

## Особенности управления орбитальным движением геостационарных спутников в условиях их коллокации

© Ю.Г. Сухой, В.Ф. Брагинец, В.М. Мещеряков

Филиал «Прецизионного навигационно-баллистического обеспечения»  
АО «НПК «Системы прецизионного приборостроения», г. Королёв, 141092, Россия

*Проведен анализ особенностей безопасного управления орбитальным движением двух геостационарных спутников, находящихся в одной орбитальной позиции. При заданных допущениях и ограничениях исследованы способы управления эксцентриситетами и наклонениями орбит спутников посредством коррекций, обеспечивающих реализацию метода I–E-коллокации. В результате исследований разработаны рациональные стратегии управления эксцентриситетами и наклонениями орбит двух спутников. Стратегия управления эксцентриситетами представляет собой модификацию стратегии солнечно-синхронного перигея и названа авторами стратегией квазисолнечно-синхронного перигея. Стратегия управления наклонениями учитывает эволюцию наклонений орбит под действием гравитационных потенциалов Солнца и Луны в разные периоды года и при различном положении линии узлов орбиты Луны. Разработанные стратегии обеспечивают сокращение затрат топлива на проведение коррекций параметров орбит двух спутников в условиях их коллокации, так как коррекции эксцентриситета частично совмещаются с коррекциями удержания спутника по долготе, а коррекции наклонения выполняются по наиболее рациональному направлению, противоположному направлению роста вектора наклонения.*

**Ключевые слова:** коллокация, управление орбитальным движением, геостационарная орбита, гравитационный потенциал Солнца, гравитационный потенциал Луны, стратегия управления наклонениями, стратегия управления эксцентриситетом

**Введение.** Учет особенностей управления движением двух или нескольких геостационарных спутников в одной орбитальной позиции (коллокация) необходим для исключения возможности их столкновения. Разделение векторов наклонений ( $I$ ) и эксцентриситетов ( $E$ ) орбит спутников ( $I$ – $E$ -коллокация) — наиболее распространенный метод совместного безопасного управления несколькими геостационарными спутниками в одной орбитальной позиции [1]. Реализация метода коллокации в конкретных условиях удержания спутников обеспечивается поддержанием определенных значений параметров орбит путем циклического проведения коррекций. Выбор стратегии применения метода  $I$ – $E$ -коллокации зависит от размеров зоны удержания по долготе и широте, числа спутников в общей зоне удержания, значений тяг корректирующих двигателей, ошибок отработки коррекций, точности определения и прогнозирования параметров их

орбит, ограничений на проведение коррекций, а также от числа операторов спутников и их участия в обмене информацией о параметрах орбит спутников. Орбиты геостационарных спутников, разнесенные в соответствии с методом  $I-E$ -коллокации, теоретически не имеют общих точек пересечения, однако опасность столкновения спутников существует ввиду наличия ошибок определения орбиты, прогнозирования параметров движения спутников и практического исполнения коррекций [2]. Для гарантированного предотвращения столкновений необходимо постоянно контролировать расстояние между спутниками. Если управление спутниками происходит из одного центра, эта проблема решается регулярным определением параметров орбит спутников по измерениям, прогнозированием их параметров движения и вычислением расстояния между ними с учетом возможных ошибок. Если управление спутниками происходит из разных центров, в дополнение к указанному ранее необходимо постоянно обмениваться данными о параметрах орбит спутников между центрами управления. Вместе с этим требуется менять штатную технологию проведения коррекций наклонений и эксцентриситетов орбит геостационарных спутников в целях поддержания минимально допустимого расстояния между спутниками (осуществление  $I-E$ -коллокации). В результате такого изменения возникают дополнительные затраты топлива на проведение коррекций, которые целесообразно сокращать для более длительного использования спутников по целевому назначению.

**Постановка задачи исследований.** Основная задача данных исследований — анализ особенностей безопасного управления орбитальным движением двух геостационарных спутников, находящихся в одной орбитальной позиции, а также разработка рациональных стратегий управления эксцентриситетами и наклонениями их орбит, обеспечивающих реализацию метода  $I-E$ -коллокации с учетом долгопериодической эволюции эксцентриситетов под действием светового давления и эволюции наклонений под действием гравитационных потенциалов Солнца и Луны в разные периоды года и при различном положении линии узлов орбиты Луны.

Методы обеспечения безопасного управления спутниками с близкими параметрами орбит, наиболее часто используемые на геостационарной орбите, следующие [3, 4]: 1) смещение спутников по средней долготе; 2) разнесение адаптированных элементов орбит спутников (векторов эксцентриситета и наклонения) —  $I-E$ -коллокация.

Первый метод реализуется путем разделения долготной зоны на зоны меньшего размера, в каждой из которых находится свой спутник, что не всегда возможно, поскольку в этом случае требуется соблюдать более жесткие условия удержания спутника в зоне меньшего размера. Этот метод подходит для зон удержания по долготе

$\Delta L \geq \pm 0,1^\circ$ , которые можно разбить на 2–3 зоны размером  $\Delta L = \pm 0,03 \dots 0,05^\circ$  и более. Для зоны удержания  $\Delta L = \pm 0,05^\circ$ , часто используемой для спутников серии «Экспресс-АМ», такое разбиение приводит к частым коррекциям эксцентриситета и, как следствие, к повышенному расходу рабочего тела двигателей коррекции. Малые долготные диапазоны удержания спутника не позволяют также эффективно применять часто используемую стратегию поддержания ориентированного на Солнце перигея (солнечно-синхронного перигея) [1].

