

## Исследование динамической неустойчивости вращающейся механической системы

© В.В. Витушкин, Ю.Н. Жигулёвцев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Представлены результаты разработки автоматизированного лабораторного комплекса для исследования динамических реакций подшипников вращающейся механической системы. Исследовательский лабораторный комплекс состоит из электромеханической модельной установки, снабженной датчиками измерения реакций и угловой скорости вращения системы, блока питания и управления установкой и ПЭВМ для обработки результатов измерений и расчетов динамических реакций. Приведены теоретические основы расчета динамических реакций подшипников неустойчивых вращающихся механических систем. Представлены результаты экспериментального определения реакций и их расчетные зависимости от угловой скорости вращения и степени неустойчивости системы. Подтверждено наличие области нечувствительности механической системы к ее динамической неустойчивости, обусловленной влиянием трения в подшипниках. Показано хорошее соответствие предложенной методики расчета динамических реакций подшипников вращающейся механической системы и экспериментальных данных по их измерению. Отмечена эффективность разработанного лабораторного комплекса в проведении учебного процесса в высшей школе при изучении соответствующего раздела теоретической механики.*

**Ключевые слова:** *вращающиеся механические системы, динамическая неустойчивость, реакции подшипников, экспериментальные измерения, расчетные зависимости*

**Введение.** Данная работа посвящена созданию автоматизированного лабораторного комплекса по исследованию динамических реакций подшипников валов вращающихся механических систем. В основу построения комплекса заложен принцип выявления взаимосвязи между теоретическим описанием изучаемого явления, результатами его математического моделирования и данными экспериментального исследования, которые обрабатываются на ПЭВМ и отображаются в масштабе реального времени [1–6].

Такое органичное соединение математического моделирования с физическим экспериментом, основанное на современных информационных технологиях, обеспечивается наличием в комплексе электромеханической модельной установки, приборов замера и контроля ее работы и записи экспериментальных данных и программного обеспечения обработки этих данных и управления работой установки. Используемый в данной работе подход к построению программного обеспечения заключается в применении оригинальных и существующих (например LabView) аппаратно-программных средств

автоматизации экспериментов. Модельная экспериментальная установка в данном случае позволяет достаточно точно моделировать работу реальных дорогостоящих узлов промышленных устройств. Аналоги данного оригинального автоматизированного комплекса в настоящее время не известны. Он соответствует современному уровню методик научных исследований и позволяет экспериментально подтвердить теоретические положения механики, касающиеся вопросов расчета динамических реакций подшипников [7–10].

**Описание комплекса.** Общий вид лабораторного комплекса для исследования динамических реакций подшипников представлен на рис. 1. Комплекс включает в себя электромеханическую модельную установку 1 с датчиками угловой скорости и динамических реакций, блок управления 2 работой установки и персональную ЭВМ с монитором 3, оснащенную интерфейсной платой для аналого-цифрового преобразования и ввода в нее сигналов датчиков.

Схема электромеханической установки приведена на рис. 2.

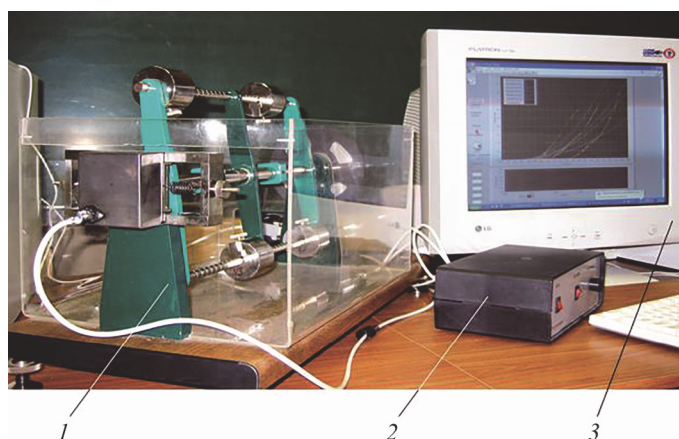


Рис. 1. Общий вид лабораторного комплекса

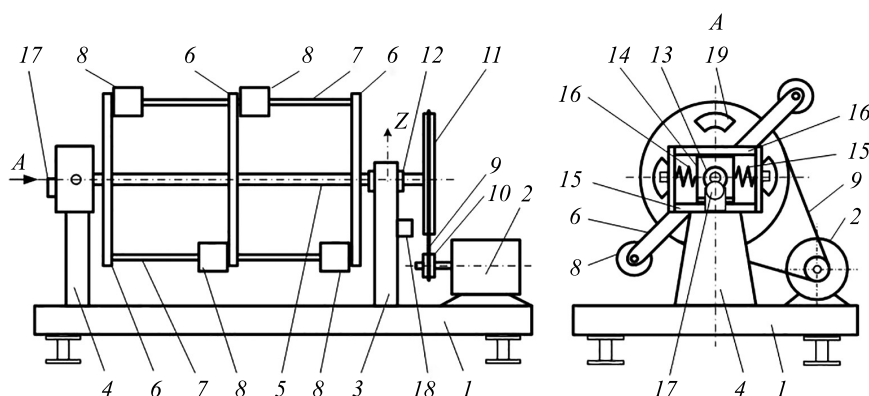
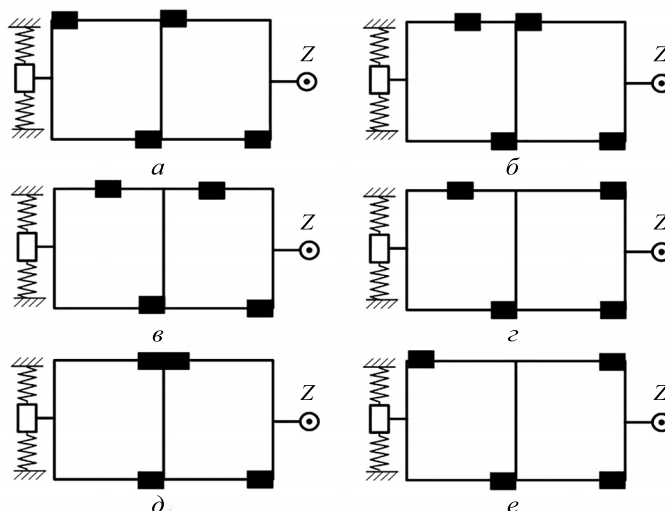


