

## **Исследование быстродействия алгоритма управления малогабаритным космическим аппаратом с использованием двигателей-маховиков**

© И.О. Акимов

ООО «Спутникс», Москва, 121205, Россия  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Рассмотрена математическая модель движения космического аппарата в кватернионах с учетом ограничений на управление по кинетическому и управляющему моментам двигателя-маховика. Проведен анализ применяемых подходов к поиску коэффициентов управления двигателем-маховиком, обеспечивающих квазиоптимальное быстродействие. Рассмотрены уравнения движения и выделены три частных случая управления двигателями-маховиками. Аналитически получены граничные условия для разных типов управления двигателями-маховиками. Предложен новый подход к исследованию эффективных коэффициентов управления ПД-регулятора двигателя-маховика. С помощью нового подхода проанализирован маневр без ограничений по управляющему и кинетическому моментам двигателя-маховика и найдены зависимости между коэффициентами управления, обеспечивающие требуемое быстродействие для рассмотренного случая. Показано, что полученные зависимости между коэффициентами управления обеспечивают наибольшее быстродействие при любых начальных углах разворота в отличие от ранее определенных теоретических зависимостей коэффициентов.*

**Ключевые слова:** системы управления, ПД-регулятор, коэффициенты управления, двигатели-маховики, космический аппарат

**Введение.** Дистанционное зондирование позволяет получать данные об опасных, труднодоступных и быстродвижущихся объектах, а также проводить наблюдения на обширных участках местности. Его используют как для составления сводки погоды, так и для прогнозирования стихийных бедствий, изменения климата и т. п. Аппараты дистанционного зондирования Земли применяют и для съемки космического пространства. Дистанционное зондирование — одна из ключевых технологий аэрокосмической промышленности, которая имеет большое экономическое значение и напрямую зависит от качества и количества получаемых снимков.

Быстрый разворот малогабаритного космического аппарата (МКА) на произвольный угол позволит получить большее количество снимков, несущих полезную информацию, а значит, повысится экономическая эффективность использования спутника. Эффектив-

ность разворота определяется грамотным подбором коэффициентов управления, входящих в закон управления двигателями-маховиками. На сегодняшний день поиск коэффициентов управления, обеспечивающих эффективный по быстродействию разворот МКА, представляет собой отдельное объемное исследование для каждого аппарата с большим количеством частных случаев начальных условий.

Целью данной работы является поиск зависимостей между коэффициентами управления, обеспечивающих эффективный по быстродействию разворот произвольного МКА на произвольный угол. Для этого требуется:

- 1) проанализировать законы движения и выделить различные случаи управления;
- 2) ввести подход к исследованию зависимостей между эффективными коэффициентами управления;
- 3) найти зависимости между коэффициентами управления двигателями-маховиками для случая произвольного угла поворота.

**Используемые системы координат.** В качестве инерциальной системы координат (ИСК) для задач околоземной навигации, задающей инерциальное пространство, принимается система координат  $Oxyz$ , начало которой  $O$  совпадает с центром масс Земли (рис. 1). Ось  $Oz$  — ось вращения Земли, направленная к северному условному земному полюсу, ось  $Ox$  направлена в точку весеннего равноденствия на момент стандартной эпохи  $J 2000.0$ , плоскость  $Oxy$  совпадает с плоскостью земного экватора.

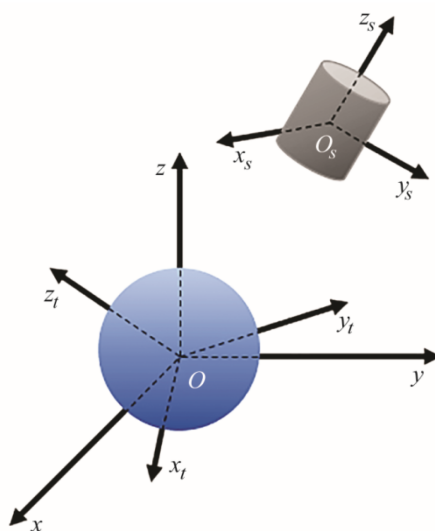


Рис. 1. Используемые системы координат

Определенная таким образом система отсчета, строго говоря, не является инерциальной, так как ее начало движется вокруг Солнца. Тем не менее неинерциальностью системы отсчета при описании движения спутников Земли принято пренебрегать, поскольку оси системы координат движутся поступательно.

Для постановки и решения задач ориентации введем систему координат  $O_s x_s y_s z_s$  (см. рис. 1), жестко связанную с корпусом космического аппарата, т. е.  $O_s x_s y_s z_s$  — это связанная система координат (ССК). Будем полагать, что начало этой системы координат  $O_s$  совпадает с центром масс аппарата, а оси могут совпадать с главными осями инерции аппарата либо с его строительными осями.

Для возможности ориентации в любом направлении следует задавать желаемую ориентацию МКА относительно ИСК. Для этого необходимо ввести систему координат  $O x_t y_t z_t$  (см. рис. 1), ориентация которой задана относительно ИСК тем или иным способом [1]. Данная система является желаемой системой координат (ЖСК), которая задает требуемое положение осей ССК. Тогда цель задачи ориентации заключается в совмещении ССК и ЖСК.

