

## Построение и исследование управления стаями летательных аппаратов методами механики сплошных сред

© М.А. Щипанов, В.С. Медведев

Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва  
г. Королёв, Московская обл., 141070, Россия

*Для стаи летательных аппаратов в виде линейной цепочки решена задача поддержания изначально заданной формы на протяжении всего времени движения. Применена теория подвижных клеточных автоматов для построения математической модели цепочки летательных аппаратов. Предельным переходом получены уравнения колебаний цепочки в продольном и поперечном направлениях, аналогичные уравнениям продольных колебаний стержня и поперечных колебаний натянутой струны. Исследованы продольные и поперечные колебания полученной системы, возникающие в результате влияния внешних возмущений, а также влияние этих колебаний на устойчивость системы. Введено демпфирование колебаний как в продольном, так и в поперечном направлениях. Показано, что без введения демпфирования поддержание строя летательных аппаратов данным методом нереализуемо, т. е. показана неустойчивость процесса движения стаи. Данная проблема решается введением демпфирования в продольном и поперечном направлениях, причем большую роль играет демпфирование в продольном направлении.*

**Ключевые слова:** подвижные клеточные автоматы, стаи летательных аппаратов, волновое уравнение, управление движением, демпфирование, устойчивость

**Введение.** В последнее время появилось большое число работ по автономному управлению движением стай (роев) аппаратов (агентов стаи) различного назначения: подводного, морского, наземного, авиационного и космического базирования [1–3]. Цель предлагаемого исследования заключается в разработке методологии и законов автономного управления движением стаи аппаратов различного назначения на основе формализма метода подвижных клеточных автоматов [4], успешно применяемого в настоящее время численного метода механики сплошных сред для описания поведения гранулированных сред локальных деформаций в них и перемешивания вещества [5].

Объектом управления в данном контексте является стая (рой) относительно простых роботов. В приборный состав каждого агента стаи входят приборы инерциальной навигации (GPS, ГЛОНАСС), датчики угловых скоростей. Для создания внутреннего навигационного поля стаи применяются широкоугольные дальномеры, сканирующие лидары,ToF-сканеры. В состав аппаратуры каждого агента

стаи входит бортовой компьютер, который формирует управляющие сигналы на исполнительные органы по оценкам с выходов настраиваемой бортовой модели. Сама бортовая настраиваемая модель представляет собой адаптивный наблюдатель, на вход которого подаются зашумленные «сырые» сигналы, сформированные в измерительных каналах датчиковой аппаратуры. Выбор исполнительных органов, создающих поле управляющих воздействий, зависит от среды базирования стаи. Термин «стая» (рой) применяется к группировке роботов, состоящей из не менее 20 агентов и, как следствие, поставленная цель должна достигаться в рамках парадигмы групповой робототехники. Групповая робототехника представляет собой новый подход к координации систем роботов, которые состоят из большого числа в основном простых физических роботов. Предполагается, что коллективное поведение возникает из взаимодействия роботов между собой и их взаимодействия с окружающей средой.

Методология и законы управления стаей в данной работе базируются на математических методах развитых в теории подвижных клеточных автоматов. Метод подвижных клеточных автоматов МСА (Movable Cellular Automata) — сравнительно новый метод вычислительной механики деформируемого твердого тела, основанный на дискретном подходе. Он объединяет преимущества метода классических клеточных автоматов и метода дискретных элементов. В работе (возможно, впервые) применен формализм метода МСА, развитый в работе [4], для адаптивной децентрализованной системы управления стаей роботов с настраиваемыми бортовыми моделями целенаправленного группового поведения. Основная идея предлагаемого подхода заключается в применении численных методов механики сплошных сред к созданию алгоритмов управления движением и конфигурацией стай (роев) относительно простых интеллектуальных роботов. Реализация численного метода для подвижных клеточных автоматов рассмотрена в работах [6–8]. Эта идея естественным образом возникает из сравнения структур объектов исследования в механике сплошных сред и объектов управления в теории управления движением систем с распределенными параметрами. Как будет показано ниже, в простейших случаях рой можно описать (путем предельного перехода при стремлении размеров ячеек к нулю) теми же уравнениями в частных производных, что и упруго-пластичное тело.

В настоящей работе решена задача поддержания стаи роботизированных агентов в форме линейной цепочки с постоянными расстояниями между элементами стаи. Задача разделена на две основные части: движение аппаратов вдоль цепочки (продольное направление) и поддержание положения аппаратов вдоль прямой линии (трансверсальное направление).

**Постановка задачи.** Концепция метода подвижных клеточных автоматов основана на введении нового типа состояний: у любой пары автоматов может быть два вида состояний — связанное (когда автоматы взаимодействуют) и несвязанное (когда считается, что они не взаимодействуют).

