

Баллистическое проектирование миссий, включающих доставку лунного грунта на Землю

© Е.С. Гордиенко, А.В. Симонов, П.А. Худорожков

АО «НПО Лавочкина», Химки, 141402, Россия

Рассмотрено проектирование миссии для доставки лунного грунта на Землю. Проведен анализ ее основных этапов: выбор возможных схем перелета, анализ перелета с Земли на круговую орбиту спутника Луны, определение траекторий выведения с лунной поверхности на опорную орбиту, поиск траекторий возвращения, отлетающих от Луны и попадающих в заданный район на поверхности Земли. Предложен вариант определения начального приближения для методики построения траекторий возвращения, основанный на решении двухпараметрической краевой задачи в центральном поле Земли. Для заданного радиуса перигея, изменяя длительность перелета от Луны к Земле и время подлета космического аппарата к Земле, определяют траекторию возвращения, попадающую в окрестность полигона.

Ключевые слова: космический аппарат, прямой перелет, обратный перелет, лунные траектории, полярная орбита, траектории возвращения

Введение. Развитие гражданской космонавтики в СССР было тесно связано с лунной программой. Задел, сформировавшийся за годы «лунной гонки» между СССР и США, успешно используется в процессе создания и проектирования современных отечественных и зарубежных космических аппаратов (КА). К сожалению, после успешной реализации миссии «Луна-24» в августе 1974 г. и последовавшего за ней в октябре 1975 г. неудачного пуска КА «Луна-24А» на фоне весомых успехов США в освоении Луны (успешные миссии космической программы «Аполлон») советская пилотируемая программа была закрыта, а уже в 1976 г. к Луне перестали летать и советские автоматические КА.

Интерес к освоению Луны вновь возрос после того, как в ходе реализации ряда иностранных миссий (Chandrayaan-1, Индия; Lunar Reconnaissance Orbiter, США; KAGUYA (SELENE, т. е. SELenological and ENgineering Explorer), Япония, были получены новые карты лунной поверхности, указавшие на большие скопления льда в приполярных районах Луны. В конце 1990-х годов в Российской Федерации было принято решение о дальнейшем развитии лунной программы. В связи с этим потребовалась разработка современной методики построения траекторий возвращения КА с Луны, попадающих в заданный район на поверхности Земли.

Современные КА являются сложными техническими системами, для проектирования которых требуется решать целый ряд сложнейших научно-технических задач [1]. При разработке космической мис-

сии баллистическому проектированию уделяется особое внимание. Одним из важнейших его этапов является выбор схем и соответствующих им траекторий полета КА. Формированием и моделированием лунных траекторий занимались В.А. Егоров, Л.И. Гусев [2], Д.Е. Охоцимский [3, 4], Ю.Г. Сихарулидзе [3], В.В. Ивашкин [5–7] и др.

Цель настоящей работы — минимизация затрат суммарной характеристической скорости, необходимой на реализацию миссии по доставке лунного грунта на Землю с учетом возникающих в процессе проектирования ограничений.

Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

1) при учете ограничений, возникающих при проектировании КА, выбрать схемы траекторий перелета от Земли к Луне и возвращения обратно, обладающие широкими возможностями по уменьшению суммарной характеристической скорости, которые можно использовать для доставки лунного грунта на Землю;

2) выполнить анализ траектории «прямого» полета КА от Земли до момента прилунения в заданной точке;

3) исследовать траектории возвращения (ТВ) КА к Земле с момента старта с лунной поверхности до приземления в заданной точке полигона (П).

Решение каждой из указанных задач представляет собой один из трех этапов анализа баллистического проектирования траектории, рассмотренных в настоящей статье.

Выбор схемы для траекторий перелета КА от Земли к Луне и возвращения обратно. Для описания таких траекторий используют следующие схемы:

- простого «прямого» и простого «обратного» перелетов [2, 5, 8–11];
- «прямого» и «обратного» перелета с использованием двигателей малой тяги (ДМТ) [6];
- перелета через точку либрации L_1 системы Земля — Луна [12];
- перелета с использованием трехимпульсного маневра как при переходе на орбиту искусственного спутника Луны (ИСЛ), так и при сходе с окололунной орбиты на ТВ к Земле [13, 14].

Схемы для траекторий «прямого» и «обратного» простых перелетов. Траекторию выведения КА от Земли к Луне (простой «прямой» перелет) можно подразделить на четыре основных участка (рис. 1, а):

- от перицентра π_E у Земли до границы сферы действия Луны в виде геоцентрической эллиптической орбиты T_1 . Выведение на такую траекторию может быть выполнено с помощью одного или нескольких активных участков у Земли. На рис. 1, а показан только один разгонный участок;

- полет КА внутри сферы действия Луны, осуществляемый по селеноцентрической гиперболической орбите;
- выполнение одноимпульсного торможения, формирующего целевую орбиту ИСЛ;
- переход КА на посадочную орбиту ИСЛ, с которой происходит прилунение данного космического объекта в заданной точке.

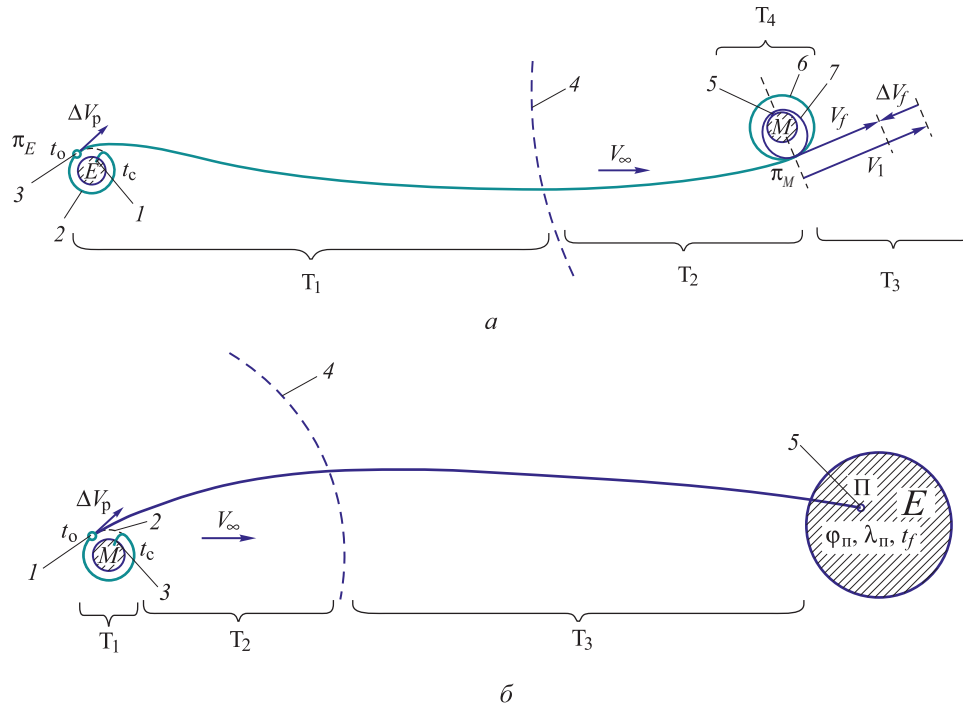


Рис. 1. Схемы траекторий простого «прямого» и обратного перелетов:

a — траектория перелета Земля (*E*) — Луна (*M*): 1 — точка старта с поверхности Земли; 2 — орбита искусственного спутника Земли; 3 — точка разгона космического аппарата; 4 — граница сферы действия Луны; 5 — точка прилунения; 6 — целевая орбита искусственного спутника Луны; 7 — посадочная орбита; *b* — траектория перелета Луна (*M*) — Земля (*E*): 1 — точка разгона космического аппарата; 2 — орбита искусственного спутника Луны; 3 — точка старта с поверхности Луны; 4 — граница сферы действия Луны; 5 — точка приземления; П — полигон; $T_1 \dots T_4$ — траектории полета; t_0 — время отлета на траекторию возвращения; t_c — время старта; t_f — время попадания в точку П; V_1 — скорость в перигеице π_M гиперболы подлета; V_f — конечная скорость на круговой орбите; ΔV_p — импульс разгона; ΔV_f — импульс торможения; V_∞ — скорость на бесконечности; π_E — перигеице Земли; π_M — перигеице Луны; φ_Π, λ_Π — координаты полигона (ширина и долгота)

