

Математическая модель схлопывания упругопластической оболочки с учетом возможного развития неустойчивости процесса

© А.С. Новосельцев, А.В. Бабкин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Представлена математическая модель для последующего численного исследования процесса схлопывания облицовки кумулятивного заряда под действием внешней поверхностных сил, имитирующих взрывную нагрузку. При решении двумерной плоской нестационарной задачи механики сплошных сред базовая облицовка рассматривалась как изначально цилиндрическая сжимаемая упругопластическая оболочка в рамках. Для обеспечения рациональности действий при моделировании и численном расчете из облицовки в начальный момент времени центральными лучами выделялся расчетный фрагмент. Деформирование его в составе оболочки учитывалось посредством граничных условий циклической повторяемости в тангенциальном направлении. Для численного решения использовался известный лагранжесв метод Уилкинса с уточненными соотношениями, описывающими механическое поведение упругопластической среды. Дополнительно применялась процедура, разработанная специально для перестройки сетки, исключавшая появление при расчете существенно удлиненных ячеек. Неустойчивость деформирования оболочки инициировалась гармоническими поверхностными возмущениями, изначально задаваемыми на наружной или внутренней поверхности. О степени проявления неустойчивости свидетельствовало отклонение возмущенной поверхности (или границы так называемого струеобразующего слоя) от цилиндрической. Использованные конечно-разностные алгоритмы были реализованы в виде соответствующих расчетных программ. Также были проведены расчетные верификационные мероприятия, доказывающие возможность дальнейшего использования разработанной математической модели.

Ключевые слова: оболочка, поверхность, нагружение, взрыв, возмущение, неустойчивость

Введение. Процессы схлопывания металлических облицовок осесимметричных кумулятивных зарядов под действием продуктов детонации были достаточно хорошо изучены с помощью как экспериментальных, так и расчетно-теоретических методов [1]. Однако следует отметить, что в проведенных исследованиях проблеме устойчивости этого процесса уделялось несколько меньше внимания.

Под устойчивым процессом динамического деформирования осесимметричной кумулятивной облицовки (КО), или, с более общих позиций, осесимметричной металлической оболочки будем понимать ее деформирование с сохранением относительно гладкой формы внутренней и наружной поверхностей, а под неустойчивым — разви-

тие поверхностных возмущений в процессе схлопывания, когда локальные центры кривизны различных участков схлопывающейся оболочки могут находиться по разные стороны от самой поверхности. Иначе говоря, устойчивость или неустойчивость деформирования оболочки определяется ее чувствительностью к начальным несовершенствам формы поверхностей. Процесс деформирования будет устойчив, когда начальные малые геометрические возмущения не развиваются или подавляются, а процесс неустойчив, когда они неограниченно возрастают.

Определение чувствительности КО к геометрическим несовершенствам или любым другим неидеальностям кумулятивного заряда (КЗ) представляет практический интерес еще и по следующим причинам. С одной стороны, реальные КО всегда имеют малые начальные геометрические несовершенства вследствие неизбежных технологических погрешностей их изготовления. С другой — в процессе функционирования КЗ в связи с неидеальностью узла инициирования и узла управления фронтом детонационной волны («линзы») процесс нагружения облицовки продуктами детонации может терять осевую симметрию [2, 3], а также приобретать зависимость от угловой тангенциальной координаты [4], например, в случае нагружения оболочки зарядами ВВ с системой многоточечного инициирования [5, 6]. Следовательно, в реальных КЗ всегда имеют место факторы, способствующие проявлению неустойчивости процесса схлопывания облицовок, которые могут повлиять на нормальное функционирование зарядов. Кроме того, зафиксированы случаи чувствительности к несовершенствам формы (технологическим погрешностям изготовления) малопрочных оболочек, схлопывание которых сопровождается развитием неустойчивости на их внутренней и внешней поверхностях [7]. В условиях функционирования КЗ это может происходить при предварительном, до подрыва заряда, нагреве металлической КО [8–13], что и приводит к нарушению условий, необходимых для нормального формирования кумулятивной струи (КС).

Цель настоящей статьи — разработка математической модели схлопывания КО с начальными несовершенствами формы ее поверхностей или с асимметрией приложения взрывной нагрузки.

Способы разрешения проблемы схлопывания оболочек. Поверхностная неустойчивость при динамическом нагружении и деформировании пластин и оболочек ранее уже исследовалась [5, 6, 14–18]. Различают три вида поверхностной неустойчивости [14]: неустойчивость Релея — Тейлора, неустойчивость Рихтмайера — Мешкова и тангенциальная неустойчивость Кельвина — Гельмгольца. Применительно к условиям взрывного нагружения металлических оболочек или КО в качестве актуальных стоит рассмотреть два первых вида поверхностной неустойчивости.

Неустойчивость Релея — Тейлора [15, 16], имеющая инерционную природу, может проявляться на границе раздела двух разноплотных сред при ускоренном движении всей системы. Если ускорение направлено в сторону малоплотной среды, а силы инерции (в сопутствующей системе отсчета) — в сторону высокоплотной среды, такое движение имеет устойчивый характер, и малые геометрические поверхностные возмущения подавляются и нивелируются. В противоположном случае движение неустойчиво, и на границе раздела двух сред поверхностные возмущения неограниченно возрастают.

Неустойчивость Рихтмайера — Мешкова имеет ударно-волновую природу и проявляется, например, при нагружении пластин сильными ударными волнами [17, 18]. В этом случае после выхода ударной волны (УВ) на свободную поверхность с очень малыми (порядка реализуемых технологически) начальными возмущениями формы вследствие эффекта, родственного микрокумуляции, происходит сначала изменение фазы поверхностных геометрических возмущений (максимумы и минимумы меняются местами), а затем — их быстрый значительный рост. На процесс деформирования пластины может повлиять повторное взаимодействие ее свободной поверхности с еще одной УВ, которая способна подавить дальнейшее развитие неустойчивости.

