

## Податливость затянутого резьбового соединения

© Б.В. Букеткин, В.М. Зябликов, И.Е. Семенов-Ежов, А.А. Ширшов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, 105005, Россия

*Работоспособность резьбового соединения во многом определяется силой затяжки. Один из критериев работоспособности соединения — наличие минимального гарантированного контактного давления по соединяемым поверхностям (фланцам). Важной характеристикой, используемой при проектировании резьбового соединения, является коэффициент осевой нагрузки, который определяется значениями податливости болта и фланцев (пакета). В результате численного анализа напряженно-деформированного состояния стянутых болтом фланцев установлена зависимость элементов резьбового соединения от их жесткости и силы затяжки соединения. Показано, что использование плоской прокладки из мягких материалов между фланцами приводит к снижению максимального контактного давления, увеличению размеров пятна контакта и уменьшению коэффициента осевой нагрузки. Применение плоских металлических прокладок практически не влияет на размеры пятна контакта и значение контактного давления, но тем не менее приводит к уменьшению коэффициента осевой нагрузки.*

**Ключевые слова:** резьбовое соединение, затяжка, контактное давление, прокладка, коэффициент осевой нагрузки

**Введение.** Резьбовые соединения (РС) широко распространены в машиностроении. К элементам РС относятся болты, винты, шпильки, гайки. Резьбовые соединения выполняют с начальной затяжкой, которая должна обеспечивать работоспособность соединений в период эксплуатации. Сила затяжки, а также расстояние между болтами определяются условиями работы соединения. Одним из критериев работоспособности резьбового соединения является наличие минимального гарантированного контактного давления по соединяемым поверхностям (фланцам). Этой проблеме посвящены, в частности, работы [1–4]. В работах [5–7] приведены результаты анализа контактного давления во фланцах трубопроводов на соответствие требованиям герметичности.

Традиционные методы расчета, приводимые как в справочной литературе [8], так и в учебных пособиях [9, 10], основаны на использовании стержневой модели болта и пакета. Принимают, что деформирование пакета происходит в пределах так называемого конуса давления и пакет рассматривают в виде двух усеченных конусов с цилиндрическим отверстием. Диаметр меньшего основания конуса  $d_k$  равен диаметру вписанной окружности головки болта или гайки, а диаметр большего основания  $D_k = d_k + H \operatorname{tg} \alpha$ . Здесь  $H$  — расстояние

между опорными поверхностями головки болта и гайки;  $\alpha$  — угол между образующей конуса давления и осью болта, причем обычно  $\operatorname{tg} \alpha = 0,4 \dots 0,5$  [8]. В стержневой модели напряжения по поперечному сечению пакета распределены равномерно, поэтому его податливость

$\lambda_p = Q_0 \int_H \frac{dz}{EA(z)}$ , где  $Q_0$  — сила затяжки соединения;  $E$  — модуль

упругости материала пакета;  $A(z)$  — площадь поперечного сечения конической втулки. При  $H > 1,5D_k$  рекомендуется центральную часть конуса давления заменять полым цилиндром. Иногда конические втулки заменяют полым цилиндром, диаметр которого  $D$  принимают равным  $(d_k + D_k)/2$ . При расчете резьбового соединения, нагруженного внешней осевой силой, важной характеристикой является коэффициент осевой нагрузки  $\chi$ , определяемый значениями податливости болта  $\lambda_b$  и пакета  $\lambda_p$  [8–10]:

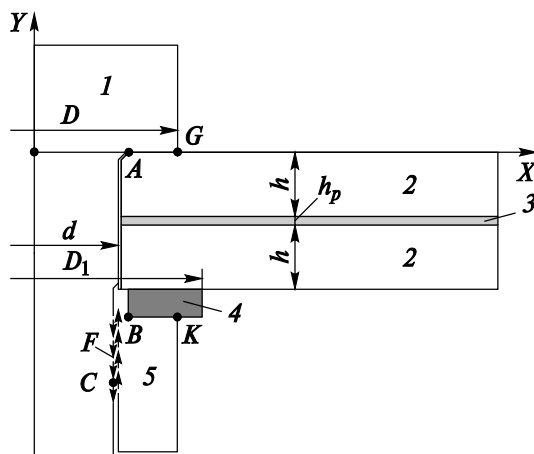
$$\chi = \frac{\lambda_p}{\lambda_b + \lambda_p}. \quad (1)$$

В действительности контактное давление распределено по площадке контакта неравномерно, и это необходимо (желательно) учитывать при выборе расстояния между отверстиями в соединениях с рядами болтов (например, фланцевых соединениях).