Анализ траектории перелета (см. рис. 1, *a*) показал, что продолжительность наилучшего (по характеристической скорости торможения у Луны) «прямого» перелета в зависимости от даты подлета t_f составляет $\sim 4 \dots 6$ сут. Как будет показано далее, величина тормозного импульса у Луны при переходе на круговую орбиту высотой 100 км меняется от 810 до 930 м/с.

Траекторию выведения КА от Луны к Земле (простой «обратный» перелет) можно подразделить на три основных участка (рис. 1, б):

- старт с поверхности Луны и выведение КА на орбиту ИСЛ;
- разгон на селеноцентрическую гиперболу полета до границы сферы действия Луны;
- траектория от границы сферы действия Луны до поверхности Земли представляет геоцентрическую эллиптическую орбиту.

В конце третьего участка после входа в плотные слои атмосферы скорость КА снижается, он попадает в полигон П с координатами (φ_p, λ_p) (авторами настоящей статьи полет в атмосфере не рассматривается).

Анализ наилучшего (по величине импульса разгона с орбиты ИСЛ) «обратного» перелета по ТВ показал, что длительность перелета в зависимости от даты подлета t_f составляет $\sim 4,5 \dots 6$ сут. Как будет показано далее, величина разгонного импульса отлета с круговой орбиты высотой 100 км на ТВ к Земле меняется в диапазоне от 850 до 950 м/с.

«Прямая» и «обратная» схемы для траектории перелета с использованием ДМТ. Эта схема была подробно рассмотрена В.В. Ивашкиным и В.Г. Петуховым для случая «прямого» перелета от Земли к Луне [6]. Такая схема выведения с использованием двигателей малой тяги была реализована в рамках проекта европейского космического агентства SMART-1. Схема «прямого» перелета в этом случае имеет те же участки, что и схема простого «прямого» перелета, за исключением того обстоятельства, что из-за малой тяги двигателя участки разгона при отлете от Земли (~ 750 сут) и торможения при подлете к Луне (~ 98 сут), а также время выведения (~ 855 сут) на конечную орбиту являются длительными. Суммарная характеристическая скорость перелета от Земли к Луне составляет ~ 9783 м/с, при этом характеристическая скорость для первого активного участка равна ~ 8299 м/с, а для второго ~ 1484 м/с. Схема «обратного» перелета с использованием ДМТ также имеет продолжительные активные участки.

Большие длительность выведения и суммарная характеристическая скорость накладывают дополнительные ограничения на разрабатываемый проект (приборы должны стабильно функционировать в течение 2,5 лет и более, конструктивно баки должны вмещать необходимые запасы топлива). Схемы «прямого» и «обратного» перелета с использованием ДМТ и трехимпульсным маневром сложно реализовать на практике ввиду дополнительных требований к работе систем ориентации, навигации и управления двигательной установкой.

Траектории перелета через точку либрации L_1 системы Земля — Луна. Среди схем перелета на орбиту ИСЛ через точку либрации L_1 системы Земля — Луна различают схемы траектории перелета с использованием траектории-моста и без нее. Далее в настоящей статье будут рассмотрены только «прямые» траектории перелета. Структура «обратных» траекторий перелета от Луны к Земле похожа на «прямые».

Схема траектории «прямого» перелета без использования траектории-моста. В рассматриваемом случае выход на перелетную траекторию происходит непосредственно с опорной орбиты искусственного спутника Земли (ИСЗ) (рис. 2).

Суммарная характеристическая скорость КА на весь перелет до орбиты ИСЛ составляет 1100...1200 м/с. Длительность перелета на орбиту ИСЛ занимает примерно $21 + 11 + 7 + n \cdot 14 = 39 + n \cdot 14$ сут, где 21 — перелет на гало-орбиту, 11 — перелет с гало-орбиты на орбиту ИСЛ, 7 — полет в течение полувитка по гало-орбите, $n \cdot 14$ — пассивный полет по гало-орбите в течение n витков ($n = 0, 1, 2, \dots, N$).

Схема траектории «прямого» перелета с использованием траектории-моста. В рассматриваемом случае выход с опорной орбиты ИСЗ на орбиту ИСЛ через гало-орбиту вокруг точки либрации L_1 в системе координат $O\xi\eta\zeta$ показан на рис. 3. Если выведение на перелетную траекторию осуществить с помощью разгонного блока (РБ), суммарная характеристическая скорость КА составит ~650 м/с. Общая длительность перелета на орбиту ИСЛ занимает примерно $10 \div 23 + 11 + 7 + n \cdot 14 = 28 \div 41 + n \cdot 14$ сут, где $10 \div 23$ — перелет на гало-орбиту (с учетом полета по траектории-мосту); 11 — перелет с гало-орбиты на орбиту ИСЛ; 7 — полет в течение полувитка по гало-орбите; $n \cdot 14$ — пассивный полет по гало-орбите в течение n витков ($n = 0, 1, 2, \dots, N$).

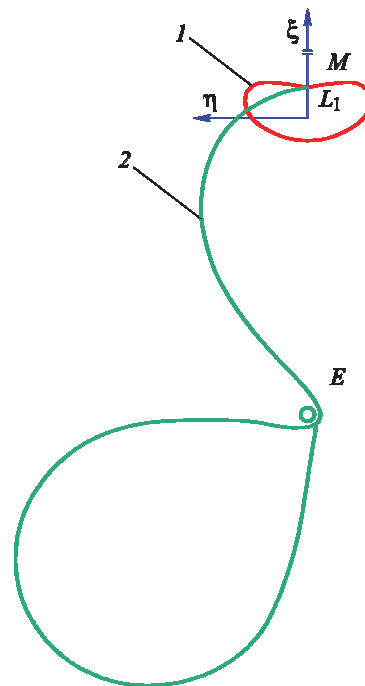


Рис. 2. Схема для траектории «прямого» перелета без использования траектории-моста в системе координат $\xi\eta$:

E — Земля; M — Луна; 1 — траектория полета КА вокруг точки либрации L_1 системы Земля — Луна; 2 — траектория полета КА без использования траектории-моста

Таким образом, первый вариант перелета на гало-орбиту (см. рис. 2) нецелесообразен, так как необходимый запас характеристической скорости (1100...1200 м/с) существенно превышает характеристическую скорость «прямого» перелета (810...930 м/с). Второй вариант перелета на гало-орбиту (см. рис. 3) по предварительным оценкам позволяет сэкономить около 160...280 м/с. Однако для его реализации на практике требуется провести дополнительные исследования о возможности выведения КА на траекторию перелета с помощью РБ, оценить характеристическую скорость, необходимую для обеспечения ориентации и стабилизации КА в процессе перелета, длительность которого существенно увеличивается по сравнению с простым «прямым» перелетом.