Второй метод (*I–E*-коллокация) наиболее распространен при совместном управлении несколькими спутниками [3]. Существуют разные комбинации применения этого метода, например, разнесение только векторов эксцентриситетов спутников (*E*-коллокация). В работе [1] показано, что разнесение векторов эксцентриситетов (*E*-коллокация) представляет собой основной независимый метод обеспечения безопасного расстояния между спутниками. Для геостационарной орбиты критерием поддержания безопасного расстояния между двумя спутниками, определенным из практики коллокации, является расстояние 10 км. Этот критерий заведомо превышает сумму возможных ошибок при прогнозировании положения двух спутников с учетом предстоящих коррекций элементов их орбит на двухнедельном интервале. Если спутники находятся на близких текущих средних долготах (скорости дрейфа их средних долгот ввиду малости зоны удержания можно принять равными), то для оперативной оценки расстояния между ними можно использовать формулу, приведенную в работе [1],

$$\delta\rho = a_g \sqrt{\delta e^2 + \frac{3}{4} \delta L^2 + \delta B^2 + \Delta L_0^2 + 2\Delta L_0 \delta L}, \quad (1)$$

где  $a_g = \sqrt[3]{\mu_3 / n^2}$  — большая полуось идеальной геостационарной орбиты,  $\mu_3$  — гравитационная постоянная Земли,  $n = 2\pi/T$  — среднее движение;  $\delta e = \sqrt{\delta e_x^2 + \delta e_y^2}$  — модуль разности векторов эксцентриситетов двух спутников [4, 5],  $\delta e_x$  — разность координат  $e_x$  двух спутников,  $\delta e_y$  — разность координат  $e_y$  двух спутников;  $\delta L$  — разность долгот двух спутников, выраженная в радианах;  $\delta B$  — разность широт двух спутников, выраженная в радианах;  $\Delta L_0$  — разность начальных средних долгот двух спутников.

Для спутников, имеющих одинаковые начальные средние долготы  $L_0$ , формула (1) принимает более простой вид [1]:

$$\delta\rho = a_g \sqrt{\delta e^2 + \frac{3}{4} \delta L^2 + \delta B^2}. \quad (2)$$

Достаточно часто спутники оказываются на одной долготе и величина  $\delta L$  становится равной нулю. Из формулы (2) следует, что в этом случае разнесение спутников осуществляется по эксцентриситету и широте, зависящей от времени и наклона. В этой связи цель данного исследования определить стратегию  $I$ – $E$ -коллокации, достаточную для разведения двух геостационарных спутников в одной зоне удержания на расстояние не меньше заданного критерия ( $\delta r \geq \delta r_{кр} = 10$  км) и обеспечивающую рациональное расходование рабочего тела корректирующих двигателей.

**Допущения и ограничения.** Изменение наклона и эксцентриситета орбиты каждого геостационарного спутника анализировали в инерциальной геоцентрической системе координат: истинной текущей системе координат (ИТСК), зафиксированной относительно звезд на момент расчета параметров орбиты. В этой системе координат ось  $X$  орбиты направлена в точку истинного весеннего равноденствия, ось  $Z$  — к северному полюсу, а ось  $Y$  дополняет систему координат до правой системы. Для анализа использовали дополнительные системы координат ( $I_x, I_y$  и  $E_x, E_y$ ), в которых рассматривали поведение адаптированных двумерных векторов наклона и эксцентриситета [2, 5]:

$$\bar{i} = i\bar{i}_{1XOY} \begin{pmatrix} \cos \Omega \\ \sin \Omega \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\bar{e} = e\bar{e}_{1XOY} \begin{pmatrix} \cos(\Omega + \omega) \\ \sin(\Omega + \omega) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $i$  — наклонение орбиты;  $\bar{i}_{1XOY}$  — составляющая единичного вектора наклона, лежащая в плоскости  $XOY$  ( $\bar{i}_1$  — единичный вектор наклона, совпадающий по направлению с вектором угловой скорости движения спутника по орбите);  $e$  — эксцентриситет орбиты;  $\bar{e}_{1XOY}$  — единичный вектор эксцентриситета, лежащий в плоскости  $XOY$  и направленный из центра системы координат в сторону перигея орбиты;  $\Omega$  — долгота восходящего узла орбиты;  $\omega$  — аргумент перигея орбиты спутника.

В координатах ( $I_x, I_y$ ) отображали значения точек годографа вектора наклона как функции долготы восходящего узла орбиты ( $i_x = i \cos \Omega$  и  $i_y = i \sin \Omega$ ), а в координатах ( $E_x, E_y$ ) — значения точек годографа вектора эксцентриситета как функции суммы восходящего узла орбиты и аргумента перигея ( $e_x = e \cos(\Omega + \omega)$  и  $e_y = e \sin(\Omega + \omega)$ ).

В анализе использованы линеаризованные выражения для компонент вектора положения спутника в сферической системе координат

нат, которые получены при разложении функций в степенные ряды и выделении линейной части [2, 4, 5]. Исследование проведено для двигателей, способных обеспечить коррекцию наклона одним импульсом в зоне рассматриваемого радиуса  $R = i_{\max}$  в координатах  $(I_x, I_y)$  в каждом цикле удержания спутника по наклону, здесь  $i_{\max}$  — максимально допустимое наклонение орбиты. В исследованиях не учитывались ошибки отработки импульсов коррекции.

**Анализ возможных стратегий управления эксцентриситетом орбиты.** При нахождении спутников на одних и тех же долготе и широте разнесение спутников происходит только в радиальном направлении за счет разности векторов эксцентриситета в соответствии с формулой (2), которая в этом случае принимает вид

$$\delta r = a_g \delta e. \quad (5)$$

Как показано в [1], в методе  $I$ - $E$ -коллокации главную роль играет разность векторов эксцентриситетов. Если не учитывать угол склонения Солнца и усреднить суточные колебания вектора эксцентриситета от гравитационных потенциалов Земли, Солнца и Луны, то годограф вектора эксцентриситета в течение года очерчивает окружность [1] радиусом

$$R_e = \frac{3PT_C}{4\pi V} C_p \frac{S}{m}, \quad (6)$$

где  $P$  — давление солнечного излучения на орбите Земли;  $T_C$  — период обращения Солнца по эклиптике;  $V$  — скорость движения спутника по орбите;  $C_p$  — коэффициент, учитывающий форму спутника;  $S$  — эффективная площадь поперечного сечения спутника;  $m$  — масса спутника.