Рассмотрим пару автоматов  $ij$ . Пусть  $r^{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$  — расстояние между центрами двух элементов, тогда  $h^{ij} = r^{ij} - r_0^{ij}$  — параметр перекрытия пары автоматов (рис. 1). Связанное состояние пары автоматов будет определяться соотношением  $h^{ij} < h_{\max}^{ij}$ , где  $h_{\max}^{ij}$  — некоторое фиксированное значение, а несвязанное — соотношением  $h^{ij} > h_{\max}^{ij}$ .

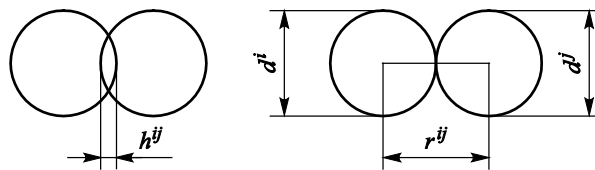


Рис. 1. Перекрытие пары автоматов

Если в рассматриваемой системе присутствует три и более автомата, на состояние пары  $ij$  также будет влиять состояние других взаимодействующих пар (рис. 2).

На начальном этапе рассмотрим случай, когда клеточные автоматы располагаются вдоль прямой линии. При этом связанные состояния автоматов формируются условиями соседства по линейной цепочке автоматов, т. е.  $i$ -й автомат взаимодействует с  $(i - 1)$ -м и  $(i + 1)$ -м автоматами.

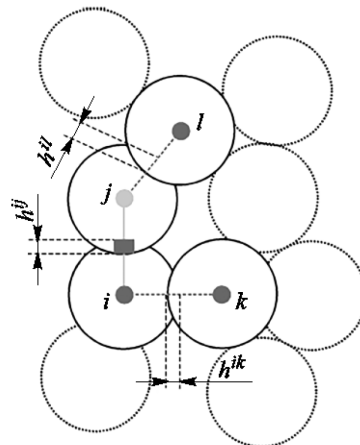


Рис. 2. Ансамбль взаимодействующих автоматов

Задачей управления линейной цепочкой является поддержание строя, т. е. все элементы стаи должны располагаться вдоль прямой линии на заданных расстояниях друг от друга. При этом цепочка может совершать поступательное и вращательное движения в зависимости от внешних возмущений.

Введем обозначения:  $N$  — число всех элементов стаи;  $a$  — расстояние между центрами соседних элементов в невозмущенном состоянии. Начальное невозмущенное положение цепочки зададим вдоль оси  $x$ , при этом координата  $i$ -го элемента задается по формуле  $x_{i0} = ia$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Рассматриваем движение в плоскости  $xy$ , т. е. координата  $z$  для всех элементов стаи в процессе движения считается равной нулю.

Обозначим текущее положение и скорость  $i$ -го элемента стаи:

$$\mathbf{r}_i = \begin{vmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{vmatrix}; \quad \mathbf{v}_i = \begin{vmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Система, описывающая движение стаи, имеет вид

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{F}_i, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где  $m_i$  — масса  $i$ -го элемента стаи;  $\mathbf{F}_i$  — суммарная сила, действующая на  $i$ -й элемент. Сила  $\mathbf{F}_i$  состоит из управляющей части  $\mathbf{U}_i$ , которая поддерживает строй стаи, и внешней возмущающей силы  $\mathbf{F}_i^{ext}$ .

Для моделирования удобно свести систему (1) к системе уравнений первого порядка, введя вектор состояния

$$\mathbf{s} = \left| \mathbf{r}_1^T \dots \mathbf{r}_N^T \mathbf{v}_1^T \dots \mathbf{v}_N^T \right|^T.$$

Тогда система (1) примет вид

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \left| \mathbf{v}_1^T \dots \mathbf{v}_N^T \frac{\mathbf{F}_1^T}{m_1} \dots \frac{\mathbf{F}_N^T}{m_N} \right|^T.$$

Для поддержания порядка в стае необходимо задать управляющие силы  $\mathbf{U}_i$ , которые включают в себя силы, действующие в продольном направлении относительно цепочки, и силы, действующие в поперечном направлении.

**Продольные колебания.** Рассмотрим колебания элементов стаи, считая, что перемещения происходят только вдоль оси  $x$  (рис. 3), т. е. полагаем  $y_i$  и  $v_{iy}$  равными нулю. Положение  $i$ -го элемента за-

пишем в виде  $x_i = x_{i0} + u_{ix}$ , где  $u_{ix}$  — смещение элемента от начального невозмущенного положения [9].