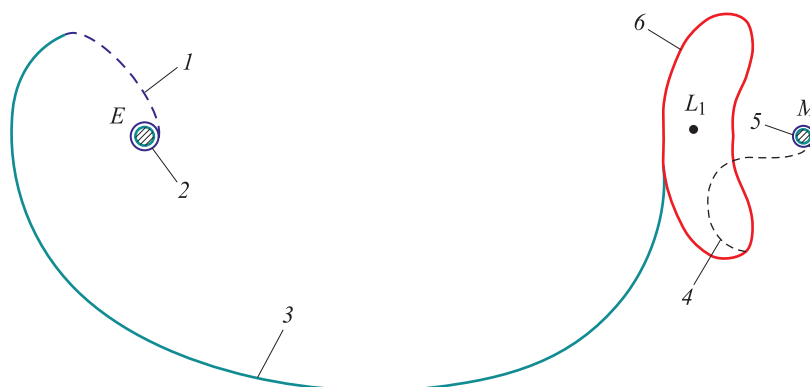


Рис. 3. Схема траектории «прямого» перелета с использованием траектории-моста в центрической системе координат L_1 ($O\xi\eta\zeta$):

E — Земля; L_1 — точка либрации; M — Луна; 1 — траектория-мост; 2 — опорная орбита у Земли; 3 — траектория перелета в окрестность точки либрации L_1 системы Земля — Луна; 4 — орбита схода КА с гало-орбиты на орбиту ИСЛ; 5 — орбита ИСЛ; 6 — гало-орбита вокруг L_1

Траектория перелета с трехимпульсным маневром. Как при переходе на орбиту ИСЛ, так и при сходе с окололунной орбиты на ТВ к Земле эта схема выгодна лишь при выведении на орбиты с радиусом более 3 тыс. км. Ее трудно реализовать на практике, и в данном исследовании она авторами настоящей статьи не рассматривается.

При проектировании космических миссий разработчики сталкиваются с различными ограничениями. Для лучшего понимания природы их возникновения необходимо описать основные стадии экспедиции:

1) ракета-носитель (РН) типа «Союз 2.1б» стартует с поверхности Земли и выводит РБ типа «Фрегат» с КА на низкую опорную орбиту ИСЗ, далее КА выводится с помощью РБ на траекторию полета

к Луне. На траектории предусмотрено проведение двух коррекций. В конце перелета КА переходит на полярную круговую орбиту искусственного спутника Луны (ИСЛ) высотой 100 км;

2) происходит полет КА по круговой орбите, далее формируется эллиптическая орбита с высотой периселения, равной 18 км, с которой происходит прилунение КА;

3) проведение работ на поверхности Луны в течение 2...7 сут;

4) в расчетный момент времени КА взлетает с поверхности Луны и выходит на опорную полярную круговую орбиту высотой 100 км; далее разгонный импульс переводит КА на ТВ к Земле;

5) КА в конце полета по ТВ к Земле тормозится в плотных слоях атмосферы и происходит приземление в заданной точке П на территории Российской Федерации.

Однако есть ограничения, накладываемые на траекторию КА и учитывающие особенности проведения основных стадий миссии:

1) все ответственные операции должны проводиться в зонах видимости с российских станций слежения. Траектории отлета КА от Земли к Луне и возвращения обратно проектируются для случая перелета через северную N полушару мира. Подлет к Земле происходит с севера;

2) селеноцентрическое наклонение орбиты ИСЛ $i_{\text{сц}}$ при перелете от Земли к Луне необходимо выбирать так, чтобы обеспечить посадку в точку А с заданными координатами (φ_A, λ_A): $i_{\text{сц}} \geq \varphi_A$;

3) геоцентрическое наклонение i_r траектории возвращения КА при отлете от Луны к Земле следует выбирать так, чтобы обеспечить посадку в точку П с заданными координатами ($\varphi_{\text{п}}, \lambda_{\text{п}}$): $i_r \geq \varphi_{\text{п}}$;

4) время подлета КА к Луне необходимо рассчитать таким образом, чтобы после спуска КА осуществил посадку в окрестность точки на поверхности Луны в начале лунного дня, когда угол места Солнца в точке посадки будет больше 3° : $h \geq 3^\circ$;

5) для надежной реализации миссии требуется осуществить несколько коррекций траектории полета КА, учитывая, что после выведения комического объекта необходимо получить и собрать информацию, достаточную для определения вектора состояния КА с требуемой точностью [15]. Поэтому, несмотря на то что при перелете Земля — Луна первую коррекцию, уменьшающую ошибки выведения, лучше проводить сразу после старта, на практике ее реализуют только через ~ 1 сут после отделения от РБ. Точно по таким же причинам вторая коррекция, парирующая ошибки проведения первой, происходит за ~ 1 сут до перехода на орбиту ИСЛ [15];

6) коррекцию ТВ необходимо провести с учетом описанных в предыдущем пункте особенностей;

7) угол θ входа КА в атмосферу Земли по ТВ должен находиться в диапазоне $60 \pm 20^\circ$. Данное требование является одним из важней-

ших для миссий, включающих участок входа в плотные слои атмосферы, после прохождения которого КА доставляют грунт на территорию Российской Федерации;

8) при проектировании КА не всегда удается задать необходимый объем баков для осуществления космической миссии с открытой (любой) датой подлета к Луне. Поэтому введем следующие ограничения на величины импульса торможения для перехода на орбиту ИСЛ ($\Delta V_{т.о} = 845$ м/с) и импульса разгона для выведения на орбиту ТВ КА к Земле ($\Delta V_{р.о} = 890$ м/с).

Выбор схемы перелета. От современных космических миссий ждут надежного выполнения поставленных задач в сжатые сроки. Поэтому реализация миссии не согласуется с длительным перелетом. Возможный малый выигрыш по конечной массе КА для ряда рассмотренных выше схем сопровождается существенным увеличением человеческих и финансовых затрат, а также сроков, отведенных на разработку и реализацию проекта.

Критериям простоты и надежности выполнения миссии отвечают схемы траекторий простого «прямого» перелета Земля — Луна, а также простого «обратного» перелета Луна — Земля, которые позволяют получить сопоставимые с другими вариантами величины суммарной характеристической скорости. Они не сильно проигрывают другим вариантам по величине суммарной характеристической скорости. Поэтому далее в статье рассмотрены простые «прямая» и «обратная» схемы, для которых длительность перелета составляет ~4...6 сут.

Математическая модель и дифференциальные уравнения движения КА. Далее на всех последующих этапах баллистического проектирования моделирование движения КА проходило путем интегрирования уравнений движения КА с учетом гравитационного поля Земли и ее сжатия, полей Луны и Солнца в невращающейся геоцентрической геоэквиаториальной системе координат. При этом использовались среднее равноденствие и средний геоэквиатор стандартной эпохи J2000.0. Дифференциальные уравнения, описывающие движение КА, имеют вид:

$$\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} = -\frac{\mu_E}{r^3} \bar{r} + \sum_{i=1}^2 \mu_i \left(\frac{\bar{r}_i - \bar{r}}{|\bar{r}_i - \bar{r}|^3} - \frac{\bar{r}_i}{\bar{r}_i^3} \right) + \bar{a}_E; \quad (1)$$

$$a_{Ex} = a_{E0} \left[-1 + \frac{5z^2}{r^2} \right] \frac{x}{r}, \quad a_{Ey} = a_{E0} \left[-1 + \frac{5z^2}{r^2} \right] \frac{y}{r},$$

$$a_{Ez} = a_{E0} \left[-3 + \frac{5z^2}{r^2} \right] \frac{z}{r}, \quad a_{E0} = \frac{3\mu_E J_2 R_e^2}{2r^4}.$$

Здесь \bar{r} — геоцентрический радиус-вектор КА; μ_E — гравитационный параметр Земли (E); μ_i и r_i — гравитационные параметры и радиус-векторы возмущающих небесных тел (Луна (M), Солнце (S)), $i = 1$ соответствует возмущениям от притяжения Луны, $i = 2$ — от притяжения Солнца; $\bar{a}_E = \{a_{Ex}, a_{Ey}, a_{Ez}\}$ — ускорение, вызванное нецентральностью поля тяготения Земли (2); R_e, J_2 — экваториальный радиус и коэффициент второй зональной гармоники геопотенциала Земли.

