

**Численное исследование влияния профиля ролика  
и перекоса колец на нормальное давление в области  
контакта ролика с дорожками качения  
цилиндрического роликового подшипника**

© Я.М. Клебанов, В.Р. Петров, И.Е. Адеянов

Самарский государственный технический университет,  
Самара, 443100, Россия

*Неоднородность распределения контактного давления, возникающая при эксплуатации между роликами и кольцами подшипника ввиду перекоса, влияет на долговечность и динамику движения деталей подшипников. В статье изложен модифицированный метод расчета контактного давления по теории, основанной на использовании уравнения Буссинеску. Дана оценка эффективности этого метода. Приведены результаты численного моделирования распределения давления в контакте ролика с дорожкой качения внутреннего кольца цилиндрического роликового подшипника для различных профилей ролика, нагрузок, углов перекоса. Показано, что логарифмический профиль создает наименьшую концентрацию давления на концах ролика.*

**Ключевые слова:** цилиндрический роликовый подшипник, краевые концентраторы, пик напряжений, контактное давление, профиль ролика, контактное сближение

**Введение.** Долговечность цилиндрического роликового подшипника в значительной степени зависит от величины нормального давления в области контакта ролика с дорожками качения внутреннего и наружного колец [1–4]. Для нахождения значений среднего по длине ролика контактного давления наиболее часто используются зависимости, полученные Герцом [5, 6]. При эксплуатации между кольцами и роликами возникает перекося, и распределение нагрузки вдоль длины образующей ролика становится существенно неоднородным, что не учитывается в уравнениях Герца, а неоднородность влияет на долговечность и динамику движения деталей подшипника.

Для учета неоднородности распределения контактного давления было предложено [7, 8] разбивать ролик по длине на участки (или диски), полагая, что в пределах одного такого участка давление, силы и деформация будут постоянными и их можно рассчитать по уравнениям Герца. На основании этого решен ряд задач по определению давления в области контакта роликов с дорожками качения и распределению нагрузки между телами качения при различных углах перекося и радиальных зазорах. Однако это не дало объяснений наблюдаемому на практике повышенному износу вблизи краев ролика, вызванному концентрацией давления, что при таком подходе не учитывается.

Следующим шагом в развитии метода разбиения на участки стали наложение на область контакта двумерной сетки и учет взаимосвязи деформации и давления на соседних участках области контакта, причем степень зависимости одного участка от другого определялась расстоянием между центрами участков. Такой метод, основанный на использовании уравнения Буссинеску, предложен в работе [9] и усовершенствован в работах [10–12].

В качестве альтернативного предлагаем подход, основанный на методе конечных элементов, который широко применяется в расчетах при определении напряженно-деформированного состояния деталей подшипника, в частности для решения контактных задач взаимодействия тел и колец подшипника с дорожками качения [13], тел качения и сепараторов [14]. Это позволяет достаточно точно учитывать особенности геометрии рассматриваемых деталей, определяя напряженно-деформированное состояние деталей подшипника непосредственно в рабочих условиях в зависимости от начальных натягов или зазоров, температурных полей, величины и направления приложенных внешних нагрузок, скорости вращения и перекосов колец и роликов. Для проведения расчетов с помощью метода конечных элементов требуется больше подготовительного и машинного времени. Однако поскольку при решении задачи динамики подшипников качения требуется многократно определять контактное взаимодействие всех тел качения с обоими кольцами, этим методом нельзя воспользоваться. Полученные до настоящего времени решения выполнялись только в предельно упрощенной двумерной постановке.

Исходя из изложенного для решения задач совершенствования формы поверхности качения роликов и задач динамики наибольший интерес представляет метод Хартнетта [11, 12]. При его разработке были учтены имевшиеся на тот момент возможности компьютерной техники, которая имела ограниченный объем оперативной памяти и не обладала точностью представления чисел — необходимыми условиями для обеспечения сходимости вычислительных процедур. Поэтому для повышения обусловленности систем линейных уравнений была разработана сложная итерационная иерархическая процедура.

В настоящей работе рассмотрена модификация метода Хартнетта, повышающая его эффективность в расчетах с использованием современной вычислительной техники, и показана возможность его применения к решению некоторых практических задач.

**Метод решения задачи.** В основе метода лежит использование интеграла Буссинеску для давления и перемещения в контакте упругого тела с жестким полупространством [11, 12]. С упругим телом 1 (рис. 1) связана система координат  $(x_1, z_1)$ , а с телом 2 —  $(x_2, z_2)$ . Ось  $z_1$  направлена в сторону тела 1, а ось  $z_2$  — в сторону тела 2, оси  $x_1$  и  $x_2$

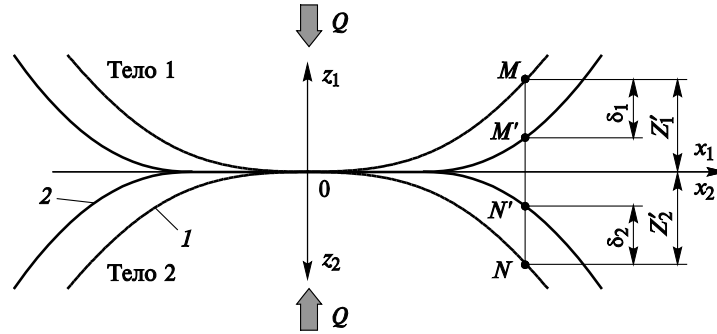


Рис. 1. Контакт двух упругих тел до (1) и после (2) приложения нагрузки

направлены по касательной к области контакта, они совпадают. Произвольная точка  $M$  находится на поверхности тела 1, а точка  $N$  — на поверхности тела 2. Точки  $M$  и  $N$  выбраны так, чтобы они были на линии, параллельной осям  $z_1$  и  $z_2$ :

$Z_1'$  — расстояние от осей  $x_1$  и  $x_2$  до точки  $M$ ,  $Z_2'$  — до точки  $N$ ;

$Z_1' + Z_2'$  — расстояние между точками  $M$  и  $N$  до приложения нагрузки.

