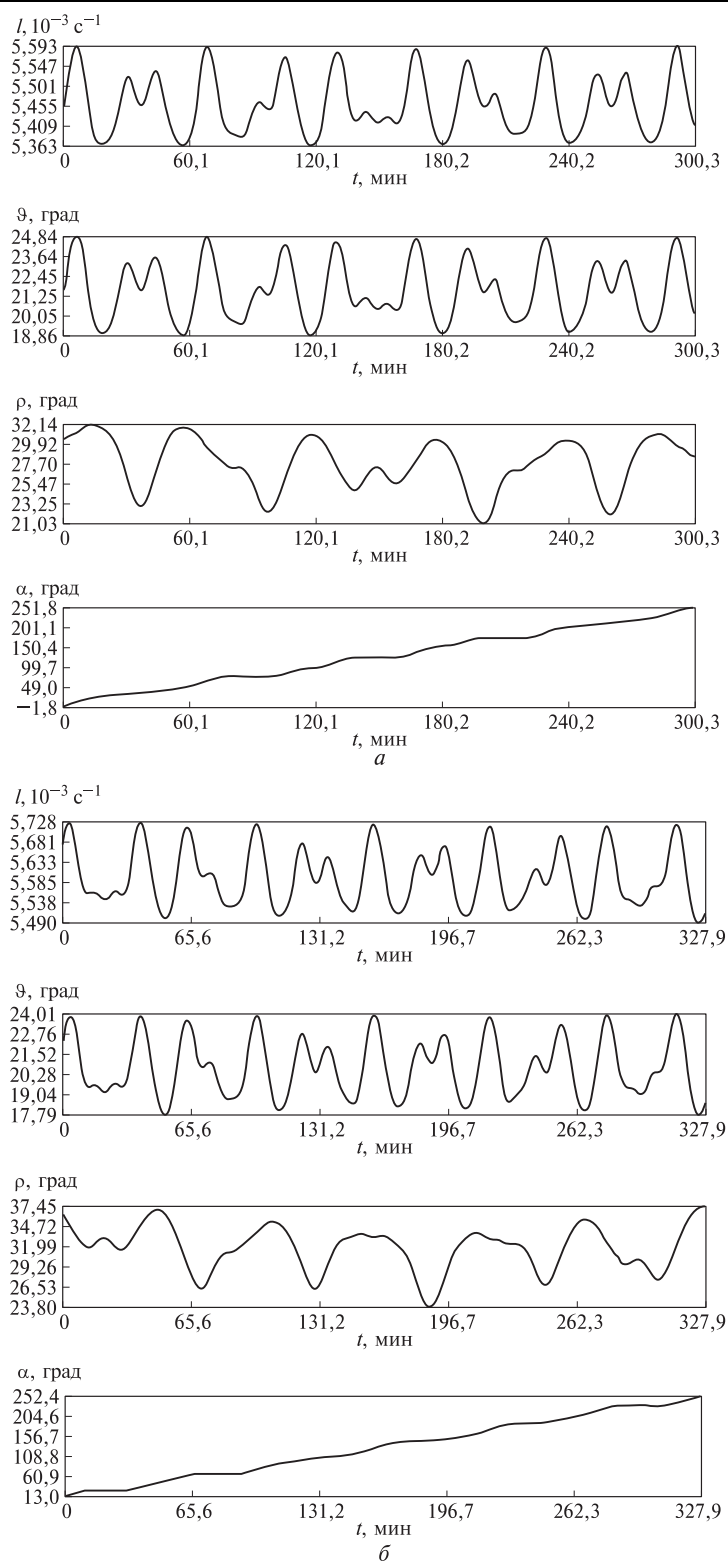


Рис. 4. Изменение кинетического момента спутника на интервалах 10 (а) и 15 (б)

Результаты обработки измерений МПЗ на спутнике «Фотон М-2»