Рис. 2. Схема электромеханической экспериментальной установки

Экспериментальная установка содержит неподвижное основание *1*, на котором закреплены электродвигатель *2* привода и вертикальные стойки *3* и *4*, в подшипниках которых установлен вал *5* вращающейся системы. Вращающаяся система выполнена в виде симметричной относительно вала рамы, состоящей из перпендикулярных валу поперечин *6* и параллельных ему стержней *7*, а также грузов *8*, установленных на стержнях с возможностью перемещений вдоль них. Электродвигатель соединен с валом посредством ременной передачи *9* со шкивами *10* и *11*. Подшипник *12* стойки *3* выполнен сферическим и установлен в ней неподвижно, подшипник *13* закреплен в стойке *4* посредством ползуна *14*, установленного в направляющих *15* этой стойки с возможностью перемещения в горизонтальной плоскости и подпружиненного относительно стойки пружинами *16*. При этом устройство снабжено датчиком динамических реакций подвижного подшипника *13*. Этот датчик выполнен в виде датчика перемещений ползуна и состоит из резистора постоянного тока — потенциометра *17*, закрепленного на направляющих стойки *4*, и ролика, установленного на оси потенциометра и сочлененного с ползуном с возможностью качения по нему без скольжения. Кроме того, устройство снабжено оптоэлектронным датчиком *18* угловой скорости вращения системы с четырьмя отражателями *19* этого датчика, закрепленными на шкиве *11*.

Следует отметить, что все грузы имеют одинаковые размеры, массу и, соответственно, одинаковые моменты инерции относительно оси вала. Они могут быть зафиксированы на стержнях в различных положениях, что обеспечивает изменение степени неуравновешенности вращающегося тела. Некоторые из возможных вариантов расположения грузов на стержнях приведены на рис. 3.



**Рис. 3.** Варианты расположения грузов на стержнях рамы

Угловая скорость вращения  $\omega$  определяется по времени  $T_{об}$  повторения четырех импульсов датчика от отражателей (см. рис. 2, поз. 19), соответствующего одному обороту вала.

Перемещения ползуна с подшипником 13 вала ограничено двумя пружинами, регистрация деформации которых позволяет измерять динамическую реакцию подшипника.

При регулировании угловой скорости вращения вала изменяется динамическая реакция подвижного («плавающего») подшипника 13. Замеры угловой скорости  $\omega$  и перемещений подшипника  $x$  фиксируются для каждого оборота рамки, и получаемые данные отображаются на экране дисплея ЭВМ в виде массива точек, образующих экспериментальную кривую  $\omega = \omega(x)$ . При этом даже небольшое трение в «плавающем» подшипнике приводит к появлению застойной зоны на зависимости  $\omega = \omega(x)$ , т. е. такого положения, когда движение подшипника начинается при определенной угловой скорости рамки, которую можно определить как критическую ( $\omega_{кр}$ ). Следует отметить также, что при достижении угловой скорости вращения вала, близкой по значению к частоте собственных колебаний системы (вал с рамкой и грузами), возможно наступление резонанса и, как следствие, разрушение установки. Поэтому угловая скорость вращения вала ограничена некоторым предельным значением  $\omega_{пр}$ .

**Теоретические основы расчета.** Для того чтобы получить расчетную зависимость динамических реакций от угловой скорости вращения вала, необходимо определить возникающие в системе силы инерции. Представляя грузы как материальные точки, рассмотрим силы инерции одного из них в момент горизонтального положения рамки, т. е. в плоскости перемещения «плавающего» подшипника и, соответственно, в направлении измерения динамических реакций при отклонении рамки на угол  $\psi$  в указанной плоскости (рис. 4).

Представляя движение грузов как сложное, будем считать их движение по окружностям радиусом  $l$  при вращении рамки вокруг оси относительным, а их колебательное движение при повороте рамки по углу  $\psi$  вокруг вертикальной оси  $x_2(Z)$  — переносным. Тогда абсолютное ускорение, например груза  $l$ , будет равно сумме соответственно его относительного, переносного ускорений и ускорения Кориолиса:

$$\bar{a}_l = \bar{a}_{lr} + \bar{a}_{le} + \bar{a}_{lk} = \bar{a}_{lr}^r + \bar{a}_{lr}^n + \bar{a}_{le}^r + \bar{a}_{le}^n + \bar{a}_{lk}.$$

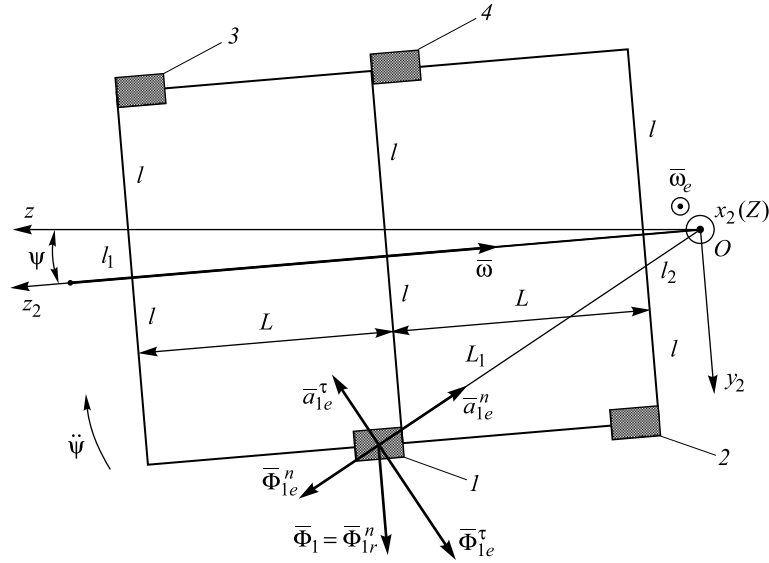


Рис. 4. Схема сил инерции груза

В данном случае вращение вала вокруг оси  $Oz$  и соответственно рамки относительно оси  $Oz_2$  происходит с постоянной угловой скоростью  $\bar{\omega}$ , следовательно,  $\varepsilon_z = \dot{\omega} = 0$  и  $\bar{a}_{1r}^\tau = 0$ . Другие составляющие абсолютного ускорения груза имеют вид