Если учесть изменение склонения Солнца в течение года, то окружность превращается в эллипс, так как в периоды равноденствий и солнцестояний возмущения эксцентриситета различаются. Далее, для упрощения анализа, использовали модель поведения эксцентриситета, описываемую окружностью.

Для геостационарных спутников величина  $\varepsilon = \frac{3PT_C}{4\pi V}$  примерно

одинакова и составляет около  $0,01117 \text{ кг/м}^2$ . Величины  $\eta = C_p \frac{S}{m}$

эффективного отношения площади поперечного сечения к массе у разных спутников могут существенно различаться, так как массы и площади солнечных батарей у них неодинаковы. Для компенсации трансверсального ускорения от вариаций гравитационного потенциала Земли и ускорения, возникающего под действием светового дав-

ления, периодически выполняют коррекции средней долготы спутника (периода обращения спутника) и эксцентриситета орбиты, которые могут быть совмещены. Коррекцию эксцентриситета можно выполнять отдельно двумя включениями двигателей коррекции на участках орбиты, прилегающих к перигею и апогею. В этом случае при смещении времени исполнения коррекций можно не только уменьшать эксцентриситет, но и менять направление вектора эксцентриситета. Такую стратегию коррекции эксцентриситета иногда называют стратегией компенсации или минимизации эксцентриситета. Однако она не всегда рациональна с точки зрения затрат топлива на проведение коррекций, так как коррекции эксцентриситета делаются отдельно от других коррекций. Для уменьшения затрат топлива на коррекцию эксцентриситета часто используют стратегию солнечно-синхронного перигея (Sun Pointing Perigee Strategy) [1], при которой выбирают такие временные интервалы проведения коррекций удержания спутника по долготе, когда одновременно уменьшается эксцентриситет. Экономия топлива в этом случае достигается за счет совмещения долготных коррекций (коррекций периода обращения) с коррекциями эксцентриситета. При такой стратегии усредненный вектор эксцентриситета, как и в случае его свободного дрейфа, всегда направлен в сторону Солнца и имеет также почти постоянное по модулю значение, но меньшее по размеру, чем под действием только Солнца. Если  $\eta$  имеет достаточно большое значение, то радиус свободного дрейфа эксцентриситета  $R_e$  слишком велик, что не позволяет управлять спутником в выбранном долготном диапазоне без частого проведения совмещенных коррекций эксцентриситета орбиты и долготы спутника. Ввиду этого при коллокации спутников стратегия солнечно-синхронного перигея часто чередуется с коррекциями восстановления вектора эксцентриситета до требуемых значения и направления. Для коротких промежутков времени ограничение на максимально возможный эксцентриситет для выбранной зоны удержания по долготе можно определить по упрощенной формуле [2]:

$$e \leq \frac{\Delta L_{\max}}{2}, \quad (7)$$

где  $\Delta L_{\max}$  — угловое расстояние в радианах от центра орбитальной позиции до границы зоны удержания.

В этом случае траектория движения спутника относительно центра зоны удержания в течение одного витка вписывается в границы зоны удержания по долготе. Рабочий эксцентриситет, позволяющий реализовать технологический цикл баллистического обеспечения управления спутником, должен быть примерно в 1,5–2 раза меньше этого значения для создания интервала свободного дрейфа спутника

по долготе. Для удержания спутника в долготном диапазоне  $\Delta L = \pm 0,05^\circ$ , согласно формуле (7), максимально возможный эксцентриситет составляет 0,000436, а диапазон приемлемого рабочего эксцентриситета выбирают от 0,00022 до 0,00027. Выбор конкретной стратегии коррекции эксцентриситета дополнительно зависит от тяги двигателей коррекции, которая определяет удобство использования той или иной стратегии. Например, для спутников «Экспресс-АМ» («Экспресс-АМ3», «Экспресс-АМ5») с диапазоном удержания  $\Delta L = \pm 0,05^\circ$  применяют стратегию компенсации эксцентриситета, для большинства иностранных спутников с диапазоном удержания  $\Delta L = \pm 0,1^\circ$  — стратегию солнечно-синхронного перигея. Следует отметить, что из-за расхода топлива на коррекции масса спутника с течением времени уменьшается,  $\eta$  увеличивается и радиус окружности свободного дрейфа вектора эксцентриситета возрастает. Поэтому годограф вектора эксцентриситета напоминает медленно раскручивающуюся спираль. При использовании жидкостных ракетных двигателей малой тяги [6, 7], потребляющих достаточно большое количество топлива, спираль раскручивается быстро и к окончанию времени активного существования спутников становится труднее управлять вектором эксцентриситета. Для стационарных плазменных двигателей [8, 9], установленных на многих отечественных спутниках, потребление топлива небольшое, поэтому спираль годографа вектора эксцентриситета раскручивается незначительно.

**Суть стратегии квазисолнечно-синхронного перигея для двух спутников.** Для рассматриваемых допущений и ограничений принято, что управление производится однотипными спутниками, контролируемые из общего центра управления или из разных центров с обменом данными между ними. Обычно применяют поддержание близких по размеру, но сдвинутых друг относительно друга окружностей годографов векторов эксцентриситетов в течение года. Основной принцип разнесения окружностей — максимизация разностей  $\delta e$  в разные времена года при обеспечении требуемых размеров окружностей. Для двух спутников окружности обычно раздвигаются таким образом, чтобы направления и модули векторов эксцентриситетов максимально отличались, для трех спутников центры окружностей могут распределяться по вершинам треугольника, для четырех спутников — по вершинам прямоугольника, для пятого спутника центр окружности может находиться в центре прямоугольника. Все окружности могут пересекаться и должны располагаться внутри фигуры, близкой к окружности, радиусом которой является максимальный рабочий эксцентриситет для выбранного долготного диапазона удержания спутников [10]. Однако применение указанных способов приводит к ограничению области изменения вектора эксцентриситета, ввиду чего коррекции эксцентриситета нередко выполняются не-