Под действием силы  $Q$  тела 1 и 2 деформируются и приводятся в контакт, при этом точка  $M$  смещается на расстояние  $\delta_1$ , а точка  $N$  — на расстояние  $\delta_2$ .  $M'$  и  $N'$  — новое положение точек  $M$  и  $N$  после приложения нагрузки и деформации тел 1 и 2. Интеграл Буссинеску устанавливает зависимость между деформацией в произвольной точке области контакта и распределением давления по этой области. Для контакта двух упругих тел (см. рис. 1) в соответствии с этой зависимостью можно получить уравнение

$$Z_1' + Z_2' + \left( \frac{(1 - \epsilon_1^2)}{\pi E_1} + \frac{(1 - \epsilon_2^2)}{\pi E_2} \right) \iint_A \frac{p(x', y')}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}} dx' dy' = \alpha, \quad (1)$$

где  $Z_1'$  — расстояние от точки на поверхности недеформированного тела 1 до оси  $x_1$ ;  $Z_2'$  — расстояние от точки на поверхности недеформированного тела 2 до оси  $x_2$ ;  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  — коэффициенты Пуассона тел 1 и 2;  $E_1$ ,  $E_2$  — модули упругости тел 1 и 2;  $p(x, y)$  — контактное давление в точке  $(x, y)$ ;  $x, y$  — координаты произвольной точки, лежащей внутри области контакта;  $\alpha$  — сближение тел 1 и 2 под действием нагрузки,  $\alpha = \delta_1 + \delta_2$ ;  $A$  — область контакта.

Выражение (1) называется уравнением Фреймгольма, в котором неизвестными являются область контакта  $A$ , значение сближения тел  $\alpha$  и распределение давления по области контакта  $p(x', y')$ . Кроме

того, интеграл от давления по области контакта должен равняться приложенному нормальному контактному усилию  $Q$ :

$$\iint_A p(x, y) dx dy = Q. \quad (2)$$

Очевидно, что для точек, лежащих внутри области контакта, давление должно быть положительным:

$$p(x, y) > 0 \quad \text{для } x, y \in A. \quad (3)$$

Задача о нахождении величины сближения двух тел, области контакта и распределения давления по ней сводится к решению системы уравнений (1), (2) и (3), решить которую в аналитическом виде не представляется возможным. В целях создания численной процедуры область контакта следует разбить на прямоугольные участки. Давление на каждом участке принимается постоянным, и тогда интегралы в уравнениях (1) и (2) заменяются конечными суммами по всем участкам области контакта. Замена интегрального уравнения (1) конечной суммой дает систему линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^N f_{ij} p_j = D_i \quad \text{для } i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где  $D_i = \alpha - Z'_{1i} - Z'_{2i}$  — деформация на участке  $i$  рассматриваемой области;  $Z'_{1i}, Z'_{2i}$  — расстояния от центров участков до оси  $x$ ;  $p_j$  — нормальное контактное давление в центре участка  $j$ ;  $f_{ij}$  — коэффициент влияния давления на участке  $j$  на деформацию на участке  $i$ ;  $N$  — количество участков, на которые разбита рассматриваемая область.

Неизвестной величиной в этой системе является среднее давление на каждом участке. Коэффициенты влияния определяются по формуле, полученной в результате интегрирования уравнения (1) по частям на исходной области контакта размерами  $2a \times 2b$ :

$$f_{ij}(\bar{x}, \bar{y}) = \left( \frac{(1 - \varepsilon_1^2)}{\pi E_1} + \frac{(1 - \varepsilon_2^2)}{\pi E_2} \right) \left\{ (\bar{x} + b) \ln \left( \frac{(\bar{y} + a) + \sqrt{(\bar{y} + a)^2 + (\bar{x} + b)^2}}{(\bar{y} - a) + \sqrt{(\bar{y} - a)^2 + (\bar{x} + b)^2}} \right) + \right. \\ \left. + (\bar{y} + a) \ln \left( \frac{(\bar{x} + b) + \sqrt{(\bar{y} + a)^2 + (\bar{x} + b)^2}}{(\bar{x} - b) + \sqrt{(\bar{y} + a)^2 + (\bar{x} - b)^2}} \right) \right\} +$$

$$\begin{aligned}
 & +(\bar{x}-b) \ln \left( \frac{(\bar{y}-a)+\sqrt{(\bar{y}-a)^2+(\bar{x}-b)^2}}{(\bar{y}+a)+\sqrt{(\bar{y}+a)^2+(\bar{x}-b)^2}} \right) + \\
 & +(\bar{y}-a) \ln \left( \frac{(\bar{x}-b)+\sqrt{(\bar{y}-a)^2+(\bar{x}-b)^2}}{(\bar{x}+b)+\sqrt{(\bar{y}-a)^2+(\bar{x}+b)^2}} \right) \Bigg\}, \tag{5}
 \end{aligned}$$

где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  — расстояния по осям  $x$  и  $y$  между центрами участков  $i$  и  $j$ ;  $a$ ,  $b$  — половины длины и ширины рассматриваемой прямоугольной области вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно.

Замена интеграла конечной суммой приводит к замене условия (2) условием

$$\sum_{j=1}^N p_j \Delta S = Q. \tag{6}$$

Таким образом, можно решить систему уравнений, состоящую из линейных уравнений (4) с коэффициентами, которые определяются по формуле (5), с силовым ограничением (6) и условием неотрицательных давлений (3). Решение этой системы позволяет определить сближение между телами и размеры области контакта.

Главной проблемой, с которой столкнулся Хартнетт, решая эту задачу в 1977 г., была плохая обусловленность системы линейных уравнений (4) — определитель матрицы коэффициентов был близок к нулю. Это происходило вследствие присутствия малых величины в матрице коэффициентов. В связи с малым количеством разрядов в регистрах и ячейках памяти в вычислительных средствах в 1970-е годы точность представления вещественных чисел была недостаточной. Поэтому Хартнетт «разрезал» область контакта на несколько областей малого размера, что привело к решению системы, состоящей всего из нескольких уравнений. Потом с помощью итерации он связал эти решения в одно целое.

Благодаря современным вычислительным средствам описанную процедуру удалось исключить, что дало возможность разработать и реализовать существенно более эффективный алгоритм решения системы уравнений (3) – (6). Блок-схема алгоритма поиска сближения тел 1 и 2, обобщенная таким образом, чтобы соблюдалось условие сходимости к заданной нагрузке, представлена на рис. 2.

Блок-схема алгоритма определения размеров области контакта, распределения давления по этой области и суммарного усилия по величине сближению тел 1 и 2 представлена на рис. 3.