$$a_{1r}^n = \omega^2 l; \quad a_{1e}^n = \omega_e^2 \cdot L_1 = \dot{\psi}^2 L_1; \quad a_{1e}^\tau = \varepsilon_e L_1 = \ddot{\psi} L_1; \quad \bar{a}_{1k} = 2(\bar{\omega}_e \times \bar{v}_r),$$

где  $v_r = \omega l$  — относительная скорость груза.

Следует отметить, что экспериментальные измерения динамических реакций в данной установке проводятся в крайнем положении рамки в горизонтальной плоскости, т. е. при максимальном значении угла  $\psi = \psi_{\max}$ . В этом положении рамки  $\dot{\psi} = 0$ ,  $\bar{v}_r // \bar{\omega}_e$  и, следовательно,  $\bar{a}_{1e}^n = 0$ ,  $\bar{a}_{1k} = 0$ . В соответствии с этим главный вектор  $\bar{\Phi}_1$  сил инерции груза  $I$  в данном положении рамки составит

$$\bar{\Phi}_1 = -m_1 \bar{a}_1 = \bar{\Phi}_{1e}^\tau + \bar{\Phi}_{1e}^n + \bar{\Phi}_{1r}^n.$$

Главный момент этих сил относительно точки  $O$ , учитывая, что линия действия вектора  $\bar{\Phi}_{1e}^n$  проходит через точку  $O$ , определяется соотношением

$$L_1^{\text{ин}} = \Phi_{1e}^\tau L_1 + \Phi_{1r}^n \sqrt{L_1^2 - l^2} = m_1 L_1^2 \ddot{\psi} + m_1 \omega^2 l \sqrt{L_1^2 - l^2}.$$

Аналогичными соотношениями определяются также главные моменты сил инерции других грузов. При этом при составлении диффе-

ренциального уравнения движения рамки с грузами следует учитывать также и момент сил инерции самой рамки.

Рассмотрим математическую модель работы установки на примере варианта расположения грузов на рамке, соответствующего наибольшей степени динамической неуравновешенности (см. рис. 3, а). Соответствующая расчетная схема, на которой показаны действующие силы, реакции связей и силы инерции, приведена на рис. 5.

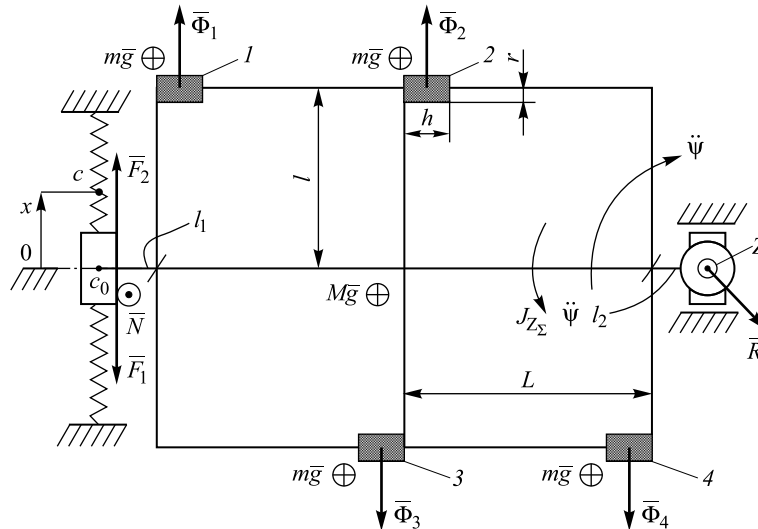


Рис. 5. Расчетная схема установки

Для выбранной схемы размещения грузов на рамке составим дифференциальное уравнение ее вращательного движения вокруг вертикальной оси  $Z$  (см. рис. 4, где эта ось перпендикулярна плоскости рисунка), используя для этого принцип Даламбера. Поскольку замеры перемещений в «плавающем» подшипнике проводят в крайних его положениях, составим уравнение при горизонтальном положении рамки (упрощенный вариант). При этом перемещения подшипника считаем малыми и пренебрегаем трением. Грузы 1–4 принимаем за материальные точки, их массы практически одинаковы, также одинаковы и силы инерции, т. е.  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_4 = \Phi$  (имеются в виду силы инерции в относительном движении).

Примем, что в статическом положении деформации пружин одинаковы и равны  $\lambda_0$ , а отклонение подшипника от начального равновесного положения при вращении рамки с заданной угловой скоростью равно  $x$ . Пружины предварительно растянуты, их коэффициенты жесткости одинаковы. Тогда силы деформации примут вид

$$F_1 = F_2 \text{ или } c_1\lambda_1 = c_2\lambda_2,$$

где  $c_1, c_2$  и  $\lambda_1, \lambda_2$  — коэффициенты жесткости и деформации соответственно первой и второй пружин, причем  $c_1 = c_2 = c$  и  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$ .