Векторы состояния Луны (M) и Солнца (S) определялись из табличных эфемерид DE-405 [16]. При этом использовались следующие значения констант: $\mu_E = 39\,8600,4481 \text{ км}^3/\text{с}^2$; $\mu_M = 4902,79914 \text{ км}^3/\text{с}^2$; $\mu_S = 1327\,1243\,9935 \text{ км}^3/\text{с}^2$; $J_2 = 0,001082\,6348$; $R_e = 6378,136 \text{ км}$. Эфемеридная поправка $\Delta t(\text{TDB-UTC})$ принята равной 69,184 с.

Анализ траектории «прямого» полета КА от Земли до момента прилунения в заданной точке. С учетом описанных выше ограничений, определялись наилучшие даты для построения траекторий, реализующих простой «прямой» перелет КА с момента отлета с опорной орбиты у Земли до момента прилунения, по критерию минимума тормозного импульса перехода на полярную круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км. Рассмотрим отдельно участки перелета КА с Земли на Луну и полет КА по орбитам ИСЛ.

Участок перелета КА Земля — Луна. Анализ проводился для следующего диапазона дат: с 01.01.2024 г. по 31.12.2032 г. В зависимости от даты подлета длительность перелета Земля — Луна Δt_{z-l} составляла 4...5,5 сут, при этом определяли максимальную и минимальную величины импульсов, обеспечивающих посадку в точку в начале лунного дня, когда угол места h в точке посадки больше или равен 3° ($h \geq 3^\circ$).

При учете всех ограничений, в том числе на величину импульса торможения для перехода на орбиту ($\Delta V_{T.O} = 845 \text{ м/с}$), существует возможность реализовать миссию в течение 2...8 месяцев внутри каждого года рассматриваемого интервала дат, за исключением 2028 г. (рис. 4, а).

Окна старта с орбиты ИСЗ в 2024 г. для максимальных импульсов (расположение красной кривой ниже оранжевой линии) находятся в диапазоне с июля по декабрь; для минимальных импульсов (расположение синей кривой ниже оранжевой) — с июня по декабрь. Даты старта с августа по октябрь 2024 г. соответствуют наименьшим величинам тормозного импульса, однако минимальный разброс его величина имеет в сентябре 2024 г., данный месяц в настоящей статье будет основным для пуска КА (рис. 4, б).

Таким образом, КА стартует с космодрома «Восточный» 29.08.2024 г. в 22:57:30 (UTC), выведение КА на орбиту перелета к Луне происходит с помощью РБ 30.08.2024 г. в 00:33:32 (UTC) и 04.09.2024 г. в 09:26:59 (UTC) переходит на круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км. Длительность перелета в таком случае $\Delta t_{3-Л}$ составляет $\sim 5,38$ дня. Величина импульса торможения для перехода на орбиту $\Delta V_{Т.о}$ равна ~ 810 м/с. Если миссия будет реализована в марте 2024 г., то максимальная величина импульса возрастет до 930 м/с.

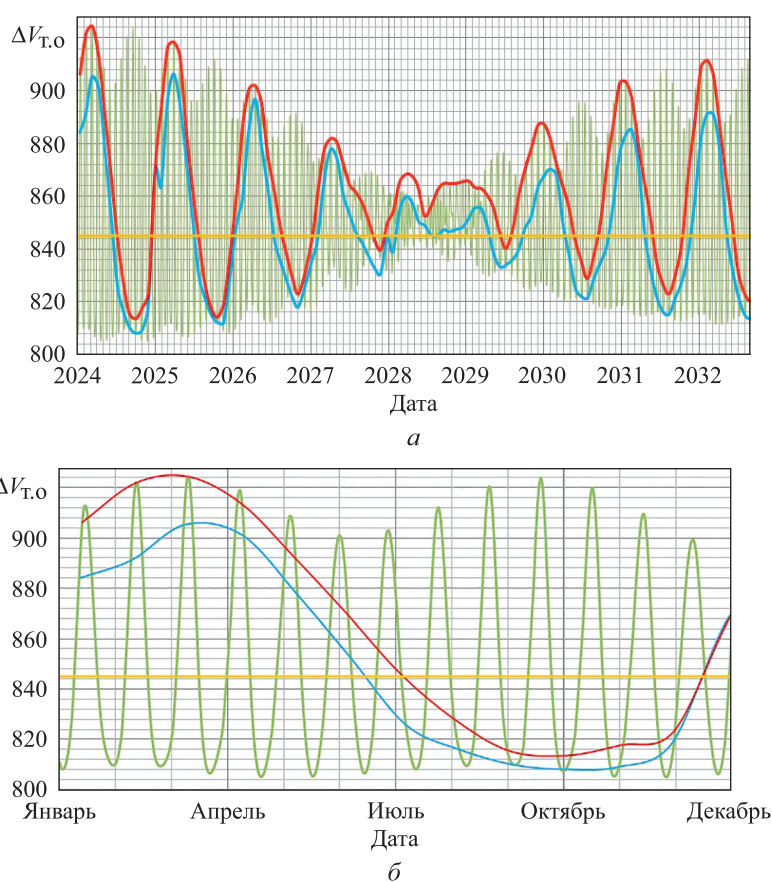


Рис. 4. Зависимость величины тормозного импульса от даты подлета КА к Луне в начале лунного дня ($h \geq 3^\circ$):

a — с 2024 по 2032 г.; b — 2024 г.; — посадка в точку на поверхности Луны при любой освещенности; — максимальная величина импульса для каждой из рассмотренных дат подлета; — минимальная величина тормозного импульса для каждой из рассмотренных дат подлета; — величина импульса торможения для перехода на орбиту $\Delta V_{Т.о} = 845$ м/с

Ограничения на времена проведения коррекций на участке перелета Земля — Луна были рассмотрены выше. Более подробный анализ влияния времен проведения коррекции траектории перелета Земля — Луна на величину характеристической скорости приведен в [10]. Примем, что на их проведение требуется запас характеристической

скорости, равный 50 м/с: не более 40 м/с на первую и не более 10 м/с на вторую коррекции.

Участок полета КА по орбитам ИСЛ. Успешная реализация миссии предполагает осуществление посадки КА с комплексом научной аппаратуры на поверхность Луны в районе Южного полюса. Через ~2...3 сут с момента выхода спутника на круговую орбиту высотой 100 км формируется посадочная орбита таким образом, чтобы ее плоскость к моменту начала торможения проходила через точку посадки, и ее перицентр был расположен над точкой посадки. Высота периселения посадочной орбиты принята равной 18 км. В зависимости от выбранной точки посадки интервал времени между переходом на круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км и посадкой может составлять от 3,5 до 7 сут.

Методом экспертной оценки было показано, что величина характеристической скорости на проведение двух орбитальных коррекций с момента перехода на круговую орбиту ИСЛ до посадки не превышает 40 м/с.