Результаты по исследованию неустойчивости процесса деформирования схлопываемых взрывом металлических оболочек несколько противоречивы. Например, в статье [7], вышедшей еще в 1967 г., путем численного моделирования с позиций механики сплошной среды показано, что значительное влияние на чувствительность оболочек к начальным несовершенствам формы оказывает прочность материала (понимаемая как способность материала сопротивляться формоизменению), а также что прочные оболочки малочувствительны к начальным поверхностным возмущениям. Однако оболочки без прочности (металл, рассматриваемый в гидродинамическом приближении) ведут себя противоположным образом по отношению как к внутренней, так и к наружной поверхности. Кроме того, в работе [7] отмечено, что при схлопывании непрочных оболочек развитие поверхностных возмущений должно носить катастрофический характер. При этом оставалось неясным, какой же механизм, инерционный (неустойчивость Релея — Тейлора) или ударно-волновой (неустойчивость Рихтмайера — Мешкова), является основным. В более поздних работах [5, 6] на основе результатов экспериментов показано, что прочность материала оболочки действительно влияет на развитие неидеальностей процесса ее деформирования. Однако отмечено, что при обычном схлопывании оболочки ее внутренняя поверхность деформируется устойчиво независимо от прочности материала. Неустойчивость

на внутренней поверхности развивается лишь при торможении схлопывающейся оболочки или при последующем ее разлете, и именно на этих этапах сказывается влияние прочности.

Применительно к КЗ катастрофическое развитие неустойчивости в непрочных, а следовательно, и малопрочных оболочках по существу должно исключать нормальное осесимметричное схлопывание КО и препятствовать формированию КС. Такая ситуация может возникнуть при предварительном нагреве материала кумулятивной облицовки и повлиять на предельные возможности «теплового способа» повышения пробития КЗ [8–10]. Подобные сложности и обуславливают интерес, проявляемый в настоящее время к проблеме устойчивости процесса схлопывания КО (динамического деформирования металлических оболочек). Поэтому нами было проведено исследование с целью установления влияния на схлопывание оболочки параметров геометрических несовершенств ее формы, физико-механических свойств материала и параметров асимметрии приложения взрывной нагрузки.

Физико-математическая постановка задачи динамического деформирования металлической оболочки. Эта задача была решена с позиций механики сплошной среды как двумерная плоская нестационарная. Материал оболочки рассматривался в рамках модели сжимаемой упругопластической среды с идеальной пластичностью и с критерием пластичности Мизеса.

Наиболее близкие аналогичные решения приведены в работе [7] (исследование неустойчивости в схлопывающихся сферических оболочках в рамках численного решения двумерной с осевой симметрией задачи), а также в работах [19] (численное исследование несимметричного сжатия оболочки в рамках двумерной плоской задачи в декартовых координатах) и [20] (численное исследование распространения трещин в оболочках в рамках двумерной плоской задачи в полярных координатах). В отличие от показанной в работе [7], в модели, представленной здесь, рассматриваются цилиндрические оболочки. От приведенной в работе [19] эта модель отличалась использованием полярных координат и рассмотрением фрагмента оболочки. Кроме того для нее, в отличие от рассмотренной в работе [20], более четко и корректно сформулированы дифференциальные уравнения движения сплошной среды и физические соотношения, учитывающие свойства этой среды.

Расчетная схема решаемой задачи приведена на рис. 1. Рассматривается цилиндрическая оболочка с номинальными начальным внутренним радиусом R_0 и толщиной δ_0 . Вводится цилиндрическая система координат с осью z , направленной по оси оболочки, с линейной радиальной координатой r и угловой тангенциальной координатой θ .

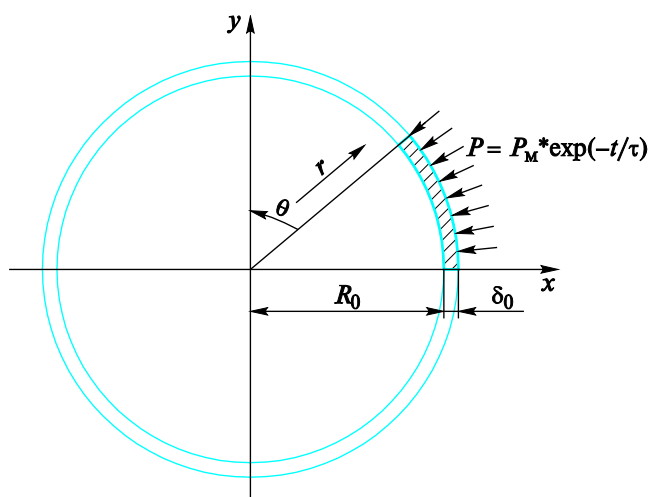


Рис. 1. Расчетная схема к задаче динамического деформирования оболочки

Считается, что движение оболочки происходит лишь в радиальном и тангенциальном направлениях и отсутствует в направлении оси z , т. е. рассматриваются плоское движение и деформирование произвольного плоского сечения оболочки в полярной системе координат r, θ . Из оболочки радиальными лучами выделяется фрагмент с полярным углом $\theta_0 = \pi/n$ и предполагается, что в тангенциальном направлении по соседству с выделенным фрагментом находятся фрагменты, идентичные данному в геометрическом, кинематическом и динамическом отношении (соответствует граничным условиям циклической повторяемости в тангенциальном направлении). На внешней поверхности выделенного фрагмента, подобно тому как это показано в работе [7], задается давление $p_{гр}$, и внутренняя поверхность считается свободной. В начальный момент времени $t = 0$ на внешней или внутренней поверхностях с номинальным радиусом R (для внутренней поверхности $R = R_0$, для наружной — $R = R_0 + \delta_0$) задаются малые гармонические возмущения формы

$$r = R + A \cos\left(\frac{2\pi\theta}{2\theta_0}\right) = R + A \cos(2n\theta) \quad (1)$$

с амплитудой A .

Очевидно, что полярный угол $2\theta_0 = 2\pi/n$ определяет угловой период начальных гармонических поверхностных возмущений, угол θ_0 соответствует половине периода (изменение радиуса поверхности $R(\theta)$ от максимального $R + A$ до минимального $R - A$), а параметр n

определяет количество гармонических возмущений по всей длине окружности поверхности оболочки.