При составлении уравнения движения рамки учтем следующие возможные случаи:

обе пружины растянуты, тогда

$$F_1 = c(\lambda_0 + x), \quad F_2 = c(\lambda_0 - x);$$

первая пружина растянута, а вторая — сжата, тогда

$$F_1 = c(\lambda_0 + x), \quad F_2 = c(x - \lambda_0);$$

первая пружина сжата, а вторая — растянута, тогда

$$F_1 = c(x - \lambda_0), \quad F_2 = c(\lambda_0 + x).$$

В уравнении движения для суммы моментов упругих сил пружин во всех трех указанных случаях справедливо следующее соотношение:

$$F_1(2L + l_1 + l_2) - F_2(2L + l_1 + l_2) = 2cx(2L + l_1 + l_2).$$

Уравнение моментов сил относительно оси  $Z$  в форме Даламбера (для горизонтального расположения рамки) в соответствии с рис. 4 имеет вид

$$\begin{aligned} 2cx(2L + l_1 + l_2) \pm J_{Z\Sigma} \ddot{\psi} + \Phi_4 \left( l_2 + \frac{h}{2} \right) + \Phi_3 \left( L + l_2 + \frac{h}{2} \right) - \\ - \Phi_2 \left( L + l_2 - \frac{h}{2} \right) - \Phi_1 \left( 2L + l_2 - \frac{h}{2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $J_{Z\Sigma} \ddot{\psi}$  — главный момент сил инерции рамки с грузами при ее горизонтальном положении относительно оси  $OZ$  (имеются в виду силы инерции в переносном движении);  $J_{Z\Sigma} = J_{Zp} + J_{Zgp}$  — суммарный момент инерции рамки с грузами;  $J_{Zp}$ ,  $J_{Zgp}$  — моменты инерции рамки и груза.

Если все силы инерции грузов одинаковы, для суммы моментов этих сил имеем

$$\sum M_Z(\bar{\Phi}_i) = \Phi \left( l_2 + \frac{h}{2} + L + l_2 + \frac{h}{2} - l_2 - L + \frac{h}{2} - 2L - l_2 + \frac{h}{2} \right) = 2\Phi(h - L).$$

С учетом зависимости сил инерции от угловой скорости  $\Phi = m\omega^2 l$  уравнение (1) примет вид

$$2(2L + l_1 + l_2)cx - 2m\omega^2 l(L - h) \pm J_{Z\Sigma} \ddot{\psi} = 0. \quad (2)$$

Если пренебречь членом  $J_{Z_{\Sigma}} \ddot{\psi}$  в уравнении (2), можно записать

$$(2L + l_1 + l_2)cx - m\omega^2 l(L - h) = 0.$$

Отсюда следует:

$$cx = \frac{L - h}{2L + l_1 + l_2} m\omega^2 l = km\omega^2 l \text{ или } x = \frac{km\omega^2 l}{c} = A\omega^2, \quad (3)$$

где  $k = \frac{L - h}{2L + l_1 + l_2}$ ;  $A = kml/c$ .

Коэффициент  $k$  зависит только от геометрии установки, причем замеры  $l_1$  и  $l_2$  приближенные. Поэтому вычисление  $k$  также приближенно и при сравнении с экспериментальными данными будем иметь две теоретические кривые для двух крайних значений этого коэффициента:  $k_1$  и  $k_2$ . В частности, для рассматриваемой установки  $k_1 = 0,34$  и  $k_2 = 0,50$ , а среднее значение коэффициента жесткости пружин, определяемое путем статической тарировки,  $c = 1511$  Н/м.

Проведем оценку в уравнении (2) главного момента сил инерции рамки —  $J_{Z_{\Sigma}} \ddot{\psi}$ . Угловое ускорение рамки определяем как отношение

$$\ddot{\psi} = \frac{\ddot{x}}{2L + l_1 + l_2}. \quad (4)$$

Если  $x = x_{\max} \sin \omega t$  (или  $x = x_{\max} \cos \omega t$ ), то  $\ddot{x} = -x_m \omega^2 \sin \omega t$ ,  $|\ddot{x}|_{\max} = x_{\max} \omega^2$  и тогда

$$|\ddot{\psi}|_{\max} = \frac{x_{\max} \omega^2}{2L + l_1 + l_2}. \quad (5)$$

Окончательно для амплитуды главного момента сил инерции рамки с грузами получаем:

$$J_{Z_{\Sigma}} |\ddot{\psi}|_{\max} = J_{Z_{\Sigma}} \frac{x_{\max} \omega^2}{2L + l_1 + l_2}.$$

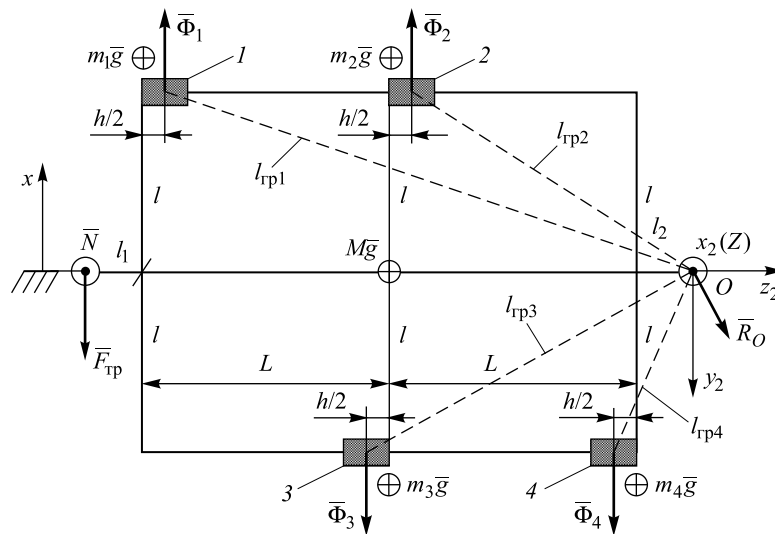
Если учитывать главный момент сил инерции рамки в уравнении ее движения (3), оно принимает вид

$$cx = km\omega^2 l \mp \frac{J_{Z_{\Sigma}} \ddot{\psi}}{2(2L + l_1 + l_2)}.$$

Движение подшипника в реальной установке начинается при определенной угловой скорости  $\omega = \omega_{кр}$ , когда значение динамиче-



ской нагрузки превышает трение покоя. До этого система имеет одну степень свободы, а подшипник неподвижен ( $|x| = 0$ ). Для расчета влияния трения на движение рамки с грузами определим значение нормальной реакции  $\bar{N}$  в плавающем подшипнике. Для этого рассмотрим действующие на рамку силы в системе координат  $Ox_2y_2z_2$  (рис. 6): здесь ось  $Ox_2$  совпадает с осью  $OZ$  на рис. 4.