В данной статье точка А с селенографическими координатами $(\varphi_A, \lambda_A) = (69,545^\circ \text{ ю.ш.}, 43,544^\circ \text{ в.д.})$, находящаяся немного севернее кратера Богуславского, рассмотрена в качестве основной, точка В $(\varphi_B, \lambda_B) = (68,773^\circ \text{ ю.ш.}, 21,210^\circ \text{ в.д.})$ — в качестве резервной.

Возможность провести посадку КА, в состав которого входит взлетный модуль (ВМ), в основную точку появится 07.09.2024 г. с 20:00:00 (UTC), когда угол места (УМ) Солнца в точке посадки превысит 3° (рис. 5). В точку А посадка произойдет через ~3,53 дня после перехода на круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км, т. е. 07.09.2024 г. в 22:07:18 (UTC).

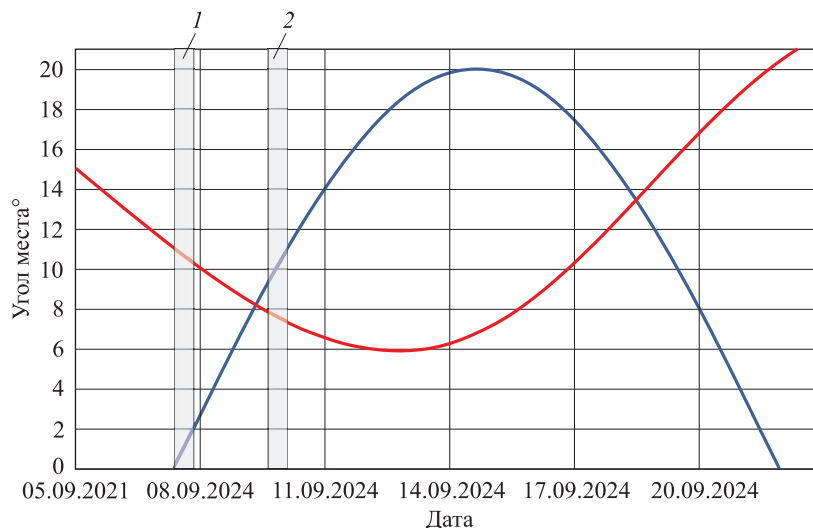


Рис. 5. Изменение угла места Солнца и Земли в точке А в течение 1 лунных сут:
1 — посадка КА; 2 — взлет модуля; — УМ Солнца; — УМ Земли

Возможность посадки в резервную точку появляется 09.09.2024 г. с 13:00:00 (UTC). Посадка в точку В произойдет через ~5,26 дня после перехода на орбиту ИСЛ, т. е. 09.09.2024 г. в 15:41:23 (UTC). Запас характеристической скорости на посадку КА составит ~1800 м/с.

На выполнение всех операций, включая забор лунного грунта и подготовку КА к старту с Луны и отлету к Земле, отводится 2...7 сут.

Анализ траектории возвращения КА к Земле с момента старта с лунной поверхности до приземления в заданной точке П. Даты старта с Луны следует выбирать по критерию минимизации характеристической скорости выведения КА на траекторию полета к Земле при учете дат подлета КА к Луне, полученных на втором этапе. Рассмотрим сначала взлет с поверхности Луны.

Выведение на опорную орбиту ИСЛ. Сначала КА стартует с поверхности Луны и перелетает на полярную орбиту ИСЛ высотой 100 км. Использование схемы с опорной орбитой позволяет сформировать наилучшую ТВ с Луны на Землю. На рис. 6 показано, что выведение на опорную орбиту осуществляется с помощью трех включений двигательной установки. После вертикального старта с Луны из опорной точки А первым и вторым включениями формируется орбита ИСЛ, а третьим — ТВ. Первый и второй активные участки (АУ) выведения КА рассматриваются в центральном поле Земли, третий АУ моделируется с учетом возмущений (1).

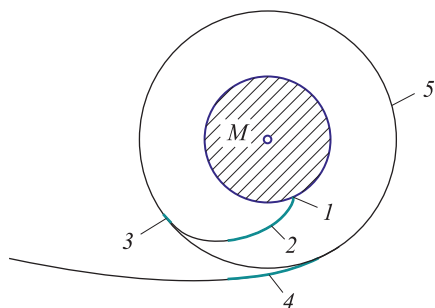


Рис. 6. Схема выведения КА с поверхности Луны на траекторию перелета к Земле:

1 — старт из основной точки А; 2 — первый активный участок; 3 — второй активный участок; 4 — третий активный участок; 5 — траектория пассивного полета

Рассмотрим первый АУ. Как показали Д.Е. Охоцимский и Т.М. Энеев [4], в модели плоскопараллельного поля притяжения тангенс оптимального угла наклона $\text{tg}\gamma$ является линейной или дробно-линейной функцией времени t . Поэтому для первого включения двигательной установки используем следующий двухпараметрический линейный закон управления ориентацией тяги:

$$\text{tg}\gamma = c_1 + c_2 t,$$

где c_1 — начальный угол γ ; c_2 — угловая скорость изменения угла γ .

Углы γ и ψ ориентации тяги в орбитальной системе координат представлены на рис. 7.

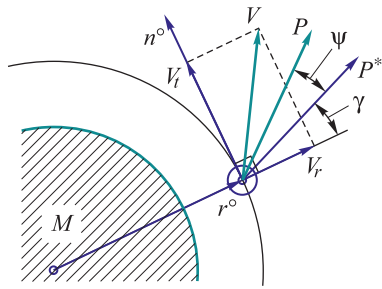


Рис. 7. Схема расположения углов γ и ψ для ориентации вектора тяги в орбитальной системе координат rmb :

b — бинормаль; M — Луна; P — вектор тяги; P^* — проекция вектора тяги на плоскость rn ; V — вектор текущей скорости; V_r — радиальная составляющая скорости; V_t — тангенциальная составляющая скорости

Расчеты проводились для двигательной установки ВМ со следующими характеристиками: тяга $P = 500$ кгс, удельный импульс $P_{уд} = 330$ с, масса ВМ $m_0 = 474$ кг.

Методом перебора были получены наилучшие значения для коэффициентов закона управления c_1 и c_2 с точки зрения минимальной характеристической скорости: $c_1 = 4,0$, $c_2 = 1,35$. Величина и направление второго импульса определяются из условия перехода КА на круговую орбиту высотой 100 км.

Второй АУ определяется из условия импульсного перехода КА с незамкнутой эллиптической орбиты выведения КА, получающейся после первого АУ на круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км. Характеристики выведения ВМ на опорную полярную круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км представлены в таблице.

Характеристики выведения взлетного модуля на опорную орбиту ИСЛ

Участок полета	Длительность работы двигателя Δt , с	Высота периселения посадочной орбиты h , км	Масса КА m_f , кг	Затраты топлива Δm_t , кг	Характеристическая скорость ΔV_x , м/с
Вертикальный участок	10,000	0,442	458,848	15,152	105,135
Активные участки:					
первый	123,671	21,975	271,467	187,381	1698,604
второй	1,347	100,001	269,426	2,041	24,436
Суммарные характеристики	135,018	100,001	269,426	204,574	1828,175

В качестве времени старта ВМ с Луны задано $t_c = \{10.09.2024\ 22:37:23\}$ UTC. На полярную круговую орбиту ИСЛ выводится с помощью КА массой $\sim 269,4$ кг (см. табл.). Далее авторами настоящей статьи рассмотрен третий АУ и проведен анализ траекторий возвращения КА от Луны к Земле, попадающих в точку П на поверхности Земли с заданными географическими координатами $(\varphi_{п}, \lambda_{п}) = (47.941^\circ \text{ с.ш.}, 46.632^\circ \text{ в.д.})$.