**Математическая модель движения.** В качестве уравнения вращательной динамики твердого тела будем использовать динамические уравнения Эйлера [2]:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_s^s + \boldsymbol{\omega}_s^s \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_s^s + \mathbf{L}^s) = \mathbf{M}_{ext}^s + \mathbf{M}_u^s, \quad (1)$$

где  $\mathbf{J}$  — тензор инерции аппарата;  $\boldsymbol{\omega}_s^s$  — угловая скорость базиса, связанного с корпусом МКА, в проекциях на этот базис;  $\mathbf{L}^s$  — кинетический момент двигателей-маховиков в проекциях на базис, связанный с корпусом МКА;  $\mathbf{M}_{ext}^s$ ,  $\mathbf{M}_u^s$  — соответственно момент внешних сил и управляющий момент относительно центра масс МКА в проекциях на базис, связанный с корпусом.

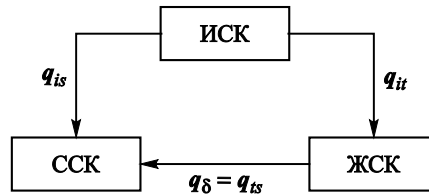
Если не оговорено иное, будем считать, что все угловые скорости заданы для движения относительно ИСК. Здесь и далее будем полагать, что управляющий момент, реализуемый с помощью управляющего двигателя-маховика,

$$\mathbf{M}_u^s = -\dot{\mathbf{L}}^s. \quad (2)$$

Ориентацию аппарата относительно ИСК будем описывать кватернионом  $\mathbf{q}_{is}$ , заданным в параметрах Родрига — Гамильтона [3]. Изменение кватерниона  $\mathbf{q}_{is}$  во времени описывается уравнением Пуассона:

$$\dot{\mathbf{q}}_{is} = \frac{1}{2} \mathbf{q}_{is} \circ \boldsymbol{\omega}_s^s. \quad (3)$$

**Алгоритм управления трехосной ориентацией МКА.** Желаемая ориентация аппарата будет задаваться с использованием ЖСК [4], ориентация которой задана относительно ИСК с помощью кватерниона  $q_{it}$  (рис. 2).



**Рис. 2.** Системы координат и кватернионы перехода между ними

Кватернион рассогласования может быть вычислен по формуле

$$q_{\delta}^s = \bar{q}_{it} \circ q_{is}. \quad (4)$$

Целью задачи ориентации является совмещение ССК и ЖСК, а именно приведение кватерниона  $q_{\delta}^s$  к виду  $[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . В случае выполнения этой задачи верно равенство

$$q_{is} = q_{ts}. \quad (5)$$

Таким образом, кватернион  $q_{is}$  в равенстве (5) является кватернионом  $q_{ts}$  желаемой ориентации ССК относительно ИСК. Именно с кватернионом  $q_{ts}$  следует сравнивать  $q_{is}$ , чтобы оценить факт выполнения задачи ориентации и точность ее выполнения.

В работе [5], в которой была исследована устойчивость системы управления к возмущающим воздействиям, приводится закон управления вида

$$M_u^s = -M_{ext}^s + \omega_s^s \times (\mathbf{J}\omega_s^s + \mathbf{L}^s) + \mathbf{J}\dot{\omega}_t^s - k_{\omega}\mathbf{K}_{\omega}\omega_{\delta}^s - k_q\mathbf{K}_q\bar{q}_{\delta}^s, \quad k_{\omega}, k_q > 0, \quad (6)$$

где  $\omega_t^s$  — желаемая угловая скорость, записанная в ССК;  $\omega_{\delta}^s$  — рассогласование угловой скорости;  $k_{\omega}$ ,  $k_q$  — коэффициенты регулятора;  $\mathbf{K}_{\omega}$ ,  $\mathbf{K}_q$  — матрицы регулятора;  $\bar{q}_{\delta}^s$  — векторная часть кватерниона рассогласования.

Рассогласование угловой скорости определяется по формуле

$$\omega_{\delta}^s = \omega_s^s - \omega_t^s, \quad (7)$$

а  $\omega_s^s$  — с помощью алгоритмов системы ориентации.

Если положить, что  $M_{ext}^s = 0$ , а матрицы регулятора  $K_\omega$ ,  $K_q$  заменить на тензор инерции аппарата  $J$ , что является общепринятой и обоснованной схемой решения подобных задач [6], то после элементарных преобразований закон управления (6) примет вид

$$J\dot{\omega}_\delta^s + k_\omega J\omega_\delta^s + k_q J\bar{q}_\delta^s = 0. \quad (8)$$

Одним из подходов к отысканию коэффициентов управления МКА является их определение по результатам летных испытаний [7]. Однако это довольно трудоемкий метод.

Следует отметить, что, согласно [5], максимальная степень устойчивости рассмотренной системы управления ориентацией достигается при условии

$$k_\omega^2 \leq 2k_q. \quad (9)$$

В работе [6] приведены следующие оценки коэффициентов:

$$k_\omega = 16/t_{end}; \quad k_q = k_\omega^2/2, \quad (10)$$

где  $t_{end}$  — время установления сигнала. Однако полученные оценки, содержащиеся в рекомендациях специалистов, можно значительно уточнить, если учесть нелинейность системы. Особенно это касается ограничений маховиков по максимальным кинетическому и управляющему моментам.

**Анализ уравнений движения и вывод граничных условий.** Для анализа уравнений движения рассмотрим поворот аппарата на заданный угол  $\varphi_0$  вокруг оси  $Oz_s$  связанной системы координат. При этом начальная угловая скорость  $\omega_0$  и начальный кинетический момент  $L_0$  маховиков равны нулю. Для данной задачи кватернион, задающий начальную ориентацию, согласно [3], примет вид

$$q_0 = \cos \frac{\varphi_0}{2} + n_3^s \sin \frac{\varphi_0}{2}, \quad (11)$$

где  $n_3^s$  — орт ССК.