*Цель работы* — установление зависимостей максимального контактного давления в соединении и значений податливости элементов резьбового соединения от их жесткости и силы затяжки соединения на основе численного анализа методом конечных элементов [11–13], а также анализ напряженно-деформированного состояния пакета плоских деталей, стянутых болтом, и выработка рекомендаций для расчета и проектирования резьбовых соединений с учетом жесткости прокладки.

**Расчетная модель.** Задача о контактном взаимодействии между элементами резьбового соединения решена с использованием пакета прикладных программ ANSYS R17.0 Academic [14]. Задача рассматривалась как осесимметричная. Такой подход позволил использовать мелкую сетку, которая обеспечила требуемую точность результатов при малом времени счета одного варианта. В расчете использованы шестиузловые треугольные элементы PLANE183. Расчеты проведены на модели одноточечного болтового соединения, в которой исключено влияние соседних болтов. Расчетная модель соединения показана на рис. 1 в том виде, как она выглядит на рабочей плоскости дисплея. Поскольку целью являлся анализ напряженно-деформированного состояния стягиваемых деталей (фланцев), шестигранные головки бол-

та и гайки заменены цилиндрическими. По той же причине резьбовые части болта и гайки заменены цилиндрическими поверхностями, диаметр которых равен среднему диаметру резьбы. Результаты расчетов обработаны с использованием программного комплекса MATLAB [15].



**Рис. 1.** Расчетная модель болтового соединения:  
1 — болт; 2 — фланец; 3 — прокладка; 4 — шайба; 5 — гайка

Размеры болта, гайки и шайб пропорциональны диаметру стержня болта  $d$ : диаметр головки болта и гайки  $D = 1,7d$ ; наружный диаметр шайбы  $D_1 = 2d$ , толщина шайбы  $d/3$ ; высота головки болта и гайки  $0,8d$ . Такие размеры являются средними для болтов от М8 до М24 согласно ГОСТ 7798–70. Для того чтобы пятно контакта не достигало наружного контура фланцев, их наружный диаметр принимали пропорциональным толщине фланцев  $h$ .

Затяжку соединения моделировали приложением к пяти смежным узлам болта и гайки пяти пар разнонаправленных осевых сосредоточенных сил, которые распределены неравномерно в соответствии с известным законом распределения нагрузок по виткам резьбового соединения. Значение суммарной силы  $F$  было подобрано таким образом, чтобы напряжения затяжки  $\sigma_0$  в среднем сечении болта были кратны 200 МПа. Все узлы, лежащие на оси  $Y$  (см. рис. 1), закреплены в радиальном направлении, т. е.  $u_x = 0$ . Кроме того, чтобы исключить перемещение модели как жесткого целого, в точке  $A$  (см. рис. 1) запрещено вертикальное перемещение. (Отметим, что точка  $A$  выбрана для удобства определения значений податливости после расчета.)

Предварительные расчеты, проведенные при различных значениях напряжений  $\sigma_0$ , толщин фланцев  $h$  и прокладки  $h_p$ , показали, что характер распределения напряжений и деформаций в элементах соединения практически не зависит от уровня напряжений  $\sigma_0$ . Поэтому дальнейшие

расчеты проводили при одинаковых напряжениях  $\sigma_0 = 400$  МПа. В то же время размеры пятна контакта между фланцами, а следовательно, и максимальное контактное давление между ними существенно зависит от относительной толщины пакета  $H/d$  ( $H = 2h$ ) и от жесткости прокладки.