Номер интервала	Дата VI.05	σ_H	$\bar{\omega}_1$ град/с	$\delta\omega_1$ град/с	$\bar{\omega}_\perp$ град/с	$\delta\omega_\perp$ град/с
1	2	1235	0,4414	0,0132	0,1006	0,039
2	2	1462	0,5202	0,0090	0,0672	0,030
3	3	823	0,6454	0,0163	0,0707	0,024
4	3	1006	0,7454	0,0060	0,0562	0,016
5	4	1159	0,7885	0,0057	0,0951	0,029
6	4	877	0,8498	0,0064	0,1471	0,014
7	5	1171	0,9310	0,0012	0,1487	0,011
8	6	859	1,0088	0,0070	0,1472	0,011
9	7	916	1,0659	0,0009	0,1323	0,010
10	8	1070	1,1115	0,0002	0,1148	0,010
11	8	1021	1,1195	0,0048	0,1116	0,011
12	8	1292	1,1247	0,0009	0,1090	0,010
13	9	1130	1.1333	0,0007	0,1137	0,010
14	9	1061	1.1369	0,0052	0,1122	0,011
15	9	1035	1,1493	0,0008	0,1132	0,011

На рис. 3 приведены зависимости от времени углов Λ , ψ и θ , описывающих движение оси Ox_1 относительно системы координат $CZ_1Z_2Z_3$.

Во второй половине полета собственный (относительно центра масс) кинетический момент спутника \mathbf{L} был достаточно велик по модулю, а пределы его изменения сравнительно медленно менялись во времени. Рис. 4 иллюстрирует поведение кинетического момента на некоторых интервалах (см. рис. 1, табл. 1), где

$$l = \frac{|\mathbf{L}|}{I_2} = \sqrt{\lambda^2 \omega_1^2 + w_2^2 + w_3^2}; \quad \vartheta = \arccos \frac{\lambda \omega_1}{l}.$$

Здесь ϑ и ρ — углы вектора \mathbf{L} с осями Ox_1 и CZ_2 ; α — угол между осью CZ_3 и проекцией \mathbf{L} на плоскость CZ_1Z_3 .

В системе координат $CZ_1Z_2Z_3$

$$\mathbf{L} = I_2 l (\sin \rho \sin \alpha, \cos \rho, \sin \rho \cos \alpha).$$

Регулярная прецессия Эйлера осесимметричного твердого тела обычно описывается углом нутации ϑ , углом прецессии ϕ_1 и углом собственного вращения ϕ_2 , причем эти углы определяются по отношению к системе координат, связанной с вектором \mathbf{L} . В этом движении $\vartheta = \text{const}$, $\dot{\phi}_1 = l$, $\dot{\phi}_2 = l(\lambda^{-1} - 1) \cos \vartheta$. Для спутника «Фотон М-2»

$$\text{tg } \vartheta \approx \frac{\bar{\omega}_\perp}{\lambda \bar{\omega}_1}; \quad \dot{\phi}_1 \approx \sqrt{\lambda^2 \bar{\omega}_1^2 + \bar{\omega}_\perp^2}; \quad \dot{\phi}_2 \approx (1 - \lambda) \bar{\omega}_1.$$

На интервале 15 имеем $\vartheta = 20,7^\circ$, $\dot{\phi}_2 = 0,85$ град/с, $\dot{\phi}_1 = 0,32$ град/с. В функциях w_2 и w_3 (см. рис. 1, 2) доминирует частота $\lambda \bar{\omega}_1$, в соответствующих функциях (1) — частота $(1 - \lambda) \bar{\omega}_1$.

Рассмотрим эволюцию вектора \mathbf{L} . Угол ρ на интервалах 5–10 изменяется в довольно узких пределах, следовательно, действующий на спутник гравитационный момент превосходит аэродинамический [3]. Детальные оценки приведены в работе [6]. В такой ситуации $\dot{\alpha} \approx \text{const}$. Эта угловая скорость задается приближенной формулой [3], согласно которой на интервалах 9 и 10 имеем соответственно $\dot{\alpha} \approx 0,014$ и $\dot{\alpha} \approx 0,013$ град /с.

Рис. 5 служит дополнительной иллюстрацией сформировавшегося режима вращательного движения с большой угловой скоростью. Здесь изображен фрагмент проекции годографа орта оси Ox_1 на плоскость орбиты CZ_1Z_3 . Если бы движение спутника было точной регулярной прецессией Эйлера, а его орбита неизменной, то кривая на этом рисунке представляла бы собой эллипс. Вследствие действия на спутник внешних моментов и эволюции орбиты направление оси прецессии медленно изменялось [3], поэтому кривая имеет вид проекции на плоскость отрезка изогнутой спирали.