Движение и деформирование выделенного фрагмента оболочки описывались с позиций подхода Лагранжа. В двумерной плоской постановке движение и состояние материала характеризуются следующими физическими величинами:

эйлеровы координаты индивидуальных точек — радиальная r и тангенциальная θ ;

вектор скорости $\mathbf{v} = v^i \mathbf{r}_i = v^1 \mathbf{r}_1 + v^2 \mathbf{r}_2$, где \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 — базисные вектора полярной системы координат, v^1 и v^2 — геометрические компоненты вектора скорости, которым соответствуют физические компоненты — радиальная v_r и тангенциальная v_θ ;

плотность ρ , давление p и удельная внутренняя энергия E индивидуальных частиц;

тензор скоростей деформаций $(\dot{\epsilon}) = \dot{\epsilon}_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ с физическими компонентами

$$(\dot{\epsilon}_{(ij)}) = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_{rr} & \dot{\epsilon}_{r\theta} & 0 \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} & \dot{\epsilon}_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (2)$$

тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ с физическими компонентами

$$(\sigma_{(ij)}) = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}; \quad (3)$$

девиатор напряжений $(D_\sigma) = D_{\sigma ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ с физическими компонентами

$$(D_{\sigma(ij)}) = \begin{pmatrix} D_{\sigma rr} & D_{\sigma r\theta} & 0 \\ D_{\sigma r\theta} & D_{\sigma \theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & D_{\sigma zz} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Выражающее закон сохранения импульса тензорное дифференциальное уравнение движения

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \text{div}(\sigma),$$

где \mathbf{F} — вектор внешних объемных сил, представляется через компоненты тензоров, согласно [21], как

$$\rho \frac{dv^i}{dt} = F^i + \nabla_j \sigma^{ij} - v^k v^j \Gamma_{kj}^i, \quad (5)$$

где Γ_{kj}^i — символы Кристоффеля 2-го рода системы координат.

Для двумерного плоского движения среды это уравнение определяет скорости изменения радиальной и тангенциальной физических компонент вектора скорости индивидуальных точек в полярной системе координат:

$$\rho \frac{dv_r}{dt} = F_r + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + \rho \frac{(v_\theta)^2}{r}, \quad (6)$$

$$\rho \frac{dv_\theta}{dt} = F_\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r} - \rho \frac{v_r v_\theta}{r}. \quad (7)$$

Наличие в правых частях уравнений движения (6), (7) составляющих, зависящих от скоростей, отличает запись уравнений движения от использованных в ближайшем аналоге [20]. Их появление — прямое следствие тензорных уравнений движения (5), что учитывает переменность базисных векторов криволинейной цилиндрической системы координат. Физически эти составляющие учитывают факт взаимного влияния радиального и тангенциального движений друг на друга. Следует также отметить, что в записи уравнений движения одновременно использованы элементы лагранжева описания (индивидуальные производные по времени в левых частях выражений (6) и (7)) и эйлерова описания (частные производные по эйлеровым полярным координатам в правых частях). Для реализации в целом лагранжева описания движения (изучение изменения параметров движения и состояния для индивидуальных точек и частиц среды) в систему уравнений включаются дифференциальные уравнения изменения эйлеровых координат индивидуальных точек:

$$\frac{dr}{dt} = v^1 = v_r; \quad \frac{d\theta}{dt} = v^2 = \frac{v_\theta}{r}. \quad (8)$$

Закон сохранения массы при использовании лагранжева подхода к описанию движения и деформирования среды наиболее удобно записывать через текущие и начальные плотность и объем ее индивидуальных частиц: $dm = \rho_0 dV_0 = \rho dV$. Для двумерной плоской задачи индивидуальные частицы имеют форму цилиндров с образующей, параллельной оси z , и с переменной площадью поперечного сечения S , ограниченной также переменным деформируемым контуром l . Поэтому в данном случае уравнение закона сохранения массы приобретает вид

$$\rho dS = \rho_0 dS_0, \quad (9)$$

где текущая площадь частиц dS вычисляется по определяемым из уравнений (8) координатам индивидуальных точек на контуре l , а ее начальное значение dS_0 определяется начальными условиями.

Выражающее первое начало термодинамики дифференциальное уравнение энергии записывается в лагранжевой форме представления через скорость изменения плотности частиц, компоненты девиатора напряжений и тензора скоростей деформаций в частицах. С учетом выражений вида (2) и (4) напряженно-деформированного состояния материала кольца это уравнение принимает вид

$$\frac{dE}{dt} = -p \frac{d(1/\rho)}{dt} + \frac{D_{\sigma rr} \dot{\epsilon}_{rr} + D_{\sigma \theta \theta} \dot{\epsilon}_{\theta \theta} + 2D_{\sigma r \theta} \dot{\epsilon}_{r \theta}}{\rho}. \quad (10)$$

В свою очередь, для вычисления компонент тензора скоростей деформаций используются кинематические соотношения $\dot{\epsilon}_{ij} = 0,5(\nabla_i v_j + \nabla_j v_i)$, которые в полярной системе координат с учетом вида деформированного состояния определяются следующим образом [20]:

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r}; \quad \dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right); \quad \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r}. \quad (11)$$

Учитывались такие физико-механические свойства материала металлической оболочки, как сжимаемость и упругопластические свойства. Сжимаемость металла описывалась с помощью баротропной зависимости в форме тета-функции:

$$p = A_c \left[(\rho/\rho_0)^n - 1 \right], \quad (12)$$

упругопластические свойства — с помощью уравнений пластического течения Прантдля — Рейсса в сочетании с критерием пластичности Мизеса [1]. Естественно, определяемые отдельно из указанных уравнений давление и девиатор напряжений позволяют вычислить компоненты тензора полных напряжений:

$$\sigma_{ij} = -p g_{ij} + D_{\sigma ij}, \quad (13)$$

где $-p g_{ij}$ — компоненты шарового тензора напряжений.

Уравнения пластического течения решались численно с помощью конечно-разностного метода [22]. Согласно этому методу, на первом этапе определения компонент девиатора напряжений решаются «чисто упругие» уравнения взаимосвязи девиаторов напряжений (D_σ) и скоростей деформаций (D_ϵ) через модуль сдвига G :

$$\frac{D(\mathbf{D}_\sigma)}{Dt} = 2G(\mathbf{D}_{\dot{\epsilon}}), \quad (14)$$

где производная по времени D/Dt понимается как производная Яуманва [22].

На втором этапе для вычисленного таким образом девиатора напряжений проверяют выполнение критерия пластичности Мизеса, который для рассматриваемого случая напряженного состояния (4) имеет вид

$$D_{\sigma rr}^2 + D_{\sigma \theta \theta}^2 + D_{\sigma rr} D_{\sigma \theta \theta} + D_{\sigma r \theta}^2 = \frac{\sigma_T^2}{3}, \quad (15)$$

где σ_T — предел текучести материала оболочки [20].

В случае невыполнения условия (15), а именно: $D_{\sigma rr}^2 + D_{\sigma \theta \theta}^2 + D_{\sigma rr} D_{\sigma \theta \theta} + 2D_{\sigma r \theta}^2 > \sigma_T^2/3$ (соответствует выходу вектора девиатора напряжений за круг текучести, что для идеально упруго-пластической среды не может быть достигнуто), на заключительном третьем этапе вектор девиатора приводят на круг текучести, обеспечивая точное выполнение критерия Мизеса (15).