**Рис. 6.** Схема действующих сил и система координат

Составим уравнение моментов сил относительно оси  $Oy_2$  (при положении рамки в горизонтальной плоскости  $Oy_2z_2$  и при  $|x| = 0$ ):

$$-N(2L + l_1 + l_2) + m_1g(2L + l_2 - h/2) + m_2g(L + l_2 - h/2) + m_3g(L + l_2 + h/2) + m_4g(l_2 + h/2) + Mg(L + l_2) = 0,$$

или с учетом равенства масс грузов  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$ :

$$N(2L + l_1 + l_2) = mg(4L + 4l_2) + Mg(L + l_2),$$

откуда

$$N = mg \frac{4(L + l_2)}{(2L + l_1 + l_2)} + Mg \frac{(L + l_2)}{(2L + l_1 + l_2)}.$$

Составим уравнение моментов сил относительно оси  $x_2(Z)$  при отсутствии движения плавающего подшипника (при  $J_{Z_2} \ddot{\psi} = 0$ ):

$$F_{\text{тр}}(2L + l_1 + l_2) - m_1 l \omega^2 (2L + l_2 - h/2) - m_2 l \omega^2 (L + l_2 - h/2) + m_3 l \omega^2 (L + l_2 + h/2) + m_4 l \omega^2 (l_2 + h/2) = 0,$$

или

$$F_{\text{тр}}(2L + l_1 + l_2) = 2ml\omega^2(L - h).$$

Принимая за основу закон сухого трения  $F_{\text{тр}}^{\text{max}} = fN$ , получаем при  $\omega = \omega_{\text{кр}}$

$$F_{\text{тр}}^{\text{max}}(2L + l_1 + l_2) = fN(2L + l_1 + l_2) = 2ml\omega_{\text{кр}}^2(L - h), \quad (6)$$

откуда определяем значение  $\omega = \omega_{\text{кр}}$  (при котором  $|x| = 0$ ):

$$\omega_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{fN(2L + l_1 + l_2)}{2ml(L - h)}}.$$

Уравнение (2) движения рамки (при  $|x| > 0$ ) с учетом момента силы трения в плавающем подшипнике принимает следующий вид:

$$2(2l + l_1 + l_2)cx = 2m\omega^2 l(L - h) + J_{Z_{\Sigma}} \ddot{\psi} - fN(2l + l_1 + l_2).$$

Отсюда, учитывая в соответствии с (6) предельное значение силы трения, получаем

$$2(2L + l_1 + l_2)cx = 2ml(L - h)(\omega^2 - \omega_{\text{кр}}^2) + J_{Z_{\Sigma}} \ddot{\psi}. \quad (7)$$

Суммарный момент инерции рамки с грузами —  $J_{Z_{\Sigma}} = J_{Z_p} + J_{Z_{\text{гр}}}$  в уравнении (7) можно определить расчетным путем для каждого из возможных вариантов расположения грузов на рамке. Например, для варианта с наибольшей степенью неуравновешенности (см. рис. 3, а), рассматривая грузы как материальные точки, согласно рис. 5, имеем следующие соотношения для их моментов инерции относительно оси  $x_2(Z)$ :

$$\begin{aligned} J_{\text{гр}} &= J_{x_2,1} + J_{x_2,2} + J_{x_2,3} + J_{x_2,4}; \\ J_{x_2,1} &= m_1 l_{\text{гр}1}^2 = m_1 \left[ l^2 + (2L + l_2 - h/2)^2 \right]; \\ J_{x_2,2} &= m_2 l_{\text{гр}2}^2 = m_2 \left[ l^2 + (L + l_2 - h/2)^2 \right]; \\ J_{x_2,3} &= m_3 l_{\text{гр}3}^2 = m_3 \left[ l^2 + (L + l_2 + h/2)^2 \right]; \end{aligned}$$

$$J_{x_2,4} = m_4 l_{\text{гр}4}^2 = m_4 \left[ l^2 + (l_2 + h/2)^2 \right].$$

Дифференциальное уравнение (7) движения рамки позволяет получить расчетную зависимость для динамических реакций при  $\omega > \omega_{\text{кр}}$  в виде функции  $x = x(\omega)$ . Для этого запишем данное уравнение следующим образом:

$$cx = \frac{ml(L-h)}{(2L+l_1+l_2)} (\omega^2 - \omega_{\text{кр}}^2) + \frac{J_{Z\Sigma}}{2(2L+l_1+l_2)} \ddot{\psi}.$$

Для амплитудных значений отклонений рамки в горизонтальной плоскости, соответствующих максимальным значениям реакций, с учетом соотношений (4) и (5), последнее уравнение принимает вид

$$c|x_{\text{max}}| = mlk(\omega^2 - \omega_{\text{кр}}^2) + B_1 \omega^2 |x_{\text{max}}|,$$

где  $k = \frac{L-h}{2L+l_1+l_2}$ ;  $B_1 = \frac{J_{Z\Sigma}}{2(2L+l_1+l_2)^2}$ .