Необходимо задать также требуемую точность работы системы ориентации и стабилизации (СОС). Примем точность работы СОС 0,01 град/с для угловой скорости и 0,01° для угла поворота  $\varphi$  [8].

Переходный процесс, описывающий изменение кинетического и управляющего моментов маховиков при развороте на угол  $\varphi_0 = 150^\circ$  с ограничениями  $L_{max} = 0,2$  Н·м·с и  $M_{max} = 0,0275$  Н·м, представлен на рис. 3, а соответствующее ему изменение угла в градусах — на рис. 4.

При этом коэффициенты  $k_\omega$  и  $k_q$  подбирались вручную так, чтобы время и перерегулирование переходного процесса были минимальными.

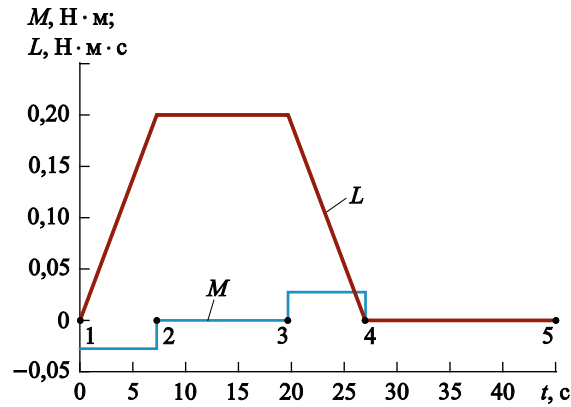


Рис. 3. Изменение кинетического и управляющего моментов маховиков

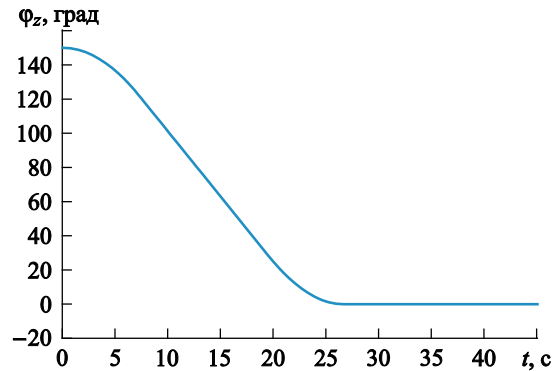


Рис. 4. Изменение угла поворота аппарата

На рис. 3 видно, что в начальный момент времени, соответствующий точке 1, выдается максимальный управляющий момент, т. е. упираемся в ограничение. Связано это с тем, что в уравнении (8) слагаемое  $k_q \mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}}_8^s$  в начальный момент времени много больше  $k_\omega \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_8^s$ .

Управляющий момент действует до тех пор, пока маховик не разгонится до максимальной угловой скорости, соответствующей максимальному кинетическому моменту (точка 2 на рис. 3). Затем на участке 2–3 аппарат продолжает разворачиваться с максимальной угловой скоростью

$$\omega_{\max z} = \frac{M_{\max z}}{J_z}, \quad (12)$$

где  $J_z$  — момент инерции аппарата вокруг оси  $z$ .

Разворот с постоянной скоростью продолжается до момента времени, соответствующего точке 3.

В точке 3 слагаемое  $k_q \mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}}_8^s$  в уравнении (8) оказывается равным  $k_\omega \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_8^s$ , а затем становится меньше него, и на участке 3–4 начинает действовать противоположный относительно участка 1–2 управляющий момент, который должен остановить аппарат, приведя его к требуемой ориентации.

На участке 4–5 показан переходный процесс, качество которого напрямую зависит от коэффициентов  $k_\omega, k_q$ . Участок 4–5 более подробно представлен на рис. 5.

Следует отметить, что с использованием коэффициентов, полученных из соотношения (9), переходный процесс имеет большее количество перерегулирований и занимает более длительное время (рис. 6 и 7).

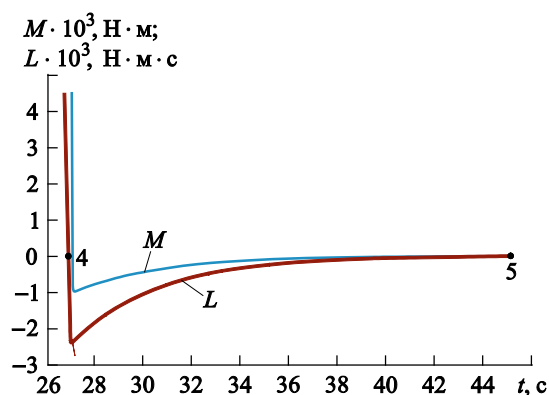


Рис. 5. Участок 4–5 переходного процесса

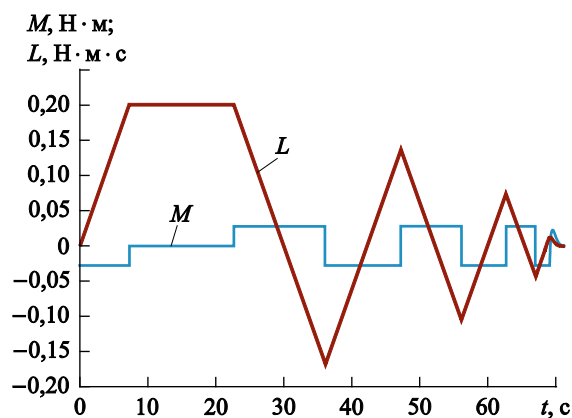


Рис. 6. Изменение кинетического и управляющего моментов маховиков при  $k_\omega^2 \leq 2k_q$