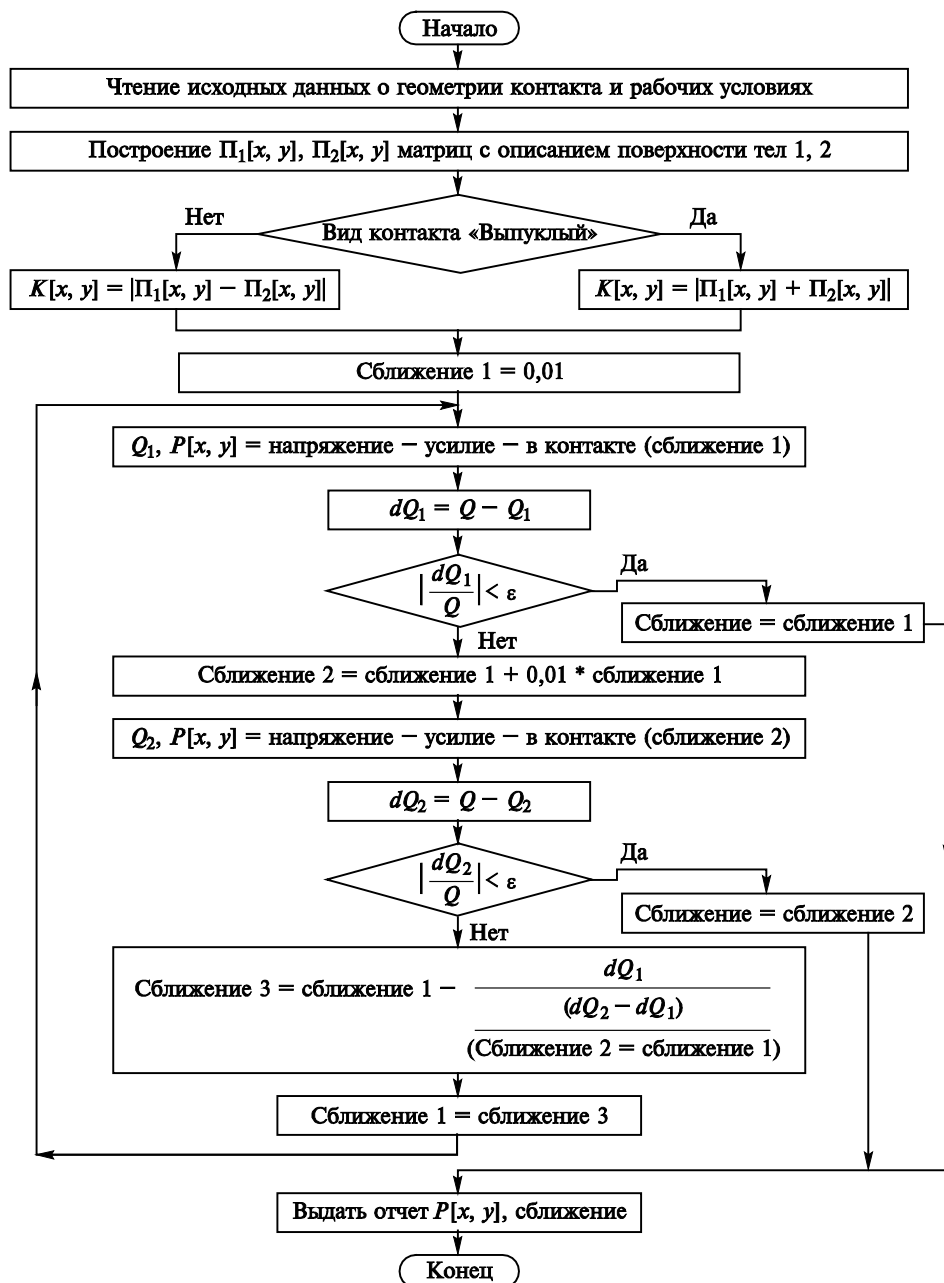


Рис. 2. Блок-схема алгоритма решения задачи поиска сближения тел 1 и 2:

$\Pi_1[x, y]$  — матрица, описывающая поверхность тела 1;  $\Pi_2[x, y]$  — матрица, описывающая поверхность тела 2;  $K[x, y]$  — матрица расстояний между поверхностями тел 1 и 2;  $Q$  — приложенное усилие в области контакта тел 1 и 2, заданное в исходных данных;  $Q_1$  — вычисленное усилие в области контакта тел 1 и 2 для первого варианта сближения;  $dQ_1$  — разность между приложенным и вычисленным усилием в области контакта тел 1 и 2 для первого варианта сближения;  $Q_2$  — вычисленное усилие в области контакта тел 1 и 2 для второго варианта сближения;  $dQ_2$  — разность между приложенным и вычисленным усилием в области контакта тел 1 и 2 для второго варианта сближения;  $\varepsilon$  — допустимая относительная ошибка для усилия в области контакта

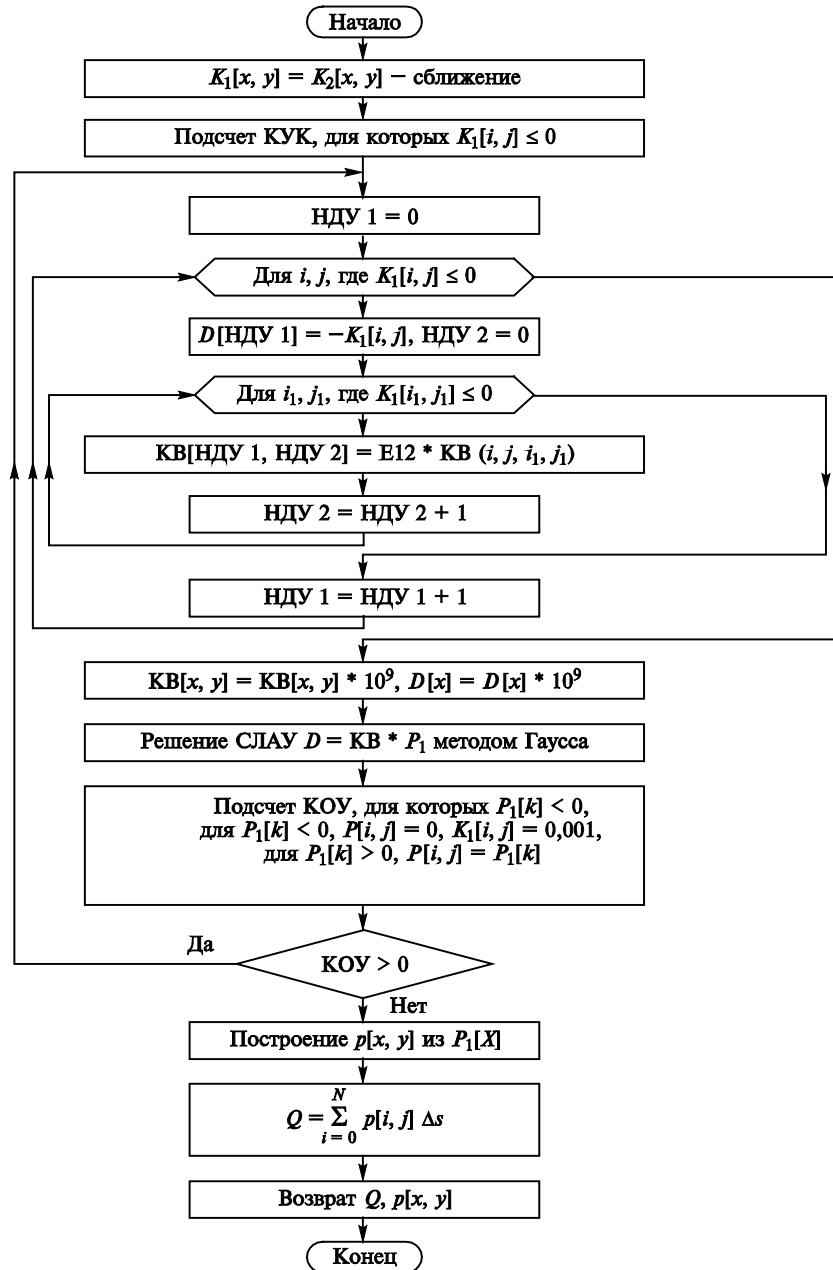


Рис. 3. Блок-схема алгоритма функции напряжение — усилие — при контакте (сближение):