Дополнительные сведения о точности построенных реконструкций можно получить из данных табл. 2, где приведены оценки параметров p , λ , ε и их стандартные отклонения. Как показывает сопоставление значений $\bar{\omega}_1$ и ε в табл. 1 и 2, с ростом $\bar{\omega}_1$ значения ε имеют тенденцию к уменьшению. По-видимому, возрастает не учитываемый в уравнениях (2) момент сопротивления $\sim \omega_1$. Значения p в табл. 3 изменяются более чем в 2 раза, хотя сохраняют знак. Для всех приведенных интервалов $\sigma_p \ll |p|$, поскольку принятая модель действующего на спутник аэродинамического момента весьма упрощенная. По сравнению с параметром p оценки параметра λ намного более стабильны, хотя в них заметна корреляция с $\bar{\omega}_1$.

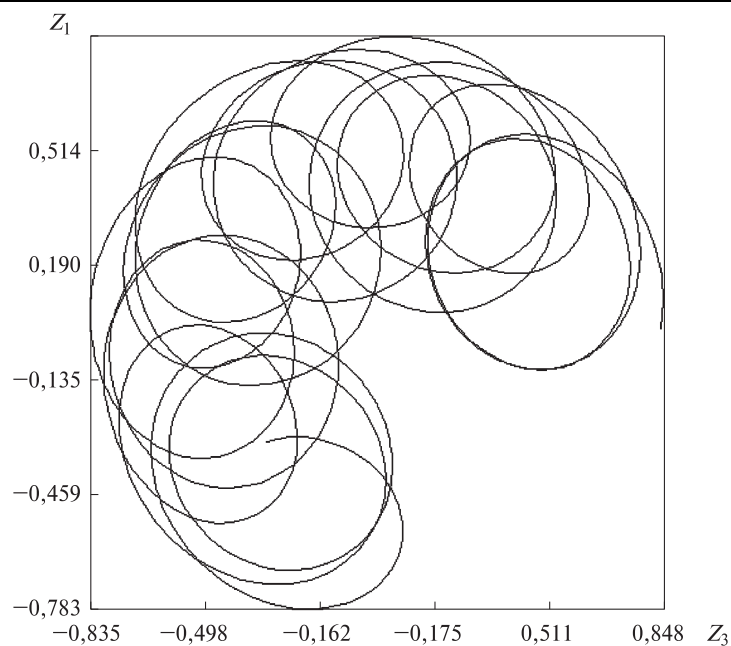


Рис. 5. Проекция орта оси симметрии спутника на плоскость орбиты при его движении на интервале 15

Таблица 2

Оценки и стандартные отклонения параметров системы уравнений (2)

Номер интервала	p , см /кг	σ_p , см /кг	λ	σ_λ , 10^{-3}	ε , 10^{-6}с^{-2}	σ_ε , 10^{-9}с^{-2}
1	-0,0155	0,00016	0,2806	0,16	0,0492	0,31
2	-0,0019	0,00044	0,2708	0,30	0,0336	0,35
3	-0,0208	0,00023	0,2722	0,14	0,0606	0,25
4	-0,0192	0,00064	0,2643	0,18	0,0222	0,28
5	-0,0057	0,00053	0,2652	0,11	0,0212	0,38
6	-0,0136	0,00040	0,2667	0,17	0,0240	0,24
7	-0,0099	0,00073	0,2630	0,21	0,0448	0,24
8	-0,0109	0,00050	0,2625	0,20	0,0260	0,20
9	-0,0130	0,00056	0,2599	0,18	0,0032	0,21
10	-0,0066	0,00059	0,2617	0,17	0,00066	0,17
11	-0,0094	0,00052	0,2618	0,12	0,0162	0,15
12	-0,0116	0,00066	0,2618	0,14	0,0030	0,17
13	-0,0077	0,00064	0,2606	0,13	0,0025	0,15
14	-0,0138	0,00056	0,2614	0,15	0,0175	0,17
15	-0,0101	0,00063	0,2609	0,14	-0,0025	0,14

Увеличение угловой скорости спутника. Согласно приведенной выше гипотезе, раскрутка спутника происходила под действием механического момента, направленного по оси Ox_1 . В системе уравнений (2) этот момент равен $I_1\varepsilon$. На спутник действовали и другие моменты, не учтенные в уравнениях (2) и аналогичных уравнениях работ [1, 2, 4–7]. В том числе диссипативный аэродинамический момент и диссипативный момент от вихревых токов, наведенных МПЗ в корпусе спутника. Оба эти момента линейно зависят от угловой скорости спутника и очень малы. Их невозможно отделить от постоянного момента на интервалах времени 270...300 мин, но именно эти диссипативные моменты препятствовали неограниченному возрастанию угловой скорости ω_1 . Наличие этих моментов проявляется как уменьшение оценок ε с ростом $\bar{\omega}_1$ (см. табл. 1, 2 и аналогичные таблицы в работах [1, 2]).