Участвующая в записи закона Гука (14) производная Яуманва по времени отличается от обычной индивидуальной производной учета фактора вращения индивидуальной частицы как целого [22] с некоторой угловой скоростью $\boldsymbol{\omega} = 1/2 \cdot \text{rot} \mathbf{v}$, вектор которой в рассматриваемых условиях движения направлен по оси z . Даже при отсутствии приращений деформаций (при тензоре скоростей деформаций, равном 0) такое вращение может приводить к изменению компонент девиатора напряжений $D_{\sigma rr}$, $D_{\sigma \theta \theta}$, $D_{\sigma r \theta}$ в неподвижной цилиндрической системе координат. Кроме того, индивидуальная производная по времени от тензора второго ранга, заданного в цилиндрической системе координат с изменяющимся в зависимости от координат основным базисом, также привносит определенную специфику в координатную запись тензорного соотношения (14). С учетом двух отмеченных обстоятельств дифференциальная форма записи закона Гука (14) приобретает следующий вид:

$$\frac{dD_{\sigma rr}}{dt} = 2G \left(\dot{\epsilon}_{rr} + \frac{1}{3} \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) + 2D_{\sigma r \theta} \left(\frac{v_\theta}{r} - \dot{\omega}_z \right),$$

$$\frac{dD_{\sigma \theta \theta}}{dt} = 2G \left(\dot{\epsilon}_{\theta \theta} + \frac{1}{3} \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) + 2D_{\sigma r \theta} \left(\dot{\omega}_z - \frac{v_\theta}{r} \right),$$

$$\frac{dD_{\sigma r\theta}}{dt} = 2G\dot{\epsilon}_{r\theta} + (D_{\sigma rr} - D_{\sigma\theta\theta})\left(\dot{\omega}_z - \frac{v_\theta}{r}\right), \quad (16)$$

где угловая скорость вращения индивидуальной частицы

$$\dot{\omega}_z = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(v_\theta r)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right]. \quad (17)$$

Замкнутая система дифференциальных и конечных уравнений (6)–(17) является математическим описанием движения и деформирования сжимаемой упругопластической оболочки в рамках двумерного плоского приближения. Постановку задачи завершают начальные и граничные условия. Начальные условия по параметрам движения и состояния оболочки соответствуют условиям покоя, а также отсутствию деформаций и напряжений в материале оболочки. На внутренней или наружной поверхности оболочки задавалось начальное гармоническое поверхностное возмущение (1).

Принимались следующие граничные условия:

внутренняя поверхность оболочки считалась свободной (вектор полного напряжения равен 0);

на ограничивающих выделенный фрагмент оболочки радиальных лучах задавались граничные условия циклической повторяемости в тангенциальном направлении [20], учитывающие фактор деформирования данного фрагмента в составе оболочки в окружении ему подобных;

на наружной поверхности задавалось динамическое граничное условие — граничное давление

$$p_{гр} = p_m \exp\left[-H(t-t_*)(t-t_*)/\tau\right], \quad (18)$$

где $H(t-t_*)$ — функция Хевисайда.

С помощью последнего граничного условия моделировалась взрывная нагрузка на оболочку при ее равномерном приложении по наружной поверхности фрагмента (максимальное давление p_m и характерное время спада давления τ не зависят от тангенциальной координаты, время задержки появления давления на данном участке наружной поверхности $t_* = 0$) или при наличии тангенциальной асимметрии нагрузки (параметры p_m , τ и t_* задавались изменяющимися по гармоническому закону в зависимости от угловой координаты в пределах полного угла θ_0 выделенного фрагмента оболочки).

Базовые особенности алгоритма численного решения задачи схлопывания фрагмента оболочки с начальными поверхностными возмущениями. Этот алгоритм строился на основе алгоритма известного конечно-разностного метода Уилкинса [20, 22].

Начальная конфигурация лагранжевой разностной пространственной сетки, дающая представление об используемом дискретном аналоге сплошной среды, представлена на рис. 2. Сплошными утолщенными линиями изображены реальные ячейки, сплошными тонкими — угловые границы выделяемого фрагмента оболочки. Штриховыми линиями показаны фиктивные ячейки, вводимые для учета граничных условий. Параметры движения отнесены к узлам лагранжевой сетки (соответствуют выделенным индивидуальным точкам среды), параметры состояния — к центрам ячеек (сеточные аналоги индивидуальных частиц среды).

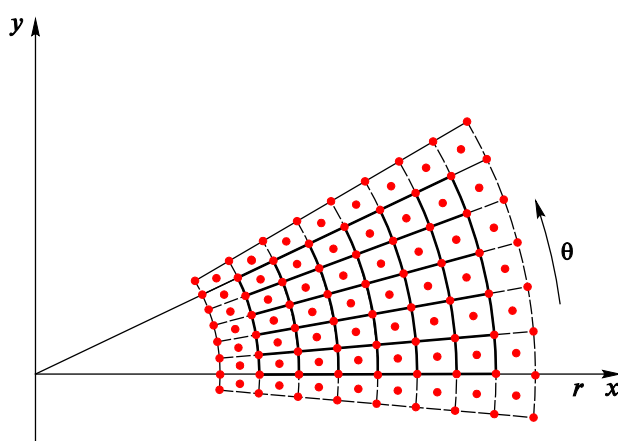


Рис. 2. Начальная конфигурация лагранжевой разностной сетки

Разностная аппроксимация дифференциальных уравнений построена на основе интегродифференциальных уравнений, следующих из теоремы Стокса

$$\oint_C \mathbf{a} \cdot d\mathbf{r} = \int_S \text{rota} \cdot \mathbf{n} \cdot dS,$$

где \mathbf{a} — произвольный вектор; C — контур, ограничивающий поверхность S ; \mathbf{n} — вектор единичной нормали к поверхности S на ее участке dS .