$K_1[x, y]$  — матрица расстояния между поверхностями тел 1 и 2 после их сближения; КУК — количество участков при контакте; НДУ1, НДУ2 — счетчики деформированных участков;  $i, j, i_1, j_1$  — счетчики участков;  $E_{12}$  — совместный модуль упругости для контакта тел 1 и 2;  $КВ(i, j, i_1, j_1)$  — коэффициент влияния участка  $(i_1, j_1)$  на участок  $(i, j)$ , определяемый с помощью выражения (5);  $КВ[x, y]$  — матрица коэффициентов влияния одного участка на другой;  $D[x]$  — столбец деформации на участках области контакта;  $p_1[x]$  — столбец давления на участках области контакта; КОУ — количество участков контакта, на которых отрицательное давление;  $p[x, y]$  — матрица давления на участках области контакта;  $Q$  — усилие при контакте тел 1 и 2, полученное интегрированием давления по площади

Алгоритм, приведенный на рис. 3, вызывается из алгоритма, изображенного на рис. 2, как функция напряжение — усилие — в контакте (сближение). Принцип работы этого алгоритма состоит в следующем: из матрицы расстояния между поверхностями тел 1 и 2 вычитается  $K[x, y]$  сближение, заданное алгоритмом на рис. 2. Отрицательные элементы полученной матрицы соответствуют участкам, находящимся в контакте. Далее, участки, находящиеся в контакте, участвуют в построении системы линейных уравнений, отражающих зависимость между деформацией и давлением на участках.

Полученная система линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса. Если результат решения содержит отрицательные значения давления на каких-либо участках, то такие участки считаются ненагруженными и на следующей итерации исключаются из области контакта. Для уточненной контактной области повторно идет процесс построения системы линейных уравнений, ее решения и нахождения значений давления. Этот процесс повторяется до тех пор, пока результат решения будет содержать отрицательные значения давления. После нахождения фактических размеров контактной области и распределения давления на ней, вычисляется усилие в области контакта. Эти результаты передаются в алгоритм поиска (см. рис. 2). Если относительное отклонение вычисленного усилия в области контакта от приложенного меньше заданной малой величины  $\varepsilon$ , то алгоритм заканчивает свою работу и выдает полученное распределение давления в области контакта. В противном случае идет корректировка сближения тел и процесс повторяется снова.

**Выбор наилучшего профиля ролика роликоподшипника.** Разработанная программа использовалась для выбора профиля ролика подшипника с короткими цилиндрическими роликами типоразмера 32206. Дорожка качения внутреннего кольца имеет форму прямого кругового цилиндра диаметром 38,5 мм. Для ролика рассмотрено несколько видов профилей (рис. 4):

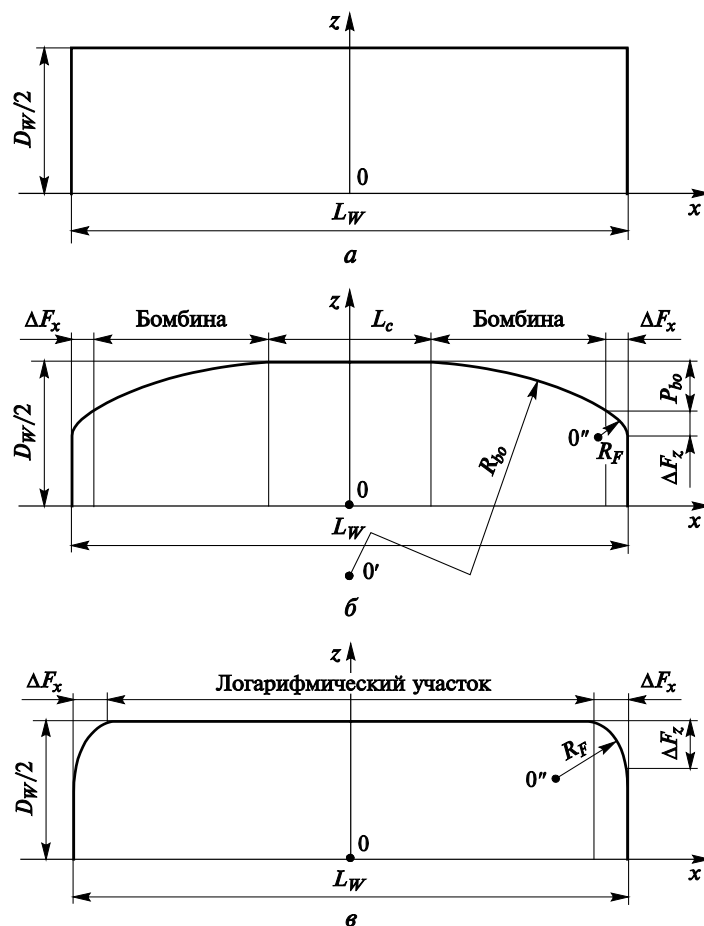
- 1) прямой круговой цилиндрический;
- 2) бомбинированный с прямым участком и фасками;
- 3) логарифмический с фасками [15].