Формирование траекторий возвращения от Луны к Земле. После формирования опорной орбиты ИСЛ планируется пассивный полет КА по ней в течение 1...3 ч. Затем сообщается один разгонный импульс отлета от Луны, переводящий спутник на траекторию полета к Земле. Переход на ТВ к Земле должен происходить по восходящей ветви орбиты перелета через северный полюс Луны. Несмотря на то что алгоритмы построения траекторий возвращения и «прямого» перелета на орбиту ИСЛ похожи, накладываемые на миссию ограничения усложняют алгоритм получения ТВ, поэтому ее формирование необходимо осуществлять по следующей методике:

- 1) определить начальное приближение в центральном поле Земли;
- 2) обеспечить достижение начальных условий старта КА с круговой ($e_0 = 0$) орбиты ИСЛ с заданным радиусом $a(t_0) = a_0 = R_M + H_0$ (1838.57 км) и селенографическим наклоном $i(t_0) = i_0^* (90^\circ)$;
- 3) выполнить конечные условия рассматриваемой задачи — построение траектории, попадающей в точку на поверхности Земли с координатами (φ_n, λ_n) в заданное время t_f .

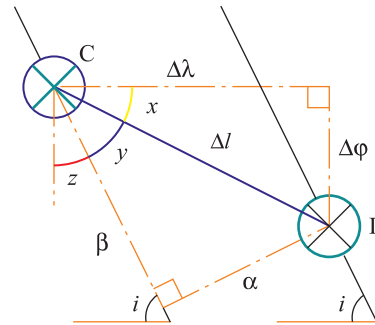
Второй и третий пункты методики проводятся с учетом возмущений от гравитационных полей Земли, Луны и Солнца (1), и их достаточно просто выполнить [11]. Однако определить начальное приближение, удовлетворяющее заданным ограничениям на точку посадки П и угол входа в атмосферу можно разными способами:

Первый способ (варьирование геоцентрического наклона и радиуса перигея). Начальное приближение ТВ, попадающей в точку П на поверхности Земли с координатами (φ_n, λ_n) в модели точечной сферы действия Луны получается путем варьирования геоцентрического наклона i и радиуса перигея r_π , при этом угол θ входа в атмосферу Земли является выходным параметром и его невозможно контролировать. Поэтому не на каждую дату подлета КА к Луне можно получить ТВ с углом θ входа в атмосферу Земли в диапазоне $60 \pm 20^\circ$, как это и было показано ранее в [11].

Угол θ входа можно привести в указанный диапазон путем варьирования радиуса перигея r_π ТВ. Для возможности задания его определенного значения алгоритм нахождения начального приближения был модифицирован. Далее опишем его особенности.

Второй способ (свободный радиус перигея). Если допустить, что при малом варьировании длительности перелета Луна — Земля $\Delta t_{Л-З}$ и времени подлета t_f КА к Земле геоцентрическое наклонение i орбиты перелета не изменится, то получим следующую схему углов, характеризующих угловой промах Δl на сферической поверхности Земли (рис. 8). Тогда $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ являются проекциями углового промаха Δl на линии меридиана и широты соответственно. Углы α и β характеризуют угловые промахи по трассе полета спутника и в направлении, перпендикулярном ей.

Рис. 8. Схема углов, характеризующих угловой промах Δl на сферической поверхности Земли



На рис. 8 линии меридиана показаны вертикальными пунктирными, линии широты — горизонтальными пунктирными, трассы полета — наклонными тонкими линиями, точка П обозначает полигон, точка С — пересечение поверхности Земли случайной ТВ с Луны.

Из сферической геометрии получаются следующие формулы для пересчета углов из $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ в α и β :

$$\cos \Delta l = \cos \alpha \cos \beta;$$

$$y = \frac{\pi}{2} - x - z;$$

$$\cos x = \frac{\operatorname{tg} \Delta \lambda}{\operatorname{tg} \Delta l};$$

$$\sin z = \frac{\cos i}{\cos \Delta \varphi};$$

$$\sin \alpha = \sin y \cdot \sin \Delta l;$$

$$\cos \beta = \frac{\cos \Delta l}{\cos \alpha}.$$

Начальное приближение для ТВ получается в результате решения двухпараметрической краевой задачи итерационным методом Ньютона. При этом варьируются длительность перелета $\Delta t_{л-з}$ и время подлета t_f КА к Земле, а контролируются углы промаха α и β . Краевую задачу можно считать решенной при выполнении условия

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} < 0,25^\circ.$$

Полученный результат используется в качестве начального приближения для ТВ при анализе движения КА с учетом возмущений (1), описанном в двух последних пунктах указанной выше методики. В итоге получается траектория с определенным углом θ входа КА в атмосферу Земли для заданного радиуса перигея r_π , который следует подбирать так, чтобы угол $\theta = 60 \pm 20^\circ$.

Результаты анализа ТВ от Луны к Земле. Такая модификация алгоритма начального приближения была применена при анализе ТВ от Луны к Земле с 2024 по 2032 г.

В качестве точек посадки рассматривались полигоны Капустин Яр (47.941° с.ш., 46.632° в.д.) и Жезказган ($47^\circ 47'$ с.ш., $67^\circ 42'$ в.д.).

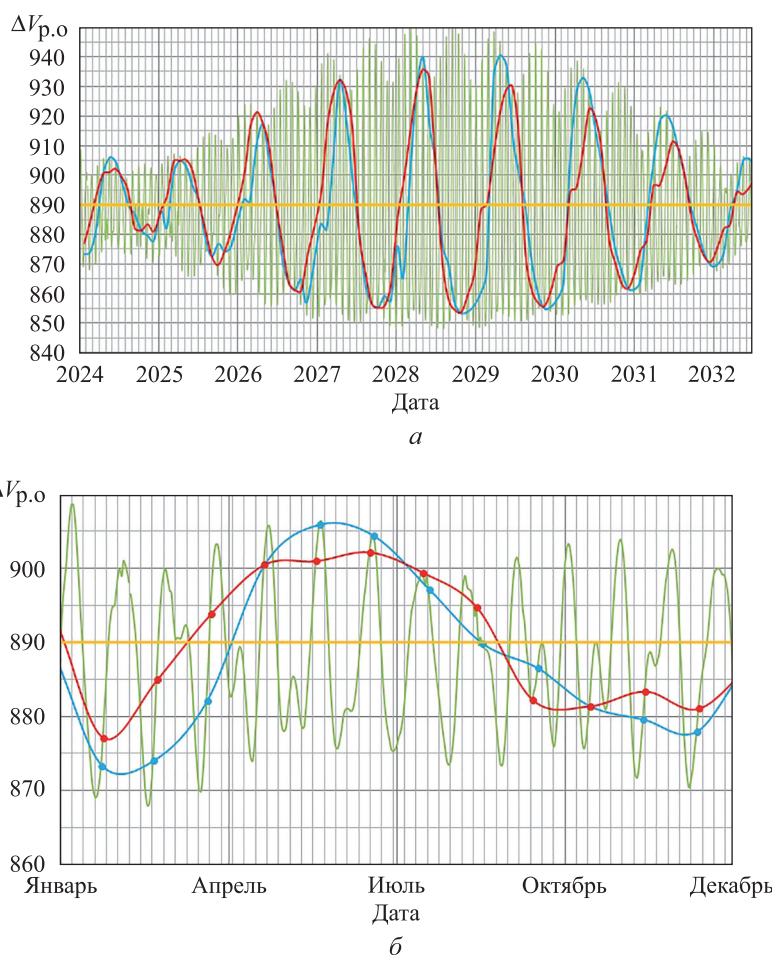


Рис. 9. Зависимость величины разгонного импульса от даты отлета КА к Земле: *a* — с 2024 по 2032 г.; *б* — 2024 г.; — — старт с поверхности Луны осуществляется в любой день; — — максимальная величина импульса для каждой из рассмотренных дат отлета; — — минимальная величина тормозного импульса для каждой из рассмотренных дат отлета; — — величина импульса разгона для перехода на орбиту $\Delta V_{p,o} = 890$ м/с