рационально с точки зрения компенсации силы светового давления и расхода топлива. В этой связи авторами была разработана стратегия квазисолнечно-синхронного перигея (Quasi-Sun Pointing Perigee Strategy), позволяющая не уменьшать радиусы окружностей годовых годографов векторов эксцентриситетов в целях обеспечения их сдвига друг относительно друга, а также использовать достаточно большие по модулю значения эксцентриситетов. Экономия топлива на проведение коррекций эксцентриситетов достигается за счет использования для обоих спутников стратегий, близких к стратегии солнечно-синхронного перигея. Суть предлагаемой стратегии квазисолнечно-синхронного перигея заключается в том, что перигеи орбит двух спутников разносятся относительно направления на Солнце в разные стороны при одном и том же или близком рабочем радиусе  $R_{\text{раб}}$  окружностей годовых годографов векторов эксцентриситетов (рис. 1). Радиус  $R_e$  показывает окружность, по которой происходит свободный дрейф вектора эксцентриситета под действием силы светового давления. Вектор эксцентриситета  $\bar{e}_0$  показывает направление на Солнце при осуществлении стратегии солнечно-синхронного перигея. Вектор  $\delta\bar{e}$  — практически постоянная разность векторов эксцентриситетов двух спутников  $\bar{e}_1$  и  $\bar{e}_2$ , участвующих в коллокации, он всегда перпендикулярен направлению на Солнце, вращается вместе с Солнцем и обеспечивает разделение спутников в соответствии с формулой (5). Стратегии коррекции эксцентриситетов обоих спутников, как видно из рис. 1, близки к стратегии солнечно-синхронного перигея, а при маленьком расстоянии между спутниками практически совпадают с ней. Ввиду этого разработанная стратегия получила название стратегии квазисолнечно-синхронного перигея (Quasi-Sun Pointing Perigee Strategy).

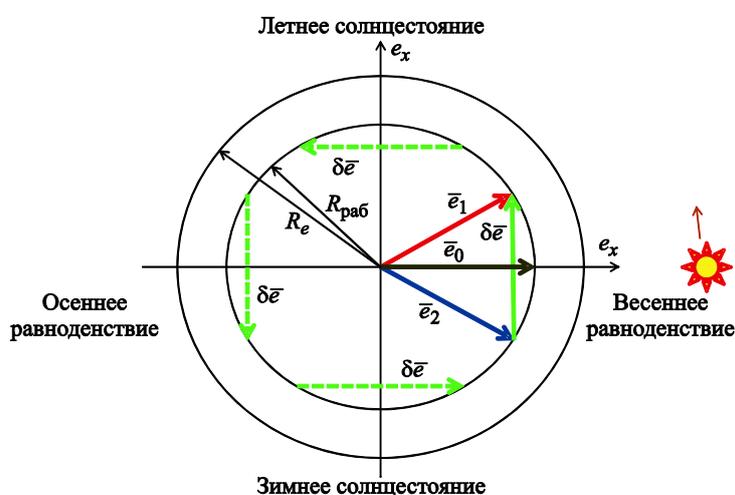


Рис. 1. Стратегия квазисолнечно-синхронного перигея

Например, если  $R_{\text{раб}} = e_1 = e_2 = 0,00027$ , а направления векторов эксцентриситетов отклонены от направления на Солнце в разные стороны на  $28^\circ$ , то, согласно формуле (5), расстояние между спутниками составит 10,7 км. Временные интервалы проведения коррекций для обеспечения разработанной стратегии должны быть сдвинуты в разные стороны относительно временных интервалов проведения коррекций по стратегии солнечно-синхронного перигея, что приведет, как уже было сказано, к дополнительным затратам топлива. Но все же предлагаемая стратегия обеспечивает определенный выигрыш по затратам топлива, так как эти коррекции частично совмещаются с коррекциями удержания спутника по долготе. Схемы проведения коррекций по предлагаемой стратегии, а также дополнительные затраты топлива при ее реализации зависят от поддерживаемого расстояния между спутниками и будут рассмотрены в следующих работах авторов.

**Анализ возможных стратегий управления наклонениями орбит двух спутников.** В результате разделения векторов эксцентриситетов два спутника разносятся как в радиальном, так и в трансверсальном направлениях. При совпадении восходящих узлов и наклонений орбит разнесение происходит в плоскости орбиты. Для увеличения расстояния между спутниками, особенно при поддержании малых значений эксцентриситетов спутников, удерживаемых в небольших долготных диапазонах  $\Delta L \leq \pm 0,05^\circ$ , требуется дополнительно разделить другие элементы их орбит.

В работе [11] разработана стратегия коррекции наклонения геостационарного спутника для разных по величине зон удержания и различных периодов цикла движения узлов лунной орбиты, которая обеспечивает рациональное исполнение корректирующих воздействий. Стратегия предусматривает учет долгопериодических вариаций изменения наклонения в зависимости от размеров зоны удержания по широте (наклонению). Она позволяет выбирать рациональные направления уменьшения наклонения спутника в координатах  $(I_x, I_y)$  под действием корректирующего воздействия и его величину с учетом требуемых запасов по наклонению [11]. Показано, что для радиусов удержания наклонения орбиты от  $0,38^\circ$  (для года минимальных возмущений) до  $0,48^\circ$  (для года максимальных возмущений) целесообразно применять стратегию компенсации наклонения на годовом интервале по среднему изменению наклонения за год без учета полугодовых вариаций изменения наклонения от гравитационного потенциала Солнца. В зоне удержания по наклонению с радиусом от  $0,19^\circ$  (для года минимальных возмущений) до  $0,24^\circ$  (для года максимальных возмущений) целесообразно осуществлять компенсацию наклонения на полугодовом интервале по среднему изменению наклонения

также без учета полугодовых вариаций изменения наклонения от гравитационного потенциала Солнца. Для меньших зон удержания необходимо выбирать ориентацию корректирующего воздействия, благодаря которому наклонение спутника в координатах  $(I_x, I_y)$  уменьшается в направлении, параллельном линии, соединяющей центр зоны удержания следующего временного цикла с центром зоны удержания текущего цикла.