Для поверхности S , являющейся частью плоскости (r, θ) , запись теоремы Стокса приобретает вид

$$\oint_C (a_r dr + a_\theta r d\theta) = \int_S (\text{rot } a)_z dS = \int_S \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(a_\theta r)}{\partial r} - \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right] dS.$$

Для частных случаев $a_r = F(r, \theta)$, $a_\theta = 0$ и $a_r = 0$, $a_\theta = F(r, \theta)$ получаем

$$\oint_C F dr = \int_S \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) dS, \quad \oint_C Fr d\theta = \int_S \frac{1}{r} \frac{\partial (Fr)}{\partial r} dS.$$

Из этих формул на основании теоремы о среднем следуют формулы для последующей аппроксимации дифференциальных уравнений движения и деформирования оболочки:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} = -\frac{1}{S} \oint_C F dr, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial (Fr)}{\partial r} = \frac{1}{S} \oint_C Fr d\theta, \quad (19)$$

где под S на этот раз понимаются площади ячеек лагранжевой разностной сетки, а под C — ограничивающие их контуры.

В соответствии с формулой (19) производные в тангенциальном направлении аппроксимируются разностными формулами

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} &= -\frac{1}{S} [F_{12}(r_2 - r_1) + F_{23}(r_3 - r_2) + F_{34}(r_4 - r_3) + F_{41}(r_1 - r_4)] = \\ &= -\frac{1}{2S} [(F_2 - F_4)(r_3 - r_1) + (F_3 - F_1)(r_4 - r_2)], \end{aligned} \quad (20)$$

а производные по радиальной координате представляются как

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial (Fr)}{\partial r} &= \\ &= \frac{1}{S} [(Fr)_{12}(\theta_2 - \theta_1) + (Fr)_{23}(\theta_3 - \theta_2) + (Fr)_{34}(\theta_4 - \theta_3) + (Fr)_{41}(\theta_1 - \theta_4)] = \\ &= \frac{1}{2S} [(F_2 r_2 - F_4 r_4)(\theta_3 - \theta_1) + (F_3 r_3 - F_1 r_1)(\theta_4 - \theta_2)], \end{aligned} \quad (21)$$

где $F_{12} = (F_1 + F_2)/2$ — средние значения по участку 1–2, F_1 и F_2 — значения сеточной функции в соответствующих узлах сетки и т. п.

Приведем для примера одно разностное уравнение — уравнение, аппроксимирующее дифференциальное уравнение движения (6).

Шаблон для разностной аппроксимации уравнения движения (6) показан на рис. 3. На нем черными кружками и цифрой 0 показан некоторый узел лагранжевой сетки (индивидуальная точка среды), цифрами 1, 2, 3, 4 обозначены ячейки, окружающие данный узел, цифрами I, II, III, IV обозначены узлы сетки, задающие контур C при аппроксимации частных производных согласно соотношениям (19).

С учетом закона сохранения массы разностная аппроксимация для радиального ускорения имеет вид

$$\left(\frac{dv_r}{dt} \right)_0 = \frac{1}{2\varphi} \{ [\sigma_{rr4}(r_{II} + r_I)(\theta_{II} - \theta_I) + \sigma_{rr1}(r_{III} + r_{II})(\theta_{III} - \theta_{II}) + \dots \} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sigma_{rr2}(r_{IV} + r_{III})(\theta_{IV} - \theta_{III}) + \sigma_{rr3}(r_I + r_{IV})(\theta_I - \theta_{IV})] - \\
 & - 2[\sigma_{r\theta4}(r_{II} - r_I) + \sigma_{r\theta1}(r_{III} - r_{II}) + \sigma_{r\theta2}(r_{IV} - r_{III}) + \\
 & + \sigma_{r\theta3}(r_I - r_{IV})] - [(r_{II} - r_{IV})(\theta_{III} - \theta_I) + (r_{III} - r_I)(\theta_{IV} - \theta_{II})](\sigma_{\theta\theta1} + \\
 & + \sigma_{\theta\theta2} + \sigma_{\theta\theta3} + \sigma_{\theta\theta4})/4] + \frac{v_{\theta 0}^2}{r_0}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

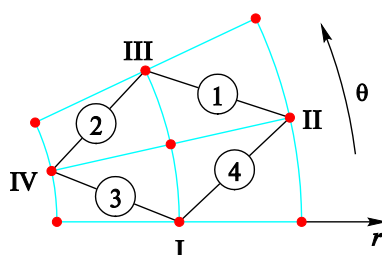


Рис. 3. Шаблон для аппроксимации уравнений движения

Участвующая в разностном уравнении движения и ассоциированная с данным узлом масса $\varphi = \rho A$ ячейки, ограниченной контуром I–II–III–IV, определяется по массам ячеек 1, 2, 3 и 4 как

$$\varphi = \frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{2} + \frac{M_3}{2} + \frac{M_4}{2} = 2 \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4}. \tag{23}$$

Подобно получению разностных уравнений (22) и (23), можно вывести и другие разностные уравнения, в целом аппроксимирующие решаемую задачу (6)–(17) механики сплошной среды.

Частные результаты численного решения задачи схлопывания металлической оболочки. Эти результаты представлены на примере медной оболочки с геометрическими параметрами, соответствующими средней части облицовки КЗ диаметром 68 мм (внутренний радиус 20 мм, толщина 1,4 мм). Номинальные параметры взрывной нагрузки (максимальное давление и характерное время спада давления) задавались согласно результатам, представленным в работе [13]: $p_m = 350 \cdot 10^8$ Па и $\tau = 1,5$ мкс. Для базового варианта исходных данных характеристики материала соответствовали меди с модулем сдвига $G = 456 \cdot 10^8$ Па, пределом текучести $Y_0 = 4 \cdot 10^8$ Па (2 кбар), константами в тета-уравнении сжимаемости $A = 304 \cdot 10^8$ Па и $n = 4,8$ [1].

Приведенные результаты дают представление о динамическом схлопывании как изначально геометрически совершенной цилиндрической оболочки, так и с гармоническими возмущениями формы, а

также о верификационных аспектах математической модели процесса и программы численного расчета его параметров.

Один из таких частных результатов приведен на рис. 4 на примере изменяющихся по радиусу радиальных скоростей наружной и внутренней поверхностей геометрически совершенной цилиндрической оболочки при ее осевом схлопывании. Геометрически совершенная оболочка моделировалась в рамках двумерной модели (6)–(18) путем задания нулевой амплитуды начального поверхностного возмущения: $A = 0$. На рис. 4 также представлены результаты расчета того же процесса, проведенные по одномерной нестационарной модели, разработанной ранее одним из авторов. Цифрами 1 и 2 обозначены радиальные скорости наружной и внутренней поверхностей соответственно для двумерного расчета, цифры 3 и 4 относятся к наружной и внутренней поверхностям одномерного процесса. Соответствующие зависимости радиальных скоростей от радиуса оказываются достаточно близкими, в связи с чем первый этап верификации можно рассматривать как адекватно пройденный.