Зависимость разгонного импульса при отлете КА с опорной орбиты ИСЛ высотой 100 км для интервала дат с 2024 по 2032 г. при попадании в полигон Капустин Яр приведена на рис. 9, *a*, аналогичная зависимость для 2024 г. показана на рис. 9, *б*. При возвращении лунного грунта на полигон Жезказган получились похожие зависи-

мости. Для каждой даты подлета длительность перелета Луна — Земля $\Delta t_{Л-З}$ составляла 4,5...6 сут. Были определены также максимальная и минимальная величины импульсов, обеспечивающие посадку в заданную точку на территории Российской Федерации.

При учете всех ограничений, в том числе на импульс разгона для перехода на орбиту ($\Delta V_{p,o} = 890$ м/с), существует возможность реализовать миссию в течение 2...8 месяцев для каждого года рассматриваемого интервала дат (см. рис. 9, а).

Траектории отлета и подлета взаимосвязаны, поэтому в настоящей статье приведены характеристики для рассмотренного выше примера траектории полета на Луну. Старт с ее поверхности происходит 10.09.2024 г. в 22:37:23 (UTC), при этом отлет к Земле начинается 11.09.2024 г. в 00:52:05 (UTC).

Окна старта с поверхности Луны в 2024 г. для максимальных импульсов (расположение красной кривой ниже оранжевой линии): находятся в диапазоне с января по март и с августа по декабрь; для минимальных импульсов (расположение синей кривой ниже оранжевой линии) — с января по апрель и с августа по декабрь.

Характеристики участка выведения КА на ТВ к Земле приведены ниже:

Участок полета	3 АУ
Дата	11.09.24
Время (UTC)	00:52:05
Длительность перелета $\Delta t_{Л-З}$, сут	~5,686
Длительность разгона Δt_p , с.....	42,449
Высота h_f , км	91,761
Угол γ , °	89,831
Угол ψ , °	0,046
Масса КА m_f , кг	205,110
Затраты топлива Δm_T , кг	64,316
Характеристическая скорость ΔV_x , м/с	882,667
Масса полезной нагрузки $m_{п.н}$, кг	~205,1

Величина импульса коррекции ТВ, проводимой через ~2 сут после отлета от Луны, равна ~25 м/с. Таким образом, для реализации выведения ВМ на траекторию полета к Земле необходим запас по характеристической скорости в ~913 м/с. При этом масса КА, доставляющего грунт на полигон Капустин Яр, будет равна ~203,5 кг. Для такой траектории возвращения для радиуса перигея $r_\pi = 6378,136$ км угол θ входа равен 52,4°.

Если затраты на выведение ВМ с Луны на опорную орбиту увеличатся до 1900 м/с, величина разгонного импульса — до 940 м/с, на коррекцию потребуется 30 м/с, то суммарная характеристическая скорость с момента отделения от РБ до доставки грунта на заданный

полигон на поверхности Земли составит: $(40 + 10 + 930 + 40 + 1800 + 1900 + 940 + 30)$ м/с = 5690 м/с, конечная масса сократится до ~195,2 кг.

Заключение. На основании проведенного исследования авторами настоящей статьи были сделаны следующие выводы.

1. Рассмотрено баллистическое проектирование миссий, включающих доставку лунного грунта на Землю. Учтены его особенности, возникающие ввиду ограничений на районы посадки на поверхность Земли и на углы входа КА в атмосферу Земли.

2. С помощью выбора наилучших схемы перелета и даты старта с Земли, при учете рассмотренных выше ограничений, решена задача минимизации суммарной характеристической скорости при проектировании миссий, включающих доставку лунного грунта в заданный район Российской Федерации. Выбранная схема перелета представляет собой траекторию «простого» прямого перелета от Земли к Луне с одноимпульсным переходом на конечную орбиту ИСЛ и «обратного» перелета от Луны к Земле с одноимпульсным разгоном с опорной орбиты (см. рис. 1).

3. Для возможности управления углом θ входа КА в атмосферу Земли предложен вариант получения начального приближения для методики построения траекторий возвращения. Он основан на решении двухпараметрической краевой задачи в центральном поле Земли, в результате выполнения которой для заданного радиуса перигея r_π малым варьированием длительности перелета $\Delta t_{Л-З}$ от Луны к Земле и времени подлета к Земле t_f добиваются попадания КА в окрестность полигона П на территории России (см. рис. 8).

4. Проведен анализ основных характеристик траекторий перелета Земля — Луна и траекторий возвращения Луна — Земля с 2024 по 2032 г. включительно. Приведены численные и графические (см. рис. 4, 9) результаты анализа.

5. Показано, что для заданной схемы выведения (РН типа «Союз-2.1б» с РБ типа «Фрегат» и двигательной установкой ВМ с тягой 500 кгс, удельным импульсом 330 с и массой ВМ 474 кг) с помощью выбора наилучшей схемы экспедиции, дат старта КА с Земли при отлете к Луне и старта с Луны при отлете к Земле, а также времен перелета Земля — Луна и Луна — Земля удастся сократить суммарную характеристическую скорость миссии с момента отлета с орбиты ИСЗ до попадания в поверхность Земли до ~5670 м/с. Конечная масса КА, попадающего на территорию Российской Федерации, будет равна ~203,5 кг. При этом угол θ входа КА в атмосферу Земли составит $52,4^\circ$. Если суммарная характеристическая скорость траектории полета КА возрастет до ~5690 м/с, то конечная масса сократится до ~195,2 кг, угол θ входа будет находиться в диапазоне $60 \pm 20^\circ$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Соловьев В.А., Лысенко Л.Н., Любинский В.Е. *Управление космическими полетами*. Лысенко Л.Н., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009, 446 с.
- [2] Егоров В.А., Гусев Л.И. *Динамика перелетов между Землей и Луной*. Москва, Наука, 1980, 543 с.
- [3] Охоцимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. *Основы механики космического полета*. Москва, Наука, 1990, 448 с.
- [4] Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М. Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли. *Успехи физических наук*, 1957, т. 63, № 1а, с. 33–50.
- [5] Ивашкин В.В. *Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстояния до планет*. Москва, Наука, 1975, 392 с.
- [6] Ивашкин В.В., Петухов В.Г. Траектории перелета с малой тягой между орбитами спутников Земли и Луны при использовании орбиты захвата Луной. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН № 81*, 2008, с. 1–32. URL: <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-81> (дата обращения 11.01.2020).
- [7] Нариманов Г.С., Тихонравов М.К., ред. *Основы теории полета космических аппаратов*. Москва, Машиностроение, 1972, 608 с.
- [8] Бычков А.Д., Ивашкин В.В. Проектно-баллистический анализ создания многоразовой транспортной системы Земля — Луна — Земля на основе ядерного ракетного двигателя. *Космонавтика и ракетостроение*, 2014, № 1, с. 68–76.
- [9] Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Лю В. Анализ оптимальных маневров разгона и торможения космического аппарата при его полете к Луне. *Космонавтика и ракетостроение*, 2015, № 1, с. 37–47.
- [10] Гордиенко Е.С., Худорожков П.А. К вопросу выбора рациональной траектории полета к Луне. *Вестник НПО имени С.А. Лавочкина*, 2016, № 1, с. 15–25.
- [11] Гордиенко Е.С., Худорожков П.А., Симонов А.В. Оптимизация траекторий возвращения с Луны для доставки лунного грунта в заданный район на поверхности Земли. *Вестник НПО имени С.А. Лавочкина*, 2019, № 3, с. 20–27.
- [12] Pavlak T.A., Howell K.C. Evolution of the out-of-lane amplitude for quasi-periodic trajectories in the Earth–Moon system. *Acta Astronautica*, 2012, no. 81, pp. 456–465.
- [13] Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В. Использование трехимпульсного перехода для выведения космического аппарата на орбиты искусственного спутника Луны. *Космические исследования*, 2017, т. 55, № 3, с. 207–217.
- [14] Гордиенко Е.С. Исследование оптимального трехимпульсного перехода на высокую орбиту ИСЛ. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 9. DOI 10.18698/2308-6033-2017-9-1667
- [15] Тучин А.Г. Определение параметров движения КА по результатам измерений при наличии шума в динамической системе. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН № 2*, 2004, с. 1–32. URL: <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2004-2> (дата обращения 11.01.2020).
- [16] Standish E.M. *JPL Planetary and Lunar Ephemerides*, DE405/LE405. 1998. JPL IOM 312.F-98-048.