Центр зоны следующего временного цикла удержания наклонения целесообразно выбирать на кривой только с полугодовыми вариациями от гравитационного потенциала Солнца (без учета лунных двухнедельных вариаций и солнечно-лунных суточных вариаций). Включение двигателя коррекции необходимо делать в тот момент времени, когда запас по наклонению будет не менее, чем сумма возможных отклонений наклонения за счет двухнедельных лунных вариаций и суточных солнечно-лунных вариаций ( $0,006^\circ$ ). Запас по наклонению после отработки импульса должен дополнительно включать в себя возможное изменение наклонения за счет ошибки отработки импульса коррекции. Такая стратегия для зоны удержания по наклонению радиусом  $0,1^\circ$  показана на рис. 2 и подробно описана в работе [11].

При коллокации двух спутников их годографы изменения наклонения имеют один и тот же вид, но могут быть сдвинуты в окружности удержания относительно центральной кривой изменения накло-

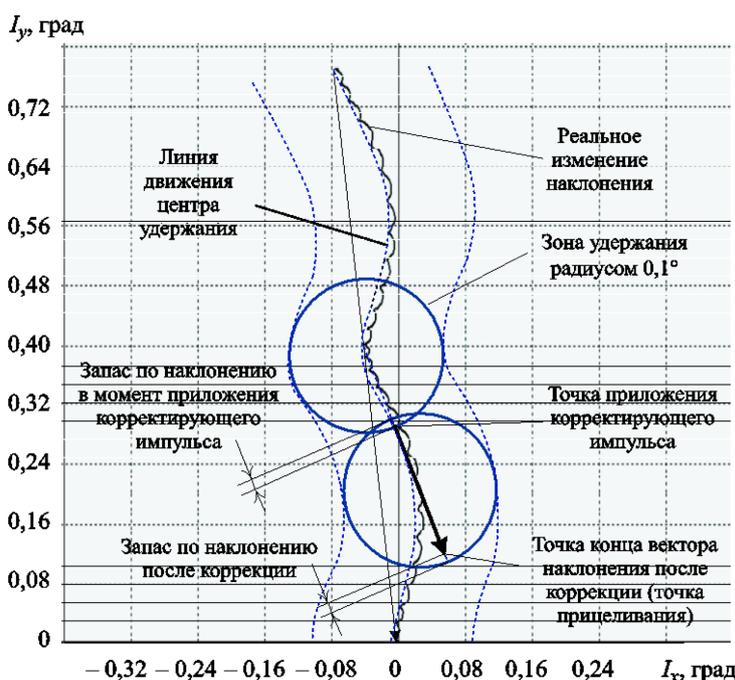


Рис. 2. Рациональная стратегия коррекции наклонения одного спутника

нения (рис. 3). Как показано в работе [11], для обеспечения минимального количества включений двигателей коррекции и экономии расхода топлива необходимо, чтобы кривая изменения наклонения проходила как можно ближе к центру зоны удержания. Для двух спутников этого можно достичь двумя способами:

1) разнесением годографов наклонений двух спутников от центральной кривой изменения наклонения в левую и правую части окружности удержания по оси  $I_x$  (см. рис. 3, цветные пунктирные линии);

2) разнесением годографов наклонений двух спутников по оси  $I_y$  (перемещение одного годографа в верхнюю, а другого годографа в нижнюю части окружности).

В последнем случае годографы обоих спутников [11] проходят по линии, близкой к диаметру окружности удержания, и, таким образом, совпадают с наиболее рациональным направлением изменения годографа вектора наклонения при управлении одним спутником без коллокации. Недостатки этого способа — более частое проведение коррекций наклонения и необходимость обеспечения заданного по времени интервала между проведением коррекций наклонения двух спутников. Направления корректирующих воздействий показаны на рис. 3. Возможны и промежуточные варианты, когда годографы векторов наклонения разносятся в разные четверти окружности удержания по диагонали, что представляет собой комбинацию разделения по осям  $I_x$  и  $I_y$ .

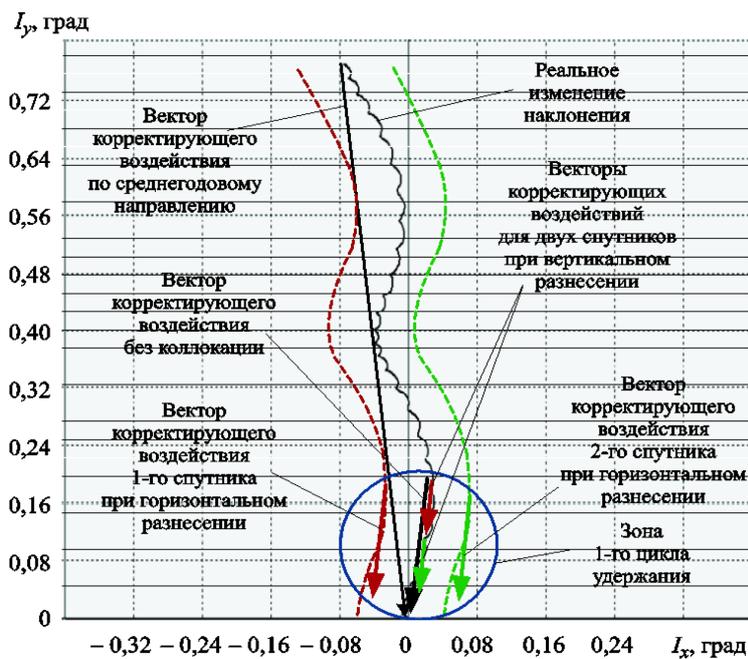


Рис. 3. Возможное разнесение наклонений двух спутников при их коллокации

**Разведение спутников путем разнесения векторов наклонений вдоль оси  $I_x$ .** В этом случае модули векторов наклонения близки, а восходящие узлы орбит разносятся в разные стороны относительно восходящего узла  $\Omega$  неразнесенной орбиты на угол  $\pm \delta\Omega$ . Из определения широты спутника

$$B = i \sin(\omega + \nu). \quad (8)$$

Здесь  $\nu$  — истинная аномалия. Следовательно, при одинаковых значениях  $i$ ,  $\omega$  и  $\nu$  разделения по широте нет. Тот же результат получается и при нахождении разности широт через выражение [2, 5]:

$$B = i_x \sin s - i_y \cos s, \quad (9)$$

где  $s$  — текущий сидерический (часовой) угол,  $s = \Omega + \omega + \nu$ .