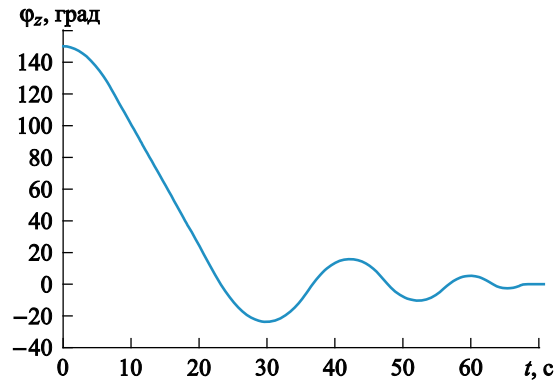


Рис. 7. Изменение угла поворота аппарата при  $k_{\omega}^2 \leq 2k_g$

Очевидно, что весь диапазон начальных углов поворота можно разделить на три участка (рис. 8), на которых зависимости между коэффициентами управления, обеспечивающие эффективное быстродействие системы ориентации, различаются между собой [9]:

I — при начальном угле поворота ограничения не достигаются;

II — при начальном угле поворота достигается ограничение по управляющему моменту маховиков;

III — при начальном угле поворота достигается ограничение по управляющему и кинетическому моментам маховиков.

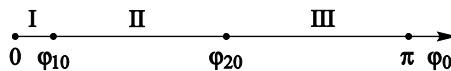


Рис. 8. Схема деления диапазона начальных углов поворота на участки

Рассматриваемая схема с делением на три участка согласуется с известной из работы [3] схемой, соответствующей оптимальному по быстродействию развороту спутника (bang-bang), за исключением последнего участка, на котором управляющий момент убывает согласно выражению (8).

Для нахождения углов  $\varphi_{10}$  и  $\varphi_{20}$  рассмотрим более подробно точку 1 (см. рис. 3). В этой точке  $\omega_{z0} = 0$ , управляющий момент маховика  $M_z = M_{\max z}$ . Далее индекс  $z$  при скалярных величинах опустим, подразумевая, что рассматривается поворот относительно одной оси. В таком случае с учетом выражения (11) уравнение (8) примет вид

$$k_g J \sin \frac{\varphi_0}{2} = M_{\max} . \quad (13)$$



Из формулы (13) можно получить условие для начального угла разворота  $\varphi_0$ , при котором достигается ограничение на максимальный управляющий момент  $M_{\max}$ . Запишем это условие следующим образом:

$$\varphi_0 \geq 2 \arcsin \left( \frac{M_{\max}}{k_q J} \right). \quad (14)$$

Для рассмотренных ограничений начальный угол поворота  $\varphi_0 = 0,63^\circ$ , а переходный процесс имеет вид, представленный на рис. 9.

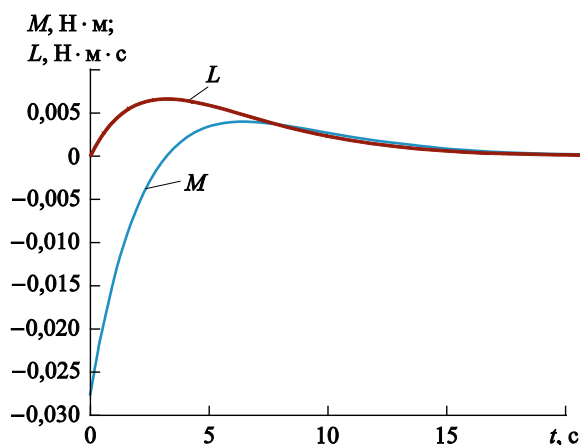


Рис. 9. Изменение кинетического и управляющего моментов для случая без ограничения на управление

Рассмотрим теперь более подробно точку 3 (см. рис. 3). В этой точке, как уже было отмечено,  $k_q \mathbf{J} \vec{\omega}_\delta^s = k_\omega \mathbf{J} \omega_\delta^s$ , а  $M = 0$ , при этом угловая скорость максимальна и определяется по уравнению (12). Тогда уравнение (8) примет вид

$$k_\omega \frac{L_{\max}}{J} + k_q \sin \frac{\varphi_3}{2} = 0. \quad (15)$$

Из уравнения (15) выразим угол  $\varphi_3$ , соответствующий положению аппарата в точке 3:

$$\varphi_3 = 2 \arcsin \left( \frac{k_\omega L_{\max}}{k_q J} \right). \quad (16)$$

Определим угол  $\varphi_2$  в точке 2 (см. рис. 3). Для этого проинтегрируем следующее выражение, справедливое для участка 1–2:

$$\ddot{\varphi}_{12} = \frac{M_{\max}}{J}, \quad (17)$$

где  $\varphi_{12}$  — изменение угла поворота аппарата на участке 1–2.