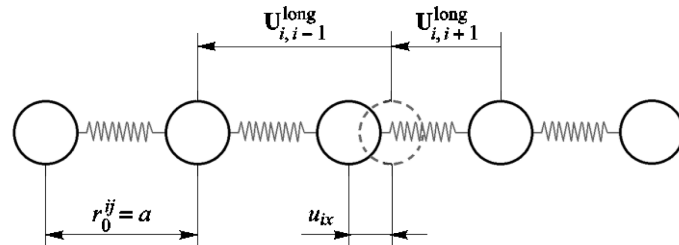


Рис. 3. К выводу уравнения продольных колебаний цепочки

Для того чтобы поддерживать постоянные расстояния между соседними элементами, зададим управляющую силу, действующую на  $i$ -й элемент со стороны соседей

$$U_{ij}^{long} = \frac{k}{a}(u_{jx} - u_{ix}), \quad j = i+1, i-1, \quad (2)$$

где  $k$  — коэффициент «жесткости» управления в продольном направлении. Поэтому уравнение движения  $i$ -го элемента запишем в виде

$$m_i \frac{d^2 u_{ix}}{dt^2} = U_{i,i-1} + U_{i,i+1} = \frac{k}{a}(u_{i-1,x} + u_{i+1,x} - 2u_{ix}).$$

В пределе при  $a \rightarrow 0$  (или при длине цепочки, стремящейся к бесконечности), считая, что  $m_i = \lambda a$  ( $\lambda$  — погонная масса линейной цепочки), получаем волновое уравнение

$$\lambda \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = k \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}, \quad x \in (0, l), \quad (3)$$

где  $l$  — длина цепочки.

Уравнение (3) аналогично уравнению колебаний стержня в продольном направлении [10]. Действительно, если стержень длиной  $l$  с модулем Юнга  $E$ , площадью сечения  $S$  и плотностью материала  $\rho$  разбить на малые части длиной  $a$ , то  $m_i = \rho Sa$  и  $k = ES$  по закону Гука. После предельного перехода получим

$$\rho S \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = ES \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}, \quad x \in (0, l).$$

Известно, что скорость распространения продольной волны в стержне  $v_3 = \sqrt{E/\rho}$ . В случае линейной цепочки

$$v_3 = \sqrt{k/\lambda}. \quad (4)$$

Проведем численное моделирование с параметрами  $a = 1$  м,  $m_i = 1$  кг,  $k = 1$  Н,  $N = 10$ . Силу, поддерживающую постоянное расстояние между элементами, зададим в виде

$$U_i^{\text{long}} = U_{i,i-1}^{\text{long}} + U_{i,i+1}^{\text{long}}$$

где  $U_{ij}^{\text{long}} = ch^{ij} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{r^{ij}}$ ,  $j = i-1, i+1$ ; коэффициент  $c = k/a$ .

Пусть в начальный момент времени элементы находятся в недеформированном состоянии с нулевыми скоростями. Придадим левому элементу импульс, равный 1 Н в течение 1 с. На рис. 4 изображены положения элементов стай в моменты времени  $t = 1$  с и  $t = 6$  с.

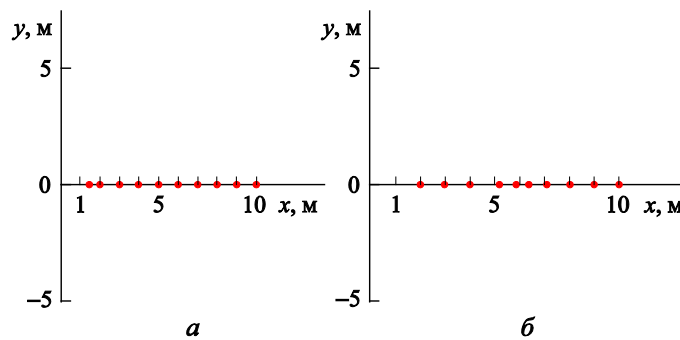


Рис. 4. Распространение единичного импульса в моменты времени  $t = 1$  с (а) и  $t = 6$  с (б)

Как видно на рис. 4, действительно возникает волна, бегущая со скоростью приблизительно 1 м/с, что согласуется с полученной выше формулой (4). После того как волна достигнет правого конца цепочки, она отразится как от свободного края и побежит влево. В результате таких отражений цепочка перенесется вправо, что согласуется с законом изменения импульса. Процессы подобного вида можно наблюдать в автомобильном трафике при плотном движении автомобилей.

Рассмотрим еще одну иллюстрацию полученного предельного перехода. Зафиксируем теперь первый и  $N$ -й элементы цепочки, т. е. положим  $F_i = 0$ ,  $i = 1, N$ . Из уравнений математической физики известно, что уравнение (3) с закрепленными краями имеет собственные функции [11]

$$u_n(x) = \sin \frac{\pi n x}{l}.$$

Зададим начальное положение элементов стаи по формуле

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} x_{i0} + \sin\left(\frac{\pi(i-1)a}{(N-1)a}\right) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Начальные скорости всех элементов примем равными нулю. Моделирование показывает, что под воздействием сил продольного взаимодействия между элементами система начнет совершать колебания вдоль оси  $x$ , сохраняя при этом вид синусоиды. На рис. 5 представлено расположение элементов в моменты времени  $t = 0$  с и  $t = 9$  с.