Для оценки разделения спутников по радиус-вектору и долготе при разделении их годографов наклонений вдоль оси  $I_x$  используем линеаризованные уравнения для радиус-вектора и долготы каждого спутника, выраженные через скалярные проекции вектора эксцентриситета [2, 5]:

$$r = a_g - \frac{2a_g}{3\omega_3} D - a_g (e_x \cos s + e_y \sin s), \quad (10)$$

$$L = L_0 + D(t - t_0) + 2(e_x \sin s - e_y \cos s), \quad (11)$$

где  $\omega_3$  — угловая скорость вращения Земли;  $D$  — скорость изменения средней долготы спутника [4, 5];  $L_0$  — средняя долгота спутника в радианах в момент времени прохождения перигея  $t_0$ ;  $t$  — текущее время в долях суток.

Подставив в уравнения (10, 11) значения сидерических (часовых) углов двух разнесенных по долготе восходящего узла орбит  $s_1 = \Omega + \delta\Omega + \omega + \nu$  и  $s_2 = \Omega - \delta\Omega + \omega + \nu$  и взяв разность, получим следующие выражения для изменения расстояния между ними по радиус-вектору и долготе:

$$\Delta r = 2a_g \sin \delta\Omega (e_x \sin s - e_y \cos s); \quad (12)$$

$$\Delta L = 4 \sin \delta\Omega (e_x \cos s + e_y \sin s). \quad (13)$$

При переходе от значений  $e_x = e \cos(\Omega + \omega)$  и  $e_y = e \sin(\Omega + \omega)$  к кеплеровым элементам эти уравнения принимают вид

$$\Delta r = 2a_g e \sin \delta\Omega \sin \omega_3 (t - t_0), \quad (14)$$

$$\Delta L = 4 e \sin \delta\Omega \cos \omega_3 (t - t_0). \quad (15)$$

Из выражений (14) и (15) видно, что радиус-вектор колеблется с амплитудой  $2a_g e \sin \delta\Omega$ , а долгота — с амплитудой  $4e \sin \delta\Omega$  радиан.

Если перевести амплитуду колебаний по долготе в километры, то видно, что она в 2 раза больше амплитуды колебаний по радиус-вектору. Так, при  $\delta \Omega = 30^\circ$  и  $e = 0,0002$  она достигает 17 км. Ясно, что ввиду знаковой переменности тригонометрических функций расстояние между спутниками может не только увеличиваться, но и уменьшаться. Таким образом, разделение годографов наклонений спутников по оси  $I_x$  не позволяет обеспечить постоянное приращение расстояния между ними.

**Разведение спутников путем разнесения векторов наклонений вдоль оси  $I_y$ .** При разнесении векторов наклонений орбит двух спутников на фазовой плоскости  $(I_x, I_y)$  вдоль оси  $I_y$  для каждого спутника предлагается использовать рациональную стратегию [11]. Годографы векторов наклонений обоих спутников проходят через центр зоны удержания и совпадают с наиболее рациональным направлением годографа вектора наклонения, таким же как и при управлении одним спутником без коллокации. Поскольку большинство современных геостационарных спутников удерживается в зонах радиусом менее  $0,2^\circ$  по наклонению, то в соответствии с [11] необходимо выбирать ориентацию корректирующего воздействия, обеспечивающую уменьшение наклонения спутника в координатах  $(I_x, I_y)$  в направлении, параллельном линии, которая соединяет центр зоны удержания следующего временного цикла с центром зоны удержания текущего цикла. Центр зоны следующего временного цикла удержания наклонения выбирают на кривой, учитывающей только полугодовые вариации от гравитационного потенциала Солнца (без учета лунных двухнедельных вариаций и солнечно-лунных суточных вариаций). Отличие стратегии управления двумя спутниками от стратегии управления одним спутником заключается в том, что между значениями  $i_y$  годографов векторов наклонений двух спутников поддерживается постоянная разность. Включать двигатели коррекции наклонения у двух спутников необходимо практически синхронно, предварительно обеспечив требуемую разность векторов наклонений обоих спутников по оси  $I_y$ . Для одного спутника при включении двигателя коррекции следует обеспечивать запас по наклонению не менее, чем сумма возможных отклонений наклонения за счет двухнедельных лунных вариаций и суточных солнечно-лунных вариаций ( $0,006^\circ$ ), а запас по наклонению после отработки коррекции дополнительно должен включать в себя не только возможное изменение наклонения за счет ошибки отработки импульса коррекции, но и поддерживаемую разность наклонений  $\Delta i_y$  двух спутников по оси  $I_y$ . Для второго спутника такой же дополнительный запас по наклонению  $\Delta i_y$  следует делать в начале интервала приложения корректирующего воздействия. Такая стратегия в соответствии с формулой (8) обеспечивает

минимальную разность широт в областях, близких к восходящим и нисходящим узлам орбит, и максимальную, когда  $\sin(\omega + \nu)$  равен единице или минус единице. Это позволяет надежно обеспечить расстояние  $\delta\rho \geq a_g \delta e$  между двумя спутниками в соответствии с формулой (2). Минимальное расстояние  $\delta\rho = a_g \delta e$  будет в областях, близких к восходящим узлам орбит. В случае разделения аргументов перигея двух спутников в соответствии со стратегией квазисолнечно-синхронного перигея для разности широт двух спутников относительно неразделенной орбиты будут наблюдаться два гармонических колебания, сдвинутых друг относительно друга на  $90^\circ$ . Одно колебание имеет амплитуду  $(i_{y1} + i_{y2}) \sin \delta\omega$ , здесь  $i_{y1} + i_{y2}$  — сумма составляющих скалярных проекций векторов наклонений двух спутников по оси  $I_y$ ;  $\delta\omega$  — отклонение перигеев орбит спутников от направления на Солнце. Второе колебание имеет амплитуду  $\Delta i_y \cos \delta\omega$ . Вопросы рационального выбора значения  $\delta\omega$  предполагается рассмотреть в отдельной статье.