Зона области контакта разбита на квадратные участки. Параметры геометрии, механические свойства материала и условия нагружения ролика приведены ниже:

Диаметр ролика $D_W$ , мм.....	7,5
Полная длина ролика $L_W$ , мм .....	7,5
Модуль упругости материала ролика $E_W$ , Гпа .....	201
Коэффициент Пуассона материала ролика $\varepsilon_W$ .....	0,3
Диаметр дорожки качения внутреннего кольца $D_{в.к.}$ , мм .....	38,5
Модуль упругости материала внутреннего кольца $E_{в.к.}$ , Гпа....	201
Коэффициент Пуассона материала внутреннего кольца $\varepsilon_{в.к.}$ .....	0,3



Нагрузка $Q$ , Н:	
малая .....	583
средняя.....	1167
большая .....	2334
Угол $\varphi$ перекоса ролика:	
нет перекоса .....	$0^{\circ}0'$
малый перекос.....	$0^{\circ}4'$
большой перекос.....	$0^{\circ}8'$



**Рис. 4.** Ролики с профилями

*a* — прямой круговой цилиндр; *б* — цилиндрический с бомбиной и фасками; *в* — логарифмический с бомбиной и фасками;  $D_w$  — диаметр ролика;  $L_w$  — длина ролика;  $L_c$  — длина цилиндрического участка;  $\Delta F_x$  — длина фаски;  $\Delta F_z$  — высота фаски;  $R_F$  — радиус кривизны фаски;  $P_{bo}$  — свес бомбины;  $R_{bo}$  — радиус кривизны бомбины

Параметры профилей, для которых выполнялись расчеты, приведены в табл. 1. Профили № 2 и 3 отличаются один от другого величиной свеса бомбины  $P_{bo}$ , профили № 4 и 5 — величиной выпуклости, определяемой коэффициентом при логарифмической функции в уравнении профиля.

Таблица 1

## Рассмотренные профили ролика

Номер профиля	Наименование профиля	Характерные параметры
1	Прямой круговой цилиндрический	$D_W = 7,5$ мм; $L_W = 7,5$ мм
2	Бомбинированный с прямым цилиндрическим участком и фасками со свесом бомбины $P_{bo} = 0,0032$ мм	$D_W = 7,5$ мм; $L_W = 7,5$ мм; $L_c = 4$ мм; $\Delta F_x = 0,5$ мм; $\Delta F_z = 0,5$ мм; $R_F = 0,6$ мм
3	Бомбинированный с прямым цилиндрическим участком и фасками со свесом бомбины $P_{bo} = 0,0065$ мм	$D_W = 7,5$ мм; $L_W = 7,5$ мм; $L_c = 4$ мм; $\Delta F_x = 0,5$ мм; $\Delta F_z = 0,5$ мм; $R_F = 0,6$ мм
4	Логарифмический профиль с малой выпуклостью	$Z = 0,000443 \cdot \ln \frac{1}{1 - 0,093757 \cdot x^2}$ $\Delta F_x = 0,5$ мм; $\Delta F_z = 0,5$ мм; $R_F = 0,6$ мм
5	Логарифмический профиль с большой выпуклостью	$Z = 0,002217 \cdot \ln \frac{1}{1 - 0,093757 \cdot x^2}$ $\Delta F_x = 0,5$ мм; $\Delta F_z = 0,5$ мм; $R_F = 0,6$ мм

Таблица 2

## Результаты решения контактной задачи при разбиении на различное количество участков

Число участков: вдоль длины ролика/ в поперечном направлении	Длина стороны участка, мм	Относительное время счета	Максимальное давление в контакте, МПа	Давление в середине контакта, МПа	Сближение, мм
50/1	0,1500	1	1446	1271	0,005957
100/3	0,0750	9	1699	1550	0,006109
150/3	0,0500	114	1645	1493	0,006093
200/5	0,0375	594	1648	1465	0,006072
250/7	0,0300	2137	1671	1483	0,006103
300/7	0,0250	6404	1638	1465	0,006084
350/9	0,0214	14 853	1685	1473	0,006091

Для оценки влияния количества участков на точность решения и затраты машинного времени были выполнены расчеты для области контакта дорожки качения и бомбинированного ролика со свесом бомбины 0,0032 мм в случае отсутствия перекоса под действием силы 2334 Н (табл. 2).

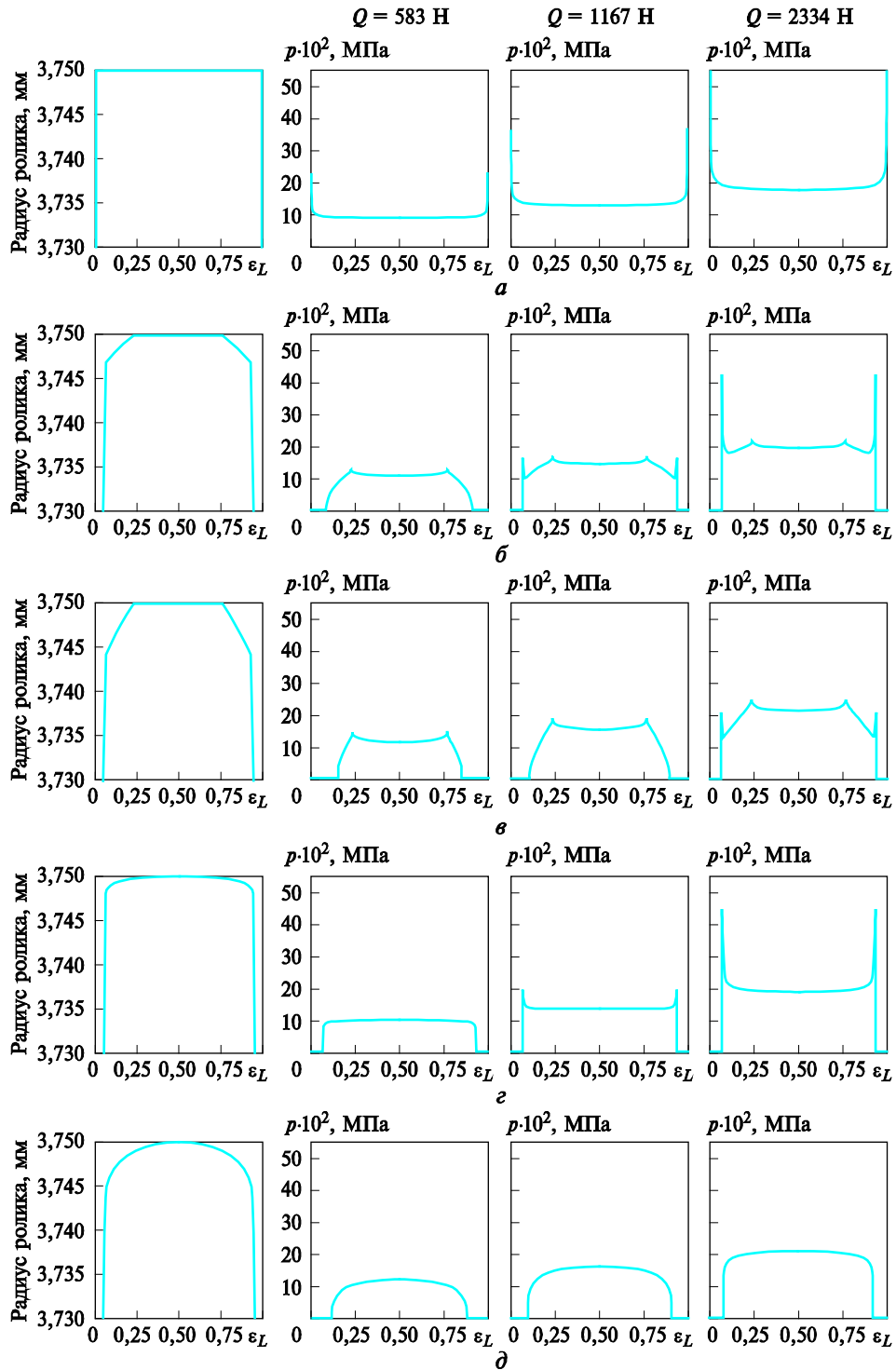
Время счета для разбиения на 50 участков принято за единицу. Оно соответствует примерно 1 с при расчете на компьютере с процес-