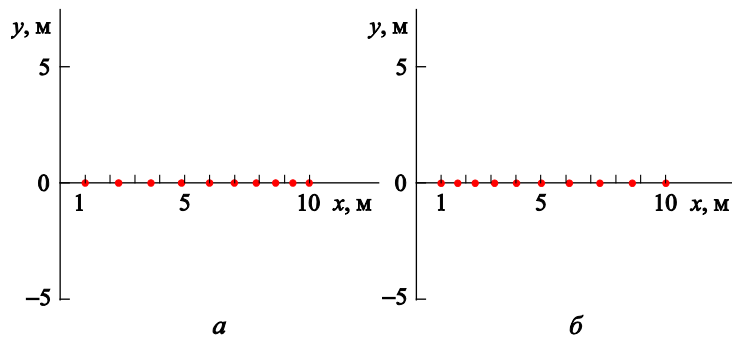


Рис. 5. Колебания системы при заданном начальном положении в соответствии с собственной формой в моменты времени  $t = 0$  с (а) и  $t = 9$  с (б)

Период колебаний  $\tau$  приблизительно равен 18 с (см. рис. 5). Соответственно скорость распространения волны  $v_3 = 2l / \tau = 18 / 18 = 1$ , что согласуется с формулой (4). Таким образом, уравнения механики сплошной среды позволяют не только построить управление стаями летательных аппаратов, но и качественно оценить поведение стаи при ее движении.

Из полученных результатов следует, что в системе появляются незатухающие продольные колебания. Поскольку при этом расходуются управляющие ресурсы, необходимо ввести силы, позволяющие за конечный промежуток времени свести возникающие колебания к нулю. Таким образом, к управляющим силам  $\mathbf{U}_{ij}^{\text{long}}$  необходимо добавить член, пропорциональный производной относительного расстояния между  $i$ -м и  $j$ -м элементами, т. е. демпфирующую силу. Представим эту демпфирующую силу в виде

$$\mu c \frac{dh^{ij}}{dt}, \quad j = i+1, i-1,$$

где  $\mu c$  — продольный демпфирующий коэффициент.

В результате продольная управляющая сила примет вид

$$\mathbf{U}_{ij}^{\text{long}} = c \left( h^{ij} + \mu \frac{dh^{ij}}{dt} \right) \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{r^{ij}}, \quad j = i+1, i-1.$$

В процессе моделирования используется выражение

$$\frac{dh^{ij}}{dt} = \frac{(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i)}{r^{ij}}, \quad j = i+1, i-1.$$

Расположение элементов стаи в моменты времени  $t=1$  с и  $t=800$  с представлено на рис. 6. Получаем, что система полностью гасит продольные колебания за 800 с.

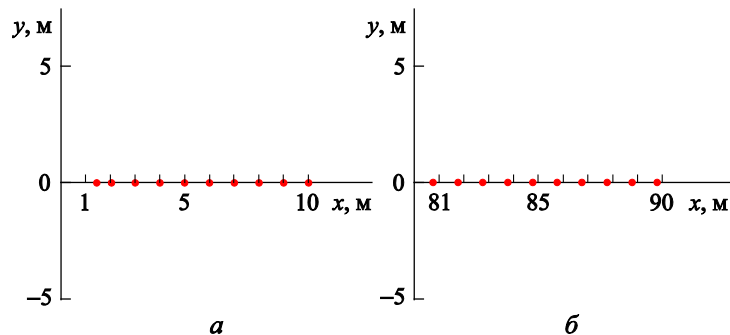


Рис. 6. Распространение единичного импульса в моменты времени  $t = 1$  с (а) и  $t = 800$  с (б) в системе с демпфированием ( $\mu = 0,1$  с)

Поскольку основная задача состоит в описании движения цепочки в плоскости, то поддерживать постоянные расстояния между элементами цепочки недостаточно, необходимо также ввести управление в поперечном направлении, что приводит к появлению не только продольных, но и поперечных колебаний.

**Поперечные колебания.** Как и в предыдущем случае, рассмотрим колебания элементов стаи, но перемещения уже будут осуществляться вдоль оси  $y$  ( $v_{ix} = 0$ ). Пусть  $u_{iy}$  — смещение  $i$ -го элемента относительно невозмущенного положения по оси  $y$ ,  $y_i = y_{i0} + u_{iy}$  (рис. 7).