**Заключение.** Проведен анализ особенностей безопасного управления орбитальным движением двух геостационарных спутников, находящихся в одной орбитальной позиции, предложены рациональные стратегии управления эксцентриситетами и наклонениями их орбит. Суть разработанной авторами стратегии квазисолнечно-синхронного перигея (Quasi-Sun Pointing Perigee Strategy) заключается в том, что перигеи орбит двух спутников разносятся относительно направления на Солнце в разные стороны при одних и тех же (или близких) рабочих радиусах ( $R_{\text{раб}}$ ) окружностей годовых годографов векторов эксцентриситетов. Обе окружности имеют центр в начале координат ( $E_x, E_y$ ) фазовой плоскости изменения годографа вектора эксцентриситета. Временные интервалы проведения коррекций эксцентриситетов двух орбит для обеспечения этой стратегии сдвинуты в разные стороны относительно временных интервалов проведения коррекций по стратегии солнечно-синхронного перигея (Sun Pointing Perigee Strategy). Стратегия квазисолнечно-синхронного перигея обеспечивает определенный выигрыш по затратам топлива по сравнению со стратегиями компенсации эксцентриситета, так как при ее использовании коррекции эксцентриситета частично совмещаются с коррекциями удержания спутника по долготе. Дополнительные затраты топлива на обеспечение предлагаемой стратегии управления эксцентриситетами двух спутников зависят от поддерживаемого расстояния между спутниками. Предложенная стратегия управления наклонениями орбит двух спутников заключается в том, что коррекции наклонений для двух орбит должны выполняться таким образом, чтобы между координатами их векторов наклонения  $i_y$  на фазовой плоскости ( $I_x, I_y$ ) существовала постоянная разность. Включение дви-

гателей коррекции наклона у двух спутников следует делать почти синхронно с примерно одинаковыми направлениями и значениями корректирующих воздействий. Для гарантированного обеспечения минимального значения  $\Delta i_y$  необходимо сначала проводить коррекцию орбиты спутника с меньшим наклоном, а затем с большим наклоном. На начальном этапе коллокации должна быть обеспечена требуемая разность наклонов орбит двух спутников  $\Delta i_y$ . Разработанная стратегия управления наклонами орбит спутников учитывает эволюцию наклонов орбит под действием гравитационных потенциалов Солнца и Луны в разные периоды года и при различном положении линии узлов орбиты Луны [11]. Реализация предлагаемой стратегии управления наклонами орбит двух спутников, находящихся в общей зоне удержания, обеспечивает экономию расхода топлива на проведение коррекций в условиях коллокации, так как коррекции выполняются по наиболее рациональному направлению, противоположному направлению роста вектора наклона. Практические аспекты применения разработанных стратегий, а также сравнительные оценки затрат топлива на коррекции при использовании предложенных и существующих стратегий будут рассмотрены в следующих статьях.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брагинцев В.Ф., Сухой Ю.Г., Виноградов В.А., Федонин С.В., Щербачев А.В. Приоритетные стратегии коллокации геостационарных спутников, находящихся в общих орбитальных позициях, для предотвращения опасных сближений. *Космонавтика и ракетостроение*, 2016, № 8 (93), с. 98–109.
- [2] Сухой Ю.Г. *Коррекции орбит геостационарных спутников. В 3 ч. Ч 1. Особенности управления орбитальным движением и возмущения орбит геостационарных спутников*. Москва, Изд-во Спутник+, 2011, 120 с.
- [3] Сухой Ю.Г., Булынин Ю.Л. Проблемы безопасного управления спутниками на геостационарной орбите. *Космический мусор. В 2 кн. Кн. 2. Предупреждение образования космического мусора*. Райкунов Г.Г., ред. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2014, с. 49–67.
- [4] Soop E.M. *Handbook of Geostationary Orbits*. Space Technology Library, Kluwer Academic Publishers, 1994, 309 p.
- [5] Сухой Ю.Г. Оценка влияния потенциалов Солнца и Луны на наклонение орбиты геостационарного спутника. *Космонавтика и ракетостроение*, 2016, № 6 (91), с. 67–77.
- [6] Беляев Н.М., Белик Н.П., Уваров Е.И. *Реактивные системы управления космических летательных аппаратов*. Москва, Машиностроение, 1979, 232 с.
- [7] Григорьян В.Г., Евдокимов К.В., Назаренко И.П. *Двигатели космических летательных аппаратов*. Москва, Изд-во МАИ-Принт, 2008, 87 с.
- [8] Гришин С.Д., Лесков Л.В. *Электрические ракетные двигатели космических аппаратов*. Москва, Машиностроение, 1989, 216 с.
- [9] Горшков О.А. Отечественные электроракетные двигатели сегодня. *Новости космонавтики*, 1999, № 7 (198), с. 56–58.

- [10] Афанасьев С.М., Анкудинов А.В., Булынин Ю.Л., Юксеев В.А. *Способ автономной коллокации на геостационарной орбите*. Описание изобретения к пат. № 2559371. Роспатент. Официальный бюллетень «Изобретения. Полезные модели», № 22, 2015.
- [11] Сухой Ю.Г., Брагинец В.Ф. Стратегия коррекции наклона орбиты геостационарного спутника с учетом эволюции наклона на длительных интервалах времени под действием гравитационных потенциалов Солнца и Луны. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 7.  
DOI: 10.18698/2308-6033-2018-7-1783

Статья поступила в редакцию 15.01.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Сухой Ю.Г., Брагинец В.Ф., Мещеряков В.М. Особенности управления орбитальным движением геостационарных спутников в условиях их коллокации. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 3.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-3-1860>

**Сухой Юрий Георгиевич** — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник филиала «Прецизионного навигационно-баллистического обеспечения» АО «НПК «Системы прецизионного приборостроения». Автор более 120 работ в области космической баллистики. e-mail: [sukhoj@spnav.ru](mailto:sukhoj@spnav.ru)

**Брагинец Владимир Феодосиевич** — канд. техн. наук, начальник отдела – главный конструктор направления филиала «Прецизионного навигационно-баллистического обеспечения» АО «НПК «Системы прецизионного приборостроения». Автор более 70 работ в области космической баллистики.  
e-mail: [braginet@spnav.ru](mailto:braginet@spnav.ru)

**Мещеряков Владимир Михайлович** — канд. техн. наук, инженер 1-й категории филиала «Прецизионного навигационно-баллистического обеспечения» АО «НПК «Системы прецизионного приборостроения». Автор более 20 работ в области космической баллистики.