После интегрирования выражения (17) получим

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_{12} &= \frac{M_{\max}}{J} t_{12} + c_1 = \frac{M_{\max}}{J} t_{12}; \\ \varphi_{12} &= \frac{M_{\max}}{2J} t_{12}^2 + c_1 t_{12} + c_2.\end{aligned}\quad (18)$$

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  — константы интегрирования, определяемые из начальных условий для участка 1–2, а  $t_{12}$  — продолжительность переходных процессов, соответствующих участку 1–2, определяемая параметрами маховиков:

$$t_{12} = \frac{L_{\max}}{M_{\max}}. \quad (19)$$

Тогда, согласно выражению (18) и с учетом (19),

$$\varphi_{12} = \frac{L_{\max}^2}{2JM_{\max}}, \quad (20)$$

а угол в точке 2 (см. рис. 3)

$$\varphi_2 = \varphi_0 - \frac{L_{\max}^2}{2JM_{\max}}. \quad (21)$$

Зная постоянную угловую скорость на участке 2–3, углы  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  (см. формулы (12), (21) и (16)), можно определить продолжительность переходных процессов, соответствующих участку 2–3:

$$t_{23} = \frac{1}{L_{\max}} \left[ \varphi_0 - \frac{L_{\max}^2}{2JM_{\max}} - 2 \arcsin \left( \frac{k_{\omega} L_{\max}}{k_q J} \right) \right] J. \quad (22)$$

Из формулы (22) можно получить условие для начального угла, при котором достигается максимальный кинетический момент. Для этого  $t_{23}$  следует принять равным нулю. Отсюда получим

$$\varphi_0 \geq \frac{L_{\max}^2}{2JM_{\max}} + 2 \arcsin \left( \frac{k_{\omega} L_{\max}}{k_q J} \right). \quad (23)$$

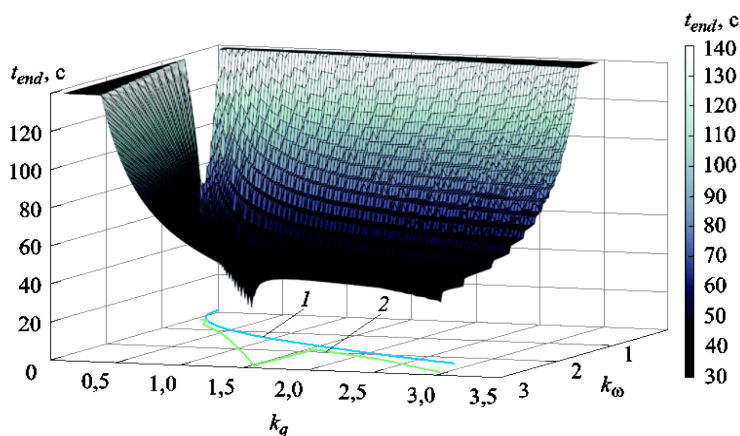
Таким образом, выражения для углов  $\varphi_{10}$  и  $\varphi_{20}$  (см. рис. 8) примут следующий вид:

$$\begin{aligned}\varphi_{10} &= 2 \arcsin \left( \frac{M_{\max}}{k_q J} \right); \\ \varphi_{20} &= \frac{L_{\max}^2}{2JM_{\max}} + 2 \arcsin \left( \frac{k_{\omega} L_{\max}}{k_q J} \right).\end{aligned}\quad (24)$$

**Подход к исследованию.** Численные эксперименты, проведенные с моделью, показывают, что коэффициенты регулятора, полученные с помощью часто встречающегося в литературе условия (10), не гарантируют ни эффективного времени выполнения маневра, ни отсутствия перерегулирования во всем диапазоне углов разворота МКА.

Исследование рассматриваемой системы управления можно проводить различными способами [10, 11], однако в данной работе предложен новый подход к исследованию.

На рис. 10 представлены результаты численного моделирования разворота системы на угол  $\varphi_0 = 150^\circ$  при значениях коэффициентов регулятора  $k_q = 0,1 \dots 3,0$ ,  $k_\omega = 0,1 \dots 3,0$  с шагом 0,025. По вертикальной оси на графике откладывается время стабилизации МКА в секундах при соответствующих значениях коэффициентов  $k_\omega, k_q$ . Временем стабилизации считается момент, после которого рассогласование по углу и скорости ориентации не превышает заданной точности. Качественно подобные графики зависимости времени стабилизации от коэффициентов регулятора воспроизводятся в численных экспериментах при различных больших углах требуемого разворота. Четко выраженные линии локальных минимумов на этих графиках соответствуют увеличению количества перерегулирований в системе управления.

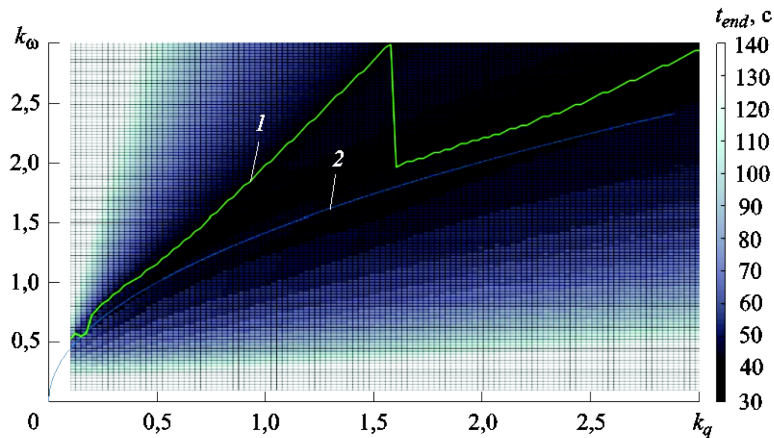


**Рис. 10.** Время стабилизации в зависимости от коэффициентов регулятора:

1 — кривая  $k_\omega^2 = 2k_q$  (см. уравнение (9)); 2 — кривая, соответствующая минимальному времени маневра

На плоскость коэффициентов  $k_\omega k_q$  проецируется кривая, соответствующая минимальному времени маневра для каждого фиксированного коэффициента  $k_\omega$  (рис. 11). Иными словами, это кривая, характеризующая зависимость между коэффициентами управления, при которой время поворота на заданный угол будет минимальным.