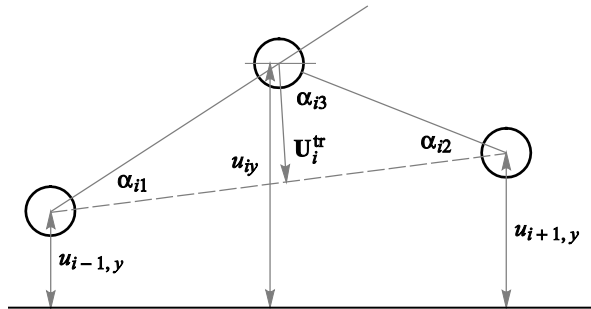


Рис. 7. К выводу уравнения поперечных колебаний цепочки

Для того чтобы стабилизировать цепочку в поперечном направлении, зададим управляющую силу  $U_i^{tr}$ , действующую на  $i$ -й элемент в направлении по оси  $y$ , в виде

$$U_i^{tr} = T\alpha_{i3},$$

где  $T$  — коэффициент «жесткости» управления;  $\alpha_{i3}$  — угол, образованный направлениями  $i-1, i$  и  $i, i+1$ .

Поскольку  $\alpha_{i3} = \alpha_{i2} - \alpha_{i1}$ , где  $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}$  — углы, образованные направлениями  $i-1, i$  и  $i, i+1$  с осью  $x$ , и

$$\alpha_{i1} \sim \frac{u_{iy} - u_{i-1,y}}{a}; \quad \alpha_{i2} \sim \frac{u_{i+1,y} - u_{iy}}{a},$$

то уравнение движения  $i$ -го элемента в поперечном направлении примет вид

$$m_i \frac{\partial^2 u_{iy}}{\partial t^2} = T \left( \frac{u_{i+1,y} - u_{iy}}{a} - \frac{u_{iy} - u_{i-1,y}}{a} \right) = T \frac{u_{i+1,y} - 2u_{iy} + u_{i-1,y}}{a}.$$

Тогда после перехода к пределу  $a \rightarrow 0$  с учетом  $m_i = \lambda a$  получим уравнение

$$\lambda \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}, \quad x \in (0, l). \quad (5)$$

Уравнение подобно уравнению колебаний струны с натяжением  $T$  [11]. Таким образом, построенное управление вводит искусственное «натяжение», позволяющее стабилизировать положение элементов стаи в поперечном направлении.

Проведем моделирование движения линейной цепочки, связанной введенными поперечными «возвращающими» силами. Для моделирования возьмем число элементов  $N = 100$ ,  $a = 1$  м,  $m_i = 1$  кг,

$T = 1$  Н и зададим начальное положение элементов в соответствии с рис. 8, а (начальные скорости всех элементов считаем равными нулю). Возвращающую силу, действующую на  $i$ -й элемент, запишем в векторном виде

$$\mathbf{U}_i^{\text{tr}} = T\alpha_{i3}\mathbf{e}_{ui}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{e}_{ui}$  — единичный вектор, направленный от  $i$ -го элемента к середине отрезка, соединяющего  $(i - 1)$ -й и  $(i + 1)$ -й элементы.

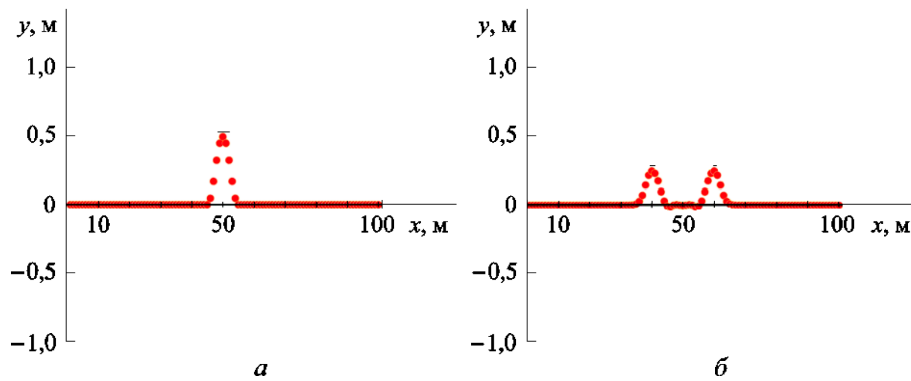


Рис. 8. Положение элементов системы в моменты времени  $t = 0$  с (а) и  $t = 10$  с (б)

Как следует из результатов моделирования (рис. 8, б), возникают две разнонаправленные волны, движущиеся с одинаковой скоростью, приблизительно равной 1 м/с, что согласуется с известной формулой  $v_3 = \sqrt{T/\lambda}$  для скорости распространения волны в уравнении движения струны.

В случае поперечных колебаний демпфирование задается величиной, пропорциональной скорости изменения  $\alpha_{i3}$ :

$$\varepsilon T \frac{d\alpha_{i3}}{dt},$$

где  $\varepsilon T$  — поперечный демпфирующий коэффициент.

Добавляя этот коэффициент в формулу (6), получаем итоговое выражение для поперечной управляющей силы:

$$\mathbf{U}_i^{\text{tr}} = T \left( \alpha_{i3} + \varepsilon \frac{d\alpha_{i3}}{dt} \right) \mathbf{e}_{ui}.$$

Для сравнения приведем результаты моделирования для предыдущего случая при отсутствии демпфирования (рис. 9, а) и с коэффициентом  $\varepsilon = 0,2$  с (рис. 9, б).