сором Intel (R) Celeron (R) CPU N2830 2,16 ГГц и 4 Гб оперативной памяти. Как видно из табл. 1, с увеличением количества участков и уменьшением их размера время решения задачи резко возрастает. В случае 150 участков и больше дальнейшего уточнения решения не происходит — значения давления изменяются в пределах  $\pm 3\%$ , в связи с этим впоследствии осуществлялось разбиение только на 150 участков.

При численном пошаговом решении задачи многомассовой динамики подшипника на каждом шаге по заданному сближению ролика и колец следует рассчитать возникающую при этом контактную силу. Для этого необходимо выполнить только одну итерацию (рис. 3). Когда для заданной силы определяется соответствующая величина контактного сближения, в расчете выполняется в среднем пять итераций.

Решение задач многомассовой динамики роликоподшипников предусматривает использование высокопроизводительных компьютеров, поэтому предложенную процедуру можно рекомендовать для проведения таких расчетов. Она позволяет достигнуть баланса между точностью и рациональными затратами машинного времени.

Результаты расчета распределения контактного давления приведены на рис. 5 и 6, на которых показаны параметры для пяти профилей ролика: прямого кругового цилиндрического (*a*); бомбинированного профиля с прямыми цилиндрическим участком и фасками со свесом бомбины  $P_{bo} = 0,0032$  мм (*б*); бомбинированного профиля с прямым цилиндрическим участком и фасками со свесом бомбины  $P_{bo} = 0,0065$  мм (*в*); логарифмический профиль с малой выпуклостью (*г*); логарифмический профиль с большой выпуклостью (*д*). На графиках видно, что прямой круговой цилиндрический профиль дает пики контактного давления на краях ролика, которое значительно возрастает с увеличением нагрузок на ролик и при перекосе ролика относительно дорожки качения внутреннего кольца. Для бомбинированного ролика со свесом бомбины  $P_{bo} = 0,0032$  мм эти пики заметно меньше. При малой (583 Н) и средней (1167 Н) нагрузке пики снижаются еще больше для ролика со свесом бомбины  $P_{bo} = 0,0065$  мм. Следовательно, с увеличением свеса бомбины пики контактного давления на краях ролика уменьшаются. Небольшие пики сохраняются в местах сопряжения различных участков профиля: цилиндр — бомбина, бомбина — фаска. Логарифмический профиль с малой выпуклостью (коэффициент при логарифмической функции  $k = 0,000443$ ) также устраняет краевые пики контактного давления для малой и средней нагрузки, а логарифмический профиль с большой выпуклостью ( $k = 0,002217$ ) полностью устраняет их и при большой нагрузке (2234 Н), и при угле перекоса  $0^\circ 8'$ . Однако для логарифмического профиля с большой выпуклостью контактное давление в середине ролика больше, чем для профиля с малой выпуклостью.



**Рис. 5.** Распределение нормального давления вдоль центральной линии контакта ролика с дорожкой качения внутреннего кольца для различных профилей ролика, при разных нагрузках и при перекосе  $\varphi = 0^\circ 0'$  ( $\varepsilon_L$  — относительная длина ролика)

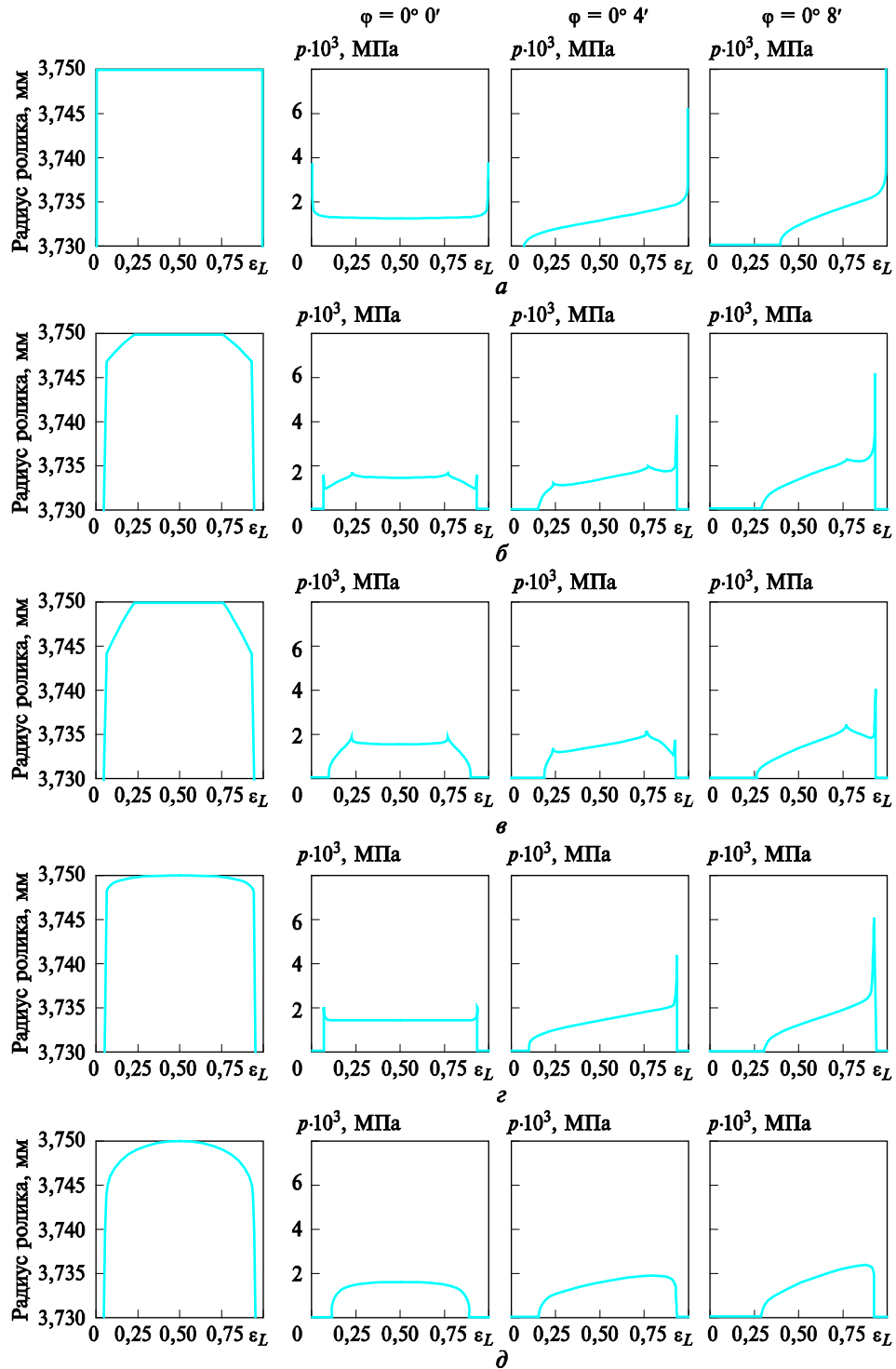
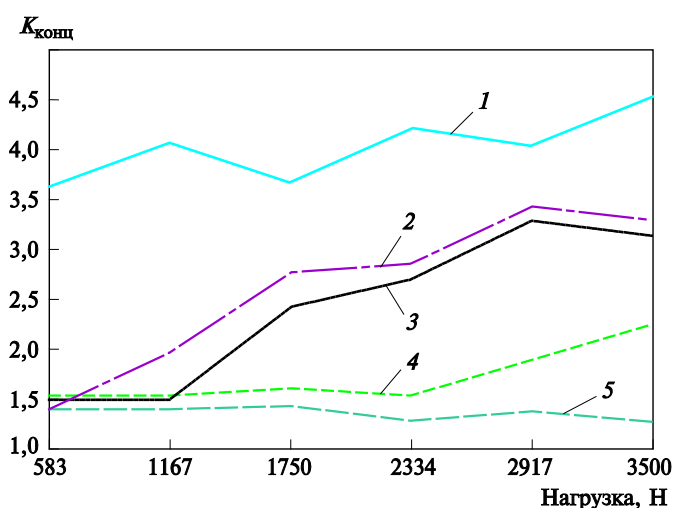