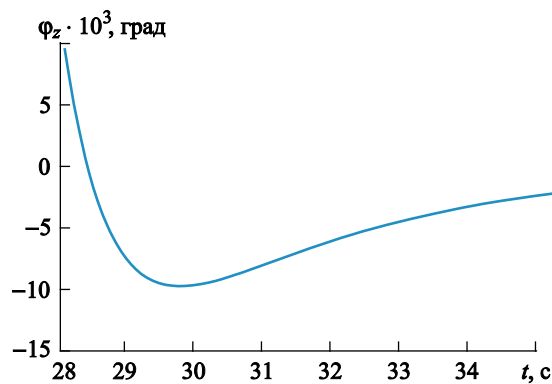
В дальнейшем будем называть ее кривой эффективных коэффициентов (КЭК). На рис. 10 ей соответствует кривая 2. Кривая 1 описывает зависимость между коэффициентами управления, используемую в [5].



**Рис. 11.** Зависимость между коэффициентами управления, обеспечивающая минимальное время маневра:

1 — КЭК; 2 — кривая  $k_{\omega}^2 = 2k_q$

Утверждение об эффективности таких коэффициентов можно проиллюстрировать графически. На рис. 12 представлена динамика изменения угла поворота МКА при значениях коэффициентов регулятора  $k_q \approx 1,375$  и  $k_{\omega} = 2,625$ , которые обеспечивают перерегулирование, не выводящее угол из интервала стабилизации  $|\varphi| < 0,01^\circ$ . Именно при таком управлении достигается минимальное время стабилизации ( $t_{end} \approx 35,6$  с).



**Рис. 12.** Динамика изменения угла поворота МКА с управлением по КЭК

**Исследование случая без ограничений.** Рассмотрим более подробно случай, когда  $\varphi_0 \leq \varphi_{10}$  (см. выражение (24)) и нет ограничений по управляющему и кинетическому моментам маховиков. Покажем, что для выбранного закона управления (8) тензор инерции аппарата не влияет на управление. Для задачи поворота вокруг одной оси с нулевой начальной угловой скоростью, выражение для управляющего момента примет вид

$$M_u^s = -J(k_\omega \omega_\delta^s + k_q \vec{q}_\delta^s), \quad k_\omega, k_q > 0. \quad (25)$$

Если внешние моменты, действующие на аппарат, отсутствуют, то ускорение аппарата

$$\varepsilon^s = J^{-1} M_u^s = -J^{-1} J(k_\omega \omega_\delta^s + k_q \vec{q}_\delta^s) = -k_\omega \omega_\delta^s - k_q \vec{q}_\delta^s. \quad (26)$$

Как видно из уравнения (26), ускорение аппарата, вызываемое управлением двигателями-маховиками, не зависит от тензора инерции аппарата. Поэтому будем искать зависимость между коэффициентами управления как функцию вида

$$k_q(k_\omega) = f_0(\varphi_0) k_\omega^2. \quad (27)$$

Используя описанный подход к исследованию, проведем численное моделирование и построим КЭК для различных начальных углов поворота  $\varphi_0$  с моментом инерции аппарата  $J = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  (рис. 13).

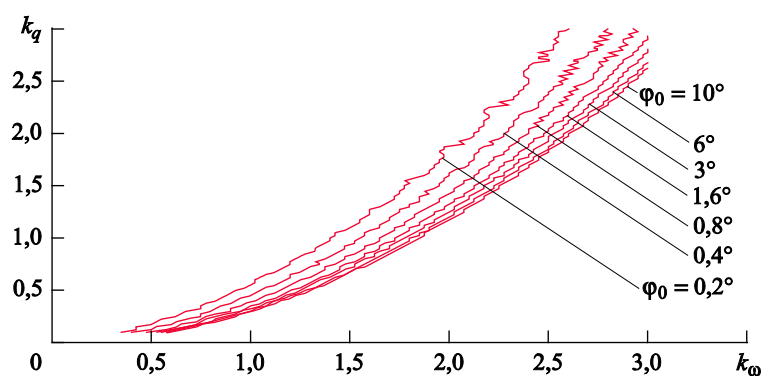


Рис. 13. Кривые эффективных коэффициентов при малых углах поворота МКА

Как видно на рис. 13, зависимость между коэффициентами управления в случае без ограничений по моментам имеет параболический вид, что согласуется с известными условиями (9). Однако КЭК изменяется в зависимости от начального угла поворота. Причем

на малых углах эта зависимость довольно значительная, а при увеличении  $\varphi_0$  КЭК стремится к некоей асимптоте.

Остается найти функцию  $f_0(\varphi_0)$ . Для этого аппроксимируем семейство КЭК (см. рис. 13) функцией вида (27). Аппроксимируем также значение коэффициента  $f_0(\varphi_0)$ . Результаты аппроксимации представлены в таблице и на рис. 14.