## **Features of the orbital motion control of geostationary satellites in the conditions of their collocation**

© Yu.G. Sukhoy, V.F. Braginets, V.M. Mescheryakov

Precision Navigation and Ballistic Support, branch of the Open JSC “Research-and-Production Corporation “Precision Systems and Instruments”, Korolyov, 141092, Russia

*The article describes the analysis of features of safe orbital motion control for two geostationary satellites in one orbital zone. Under the given assumptions and limitations, the methods of controlling the satellite orbit eccentricities and inclinations by means of corrections, ensuring the implementation of the I-E-collocation method, are investigated. The result of research is the development of rational strategies for controlling the orbit eccentricities and inclinations of two satellites. The strategy of controlling eccentricity is a modification of the sun pointing perigee strategy and is called the quasi-sun pointing perigee strategy. The strategy of controlling inclinations takes into account the evolution of the orbital inclinations under the influence of the gravitational potentials of the Sun and the Moon in certain periods of the year and at different positions of the Moon orbit line of nodes. The developed strategies provide for reducing the fuel cost for the orbital parameter corrections at collocation of two satellites since eccentricity corrections are partially combined with corrections of satellite hold in longitude, and inclination corrections are performed in the most rational direction opposite to the direction of inclination vector growth.*

**Keywords:** *collocation, orbital motion control, geostationary orbit, gravitational potential of the Sun, gravitational potential of the Moon, inclination orbit control strategy, eccentricity orbit control strategy*

### REFERENCES

- [1] Braginets V.F., Sukhoy Yu.G., Vinogradov V.A., Fedonin S.V., Scherbakov A.V. *Kosmonavtika i raketostroenie — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2016, no. 8 (93), pp. 98–109.
- [2] Sukhoy Yu.G. *Korreksii orbit geostatsionarnykh sputnikov. V 3 chastyakh. Chast 1. Osobennosti upravleniya orbitalnym dvizheniem i vozmuscheniya orbit geostatsionarnykh sputnikov* [Correction of the geostationary satellite orbits. In 3 parts. Part 1. Features of orbital motion control and perturbations of geostationary satellite orbits]. Moscow, Sputnik+ Publ., 2011, 120 p.
- [3] Sukhoy Yu.G., Bulynin Yu.L. Problemy bezopasnogo upravleniya sputnikami na geostatsionarnoy orbite [The problems of safe handling satellites in the geostationary orbit]. V sbornike statey: Arkhipov V.A., Bulynin Yu.L., Gafarov A.A., Golovko A.V. et al. *Kosmicheskii musor. V 2 knigakh. Kn. 2. Preduprezhdenie obrazovania kosmicheskogo musora*. [Space debris. Collection of articles in 2 books. Book 2. Prevention of space debris formation]. Raikunov G.G., ed. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014, pp. 49–67.
- [4] Soop E.M. *Handbook of Geostationary Orbits — Space Technology Library*. Dordrecht; Boston. Kluwer Academic Publ., 1994.

- [5] Sukhoy Yu.G. *Kosmonavtika i raketostroenie — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2016, no. 6 (91), pp. 67–77.
- [6] Belyaev N.M., Belik N.P. Uvarov E.I. *Reaktivnye sistemy upravleniya kosmicheskikh letatelnykh apparatov* [Spacecraft reactive control systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979.
- [7] Kvasnikov L.A., Latyshev L.A., Ponomarev-Stepnoi N.N., Sevruc D.D., Tikhonov V.B. *Teoria i raschet energeticheskikh ustanovok kosmicheskikh letatelnykh apparatov* [Theory and analysis of spacecraft power plants]. Moscow, MAI Publ., 2001, 480 p.
- [8] Grishin S.D., Leskov L.V. *Elektricheskie raketnye dvigateli kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft electric rocket engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989.
- [9] Gorshkov O.A. *Novosti Kosmonavtiki — Cosmoworld*, 1999, no. 7, pp. 56–58.
- [10] Bulynin Yu.L., Afanasyev S.M., Ankudinov A.V., Yukseev V.A. *Sposob avtonomnoy kollokatsii na geostatsionarnoy orbite* [Method for autonomous collocation in a geostationary orbit]. Patent RF No. 2559371, 2015.
- [11] Sukhoy Yu.G., Braginets V.F. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2018, issue 7.  
DOI: 10.18698/2308-6033-2018-7-1783

**Sukhoy Yu.G.**, Dr. Sc., (Eng.), Leading Research Fellow, Precision Navigation and Ballistic Support, Branch of JSC Research-and-Production Corporation Precision System and Instruments, author of over 120 research publications in the field of space ballistics.  
e-mail: [sukhoy@spnav.ru](mailto:sukhoy@spnav.ru)

**Braginets V.F.**, Cand. Sc., (Eng.), Head of Department, Chief Designer, Precision Navigation and Ballistic Support, Branch of JSC Research-and-Production Corporation Precision System and Instruments, author of over 70 research publications in the field of space ballistics. e-mail: [braginets@spnav.ru](mailto:braginets@spnav.ru)

**Meshcheryakov V.M.**, Cand. Sc., (Eng.), engineer of the 1st category, Precision Navigation and Ballistic Support, Branch of JSC Research-and-Production Corporation Precision System and Instruments, author of over 20 research publications in the field of space ballistics.