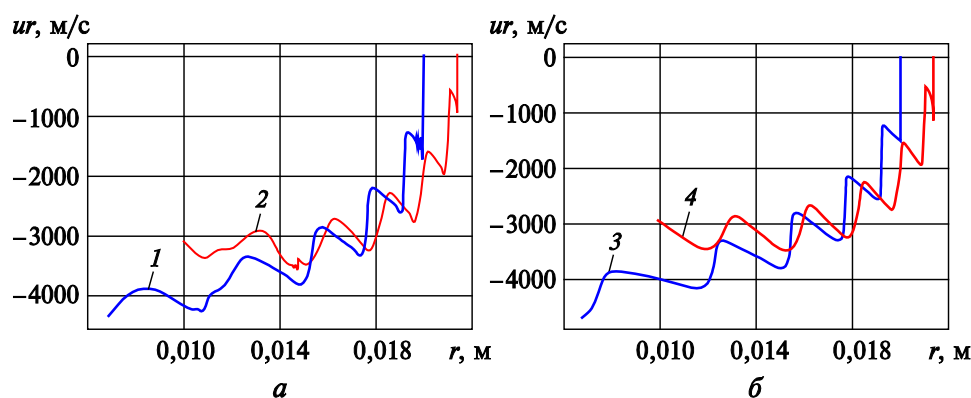


Рис. 4. Картина (а) и радиальные скорости (б) осевого схлопывания геометрически совершенных оболочек:

1 и 2 — двумерная оболочка; 3 и 4 — одномерная оболочка; 1 и 3 — скорости внутренних поверхностей; 2 и 4 — скорости наружных поверхностей

Результаты уже двумерных расчетов при задании в качестве начальных условий наружных поверхностных возмущений с амплитудой $2A = 30$ мкм, соответствующей реальной разностенности кумулятивных облицовок для рассматриваемого диаметра, приведены на рис. 5. Следует отметить два характерных момента. Во-первых, развитие изначально гармонических возмущений проявляется в форме их очень сильного роста — в текущий момент времени они несоизмеримо велики по отношению к своему начальному размеру (на 2–3 порядка).

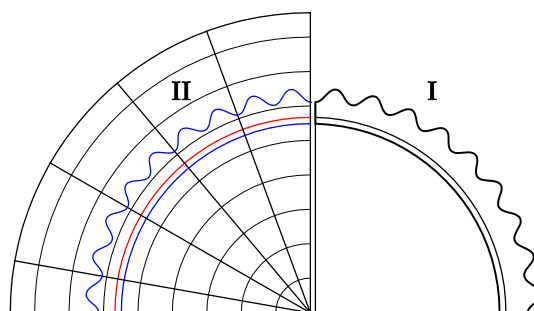


Рис. 5. Схлопывающая оболочка с начальными гармоническими возмущениями формы наружной поверхности при сравнении по программам I и II

Во-вторых, при сопоставлении в один и тот же момент времени (безразмерное время $\bar{t} = tc_0/R = 2,7$) картин развития неустойчивости, полученных по программам I и II, картины деформирования практически идентичны, что вновь склоняет верификационную оценку расчетных результатов в сторону вполне приемлемой. Приведенные на рис. 5 возмущения формы наружной поверхности оболочки в определенный момент времени остаются близкими к гармоническим.

Они активно растут, оставаясь локализованными у наружной поверхности, но их фаза не изменяется. Проникновения возмущений в область внутренней поверхности и так называемого струеобразующего слоя практически не происходит. Под струеобразующим слоем понимается часть оболочки (реально — кумулятивной облицовки), из которой после схлопывания образуется кумулятивная струя (для примера она принята равной 20 %).

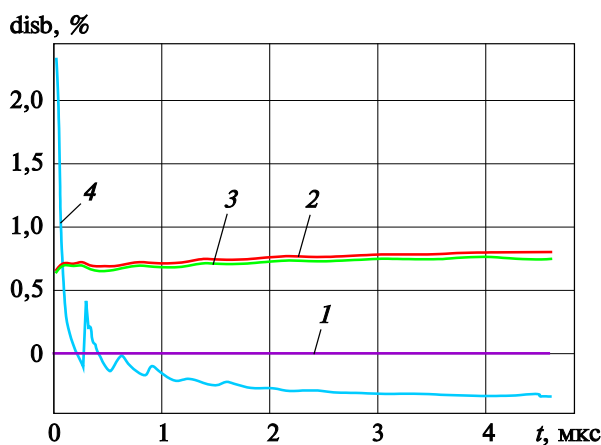


Рис. 6. Верификационные показатели численной задачи — дисбалансы по массе (1), по составляющим импульса (2, 3) и по энергии (4)

Дополнительные верификационные показатели численной задачи, такие как дисбалансы по массе, по составляющим импульса (радиальной и поперечной), по энергии приведены на рис. 6. Дисбалансы по соответствующим величинам даны в процентах. Дисбаланс по массе практически идеален, так как разностная схема по отношению к массе консервативна. Несколько хуже оказались дисбалансы по импульсу и по энергии — разностная схема Уилкинса не консервативна в отношении этих величин, хотя и в этом случае со временем дисбалансы находятся в пределах 1 %, что также вполне приемлемо.

Заключение. Таким образом, уже по представленным предварительным частным результатам расчета можно судить о дееспособности математической модели, методики и программы численного расчета параметров для процесса схлопывания металлических оболочек под действием импульсной нагрузки.