Из этого уравнения получаем расчетную зависимость для сопоставления с экспериментальными данными по измерению динамических реакций:

$$|x_{\text{max}}| = \frac{mlk(\omega^2 - \omega_{\text{кр}}^2)}{(c - B_1 \omega^2)}. \quad (8)$$

Следует отметить, что в отличие от уравнения (2) в дифференциальном уравнении (7) движения рамки учитывается влияние сил трения в «плавающем» подшипнике, при этом значение  $J_{Z\Sigma}$  суммарного момента инерции рамки с грузами относительно оси  $OZ$  (см. рис. 5) принимается постоянным. В действительности значение  $J_{Z\Sigma}$  зависит от угла поворота рамки относительно оси  $Oz_2$  ее вращения, т. е. является функцией времени:

$$J_{Z\Sigma} = J_Z(t).$$

Уточненное уравнение движения рамки (плавающего подшипника) при  $\omega = \text{const}$  с учетом изменения ее углового положения относительно горизонтальной плоскости  $\varphi = \omega t$  имеет вид

$$(2L+l_1+l_2) \cdot 2cx - 2m\omega^2 l(L-h) \cos \omega t \pm J_Z(t) \ddot{\psi} = 0.$$

С учетом соотношения (4) дифференциальное уравнение движения рамки в горизонтальной плоскости

$$\ddot{x} + \frac{2c(2L + l_1 + l_2)}{J_Z(t)} \cdot x = \frac{2m\omega^2 l(L - h)(2L + l_1 + l_2)}{J_Z(t)} \cos \omega t.$$

Если принять здесь некоторое среднее значение  $J_Z(t) = J_{Zcp} = \text{const}$ , то последнее уравнение показывает, что  $x$  изменяется по гармоническому закону с частотой  $\omega$  вращения вала. Соответственно, по закону, близкому к гармоническому, изменяются и динамические реакции  $\bar{R}^{\text{дин}}$  подшипника, а их максимальные измеряемые значения будут пропорциональны  $|x_{\text{max}}|$ , т. е.

$$|R_{\text{max}}^{\text{дин}}| = c|x_{\text{max}}|.$$

**Экспериментальные исследования реакций.** Задачей экспериментальных исследований в данном случае является определение зависимостей амплитудных значений динамических реакций подшипников вращающейся системы от угловой скорости вращения при различной степени неуравновешенности системы. Для обеспечения этих исследований в среде LabView разработан виртуальный прибор, структурная схема которого приведена на рис. 7.

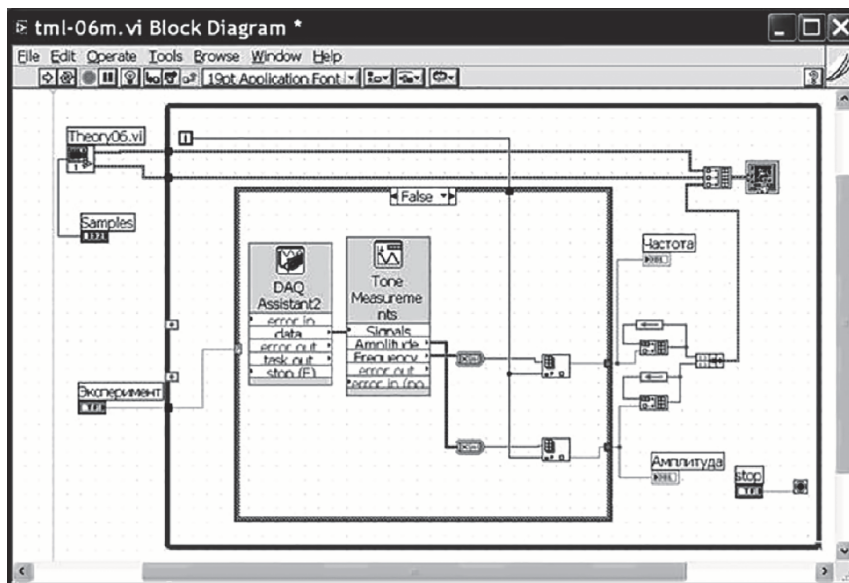


Рис. 7. Структурная схема виртуального прибора

Управление проведением экспериментов осуществляется посредством блока управления (см. рис. 1, поз. 2), через который включается питание электродвигателя экспериментальной установки и регулируется угловая скорость  $\omega$  вращения ее вала. Сигналы датчиков

угловой скорости и перемещений плавающего подшипника вала через плату аналого-цифрового преобразования вводятся в ПЭВМ и обрабатываются с помощью виртуального прибора. Передняя панель этого прибора формируется им и отображается на экране ПЭВМ (рис. 8).

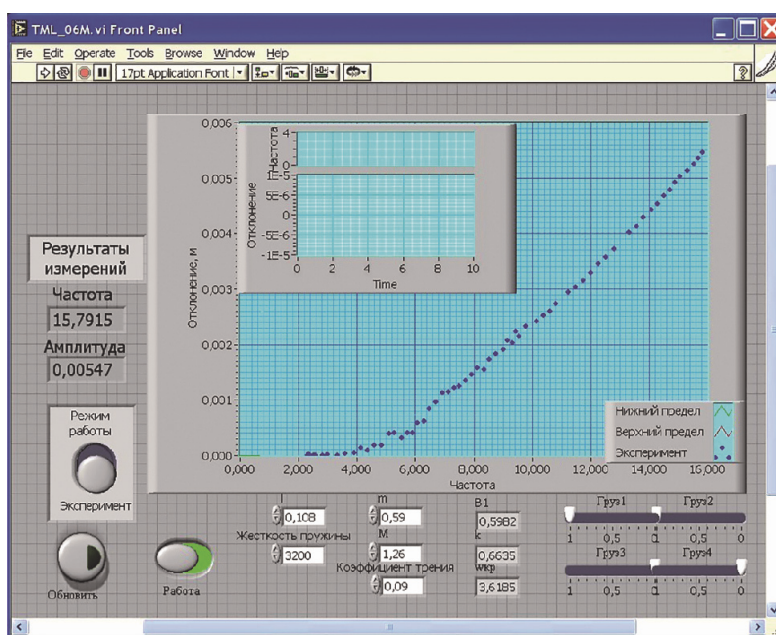


Рис. 8. Панель виртуального прибора

На передней панели виртуального прибора размещены кнопки задания и регулирования жесткостных, массовых и геометрических характеристик установки, а также окно регистрации экспериментальных данных и расчетных зависимостей, в котором по оси абсцисс отсчитываются значения угловой скорости вращения вала установки, а по оси ординат — пропорциональные динамическим реакциям максимальные перемещения плавающего подшипника. При этом результаты экспериментальных измерений отображаются в окне прибора в виде последовательности точек, соответствующих фиксированным значениям  $\omega$  и  $|x_{\max}|$ . Этой последовательностью точек формируется экспериментальная зависимость динамических реакций от угловой скорости вращения вала.