В действительности оценка ε представляет собой некоторое среднее значение деленной на I_1 суммы постоянного момента и ряда других малых внешних моментов, в том числе диссипативных.

Учитывая характер движения спутника, влияние приведенных выше малых моментов на эволюцию ω_1 во время неуправляемого полета можно приближенно описать уравнением

$$\dot{\omega}_1 + a\omega_1 = \varepsilon. \quad (4)$$

Здесь a и ε — постоянные параметры, причем $I_1\varepsilon$ и $-I_1a\omega_1$ — компоненты постоянного момента и диссипативного момента вдоль оси Ox_1 .

Общее решение уравнения (4) имеет вид

$$\omega_1 = \omega_1^* + c \exp(-at); \quad \omega_1^* = \frac{\varepsilon}{a}, \quad (5)$$

где c — произвольная постоянная.

Будем искать a , c и ω_1^* из условия наилучшей аппроксимации значений $\bar{\omega}_1$ в табл. 1 с помощью формулы (5). Эти значения относим к серединам интервалов, для которых они были вычислены. За начало отсчета времени примем момент UTC 12:09:49 UTC 31.05.2005. Аппроксимацию строили методом наименьших квадратов. Получены следующие оценки параметров формулы (5): $a = 0,289 \text{ сут}^{-1}$, $\omega_1^* = 1,236 \text{ град/с}$, $c = -1,262 \text{ град/с}$. На рис. 6 представлены результаты аппроксимации, где сплошной линией обозначено решение согласно аппроксимации, маркерами на верхнем рисунке — фактические значения, на нижнем — остатки.

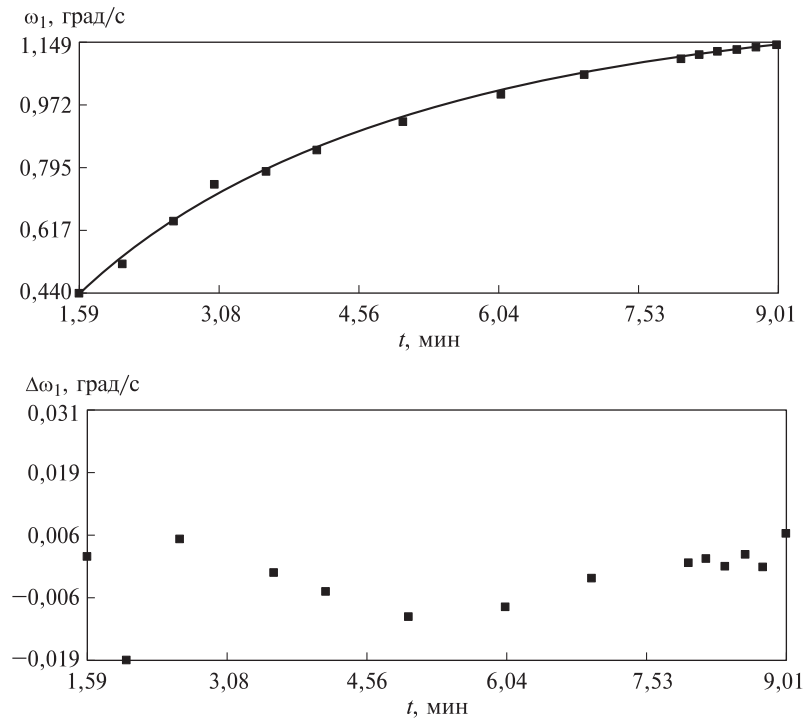


Рис. 6. Увеличение проекции угловой скорости на ось симметрии спутника ω_1

Среднеквадратичная ошибка аппроксимации значений $\bar{\omega}_1$ составила $\sigma_{\bar{\omega}_1} = 0,0116$ град/с, стандартные отклонения уточняемых параметров $\sigma_a = 0,015$ сут⁻¹, $\sigma_{\omega_1^*} = 0,015$ град/с, $\sigma_c = 0,024$ град/с. В этом случае $\varepsilon = a\omega_1^* = 0,0723 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$. Значение ω_1^* — предельное значение компоненты угловой скорости ω_1 при $t \rightarrow +\infty$. Судя по найденному значению ω_1^* и приведенному в работе [2] значению $\bar{\omega}_1 = 1,303$ град/с для сеанса измерений угловой скорости спутника UTC 13.06.2005, к концу полета процесс раскрутки практически завершился.