Аппроксимированные значения семейства парабол

$\varphi_0$ , град	$f_0(\varphi_0)$	$\varphi_0$ , град	$f_0(\varphi_0)$	$\varphi_0$ , град	$f_0(\varphi_0)$	$\varphi_0$ , град	$f_0(\varphi_0)$	$\varphi_0$ , град	$f_0(\varphi_0)$
0,2	0,4448	0,9	0,3451	1,6	0,3271	2,3	0,3179	3,0	0,3121
0,3	0,4106	1,0	0,3412	1,7	0,3258	2,4	0,3169	3,5	0,3089
0,4	0,3853	1,1	0,3376	1,8	0,3243	2,5	0,3163	4,0	0,3066
0,5	0,3740	1,2	0,3346	1,9	0,3229	2,6	0,3155	4,5	0,3047
0,6	0,3641	1,3	0,3316	2,0	0,3216	2,7	0,3143	5,0	0,3029
0,7	0,3568	1,4	0,3310	2,1	0,3198	2,8	0,3132	5,5	0,3012
0,8	0,3501	1,5	0,3295	2,2	0,3190	2,9	0,3129	6,0	0,3000

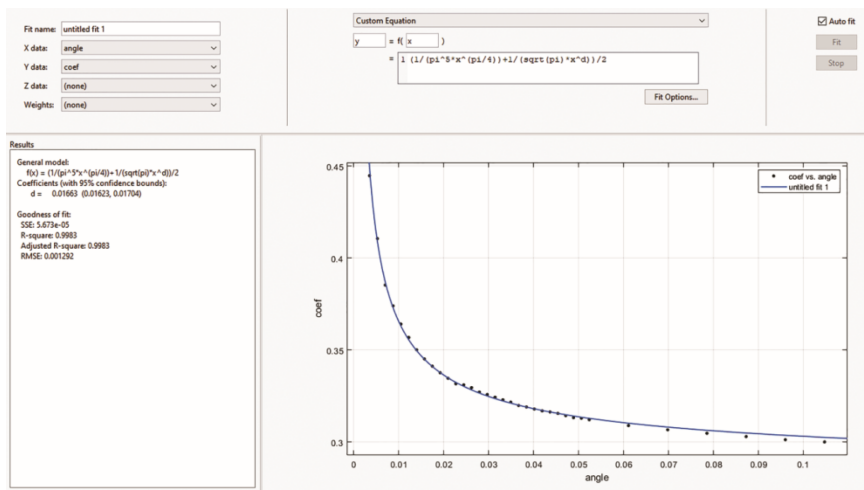


Рис. 14. Результат аппроксимации  $f_0(\varphi_0)$  при использовании ПО MATLAB

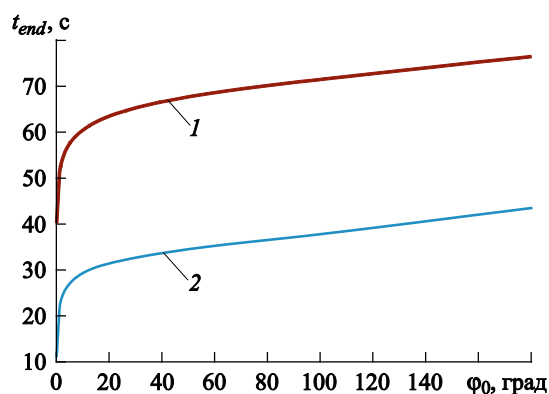
Таким образом, коэффициент  $f_0(\varphi_0)$  принимает вид

$$f_0(\varphi_0) = \frac{0,003543}{\varphi_0^{0,755}} + \frac{0,5466}{\varphi_0^{0,02672}} \quad (28)$$

Функция (27), описывающая зависимость между эффективными по быстрдействию коэффициентами управления для случая без ограничений, с учетом (28) преобразуется к виду

$$k_q = k_\omega^2 \left[ \frac{0,003543}{\varphi_0^{0,755}} + \frac{0,5466}{\varphi_0^{0,02672}} \right]. \quad (29)$$

**Анализ полученных результатов.** Сравним время переходного процесса по углу поворота с использованием коэффициентов управления, полученных с помощью функции (29) и с помощью ранее известных теоретических зависимостей (10) для различных начальных углов поворота  $\varphi_0$ . Результаты анализа представлены на рис. 15.



**Рис. 15.** Продолжительность переходного процесса в зависимости от начального угла поворота при поиске эффективных коэффициентов управления:  
1 — по функции (10); 2 — по функции (29)

На рис. 15 видно, что полученная в работе функция поиска эффективных коэффициентов управления (29) обеспечивает более быстрый поворот аппарата на всем диапазоне значений начального угла поворота.

**Заключение.** В данной работе предложен новый подход к отысканию эффективных по быстродействию коэффициентов управления ориентацией МКА с помощью двигателей-маховиков. Диапазон углов разворота разделен на три принципиальных участка и с помощью предложенного подхода получены зависимости между эффективными коэффициентами управления для случая поворота МКА на произвольный угол без ограничений по управляющему и кинетическому моментам маховиков.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Алешин Б.С., ред. *Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии*. Москва, Физматлит, 2006, 424 с.