Чтобы установить зависимость значений податливости болта  $\lambda_b$  и пакета  $\lambda_p$  от относительных толщин  $H/d$  и прокладки  $h_p/d$  была проведена серия расчетов при следующих значениях  $H/d$ : 1, 2, 4, 6 и  $h_p/d$ : 0,015; 0,03; 0,05 и 0,08. При этом были рассмотрены прокладки двух типов: металлические (алюминий с модулем упругости  $E_p = 72$  ГПа и коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,34$ ) и полимерные ( $E = 2$  ГПа [7],  $\nu = 0,35$ ) типа паронита. Материал болта, гайки и шайб — сталь ( $E_p = 200$  ГПа,  $\nu = 0,25$ ). Кроме того, были проведены расчеты соединения без прокладки. Коэффициент трения для всех контактирующих поверхностей был принят равным 0,2.

**Результаты расчетов.** В качестве примера, иллюстрирующего неравномерность распределение осевых  $\sigma_y$  напряжений в радиальном направлении (ось  $X$  на рабочей плоскости дисплея), на рис. 2 показано поле осевых напряжений в соединении фланцев общей толщиной  $2d$  с прокладкой из паронита толщиной  $0,05d$ . Цифрами указаны значения напряжений на границах цветных полей. Положительные осевые напряжения на периферии фланцев означают отсутствие контакта. Серая зона — зона концентрации растягивающих напряжений, превышающих 450 МПа.

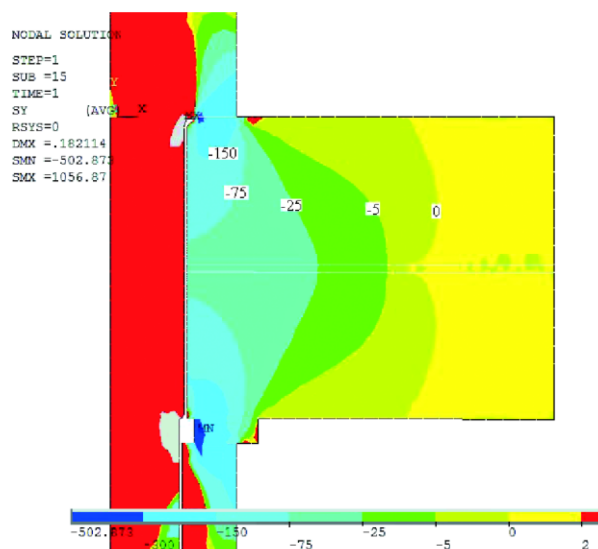


Рис. 2. Поле осевых напряжений  $\sigma_y$  в соединении при относительной толщине пакета  $H/d = 2$  с прокладкой из паронита толщиной  $0,05d$

Как показали расчеты, проведенные при различных параметрах пакета, характер распределения напряжений  $\sigma_y$  вдоль границы контакта между фланцами, равных по модулю контактному давлению, оказывается линейным с высокой степенью точности. Это хорошо видно на графиках изменения безразмерного контактного давления  $\bar{p} = p/\sigma_0$  вдоль безразмерной координаты  $\bar{x} = x/(d/2)$ , приведенных в качестве примера на рис. 3. Цифрой 1 отмечены графики, построенные по результатам расчетов обжатия пакета без прокладки, цифрой 2 — с прокладкой толщиной  $0,05d$  и  $E_p = 2$  ГПа.

Из сравнения кривых 1 и 2 следует, что применение прокладки из материала менее жесткого, чем материал фланцев, приводит к увеличению площади пятна контакта и, как следствие, к снижению максимального контактного давления. Подобный эффект возникает при увеличении относительной толщины фланцев, что следует из сравнения сплошных и штриховых кривых на рисунке. Отметим, что при сжатии пакета с большой относительной толщиной максимальное контактное давление действует на некотором удалении от внутренней поверхности отверстия при  $\bar{x} > 1$ .