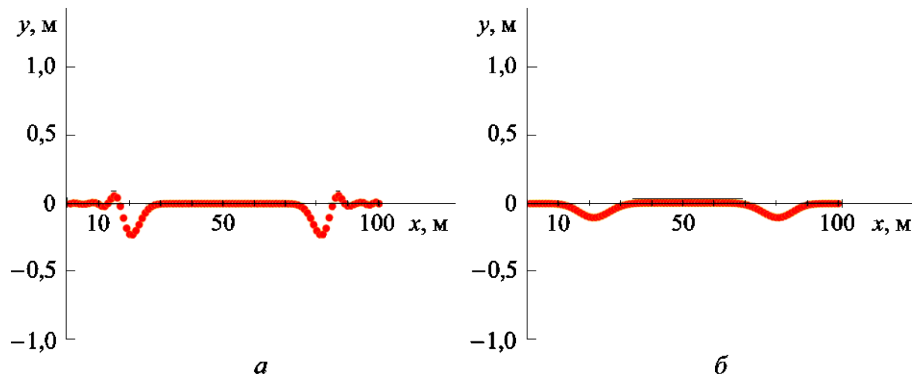


Рис. 9. Влияние демпфирующего члена на положение элементов цепочки ( $t = 70$  с):  
 $a$  —  $\varepsilon = 0$  с;  $b$  —  $\varepsilon = 0,2$  с

**Моделирование системы с управлением по продольному и поперечному направлениям.** Объединив управление по расстояниям между элементами и по отклонению цепочки от заданной прямой формы, получим уравнения движения в виде

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{U}_i^{\text{long}} + \mathbf{U}_i^{\text{tr}} + \mathbf{F}_i^{\text{ext}}, \quad i = \overline{1, N},$$

где  $\mathbf{U}_i^{\text{long}}$ ,  $\mathbf{U}_i^{\text{tr}}$  — продольные и поперечные управляющие силы;  $\mathbf{F}_i^{\text{ext}}$  — внешние возмущающие силы.

В качестве примера рассмотрим случай цепочки с числом элементов  $N = 10$  и параметрами  $a = 1$  м,  $m_i = 1$  кг,  $T = 1$  Н,  $k = 1$  Н. Внешние силы приложены к крайним элементам цепочки в течение 1 с и составляют

$$\mathbf{F}_1^{\text{ext}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{F}_N^{\text{ext}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

т. е. крайним элементам приданы единичные импульсы в противоположных поперечных направлениях.

Сначала проведем моделирование без демпфирования, т. е. примем коэффициенты  $\mu$  и  $\varepsilon$  равными нулю (рис. 10). Результаты моделирования показывают, что продольные и поперечные колебания могут прийти в сложное интерференционное взаимодействие. В момент времени  $t = 12$  с цепочка еще сохраняет свой линейный строй, а в момент времени  $t = 380$  с элементы цепочки теряют свое первоначальное расположение относительно друг друга, что неприемлемо.

Теперь проведем моделирование при заданном демпфировании продольных и поперечных колебаний (рис. 11).

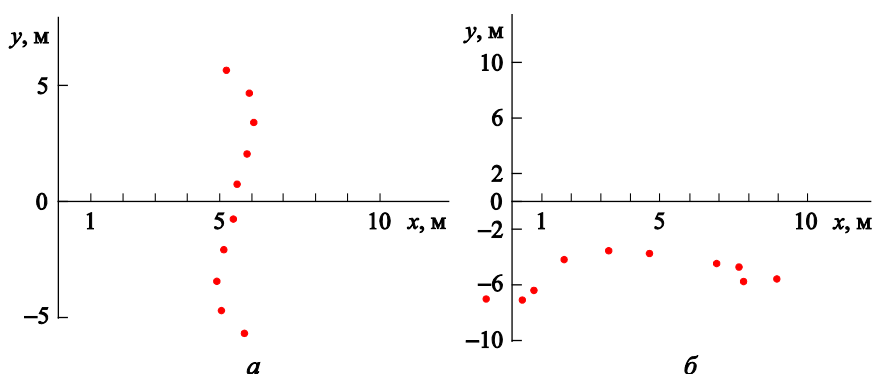


Рис. 10. Положение элементов цепочки при управлении в продольном и поперечном направлениях без демпфирования в моменты времени  $t = 12$  с (а) и  $t = 380$  с (б)