Расчетные зависимости динамических реакций от скорости вращения вала строятся по уравнению (8), в котором наиболее полно учитываются все конструктивные особенности данной установки. Однако входящие в это уравнение коэффициенты  $k$  и  $B_1$ , как отмечено выше, определяются приближенно в некотором диапазоне их

значений. Поэтому для каждой степени динамической неуравновешенности системы (расположения грузов на рамке согласно рис. 3) будем иметь две теоретические кривые, соответствующие двум крайним сочетаниям значений этих коэффициентов. На рис. 9 представлен экран панели виртуального прибора, на котором в качестве примера приведены результаты таких расчетов в сопоставлении с экспериментальными данными для трех вариантов неуравновешенности системы в соответствии со схемами, приведенными на рис. 3: 1–3 — поз. а, в и г.

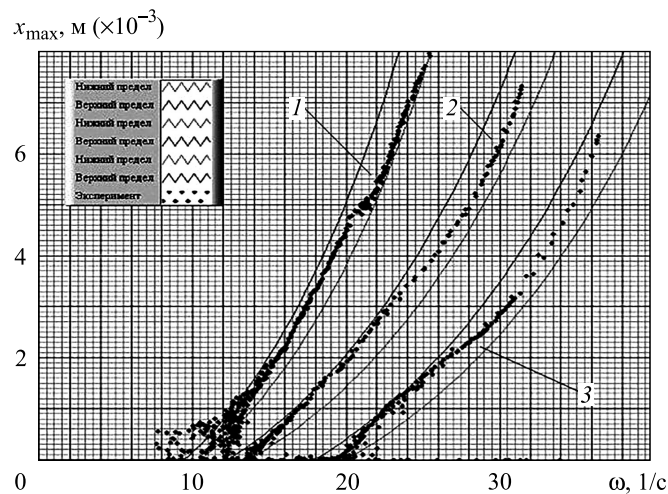


Рис. 9. Экран панели виртуального прибора с результатами экспериментов (последовательности точек) и расчетными данными (1–3)

**Заключение.** Анализируя результаты исследований, можно сделать следующие выводы.

Приведенные на рис. 8 результаты экспериментальных измерений динамических реакций подшипников вращающейся системы в виде последовательности точек с достаточно высокой точностью определяют действительные зависимости реакций от угловой скорости вращения во всем возможном диапазоне изменения динамической неуравновешенности системы за исключением начальных участков, соответствующих моменту преодоления сил трения в плавающем подшипнике (при  $\omega \approx \omega_{кр}$ ), когда измеряемые перемещения подшипника незначительны и погрешности их измерений велики.

Полученные расчетные зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными. Это позволяет сделать вывод о достоверности предложенной математической модели теоретического расчета реакций подшипников вращающейся неуравновешенной

механической системы, учитывающей, в отличие от известных методов расчета динамических реакций [9, 10], влияние трения на эти реакции и на возникновение колебаний такой системы. Возникающие в этом случае колебания вызывают возрастание динамических нагрузок в системе и могут приводить к опасным явлениям резонанса (при  $\omega \approx \omega_{\text{пр}}$ ).

Следует отметить наглядность и доступность проведения экспериментов на установке данного комплекса при одновременной обработке результатов и их сопоставлении с расчетными данными, что особенно эффективно в учебном процессе в высшей школе при изучении соответствующего раздела теоретической механики.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дубинин В.В., Жигулевцев Ю.Н., Назаренко Б.П., Ремизов А.В. О внедрении новых информационных технологий в учебный процесс по курсу «Теоретическая механика». *Сб. докл. Научно-методической конференции, посвященной 35-летию образования факультета «Фундаментальные науки». МГТУ им. Н.Э. Баумана. Москва, 20 декабря 1999 г., МГТУ им. Н.Э. Баумана. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999, с. 65–66.*
- [2] Дубинин В.В., Витушкин В.В., Назаренко Б.П.. Современный лабораторный комплекс по теоретической механике. *Сб. докл. Секционного заседания Международной конференции IX Международного форума «Высокие технологии XXI века». Москва, 23 апреля 2008 г., МГТУ им. Н.Э. Баумана. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008, с. 153–156.*
- [3] Дубинин В.В., Витушкин В.В., Дубровина Г.И. Физический эксперимент, математическое моделирование и информационные методы обработки данных в механике. *Международный сб. науч. тр. «Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки» БелГУТ. Гомель, Изд-во БелГУТ, 2009, № 3, с. 18–36.*
- [4] Дубинин В.В., Витушкин В.В., Дубровина Г.И. Автоматизация эксперимента в лабораторном комплексе по механике. *Сб. научно-методич. статей. Москва, Изд-во МГУ, 2009, вып. 27, с. 56–67.*
- [5] Дубинин В.В., Витушкин В.В. Автоматизированный исследовательский комплекс по теоретической механике. *Инженерный журнал: наука и инновации, 2014, вып. 12. DOI: 10.18698/2308-6033-2014-12-1343*
- [6] Витушкин В.В., Жигулевцев Ю.Н. Автоматизированная лаборатория по теоретической механике. *Сб. научно-методич. статей Международной научной конференции, посвященной 170-летию Н.Е. Жуковского. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, с. 56–67.*
- [7] Ишлинский А.Ю. *Механика относительного движения и силы инерции.* Москва, Наука, 1981, 350 с.
- [8] Колесников К.С., Дубинин В.В., ред. *Курс теоретической механики.* 5-е изд. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 580 с.
- [9] Плешаков Ю.Д., ред. *Динамические реакции подшипников.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, 54 с.
- [10] Барышников Ю.Н., Борохова Н.В. *Определение реакций подшипников вращающегося твердого тела.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015, 54 с.