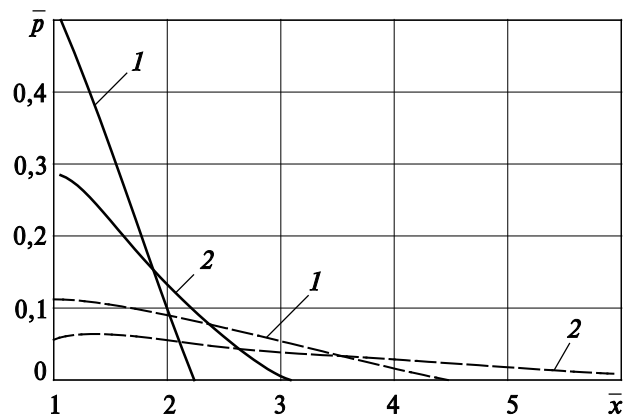


Рис. 3. Графики изменения безразмерного контактного давления  $\bar{p} = p/\sigma_0$  вдоль безразмерного радиуса  $\bar{x} = x/(d/2)$ :  
сплошные линии —  $H/d = 1$ ; штриховые линии —  $H/d = 4$ ;  
1 —  $E_p = 72$  ГПа; 2 —  $E_p = 2$  ГПа

На рис. 4 приведены графики зависимости максимального контактного давления  $\bar{p}_{\max}$  от относительной толщины пакета  $H/d$ . Как оказалось, изменение толщины алюминиевой прокладки от  $h_p/d = 0,015$  до  $0,08$  дает различие менее чем 2 %, поэтому график построен по усредненным значениям. В случае применения прокладок из паронита заметно влияние толщины прокладок на значения  $\bar{p}_{\max}$ .

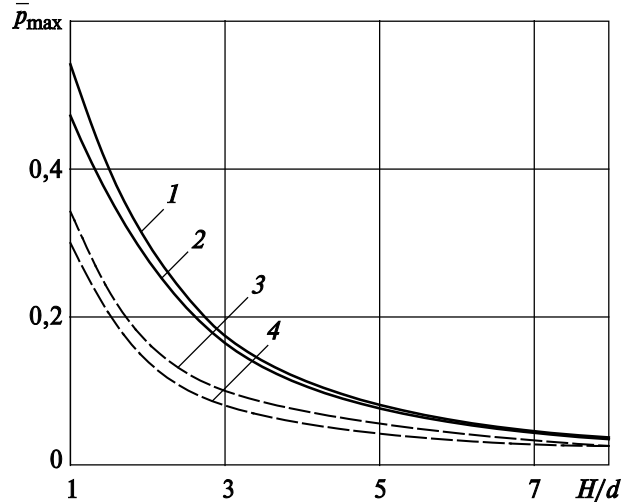


Рис. 4. Зависимости максимального контактного давления  $\bar{p}_{\max}$  от относительной толщины пакета:  
 1 — без прокладки; 2 — алюминиевая прокладка,  $0,015 < h/d < 0,08$ ; 3 — паронит,  $h/d = 0,015$ ; 4 — паронит,  $h/d = 0,08$

**Податливость болта и пакета.** Податливость болта  $\lambda_b$  обычно определяют с учетом деформирования головки болта и резьбовой части. По результатам расчета ее определяли как разность осевых перемещений  $u_y$  узлов  $G$  и  $K$  (см. рис. 1), отнесенную к диаметру болта, т. е.  $\lambda_b = (u_{yG}^b - u_{yK}^b) / d$ . Податливость пакета можно определять как разность перемещений узлов  $A$  и  $B$  или  $G$  и  $K$ . Обозначим их соответственно  $\lambda_{p1} = (u_{yB}^p - u_{yA}^p) / d$  и  $\lambda_{p2} = (u_{yK}^p - u_{yG}^p) / d$ .

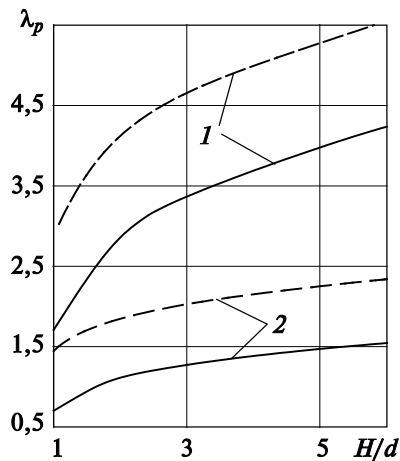
Вследствие деформаций гайки и головки болта  $\lambda_{p1} > \lambda_{p2}$  и в соответствии с формулой (1) коэффициент осевой нагрузки, вычисленный с использованием разности  $\lambda_{p1}$ , получит большее значение. По нашему мнению, логичнее использовать в расчетах разность  $\lambda_{p2}$ . Отметим, что верхний индекс  $b$  в выражениях для разностей указывает на принадлежность узла болту, а индекс  $p$  — пакету. Хотя узлы конечно-элементной сетки в контактирующих точках  $A$ ,  $B$ ,  $G$  и  $K$  имеют одинаковые координаты, но поскольку в комплексе ANSYS используется итерационный алгоритм решения контактной задачи, перемещения этих узлов, нормальные к контактной поверхности, не равны, т. е.  $u_y^b \neq u_y^p$ .