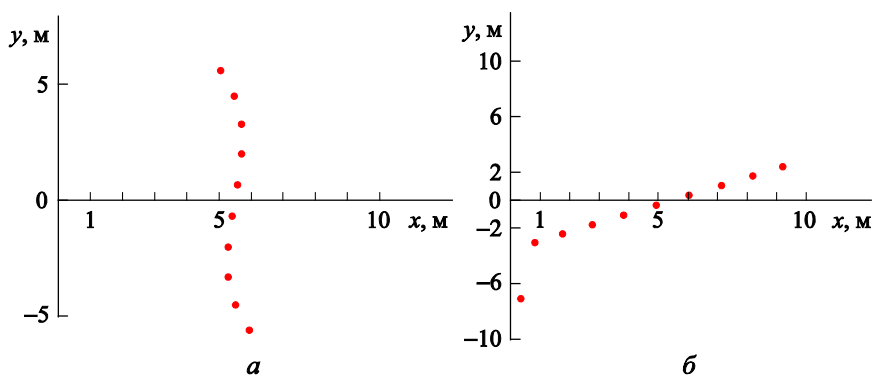


Рис. 11. Положение элементов цепочки при управлении в продольном и поперечном направлениях с демпфированием ( $\mu = 0,2$  с,  $\epsilon = 0,2$  с) в моменты времени  $t = 12$  с (а) и  $t = 380$  с (б)

Из сравнения полученных результатов следует, что даже за небольшой промежуток времени  $t = 12$  с (см. рис. 10, а и 11, а) демпфирующие члены вносят существенные изменения в поведение цепочки, а через 380 с после начала движения продольные и поперечные колебания практически отсутствуют.

**Заключение.** Для стай в виде линейных цепочек введено упругое управление между элементами стаи, позволяющее удерживать линейный порядок. Управление осуществляется как в продольном так и в поперечном направлениях: первое — контролирует взаимное расстояние между соседними элементами цепочки, второе — не позволяет элементам стаи отклоняться от заданной формы цепочки. Предельным переходом при увеличении числа элементов стаи получены волновые уравнения колебаний стаи. С помощью этих уравнений выполнен качественный анализ поведения стаи при различных внешних возмущениях. Результаты проведенного моделирования показы-

вают возможность реализации алгоритмов управления на основе методов механики сплошных сред. Установлено, что для устойчивого движения стаи требуется введение демпфирования упругих колебаний.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что применение метода подвижных клеточных автоматов позволяет построить устойчивую систему управления системой, близкую к континуальной, где каждый элемент является полностью автономным. Синтезированная система управления не только поддерживает заданное положение стаи, но и обладает свойством устойчивости.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ по проекту № 18-08-01379.*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Floreano D., Wood R.J. Science, Technology and the Future of Small Autonomous Drones. *Nature*, 2015, vol. 521, pp. 460–466.
- [2] Turgut A.E., Çelikkanat H., Gökçe F., Şahin E. Self-organized Flocking in Mobile Robot Swarms. *Swarm intell.*, 2008, no. 2, pp. 97–120.
- [3] Helbing D., Farkas I., Vicsek T. Simulating Dynamical Features of Escape Panic. *Nature*, 2000, vol. 407, pp. 487–490.
- [4] Псахье С.Г., Смолин А.Ю., Дмитриев А.И., Шилько Е.В., Коростелев С.Ю. Метод подвижных клеточных автоматов как направление дискретной вычислительной механики. *Чебышевский сборник*, 2017; № 18 (3). С. 439–460. <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2017-18-3-439-460>
- [5] Herrmann H.J. Simulating Granular Media on the Computer. *3<sup>rd</sup> Granada Lectures in Computational Physics*. P.L. Garrido, J. Marro, eds. Heidelberg, Springer, 1995, pp. 67–114.
- [6] Левин В.А., ред. *Нелинейная вычислительная механика прочности. Т. 1. Модели и методы. Образование и развитие дефектов*. Москва, Физматлит, 2015, 454 с.
- [7] Левин В.А., Вершинин А.В. *Нелинейная вычислительная механика прочности. Т. 3. Численные методы. Реализация на высокопроизводительных вычислительных системах*. В.А. Левин, ред. Москва, Физматлит, 2015, 543 с.
- [8] Добрынин С.А. *Развитие метода подвижных клеточных автоматов для моделирования генерации и распространения упругих волн при контактном взаимодействии твердых тел*. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2010, с. 130.
- [9] Добрынин С.А. *Компьютерное моделирование методом подвижных клеточных автоматов*. Saarbrücken Germany, LAP LAMBERT Academic Publ., 2011, p. 132. ISBN 978-3-8443-5954-1. Retrieved 2011-11-19.
- [10] Гольдштейн Р.В., Городцов В.А. *Механика сплошных сред. Часть 1*. Москва, Наука, Физматлит, 2000, 256 с.
- [11] Тимошенко С.П., Янг Д.Х. *Колебания в инженерном деле*. Москва, Машиностроение, 1985, 472 с.