Рис. 6. Распределение нормального давления вдоль центральной линии контакта ролика с дорожкой качения внутреннего кольца для различных профилей ролика при углах перекоса ролика  $\varphi = 0^{\circ}0'$ ;  $0^{\circ}4'$ ;  $0^{\circ}8'$  и постоянной нагрузке  $Q = 1167$  Н



**Рис. 7.** Зависимость коэффициента концентрации от нагрузки и профиля ролика:

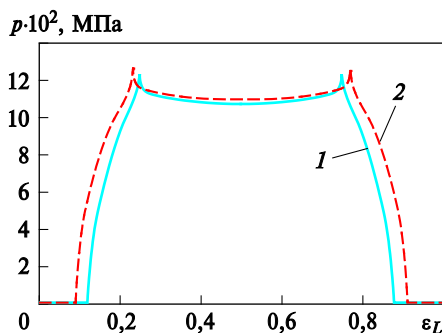
1 — прямой круговой цилиндрический; 2 — логарифмический профиль с малой выпуклостью; 3 — бомбинированный профиль с прямым цилиндрическим участком, фасками и свесом бомбины  $P_{bo} = 0,0032$  мм; 4 — бомбинированный профиль с прямым цилиндрическим участком, фасками и свесом бомбины  $P_{bo} = 0,0065$  мм; 5 — логарифмический профиль с большой выпуклостью

На рис. 7 приведены графики зависимости коэффициентов концентрации ( $K_{конц}$ ) контактных напряжений от нагрузки для различных профилей ролика при нулевом перекосе. Коэффициент концентрации контактных напряжений представляет собой отношение максимального давления к среднему давлению в контакте. Из рис. 7 видно, что при нагрузках более 1167 Н самым лучшим с точки зрения минимальной концентрации напряжений можно считать логарифмический профиль с большой выпуклостью, когда  $k = 0,002217$ . График зависимости коэффициента концентрации напряжений бомбинированных профилей от нагрузки имеет изгиб, объясняемый переходом максимума давления из средней части контактной области на край по мере увеличения нагрузки.

Приведенные результаты были выборочно сопоставлены с результатами, полученными методом конечных элементов в пакете ANSYS. Между ними выявлено хорошее соответствие. В качестве примера на рис. 8 представлено распределение давления вдоль центральной линии области контакта, полученное с помощью двух методов. Для примера был выбран ролик с бомбинированным профилем, имеющий длину цилиндрического участка 4 мм, свес бомбины 0,0032 мм и фасок, каждая из которых имеет длину 0,5 мм, высоту 0,5 мм и радиус 0,6 мм. Приложенная нормальная нагрузка составляла 583 Н, перекос ролика отсутствовал.

**Рис. 8.** Сравнение значений давления в области контакта, полученных методом конечных элементов (1) и модифицированным методом Хартнетта (2) для бомбинированного профиля:

$\varepsilon_L$  — относительная длина ролика



**Заключение.** Преимуществами модифицированного метода Хартнетта являются достаточно высокая точность определения контактного давления, малые затраты машинного времени, быстрая и простая подготовка расчетной модели. Это позволяет рекомендовать его к использованию при проектировании профиля ролика роликовых подшипников качения, а также при решении задач многомассовой динамики роликовых подшипников и опор.

Выполненные расчеты показали, что логарифмический профиль ролика имеет преимущество перед прямым круговым цилиндрическим и бомбинированным профилями, поскольку устраняет концентрацию давления в местах сопряжения различных участков профиля. Степень выпуклости логарифмического профиля следует выбирать исходя из ожидаемых нагрузок и перекосов ролика.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Батенков С.В. Анализ влияния перекоса на долговечность цилиндрических роликоподшипников. *Труды ВНИИПП*, 1979, № 3, с. 111–121.
- [2] Батенков С.В. *Влияние перекоса на долговечность роликоподшипников (обзор)*. Москва, Изд-во НИИНАВТОПРОМ, 1981, 46 с.
- [3] Батенков С.В. Оптимизация конструкции цилиндрических роликоподшипников. *Труды ВНИИПП*, 1982, № 3, с. 28–37.
- [4] Lundberg G. *Cylinder Compressed Between Two Plane Bodies*. SKF Reg. 4134, 1949, p. 130.
- [5] Hertz H. *Miscellaneous Papers. Ch. 5. On the Contact of Elastic Solids*. Translation by Jones D.E. London, Macmillan and Co. Ltd., 1896.
- [6] Hertz H. *Miscellaneous Papers. Ch. 6. On the Contact of Elastic Solids and Hardness*. Translation by Jones D.E. London, Macmillan and Co. Ltd., 1896.
- [7] Лю Й. Влияние несоосности на долговечность цилиндрических роликовых подшипников. *Проблемы трения и смазки*, 1971, № 1, с. 63–70.
- [8] Хэррис Т. Влияние перекоса на усталостную долговечность цилиндрических роликоподшипников с закругленными роликами. *Проблемы трения и смазки*, 1969, № 2, с. 91–101.
- [9] Сингх К.П., Пол Б. Концентрация напряжений в роликах со скругленными концами. *Конструирование*, 1975, № 3, с. 193–198.