Максимальная относительная невязка  $\varepsilon = |u_y^b - u_y^p| / d$  не превышала  $10^{-4}$ .

Податливость болта зависит в основном от его длины и практически не зависит от наличия прокладки. Не выходя за пределы погрешности вычислений податливости, ее можно аппроксимировать линейной зависимостью

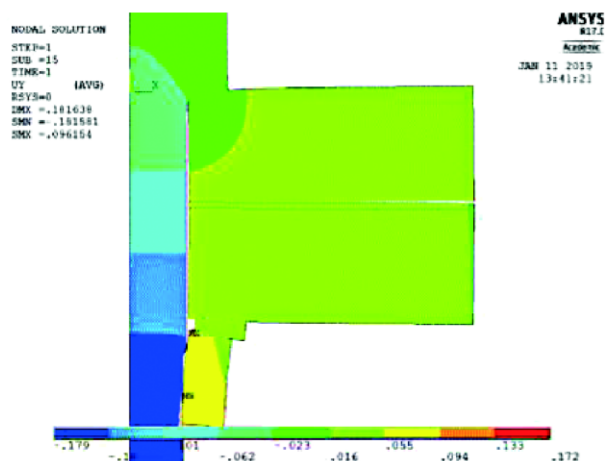
$$\lambda_b = (2,2 + 2H/d) \cdot 10^{-3}. \quad (2)$$

Податливость пакета зависит от его толщины (в первую очередь), модулей упругости материалов прокладки и от относительной толщины прокладок (в меньшей степени). Если модули упругости прокладок различаются в 1,5–2 раза, это практически не сказывается на податливости пакета. Также слабо влияет на податливость пакета толщина металлических прокладок. На рис. 5 представлены графики зависимости податливости пакета  $\lambda_p$  от относительной толщины пакета  $H/d$ . Кривые 2 построены по усредненным значениям, полученным для прокладок разной толщины — от  $0,015d$  до  $0,08d$ , так как различия в значениях податливости даже для тонкого пакета ( $H/d = 1$ ) не превышали 2 %.

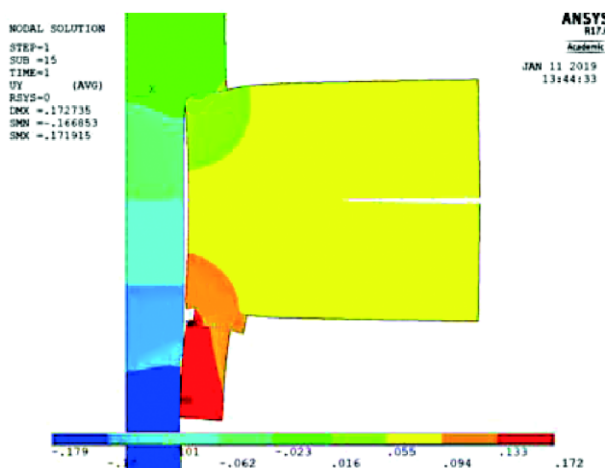


**Рис. 5.** Графики зависимости податливости пакета от относительной толщины пакета:  
 1 — без прокладки; 2 — с прокладкой из алюминия; штриховые линии —  $\lambda_{p1}$  (по линии *AB*, см. рис. 1); сплошные линии —  $\lambda_{p2}$  (по линии *GK*)

Интересно отметить, что податливость пакета без прокладки выше, чем пакета с прокладкой. Это хорошо заметно при сравнении двух пакетов толщиной  $H/d = 2$  в деформированном состоянии (рис. 6). Применение прокладки приводит к увеличению пятна контакта и, как следствие, к снижению максимальных осевых напряжений во фланцах в окрестности отверстия.