Становится понятно, что моделируемое динамическое деформирование кумулятивных облицовок, особенно в условиях развития неустойчивости, — сложное и многообразное явление. Есть все основания полагать, что дальнейшая разработка этой темы должна привести к большему пониманию происходящих при кумулятивном взрыве процессов и к выявлению в итоге рациональных параметров, эффективно управляющих функционированием кумулятивных зарядов. Надеемся, что представленные здесь математическая модель и разработанная расчетная программа послужат этому.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Орленко Л.П., ред. *Физика взрыва*. В 2 т. Т. 2. Москва, Физматлит, 2002, 656 с.
- [2] Баскаков В.Д., Зарубина О.В., Карнаухов К.А., Тарасов В.А. Математическое моделирование процесса соударения плоских струй идеальной жидкости. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2016, № 2 (65), с. 79–90.
- [3] Karnaukhov K.A., Baskakov V.D., Korenkov V.V., Zarubina O.V. Peculiarity of the shaped-charge liner collapse concerning the unevenness in its cross-section. *Journal of Physics. Conference Series*, 2017, vol. 894, no. 1, pp. 012–039.
- [4] Андреев С.Г., Соловьев В.С., Новицкий А.Е., Шикунев Н.В. Продольно-поперечная неустойчивость инициирующих ударных волн. *Труды V Всесоюзного совещания по детонации*. Черноголовка, ИХФ РАН, 1991, с. 330–334.
- [5] Иванов А.Г., Лавровский Ю.Д., Огородников В.А. Некоторые случаи развития детерминированных возмущений на сходящихся оболочках. *Прикладная механика и техническая физика*, 1994, № 5, с. 116–119.
- [6] Иванов А.Г., Огородников В.А., Карпенко Г.Я. и др. О влиянии сдвиговой прочности на развитие неустойчивости при торможении сходящихся оболочек. *Прикладная механика и техническая физика*, 1994, т. 35, № 4, с. 163–167.
- [7] Elliot L.A. Calculation of the Growth of Interface Instabilities by a Lagrangian Mesh Method. *4th Intern. Symp on Detonation*. Washington, 1967, pp. 316–320.

- [8] Колпаков В.И., Плетнев С.Л. Влияние предварительного нагрева облицовки на эффективность действия кумулятивных зарядов. *Тезисы докладов IV Международной конференции «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике»*. Новосибирск, ИГ СО РАН, 1995, с. 125.
- [9] Кореньков В.В., Обухов А.С., Смеликов В.Г. Увеличение глубины пробития стальной преграды зарядом с предварительно нагретой кумулятивной облицовкой. *Двойные технологии*, 1999, № 4, с. 53–54.
- [10] Обухов А.С., Кореньков В.В., Смеликов В.Г. Пробитие стальной преграды зарядом с предварительно нагретой облицовкой. *Тезисы докладов V Международной конференции «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике»*. Новосибирск, ИГ СО РАН, 2000, 141 с.
- [11] Бабкин А.В., Колпаков В.И., Федоров С.В. и др. О возможностях «теплого» способа повышения пробития кумулятивных зарядов. *Оборонная техника*, 2000, № 1–2, с. 41–48.
- [12] Бабкин А.В., Бондаренко П.А., Ладов С.В. и др. Пределы увеличения глубины пробития кумулятивного заряда при импульсном тепловом воздействии на его облицовку. *Физика горения и взрыва*. 2001, т. 37, № 6, с. 124–132.
- [13] Бабкин А.В., Бондаренко П.А., Федоров С.В. и др. Ограничения возможностей повышения пробития кумулятивного заряда при импульсном тепловом воздействии на его облицовку. *Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны: Труды международной конференции III Харитоновские тематические научные чтения*. Саров, ВНИИЭФ, 2002, с. 257–263.
- [14] Дреннов О.Б., Михайлов А.Л., Огородников В.А. О задании и эволюции локальных (периодических) возмущений в экспериментах по исследованию неустойчивости Рэлея — Тейлора в средах с прочностью. *Прикладная механика и техническая физика*, 2000, т. 41, № 4, с. 171–176.
- [15] Barnes J.F., Blewitt P.J., McQueen R.G. et al. Tailor instabilities in solids. *Journal of Applied Physics*, 1974, vol. 45, no. 4, pp. 727–734.
- [16] Barnes J.F., Janney D.R., London R.R. et al. Further experimentation on Taylor instability in solids. *Journal of Applied Physics*. 1980, vol. 51, no. 9, pp. 78–79.
- [17] Чарахчян А.А. Об устойчивости кумулятивных струй, возникающих при импульсном воздействии на конические мишени. *Прикладная механика и техническая физика*, 1997, т. 38, № 3, с. 10–13.
- [18] Чарахчян А.А. Неустойчивость Рихтмайера — Мешкова границы раздела сред при прохождении через нее двух последовательных ударных волн. *Прикладная механика и техническая физика*, 2000, т. 41, № 1, с. 28–37.
- [19] Герасимов А.В. Формирование кумулятивной струи при несимметричном сжатии оболочки. *Прикладная механика и техническая физика*, 1997, т. 33, № 6, с. 121–126.
- [20] Колобанова А.Е., Одинцов В.А., Чудов Л.А. Распространение системы трещин в цилиндре при импульсном нагружении. *Институт проблем механики АН СССР. Препринт, № 181*. Москва, 1981.
- [21] Седов Л.И. *Механика сплошной среды*. Т. 1. Москва, Наука, 1974.
- [22] Уилкинс М. *Расчет упругопластических течений. Вычислительные методы в гидродинамике*. Москва, Мир, 1967, с. 212–263.

Статья поступила в редакцию 15.04.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Новосельцев А.С., Бабкин А.В. Математическая модель схлопывания упруго-пластической оболочки с учетом возможного развития неустойчивости процесса.

Инженерный журнал: наука и инновации, 2019, вып. 5.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-5-1874>

Новосельцев Алексей Сергеевич — студент-дипломник кафедры «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана (исследовательского университета). Область научных интересов: численное моделирование взрывных процессов.
e-mail: novoseltsev.alexey@yandex.ru

Бабкин Александр Викторович — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана (исследовательского университета). Область научных интересов: физика кумулятивного взрыва, математическое моделирование взрывных и ударных процессов с позиций механики сплошных сред; численные методы решения задач.
e-mail: pc-os@bmstu.ru

Mathematical model of the elastoplastic shell collapse, taking into account the possible development of the process instability

© A.S. Novoseltsev, A.V. Babkin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The mathematical model for the subsequent numerical study of the shaped charge liner collapse affected by external surface forces simulating an explosive load is presented. The basic liner was considered as an originally cylindrical compressible elastoplastic shell within the framework of a two-dimensional flat nonstationary problem of continuum mechanics. To ensure the rationality of the modeling and numerical calculation at the initial time the design fragment was discriminated in the liner by central beams. Deformation of the fragment being a part of the shell was taken into account by the boundary conditions of cyclic repeatability in the tangential direction. For numerical solving the well-known Wilkins Lagrangian method was used, which was refined in terms of the relations describing the mechanical behavior of an elastoplastic medium. Additionally, a self-developed grid adjustment procedure was used, excluding the appearance of highly elongated cells in the calculation. The instability of the shell deformation was initiated by harmonic surface perturbations, initially assigned on the outer or inner surfaces. The degree of instability was assessed by the deviation of the disturbed surface (or the boundary of the so-called stream-forming layer) from the cylindrical one. The used finite-difference algorithms are implemented in the form of appropriate calculation programs. A number of computational verification measures was performed proving the viability of the developed mathematical model and the possibility of its further use.