Вращательное движение спутника с большой угловой скоростью. Как следует из данных табл. 1, через несколько суток после начала полета угловая скорость спутника увеличилась настолько, что для исследования его вращательного движения стало возможным воспользоваться приближенной аналитической теорией, приведенной в работе [3]. Согласно данной теории, движение спутника представляет собой слабо возмущенную регулярную прецессию Эйлера. Не возмущенная прецессия Эйлера описывается системой уравнений (2) при нулевых значениях μ_e , p , ε :

$$\dot{\omega}_1 = 0; \quad \dot{w}_2 = -\lambda\omega_1 w_3; \quad \dot{w}_3 = \lambda\omega_1 w_2. \quad (6)$$

Эти уравнения имеют первые интегралы $\omega_1 = \text{const}$ и $\omega_{\perp} = \text{const}$. Для ω_1 примем уравнение (4). Оно хорошо согласуется с результатами реконструкции движения спутника и при малых a и ε — с теорией [3]. Для ω_{\perp} в соответствии с исходными уравнениями (2) имеем

$$\omega_{\perp} \dot{\omega}_{\perp} = \frac{3\mu_e}{r^5} (1-\lambda) y_1 (w_3 y_2 - w_2 y_3) - p E \rho_a v (w_3 v_2 - w_2 v_3).$$

В невозмущенной регулярной прецессии положение спутника на орбите считается неизменным («замороженным»), т. е. r и $\rho_a v$ постоянны, а значения y_1 и v_1 определяются уравнениями $\dot{y}_1 = w_3 y_2 - w_2 y_3$ и $\dot{v}_1 = w_3 v_2 - w_2 v_3$. Отсюда

$$\omega_{\perp} \dot{\omega}_{\perp} = \frac{3\mu_e}{2r^5} (1-\lambda) \frac{dy_1^2}{dt} - p E \rho_a v \frac{dv_1}{dt}.$$

Функции $y_1(t)$ и $v_1(t)$ ограничены, поэтому средние значения производных в правой части последнего уравнения равны нулю, откуда $\dot{\omega}_{\perp} = 0$. Это следствие теории [3] также достаточно хорошо согласуется с результатами реконструкции (ср. интервалы 10–15 в табл. 1).

Заключение. За счет некоторого огрубления реконструкции вращательного движения получено прямое сопоставление экспериментальных результатов с теорией и проведен их анализ. Модель, использованная В.В. Белецким в его теоретическом анализе эволюции неуправляемого вращательного движения спутника в случае, когда это движение близко к регулярной прецессии Эйлера осесимметричного твердого тела, корректно описывает эволюцию основных характеристик вращательного вращения исследуемого спутника на последних измеряемых интервалах полета.

Несмотря на небольшую угловую скорость спутника «Фотон М-2», усредненные уравнения, полученные в рамках теории В.В. Белецкого, позволили объяснить движение спутника, установившееся к концу полета. Сопоставление решений этих уравнений с результатами реконструкции движения спутника позволило объяснить возникновение режима движения в части эволюции орта кинетического момента спутника, стабилизации компонент угловой скорости спутника (сопоставление с первыми интегралами системы усредненных уравнений), стабилизации угла нутации.

*Данная работа выполнена при поддержке РФФИ
(проект 14-01-00143).*

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое движение спутника «Фотон М-2» и квазистатические микроускорения на его борту. *Космические исследования*, 2007, т. 45, № 5, с. 450–470.
- [2] Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника «Фотон М-2» по данным бортовых измерений угловой скорости. *Космические исследования*, 2008, т. 46, № 2, с. 146–167.
- [3] Белецкий В.В. *Движение искусственного спутника относительно центра масс*. Москва, Наука, 1965.
- [4] Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника «Фотон М-2» по данным измерений микроускорения. *Космические исследования*, 2009, т. 47, № 6, с. 537–549.
- [5] Сазонов В.В. Обработка данных измерений угловой скорости и микроускорения, полученных на спутнике «Фотон-12». *Космические исследования*, 2011, т. 49, № 5, с. 419–435.
- [6] Буланов Д.М., Сазонов В.В. Исследование эволюции вращательного движения спутника «Фотон М-2». *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*, № 116, 2016.
- [7] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Воронов К.Е., Зайцев А.С., Иванов В.В., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Неуправляемое вращательное движение спутника «Фотон-12» и квазистатические микроускорения на его борту. *Космические исследования*, 2003, т. 41, № 1, с. 45–56.
- [8] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ «Фотон-11». *Космические исследования*, 2004, т. 42, № 2, с. 185–200.
- [9] Волосов В.М. Усреднение в системах обыкновенных дифференциальных уравнений. *Успехи математических наук*, 1962, т. 27, № 6 (108), с. 3–126.
- [10] Белецкий В.В., Яншин В.В. *Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников*. Киев, Наук. думка, 1984.