а



б

**Рис. 6.** Вид деформированного соединения при увеличении масштаба перемещений  $u_y$  в 50 раз:  
а — пакет с прокладкой; б — пакет без прокладки

Податливость пакета с прокладкой из материала с низким модулем упругости (2 ГПа) практически линейно зависит от толщины пакета и нелинейно — от толщины прокладки:

$$\lambda_{p1} = a_1 + b_1 \frac{H}{d}, \quad \lambda_{p2} = a_2 + b_2 \frac{H}{d}. \quad (3)$$

Значения коэффициентов  $a_i$  и  $b_i$  для различных толщин прокладок  $h_p/d$  приведены в таблице.



Значения коэффициентов  $a_i$  и  $b_i$ 

$h_p/d$	$\lambda_{p1}$		$\lambda_{p2}$	
	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$
0,015	2,21	0,40	1,52	0,27
0,03	2,24	0,20	1,48	0,18
0,05	2,32	0,076	1,54	0,081
0,08	2,30	0,057	1,54	0,057

Коэффициент осевой нагрузки для соединений с металлической прокладкой независимо от ее толщины или без прокладки может быть представлен в виде линейной функции от толщины пакета:

$$\text{без прокладки} \quad \chi = \begin{cases} 0,32 - 0,015 \frac{H}{d}, \\ 0,49 - 0,035 \frac{H}{d}; \end{cases} \quad (4a)$$

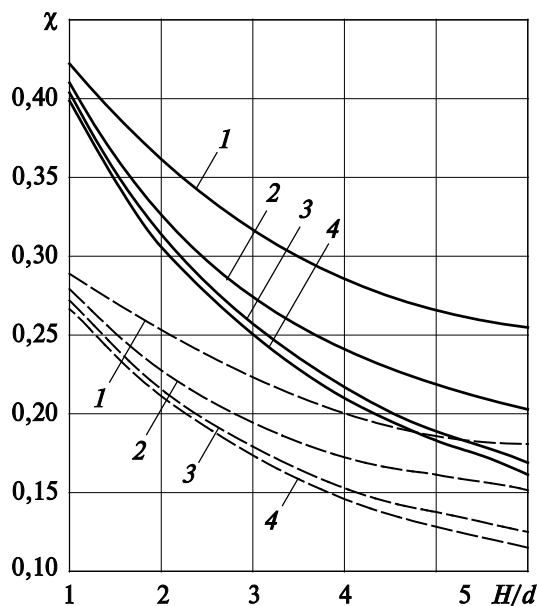
$$\text{с прокладкой} \quad \chi = \begin{cases} 0,16 - 0,011 \frac{H}{d}, \\ 0,32 - 0,029 \frac{H}{d}. \end{cases} \quad (4б)$$

Нижние выражения в формулах (4) соответствуют значениям  $\chi$ , определенным по линии  $AB$ , верхние — по линии  $GK$ .

Графики зависимости коэффициента осевой нагрузки от относительной толщины пакета  $H/d$  при различных значениях относительной толщины прокладки  $h_p/d$  приведены на рис. 7.

Отметим, что при расчетах за толщину пакета принимали только общую толщину фланцев и не учитывали толщину прокладки, поскольку она существенно меньше суммарной толщины фланцев, и толщину шайбы. При желании толщину пакета можно считать суммой толщин фланцев и шайб, что обусловит некоторое увеличение суммарной толщины пакета (до 10 %), но практически не повлияет на конечный результат.

**Выводы.** 1. Установка плоской прокладки из мягких материалов между фланцами приводит к уменьшению максимального контактного давления, увеличению размеров пятна контакта и к уменьшению коэффициента осевой нагрузки. Существенное значение при этом имеет толщина прокладки.