Статья поступила в редакцию 09.04.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Щипанов М.А., Медведев В.С. Построение и исследование управления стаями летательных аппаратов методами механики сплошных сред. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 8.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-8-1906>

**Щипанов Михаил Андреевич** — инженер-математик ПАО «РКК «Энергия». Область научных интересов: управление полетом, исследование устойчивости летательных аппаратов. e-mail: [shchipanov@phystech.edu](mailto:shchipanov@phystech.edu)

**Медведев Валерий Сергеевич** — инженер-электроник ПАО «РКК «Энергия». Область научных интересов: управление полетом, программирование логических интегральных схем. e-mail: [valerii.medvedev@phystech.edu](mailto:valerii.medvedev@phystech.edu)

## Development and research of drone swarm control via methods borrowed from continuum mechanics

© M.A. Shchipanov, V.S. Medvedev

S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia,  
Korolyov, Moscow Region, 141070, Russia

*For a drone swarm in the form of a linear chain, there was solved a problem of maintaining the initially specified shape throughout the entire time of movement. To build a mathematical model of the drone chain, we applied the theory of movable cellular automata. By increasing the amount of elements in the chain, we obtained equations of oscillations of the chain in the longitudinal and transverse directions, similar to the equations of the longitudinal oscillations of the rod and the transverse oscillations of the tensioned string. We studied the longitudinal and transverse oscillations of the resulting system, resulting from the external disturbances, as well as the influence of these oscillations on the stability. Oscillation damping has been introduced, both in the longitudinal and transverse directions. Findings of research show that if damping is not introduced, it is not possible to maintain the drone formation using this method, i.e. the instability of the swarm motion process is emphasized. This problem is solved by introducing damping in the longitudinal and transverse directions, with damping in the longitudinal direction playing an important role.*

**Keywords:** movable cellular automata, drone swarms, wave equation, motion control, damping, stability

### REFERENCES

- [1] Floreano D., Wood R.J. Science, technology and the future of small autonomous drones. *Nature*, 2015, vol. 521, pp. 460–466.
- [2] Turgut A.E., Çelikkanat H., Gökçe F., Şahin E. Self-organized flocking in mobile robot swarms. *Swarm intell.*, 2008, no. 2, pp. 97–120.
- [3] Helbing D., Farkas I., Vicsek T. Simulating dynamical features of escape panic. *Nature*, 2000, vol. 407, pp. 487–490.
- [4] Psakhie S.G., Smolin A.Yu., Dmitriev A.I., Shilko E.V., Korostelev S.Yu. *Chebyshevskiy sbornik (Chebyshev collected papers)*, no. 18 (3), 2017, pp. 439–460. DOI: 10.22405/2226-8383-2017-18-3-439-460
- [5] Herrmann H.J. Simulating granular media on the computer. *3<sup>rd</sup> Granada lectures in computational physics*. P.L. Garrido, J. Marro, eds. Heidelberg, Springer, 1995, pp. 67–114.
- [6] Levin V.A., ed. *Nelineinaya vychislitel'naya mekhanika prochnosti. Tom 1. Modeli i metody. Obrazovanie i razvitie defektov* [Nonlinear computational mechanics of strength. Vol. 1. Models and methods. Formation and development of defects]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2015, 454 p.
- [7] Levin V.A., Vershinin A.V. *Nelineinaya vychislitel'naya mekhanika prochnosti. Tom 3. Chislennyye metody. Realizatsiya na vysokoproizvoditel'nykh vychislitel'nykh sistemakh* [Nonlinear computational mechanics of strength. Vol. 3. Numerical methods. Implementation on high-performance computing systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2015, 543 p.
- [8] Dobrynin S.A. *Razvitie metoda podvizhnykh kletochnykh avtomatov dlya modelirovaniya generatsii i rasprostraneniya uprugikh voln pri kontaktom*

- vzaimodeistvii tverdykh tel.* Diss. ... kand. fiz.-mat. nauk [Development of the method of movable cellular automata for modeling the generation and propagation of elastic waves in the contact interaction of solids. Cand. Phys.-Math. Sc. Diss.]. Tomsk, 2010, 130 p.
- [9] Dobrynin S.A. *Kompyuternoe modelirovanie metodom podvizhnykh kletochnykh avtomatov* [Computer simulation by the method of movable cellular automata]. Saarbrücken Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 132 p. ISBN 978-3-8443-5954-1
- [10] Goldshtein R.V., Gorodtsov V.A. *Mekhanika sploshnykh sred. Chast 1* [Continuum mechanics. Part 1]. Moscow, Nauka Fizmatlit Publ., 2000, 256 p.
- [11] Weaver W. Jr., Timoshenko S.P., Young D.H. *Vibration problems in engineering*. John Wiley & Sons, 1989, 620 p. [In Russ.: Timoshenko S.P., Young D.H. *Kolebaniya v inzhenernom dele*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985, 472 p.].

**Shchipanov M.A.**, engineer, applied mathematician, S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia. Research interests: flight control, stability research.  
e-mail: shchipanov@phystech.edu

**Medvedev V.S.**, electronics engineer, S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia. Research interests: flight control, FPGA.  
e-mail: valerii.medvedev@phystech.edu