- [2] Амелькин Н.И. *Кинематика и динамика твердого тела*. Москва, Изд-во МФТИ, 2000, 64 с.
- [3] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. *Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела*. Москва, Наука, 1973, 320 с.
- [4] Соловьев В.А., Лысенко Л.Н., Любинский В.Е. *Управление космическими полетами*. Лысенко Л.Н., ред. В 2 ч. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009–2010.
- [5] Payne L. Tuning PID control loops for fast response. *Control Engineering*, 2014. URL: <https://www.controleng.com/single-article/tuning-pid-control-loops-for-fast-response> (дата обращения 20.04.2018).
- [6] Иванов Д.С., Карпенко С.О., Овчинников М.Ю. Алгоритм оценки параметров ориентации малого космического аппарата с использованием фильтра Калмана. *ИПМ им. М.В. Келдыша. Препринт*. Москва, 2009, № 48, 32 с.
- [7] Тюлин А.Е., Бетанов В.В. *Летные испытания космических объектов. Определение и анализ движения по экспериментальным данным*. Тюлин А.Е., ред. Москва, Радиотехника, 2016, 336 с.
- [8] Лысенко Л.Н., Бетанов В.В., Звягин Ф.В. *Теоретические основы баллистико-навигационного обеспечения космических полетов*. Лысенко Л.Н., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014, 518 с.
- [9] Baumgarte J. Stabilization of Constraints and Integrals of Motion in Dynamical Systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1972, vol. 1, no. 1, pp. 1–16.
- [10] Hajiyeve Ch., Bahar M. Increase of accuracy of the small satellite attitude determination using redundancy techniques. *Acta Astronautica*, 2002, vol. 50, no. 11, pp. 673–679.
- [11] Mascarenhas W.F. On the divergence of line search methods. *Comput. Appl. Math.*, 2007, vol. 26, no. 1, pp. 129–169.

Статья поступила в редакцию 20.03.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Акимов И.О. Исследование быстродействия алгоритма управления малогабаритным космическим аппаратом с использованием двигателей-маховиков. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 4.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-4-1871>

**Акимов Илья Олегович** — инженер-теоретик ООО «Спутникс», инженер кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: [akimov-94@mail.ru](mailto:akimov-94@mail.ru)



## **Investigation of the speed of the small-sized spacecraft control algorithm using reaction wheels**

© I.O. Akimov

Sputnix Ltd, Moscow, 121059, Russia

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The paper considers a mathematical model of spacecraft motion in quaternions, taking into account the control constraints on the kinetic and control torque of the reaction wheel. We analyzed current approaches to the search for reaction wheel control factors providing quasi-optimal performance. Boundary conditions for different types of reaction wheel control have been obtained analytically. Furthermore, we introduced our own approach to the study of the effective control coefficients of the two term controller of the reaction wheel. By means of the new approach, the maneuver was successfully analyzed without any control constraints on the kinetic and control torque of the reaction wheel, and the dependences of the control coefficients were obtained providing the required speed for the considered case. Findings of research show that the dependences of the control coefficients obtained provide the highest performance for any initial angles of rotation in comparison with the previously obtained theoretical dependences of the coefficients.*

**Keywords:** *control systems, two term controller, control coefficients, reaction wheels, spacecraft*

### REFERENCES

- [1] Aleshin B.S., Veremeenko K.K. *Orientatsiya i navigatsiya podvizhnykh obektov: sovremennye informatsionnye tekhnologii* [Orientation and navigation of mobile objects: modern information technologies]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2006, 424 p.
- [2] Amelkin N.I. *Kinematika i dinamika tverdogo tela* [Kinematics and dynamics of a solid]. Moscow, MFTI Publ., 2000, 64 p.
- [3] Branets V.N., Shmyglevskiy I.P. *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* [Use of quaternions in problems of solid body orientation]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 320 p.
- [4] Payne L. *Tuning PID control loops for fast response: Control Engineering*, 2014. Available at: <https://www.controleng.com/single-article/tuning-pid-control-loops-for-fast-response> (accessed April 20, 2018).
- [5] Ivanov D.S., Karpenko S.O., Ovchinnikov M.Yu. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha — Keldysh Institute Preprints*, Moscow, 2009, no. 48, 32 p.
- [6] Hajiyev C., Bahar U. *Increase of accuracy of the small satellite attitude determination using redundancy techniques*. Istanbul Technical University, 2002, 5 p.
- [7] Lysenko L.N., Betanov V.V., Zvyagin F.V. *Teoreticheskie osnovy ballistiko-navigatsionnogo obespecheniya kosmicheskikh poletov* [Theoretical background of ballistic-navigation space flight support]. Moscow, BMSTU Publ., 2014.
- [8] Tyulin A.E., Betanov V.V. *Letnye ispytaniya kosmicheskikh obektov. Opredelenie i analiz dvizheniya po eksperimentalnym dannym* [Flight tests of space objects. Motion detection and analysis using experimental data]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2016, 336 p.

- [9] Solovev V.A., Lysenko L.N., Lyubinskiy V.E. Upravlenie kosmicheskimi poletami [Space Flight Control]. In 2 parts. Moscow, BMSTU Publ., 2009, 2010.
- [10] Mascarenhas W.F. On the divergence of line search methods. *Comput. Appl. Math.*, 2007, vol. 26, no. 1, pp. 129–169.
- [11] Baumgarte J. *Stabilization of Constraints and Integrals of Motion in Dynamical Systems*. *Computer Methods Applied in Mechanics and Engineering*, 1972, vol. 1, no. 1, pp. 1–16.

**Akimov I.O.** (b. 1994) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2018. Theoretical-engineer of SPUTNIX Ltd., engineer of the Department of Dynamics and Flight Control of Rocket and Spacecraft, Bauman Moscow State Technical University.  
e-mail: akimov-94@mail.ru