**Рис. 7.** Графики зависимости коэффициента осевой нагрузки от толщины пакета  $H/d$  при различных значениях относительной толщины прокладки  $h_p/d$ :  
 1 —  $h_p/d = 0,015$ ; 2 —  $0,03$ ; 3 —  $0,05$ ; 4 —  $0,08$ ; штриховые линии — по линии  $AB$  (см. рис. 1); сплошные линии — по линии  $GK$

2. Применение плоских металлических прокладок практически не влияет на размеры пятна контакта и значение контактного давления, но приводит к уменьшению коэффициента осевой нагрузки. При этом толщина прокладки слабо влияет на коэффициент осевой нагрузки.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Abida M., Nashb D.H. A parametric study of metal-to-metal contact flanges with optimized geometry for safe stress and no-leak conditions. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2004, vol. 81, no. 1, pp. 67–74.
- [2] Roos E., Kockelmann H., Hahn R. Gasket characteristics for the design of bolted flange connections of metal-to-metal contact type. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2002, vol. 79, no. 1, pp. 45–52.
- [3] Шафрай К.А., Шафрай С.Д. Особенности работы фланцевых соединений строительных конструкций. Контактные напряжения и рычажные силы. *Известия высших учебных заведений. Строительство*, 2013, № 11–12 (659–660), с. 89–96.
- [4] Shishkin S.V., Shishkin S.S. Calculation of the tightness of flanged joints. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2010, vol. 39, iss. 3, pp. 265–271.
- [5] Bortz M., Wink R. Leakage Analysis of a High Pressure Flange Connection Under Bending Moments: *An Analytic Procedure*, Paper No. PVP2014-28252, pp. V005T05A012; 6 p. DOI: 10.1115/PVP2014-28252

- [6] Estrada H., Parsons I.D. Strength and leakage finite element analysis of a GFRP flange joint. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1999, vol. 76, no. 8, pp. 543–550.
- [7] Estrada H. Analysis of leakage in bolted-flanged joints using contact finite element analysis. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, 2015, vol. 5, no. 3, pp. 135–142. DOI: 10.17265/2159-5275/2015.03.001
- [8] Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. *Расчет на прочность деталей машин*. Москва, Машиностроение, 1993, 640 с.
- [9] Андриенко Л.А., Байков Б.А., Захаров М.Н. и др. *Детали машин*. Ряховский О.А., ред. 4-е изд. перераб. и доп. Москва, Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, 465 с.
- [10] Дунаев П.Ф., Леликов О.П. *Конструирование узлов и деталей машин*. Москва, Издательский центр Академия, 2006, 496 с.
- [11] Лукьянова А.Н. *Моделирование контактного взаимодействия деталей*. Самара, СамГТУ, 2012. 87 с.
- [12] Каратушин С.И., Храмова Д.А., Бокучава П.Н. Моделирование напряженно-деформированного состояния болтовых соединений в среде ANSYS. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2018, № 8, с. 11–18.
- [13] Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. *ANSYS для инженеров*. Москва, Машиностроение-1, 2004, 524 с.
- [14] *ANSYS® Academic Research, Release 17.0*, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc.
- [15] Ревинская О.Г. *Основы программирования в MATLAB*. Санкт-Петербург, БХВ-Петербург, 2016, 208 с.

Статья поступила в редакцию 08.02.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Букеткин Б.В., Зябликов В.М., Семенов-Ежов И.Е., Шишов А.А. Податливость затянутого резьбового соединения. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 3. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-3-1855>

**Букеткин Борис Васильевич** — ст. преподаватель кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: экспериментальное исследование материалов и конструкций. Автор 30 научных работ.  
e-mail: [buketkin-boris@yandex.ru](mailto:buketkin-boris@yandex.ru)

**Зябликов Владимир Михайлович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: детали машин. Автор более 100 научных статей. e-mail: [zyablikov39@mail.ru](mailto:zyablikov39@mail.ru)

**Семенов-Ежов Игорь Евгеньевич** – канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сфера научных интересов: экспериментальные методы. Автор более 100 научных статей.  
e-mail: [semenovezhov@mail.ru](mailto:semenovezhov@mail.ru)

**Шишов Анатолий Артемович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: расчеты в пределах и за пределами упругости. Автор более 100 научных работ.  
e-mail: [chirchovaa@mail.ru](mailto:chirchovaa@mail.ru)