Статья поступила в редакцию 18.05.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Буланов Д.М., Сазонов В.В. Исследование эволюции вращательного движения спутника «Фотон М-2». *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 9. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-9-2015>

Буланов Денис Михайлович — аспирант третьего года обучения механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.
e-mail: d.m.bulanov@gmail.com

Сазонов Виктор Васильевич — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры теоретической механики и мехатроники МГУ имени М.В. Ломоносова. Область научных интересов: движение космических аппаратов относительно центра масс.
e-mail: sazonov@keldysh.ru

Investigation of the evolution of the FOTON M-2 satellite rotational motion

© D.M. Bulanov¹, V.V. Sazonov²

¹Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119992, Russia

²Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 125047, Russia

The paper describes the results of reprocessing magnetic measurements performed on the Foton M-2 satellite, which was in orbit on May 31 — June 16, 2005. The processing was carried out to reconstruct the uncontrolled rotational motion of this satellite. The reprocessing used a simpler mathematical model of the rotational motion than the processing performed immediately after the flight. Simplifications were made in such a way that the new model corresponded to the models used by V.V. Beletskiy in his theoretical analysis of the evolution of the uncontrolled rotational motion of a satellite in the case when this motion is close to the regular Euler precession of an axisymmetric rigid body. As a result, due to some coarsening of the reconstruction, it was possible to directly compare the obtained experimental results with theory and to analyze them.

Keywords: artificial Earth satellite, evolution of rotational motion

REFERENCES

- [1] Abrashkin V.I., Bogoyavlenskiy N.L., Voronov K.E., Kazakova A.E., Puzin Yu.Ya., Sazonov V.V., Semkin N.D., Chebukov S.Yu. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2007, vol. 45, no. 5, pp. 424–443.
- [2] Abrashkin V.I., Kazakova A.E., Sazonov V.V., Chebukov S.Yu. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2008, vol. 46, no. 2, pp. 146–165.
- [3] Beletskiy V.V. *Dvizhenie iskusstvennogo sputnika otositelno tsentra mass* [The movement of an artificial satellite relative to the center of mass]. Moscow, Nauka Publ., 1965.
- [4] Beuselink T., Van Bavinchove K., Sazonov V.V., Chebukov S.Yu. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2009, vol. 47, no. 6, pp. 537–549.
- [5] Sazonov V.V. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2011, vol. 49, no. 5, pp. 419–435.
- [6] Bulanov D.M., Sazonov V.V. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha — KIAM Preprints*, no. 116, 2016.
- [7] Abrashkin V.I., Balakin V.L., Belokonov I.V., Voronov K.E., Zaytsev A.S., Ivanov V.V., Kazakova A.E., Sazonov V.V., Semkin N.D. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2003, vol. 41, no. 1, pp. 45–56.
- [8] Sazonov V.V., Chebukov S.Yu., Abrashkin V.I., Kazakova A.E., Zaytsev A.S. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2004, vol. 42, no. 2, pp. 185–200.
- [9] Volosov V.M. *Uspekhi matematicheskikh nauk — Russian Mathematical Surveys*, 1962, vol. 27, no. 6 (108), pp. 3–126.
- [10] Beletskiy V.V., Yanshin V.V. *Vliyanie aerodinamicheskikh sil na vrashchatelnoe dvizhenie iskusstvennykh sputnikov* [Influence of aerodynamic forces on the rotational motion of artificial satellites]. Kiev, Nauk. dumka Publ., 1984.

Bulanov D.M., 3rd year post-graduate student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University. e-mail: d.m.bulanov@gmail.ru

Sazonov V.V., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Department of Theoretical Mechanics and Mechatronics, Lomonosov Moscow State University. Research interests: spacecraft motion relative to the center of mass. e-mail: sazonov@keldysh.ru