Keywords: shell, surface, loading, explosion, disturbance, instability

REFERENCES

- [1] Orlenko L.P., ed. *Fizika vzryva* [Physics of Explosion.]. In 2 volumes. Vol. 2. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002, 656 p.
- [2] Baskakov V.D., Zarubina O.V., Karnaukhov K.A., Tarasov V.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2016, no. 2 (65), pp. 79–90.
- [3] Karnaukhov K.A., Baskakov V.D., Korenkov V.V., Zarubina O.V. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 894, no. 1, pp. 012–039.
- [4] Andreev S.G., Soloviev V.S., Novitsky A.E., Shikunov N.V. *Prodolno-poperechnaya neustoychivost initsiiiruyushchikh udarnykh voln* [Longitudinal-transverse instability of initiating shock waves]. *Trudy V Vsesoyuznogo soveshchaniya po detonatsii* [Proceedings of the V All-Union meeting on detonation]. Krasnoyarsk, 1991, pp. 330–334.
- [5] Ivanov A.G., Lavrovsky U.D., Ogorodnikov V.A. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1994, no. 5, pp. 116–119.
- [6] Ivanov A.G., Ogorodnikov V.A., Karpenko G.Y. et al. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1994, vol. 35, no. 4, pp. 163–167.

- [7] Elliot L.A. Calculation of the Growth of Interface Instabilities by a Lagrangian Mesh Method. *Proceedings of the 4th International Symposium on Detonation. White Oak, USA, 1965.* Washington, 1967, pp. 316–320.
- [8] Kolpakov V.I., Pletnev S.L. Vliyaniye predvaritel'nogo nagreva oblitsovki na effektivnost deystviya kumulyativnykh zaryadov [The effect of liner pre-heating on the effectiveness of shaped charges]. *Tezisy dokladov IV Mezhdunarodnoy konferentsii "Lavrentyevskie chteniya po matematike, mekhanike i fizike* [IV International conference "Lavrentyev's reading on mathematics, mechanics and physics". Abstracts]. Novosibirsk, Institute of Geography, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 1995, p. 125.
- [9] Korenkov V.V., Obukhov A.S., Smelikov V.G. *Dvoynye tekhnologii — Dual technologies*, 1999, no. 4, pp. 53–54.
- [10] Obukhov A.C., Korenkov V.V., Smelikov V.G. Probitie stalnoy pregrady zaryadom s predvaritel'no zagretoy oblitsovkoj [Penetrating the steel target by the charge with preheated liner]. *Tezisy dokladov V Mezhdunarodnoy konferentsii "Lavrentyevskie chteniya po matematike, mekhanike i fizike* [V International conference "Lavrentyev's reading on mathematics, mechanics and physics". Abstracts]. Novosibirsk, Institute of Geography, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 2000, p. 141.
- [11] Babkin A.V., Kolpakov V.I., Ladov S.V., Pletnev, S.L., Fedorov S.V., Bondarenko P.A. *Oboronnaya tekhnika (Defense technology)*, 2000, no. 1–2, pp. 41–48.
- [12] Babkin A.V., Bondarenko P.A., Fedorov S.V., Ladov S.V., Kolpakov V.I., Andreev S.G. *Fizika goreniya i vzryva — Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2001, vol. 37, no. 6, pp. 124–132.
- [13] Babkin A.V., Bondarenko P.A., Fedorov S.V. et al. Ogranicheniya vozmozhnostey povysheniya probitya kumulyativnogo zaryada pri impulsnom teplovom vozdeystvii na ego obshivku [Limitations of the possibilities for increasing the penetration of a shaped charge under pulsed heating its liner]. *Trudy III Mezhdunarodnoy konferentsii. Kharitonovskie tematicheskie nauchnye chteniya. "Ekstremalnye sostoyaniya veshchestva. Detonatsiya. Udarnye volny"* [Proceedings of the III International conference. Kharitonov's thematic scientific readings. "Extreme states of the substance. Detonation. Shock waves"]. Sarov, Vserossiyskiy nauchno-issledovatel'skiy institut eksperimental'noy fiziki Publ., 2002, pp. 257–263.
- [14] Drennov O.B., Michaylov A.L., Ogorodnikov V.A. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2000, vol. 41, no. 4, pp. 171–176.
- [15] Barnes J.F., Blewitt P.J., McQueen R.G., Meyer K.A., Venable D., Taylor D.H., London R.K. et al. *Journal of Applied Physics*, 1974, vol. 45, no. 4, pp. 727–734.
- [16] Barnes J.F., Janney D.R., London R.R. et al. *Journal of Applied Physics*, 1980, vol. 51, no. 9, pp. 78–79.
- [17] Charakhchyan A.A. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1997, vol. 38, no. 3, pp. 10–13.
- [18] Charakhchyan A.A. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2000, vol. 41, no. 1, pp. 28–37.
- [19] Gerasimov A.V. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1997, vol. 33, no. 6, pp. 121–126.
- [20] Kolobanova A.E., Odintsov V.A., Chudov L.A. *Rasprostraneniye sistemy treshchin v tsilindre pri impulsnom nagruzhении* [Propagation of a system of cracks in the cylinder under pulsed loading]. Moscow, Institut problem mekhaniki AN USSR, Preprint, no. 181. 1981.

- [21] Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoy sredy* [Continuum Mechanics.]. Vol. 1. Moscow, Nauka Publ., 1974.
- [22] Wilkins M. L. Calculation of Elastic-Plastic Flow. In: *Methods of Computational Physics. Vol. 3*. Alder B., Fernback S. and Rotenberg M., eds. New York, Academic Press Publ., 1964 [In Russ.: Wilkins M.L. Raschet uprugoplastichnykh techeniy. In: Vychislitelnye metody v gidrodinamike. Moscow, Mir Publ., 1967, pp. 212–263].

Novoseltsev A.S., 6th year student, Department of High-Precision Airborne Devices, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: numerical simulation of explosive processes. e-mail: novoseltsev.alexey@yandex.ru

Babkin A.V., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of High-Precision Airborne Devices, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: physics of shaped charge explosion, mathematical modeling of explosive and shock processes from the standpoint of continuum mechanics; numerical methods for problem solving. e-mail: pc-os@bmstu.ru