## Compliance of the tightened threaded connection

© B.V. Buketkin, V.M. Zyablikov, I.E. Semenov-Ezhov, A.A. Shirshov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The performance of the threaded connection is largely determined by the amount of tightening force value. One of the criteria for the connection performance is the presence of a minimum guaranteed contact pressure on the surfaces (flanges) to be connected. An important characteristic used in the design of the connection is the axial load factor defined by the compliance of the bolt and flanges (package). As a result of the numerical analysis of the bolted flange package stress-strain state, the dependence of the threaded connection elements on their rigidity and the connection tightening force was established. It is shown that the use of a flat gasket made of soft materials between the flanges leads to a decrease in the maximum contact pressure, an increase in the size of the contact spot and a decrease in the axial load factor. The use of flat metal gaskets practically does not affect the size of the contact spot and the level of the contact pressure, but, nevertheless, leads to a decrease in the axial load factor.*

**Keywords:** threaded connection, tightening, contact pressure, gasket, axial load factor

### REFERENCES

- [1] Abida M., Nashb D.H. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2004, vol. 81, no. 1, pp. 67–74.
- [2] Roos E., Kockelmann H., Hahn R. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2002, vol. 79, no. 1, pp. 45–52, ISSN: 0308-0161 eISSN: 1879-3541
- [3] Shafray K.A., Shafray S.D. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Stroitelstvo — News of higher educational institutions. Construction*, 2013, no. 11–12 (659–660), pp. 89–96.
- [4] Shishkin S.V., Shishkin S.S. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2010, vol. 39, no. 3, pp. 265–271.
- [5] Bortz M., Wink R. Leakage Analysis of a High Pressure Flange Connection under Bending Moments: An Analytic Procedure. Anaheim, California, USA, July 20–24, 2014. *Proceedings of the ASME 2014 Pressure Vessels and Piping Conference, Volume 5: High-Pressure Technology*. Paper No. PVP2014-28252, pp. V005T05A012; 6 p. DOI: 10.1115/PVP2014-28252
- [6] Estrada H., Parsons I.D. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1999, vol. 76, no. 8, pp. 543–550.
- [7] Estrada H. *Journal of Mechanical Engineering and Automation*, 2015, vol. 5, no. 3, pp. 135–142. DOI: 10.17265/2159-5275/2015.03.001
- [8] Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B. *Raschet na prochnost detaley mashin* [Strength analysis of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993, 640 p.
- [9] Andrienko L.A., Baikov B.A., Zakharov M.N., Polyakov S.A., Ryakhovsky O.A., Tibanov V.P., Fomin M.V. *Detali mashin* [Machine parts]. Moscow, BMSTU Publ., 2004, 465 p.
- [10] Dunaev P.F., Lelikov O.P. *Konstruirovaniye uzlov i detaley mashin* [Design of units and parts of machines]. Moscow, Akademiya Publ., 2006, 496 p.
- [11] Lukyanova A.N. *Modelirovaniye kontaktnogo vzaimodeystviya detaley* [Simulation of detail contact interaction]. Samara, SamGTU Publ., 2012, 87 p.

- [12] Karatushin S.I., Khramova D.A., Bokuchava P.N. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2018, no. 8, pp. 11–18.
- [13] Chigarev A.V. Kravchuk A.S., Smalluk A.F. *ANSYS dlya inzhenerov* [ANSYS for engineers]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2004, 524 p.
- [14] *ANSYS® Academic Research, Release 17.0*, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc.
- [15] Revinskaya O.G. *Osnovy programirovaniya v MATLAB* [Basics of programming in MATLAB]. St. Petersburg, BHV-Petersburg Publ., 2016, 208 p.

**Buketkin B.V.**, Assist. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Author of 30 research publications. Research interests: experimental study of materials and structures. e-mail: [buketkin-boris@yandex.ru](mailto:buketkin-boris@yandex.ru)

**Zyablikov V.M.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Machine Design Principles, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 research publications. Research interests: machine parts. e-mail: [zyablikov39@mail.ru](mailto:zyablikov39@mail.ru)

**Semenov-Ezhov I.E.**, Cand. Sc. (Eng.) Assoc. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 research publications. Research interests: experimental techniques. e-mail: [semenovezhov@mail.ru](mailto:semenovezhov@mail.ru)

**Shirshov A.A.**, Cand. Sc. (Eng.) Assoc. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 research publications. Research interests: calculations within and outside of elasticity. e-mail: [chirchovaa@mail.ru](mailto:chirchovaa@mail.ru)