- [10] Оу К.П., Трахман Е.Г. Численный метод проектирования профилированных элементов качения. *Проблемы трения и смазки*, 1976, № 4, с. 68–75.
- [11] Хартнетт М. Анализ контактных напряжений в роликоподшипниках. *Проблемы трения и смазки*, 1979, № 1, с. 109–114.
- [12] Hartnett M.J. A General Numerical Solution for Elastic Body Contact Problems. *Solid contact and lubrication AMD ASME*, 1980, vol. 39, pp. 51–66.
- [13] Harris T.A., Kotzalas M.N. *Advanced Concepts of Bearing Technology*. New York, Taylor and Francis Group, 2007, 352 p.
- [14] Клебанов Я.М., Мурашкин В.В., Данильченко А.И., Адеянов И.Е. Нагрузки и напряженно-деформированное состояние сепараторов подшипников ГТД. *Известия вузов. Авиационная техника*, 2017, № 4, с. 162–165.
- [15] Johns P., Gohar R. Roller bearings under radial and eccentric loads. *Tribology International*, 1981 (14), pp. 131–136.

Статья поступила в редакцию 29.09.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Клебанов Я.М., Петров В.Р., Адеянов И.Е. Численное исследование влияния профиля ролика и перекося колец на нормальное давление в области контакта ролика с дорожками качения цилиндрического роликового подшипника. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 10.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-10-1927>

**Клебанов Яков Мордухович** — д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Механика» ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет». Область научных интересов: компьютерное моделирование прикладных задач, анализ и проектирование подшипников качения, анализ и приложения компьютерных программ, конечно-элементный анализ с использованием CAE ANSYS. Автор более 160 научных работ. e-mail: jklebanov@mail.ru

**Петров Виктор Робертович** — аспирант кафедры «Механика» ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет». Область научных интересов: анализ и проектирование подшипников качения. e-mail: qpetrov@yandex.ru

**Адеянов Игорь Евгеньевич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Механика» ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет». Область научных интересов: компьютерное моделирование прикладных задач, анализ и приложения компьютерных программ, конечно-элементный анализ с использованием CAE ANSYS. Автор более 30 научных работ. e-mail: adigorev@gmail.com



## Numerical study of the effect of roller profile and ring skew on roller raceways contact pressure in cylindrical roller bearing

© J.M. Klebanov, V.R. Petrov, I.E. Adeyanov

Samara State Technical University, Samara, 443100, Russia

*Occurring during operation inhomogeneity of the contact pressure distribution between the rollers and the bearing rings due to skew affects the durability and dynamics of the bearing parts. The article describes a modified method of normal contact pressure determination according to the theory, based on the Boussinesque equation. The efficiency of the method is estimated and results of numerical simulation of normal contact pressure distribution in the contact of the roller with the raceway of the inner ring of the cylindrical roller bearing for different roller profiles, loads, and skew angles are presented. It is shown that the logarithmic profile creates the lowest pressure concentration at the ends of the roller.*

**Keywords:** cylindrical roller bearing, edge concentrators, stress peak, contact pressure, roller profile, body contact

### REFERENCES

- [1] Batenkov S.V. *Trudy VNIIP (Journal of All-Union Research Institute of the Bearing Industry)*, 1979, no. 3, pp. 111–121.
- [2] Batenkov S.V. *Vliyanie perekosa na dolgovechnost rolikopodshipnikov (obzor) [The effect of skewing on the service life of roller bearings (review)]*. Moscow, NIIAVTOPROM Publ., 1981, 46 p.
- [3] Batenkov S.V. *Trudy VNIIP (Journal of All-Union Research Institute of the Bearing Industry)*, 1982, no. 3, pp. 28–37.
- [4] Lundberg G. *Cylinder Compressed Between Two Plane Bodies*. Göteborg, Sweden, SKF Publ., 1949, p. 130.
- [5] Hertz H. *Miscellaneous Papers*. London, Macmillan and Co. Ltd., 1896, Ch. 5.
- [6] Hertz H. *Miscellaneous Papers*. London, Macmillan and Co. Ltd., 1896, Ch. 6.
- [7] Liu J.Y. *Problemy treniya i smazki — Journal of Lubrication Technology*, 1971, vol. 93, no. 1, pp. 60–68.
- [8] Harris T.A. *Problemy treniya i smazki — Journal of Lubrication Technology*, 1969, vol. 91, no. 2, pp. 294–300.
- [9] Singh K.P., Paul B. *Journal of Engineering for Industry*, 1975, vol. 97, no. 3, pp. 990–994.
- [10] Oh K.P., Trachman E.G. *Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME*, 1976, October, Series F 98, pp. 68–75.
- [11] Hartnett M.J. *Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME*, 1979, January, vol. 101, pp. 105–109.
- [12] Hartnett M.J. *Solid contact and lubrication AMD ASME*, 1980, vol. 39, pp. 51–66.
- [13] Harris T.A., Kotzalas M.N. *Advanced Concepts of Bearing Technology*. New York, Taylor and Francis Group Publ., 2007, 352 p.
- [14] Klebanov Ya.M., Murashkin V.V., Danilchenko A.I., Adeyanov I.E. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika — Russian Aeronautics*, 2017, vol. 60, no. 4, pp. 162–165.
- [15] Johns P., Gohar R. *Tribology International*, 1981, 14, pp. 131–136.

**Klebanov J.M.**, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Mechanics, Samara State Technical University. The author of over 160 research publications in the field of engineering modeling and simulation, rolling bearing analysis and design, high temperature materials modeling and analysis, code interpretation and application, FEA using ANSYS. e-mail: jklebanov@mail.ru

**Petrov V.R.**, post-graduate student Department of Mechanics, Samara State Technical University. Research interests: rolling bearing analysis and design.  
e-mail: qpetrov@yandex.ru

**Adeyanov I.E.**, Assoc. Professor, Department of Mechanics, Samara State Technical University. Author of over 30 research publications in the field of computer simulation of applied problems, analysis and applications of computer programs, finite element analysis using CAE ANSYS. e-mail: adigorev@gmail.com