Статья поступила в редакцию 16.03.2020

Ссылку на статью просим оформлять следующим образом:

Витушкин В.В., Жигулёвцев Ю.Н. Исследование динамической неустойчивости вращающейся механической системы. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 5. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-5-1979>

**Витушкин Вячеслав Валентинович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области прикладной аэродинамики и теоретической механики.  
e-mail: vitushkin11@mail.ru

**Жигулёвцев Юрий Николаевич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области систем автоматического управления и теоретической механики.  
e-mail: ynz@mail.ru



## Research of dynamic unbalance of a rotating mechanical system

© V.V. Vitushkin, Yu.N. Zhigulevtsev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The paper presents the results of development of an automated laboratory complex for the study of dynamic reactions of bearings of a rotating mechanical system. This complex includes an electromechanical model unit equipped with sensors for measuring reactions and angular speed of the system rotation, a power supply and control unit and a PC for processing the results of measurements and calculations of dynamic reactions. The theoretical basis for calculating the dynamic reactions of the unbalanced rotating mechanical system bearings is given, and a description of the research laboratory complex is provided. The results of experimental determination of these reactions as well as the corresponding calculated dependences of the latter on the angular speed of rotation and the degree of system unbalance are presented. The presence of a region of mechanical system insensitivity to its dynamic unbalance caused by the effects of friction in the bearings is confirmed. There is a good agreement between the proposed method for calculating dynamic reactions of rotating mechanical system bearings and experimental data on their measurement. The effectiveness of the developed laboratory complex in the training process at higher school when teaching the appropriate section of theoretical mechanics is noted.*

**Keywords:** rotating mechanical systems, dynamic unbalance, reactions of the bearings, experimental measurements, calculated dependence

### REFERENCES

- [1] Dubinin V.V., Zhigulevtsev Yu.N., Nazarenko B.P., Remizov A.V. O vnedrenii novykh informatsionnykh tekhnologiy v uchebnyy protsess po kursu «Teoreticheskaya mekhanika» [On the implementation of new information technologies in the educational process in the course “Theory of Mechanics”]. In: *Sbornik dokladov Nauchno-metodicheskoy konferentsii, posvyashchenoy 35-letiyu obrazovaniya fakulteta «Fundamentalnyye nauki». MGTU im. N.E. Baumana. Moskva, 20 dekabrya 1999 g.* [Proceedings of the Scientific-methodical conference dedicated to the 35th anniversary of the foundation of the faculty “Fundamental Sciences” of BMSTU. Moscow, December 20, 1999]. Moscow, BMSTU Publ., 1999, pp. 65–66.
- [2] Dubinin V.V., Vitushkin V.V., Nazarenko B.P. Sovremennyy laboratornyy kompleks po teoreticheskoy mekhanike [A modern laboratory complex in theoretical mechanics]. In: *Sbornik dokladov Sektsionnogo zasedaniya Mezhdunarodnoy konferentsii IX Mezhdunarodnogo foruma «Vysokiye tekhnologii XXI veka». Moskva, 23 aprelya 2008 g., MGTU im. N.E. Baumana* [Proceedings of the Sectional meeting of the International Conference of the IX International Forum “High Technologies of the 21st Century”. Moscow, April 23, BMSTU]. Moscow, BMSTU Publ., 2008, pp. 153–156.
- [3] Dubinin V.V., Vitushkin V.V., Dubrovina G.I. Fizicheskiy eksperiment, matematicheskoye modelirovaniye i informatsionnyye metody obrabotki dannykh v mekhanike [Physical experiment, mathematical modeling and information processing methods in mechanics]. In: *Mezhdunarodnyy sbornik nauchnykh trudov «Mekhanika. Nauchnyye issledovaniya i uchebno-metodicheskie razrabotki»* [International collection of scientific papers «Mechanics. Scientific research and educational development»]. Gomel, BelGUT Publ., 2009, no. 3, pp. 18–36.

- [4] Dubinin V.V., Vitushkin V.V., Dubrovina G.I. Avtomatizatsiya eksperimenta v laboratornom komplekse po mekhanike [Automation of an experiment in a laboratory complex in mechanics]. In: *Sbornik nauchno-metodicheskikh statey* [Collection of scientific and methodological articles]. Moscow, MSU Publ., 2009, no. 27, pp. 56–67.
- [5] Dubinin V.V., Vitushkin V.V. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, iss. 12.  
DOI: 10.18698/2308-6033-2014-12-1343
- [6] Vitushkin V.V., Zhigulevtsev Yu.N. Avtomatizirovannaya laboratoriya po teoreticheskoy mekhanike [Automated laboratory in theoretical mechanics]. In: *Sbornik nauchno-metodicheskikh statey Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii, posvyashchennoy 170-letiyu N.E. Zhukovskogo. MSTU named after N.E. Bauman* [Proceedings of the International Scientific Conference dedicated to the 170th anniversary of N.E. Zhukovsky. BMSTU]. Moscow, BMSTU Publ., 2017, pp. 56–67.
- [7] Ishlinsky A.Yu. *Mekhanika otnositelnogo dvizheniya i sily inertsi* [The mechanics of relative motion and inertia]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 350 p.
- [8] Kolesnikov K.S., Dubinin V.V., eds. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki* [The course of theoretical mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2017, 580 p.
- [9] Pleshakov Yu.D., ed. *Dinamicheskie reaktsii podshipnikov* [Dynamic reactions of bearings]. Moscow, BMSTU Publ., 2004, 54 p.
- [10] Baryshnikov Yu.N., Borokhova N.V. *Opredelenie reaktsiy podshipnikov vrashchayushchegosya tverdogo tela* [Determination of bearing reactions of a rotating solid]. Moscow, BMSTU Publ., 2015, 54 p.

**Vitushkin V.V.** (b. 1942), Cand. Sc. (Eng), Assoc. Professor, Department of Theoretical Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 research publications in the field of applied aerodynamics and theory of mechanics.  
e-mail: vitushkin11@mail.ru

**Zhigulevtsev Yu.N.** (b. 1945), Cand. Sc. (Eng), Assoc. Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 research publications in the field of automatic control systems and theoretical mechanics.  
e-mail: ynz@mail.ru