Статья поступила в редакцию 10.02.2020

Ссылку на статью просим оформлять следующим образом:

Гордиенко Е.С., Симонов А.В., Худорожков П.А. Баллистическое проектирование миссий, включающих доставку лунного грунта на Землю. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 3.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-3-1967>

Гордиенко Евгений Сергеевич — канд. техн. наук; математик 2-й категории АО «НПО Лавочкина». e-mail: gordienko.evgeny@gmail.com

Симонов Александр Владимирович — канд. техн. наук; ведущий математик АО «НПО Лавочкина». e-mail: alex.simonov@laspace.ru

Худорожков Павел Александрович — ведущий математик АО «НПО Лавочкина». e-mail: pavelkhud@gmail.com

Ballistic design of missions involving the delivery of Lunar soil to the Earth

© E.S. Gordienko, A.V. Simonov, P.A. Khudorozhkov

Lavochkin Association, Khimki, 141402, Russia

The paper discusses the design of a mission for delivering lunar soil to the Earth. The analysis of its main stages is carried out. These stages include possible flight pattern selection, analysis of the flight from the Earth to the circular orbit of the Moon artificial satellite, determination of trajectories of removal from lunar surface into the reference orbit, the search for return paths that depart from the Moon and fall into a given area on the Earth's surface. A variant of determining the initial approximation for the method of return paths constructing is proposed. It is based on solving a two-parameter boundary value problem in the central field of the Earth. Varying the duration of the flight from the Moon to the Earth and the time of the spacecraft approach to the Earth, pointing return trajectory into vicinity of the polygon P is achieved for a given perigee radius. The article presents the main characteristics of the mission obtained using this technique.

Keywords: spacecraft, direct flight, return flight, lunar trajectories, polar orbit, return paths

REFERENCES

- [1] Solovyev V.A., Lysenko L.N., Lubinsky V.E. *Upravlenie kosmicheskimi poletami* [Control of space flights]. Moscow, BMSTU Publ., 2009, 446 p.
- [2] Egorov V.A., Gusev L.I. *Dinamika pereletov mezhdu Zemley i Lunoy* [Dynamics of flights between the Earth and the Moon]. Moscow, Nauka Publ., 1980, 543 p.
- [3] Okhotsimsky D.E., Sikharulidze, Yu.G. *Osnovy mekhaniki kosmicheskogo poleta* [Fundamentals of space flight mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 448 p.
- [4] Ohotsimsky D.E., Eneev D.E. *Uspehi fizicheskikh nauk – Advances of physical science*, 1957, vol. 63, no. 1a, pp. 33–55.
- [5] Ivashkin V.V. *Optimizatsiya kosmicheskikh manevrov pri ogranicheniyakh na rasstoyaniya do planet* [Optimization of space maneuvers with restrictions on distances to planets]. Moscow, Nauka Publ., 1975, 392 p.
- [6] Ivashkin V.V., Petukhov V.G. Traektorii pereleta s maloy tyagoy mezhdy orbitami sputnikov Zemli i Lunny pri ispolzovanii orbity zakhvata Lunoy [Low-thrust flightpath between the orbits of satellites of Earth and Moon using the orbit of capture by the Moon]. *Preprints of the Keldysh Institute of applied mathematics of the Russian Academy of Sciences*, no. 81, 2008, pp. 1–32. Available at: <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-81> (accessed January 11, 2020).
- [7] Narimanov G.S., Tikhonravov M.K., eds. *Osnovy teorii poleta kosmicheskikh apparatov* [Fundamentals of the theory of spacecraft flight]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972, 608 p.
- [8] Bychkov A.D., Ivashkin V.V. *Kosmonavtika i raketostroenye — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2014, no. 1, pp. 68–76.
- [9] Gordienko. E.S., Ivashkin V.V., Lu V. *Kosmonavtika i raketostroenye — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2015, no. 1, pp. 37–47.
- [10] Gordienko E.S., Khudorozhkov P.A. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*, 2016, no.1, pp. 15–25.

- [11] Gordienko E.S., Khudorozhkov P.A., Simonov A.V. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*, 2019, no. 3, pp. 20–27.
- [12] Pavlak T.A., Howell K.C. *Acta Astronautica*, 2012, no. 81, pp. 456–465.
- [13] Gordienko E.S., Ivashkin V.V. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2017, vol. 55, no. 3, pp. 207–217.
- [14] Gordienko E.S. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2017, iss. 9. DOI 10.18698/2308-6033-2017-9-1667
- [15] Tuchin A. G. Opredelenie parametrov dvizheniya kosmicheskogo apparata po rezultatam izmereniy pri nalichii shuma v dinamicheskoy sisteme [Determining parameters of spacecraft motion by results of measurements provided a noise is in a dynamic system]. *Preprints of the Keldysh Institute of applied mathematics of the Russian Academy of Sciences*, no. 2, 2004, pp. 1–32. Available at: <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2004-2> (accessed January 11, 2020).
- [16] Standish E.M. *JPL Planetary and Lunar Ephemerides*, DE405/LE405. 1998. JPL IOM 312.F-98-048.

Gordienko E.S. (b. 1990) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2013, completed postgraduate course at Bauman Moscow State Technical University in 2017, Cand. Sc. (Eng), Mathematician of the 2nd degree, Lavochkin Association. Author of 27 research publications in field of simulation, construction and optimization of lunar trajectories, as well as design and ballistic studies of lunar missions. e-mail: gordienko.evgenyy@gmail.com

Simonov A.V. (b.1981) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2005, completed postgraduate course at Lavochkin Association in 2010, Cand. Sc. (Eng), Leading Mathematician, Lavochkin Association. Author of 47 research publications in field of simulation, construction and optimization of interplanetary trajectories, design and ballistic studies of launch vehicles and interplanetary spacecrafts. e-mail: alex.simonov@laspace.ru

Khudorozhkov P.A. (b.1986) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2010, Leading Mathematician, Lavochkin Association. Author of 5 research publications in field of simulation, construction and optimization of lunar trajectories, design and ballistic studies of lunar missions. e-mail: pavelkhud@gmail.com