

## Сравнительный анализ численного и приближенных аналитических решений задачи о разгоне поршня в трубе сжатым газом

© Н.В. Быков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Проведено математическое и численное моделирование процесса газодинамического разгона поршня в направляющей трубе (баллистическая задача Лагранжа). Рассматриваются два подхода к приближенному аналитическому решению задачи: приближение однородной деформации, в рамках которого получено новое точное решение для траектории поршня в безразмерной форме, и решение в области простой волны, для которого получены новые оценки пределов применимости. Волновое движение газа исследуется путем численного решения безразмерных уравнений газовой динамики на подвижной сетке. Проведен анализ областей работоспособности приближенных аналитических решений по сравнению с численными. Приведен расчет модельного примера, на котором сравниваются результаты расчетов по различным моделям и проводится оценка диапазонов изменения безразмерных параметров с точки зрения практического применения. Безразмерное представление решений позволяет придать общность полученным результатам. Рассмотрен вопрос об энергетической эффективности процесса разгона поршня сжатым газом на основе анализа коэффициента полезного действия. Показано, что с увеличением длины трубы и отношения массы сжатого газа к массе метаемого поршня коэффициент полезного действия уменьшается.*

**Ключевые слова:** газодинамический разгон тел, баллистическая задача Лагранжа, методы ускорения тел, однородная деформация, высокоскоростное метание, внутренняя баллистика, баллистические установки

**Введение.** Разгон тел с помощью сжатого газа лежит в основе ряда технических устройств, к которым относятся лабораторные установки для аэробаллистических и ударно-прочностных исследований [1–4], спортивное, учебное-тренировочное и нелетальное оружие [5], пневматические линеметы [6], имитаторы запуска ракет с низкоскоростного носителя [7] и др. Указанный способ разгона отличают простота, безопасность, низкая стоимость и высокая воспроизводимость параметров [8], однако при этом в большинстве случаев скорости метаемых тел ограничены значениями 400...600 м/с [5–7]. В то же время имеются теоретические и экспериментальные исследования, показывающие возможность достижения скоростей более 1500 м/с для небольших масс (около 100 г) метаемых тел при использовании в качестве рабочего тела легких газов [3, 9, 10].

Для оценки проектных параметров баллистических установок на сжатом газе зачастую используются различные приближенные фор-

мулы, поскольку полное газодинамическое решение задачи даже в одномерной постановке довольно сложно в связи с наличием подвижной границы, которую представляет собой поршень [1, 2, 5, 6]. При этом следует различать две принципиально разные ситуации: для относительно тяжелых (по сравнению с массой сжатого газа) поршней проявление волновых эффектов в газе незначительно, поэтому ими можно пренебречь; в случае разгона относительно легких поршней наблюдается обратная картина — скорость движения тела сравнима со скоростью движения волн в газе, поэтому пренебрежение волновыми эффектами может существенно сказаться на результате расчета.

Теоретические модели важны не только на стадии выбора проектных параметров баллистических установок, но и на этапе их эксплуатации при подборе параметров газа, необходимых для достижения требуемой выходной скорости с заданной точностью.

В настоящей работе проводятся анализ применимости приближенных аналитических решений при различных значениях параметров, их сравнение с полным численным решением газодинамической задачи.

**Постановка задачи и приближенные аналитические решения.**

Схема разгона поршня с помощью сжатого газа показана на рис. 1. В начальный момент времени газ массой  $M$  занимает объем  $W_0$  (длину  $x_0$  в трубе диаметром  $d$ ). Общая длина трубы вместе с газовой камерой —  $x_m$ . Поршень массой  $m$  приводится в движение расширяющимся газом и разгоняется в трубе на длине  $x_m - x_0$ .

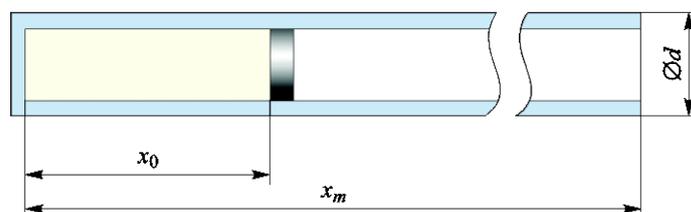


Рис. 1. Схема разгона тела сжатым газом

Можно выполнить простую оценку достигаемой скорости, если записать условия баланса полной энергии системы «газ + поршень» в приближении однородной деформации (скорость газа вдоль оси канала трубы распределена линейно) при равномерном распределении массы газа по длине камеры:

$$\left(1 + \frac{\mu}{3}\right) \frac{mv_p^2}{2} = \frac{p_0 W_0}{k-1} - \frac{p_m W}{k-1},$$

где  $\mu = M/m$  — отношение массы газа к массе поршня;  $v_p$  — скорость метаемого тела;  $p_0$  — давление газа в начальный момент времени;

$p_m(t) = \frac{1}{x_p} \int_0^{x_p} p(x,t) dx$  — среднее давление в запоршневом простран-

стве в момент времени  $t$ ;  $p(x,t)$  — истинное давление в сечении с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $W = x_p S$ ,  $W_0 = x_0 S$  — текущий и начальный объемы запоршневого пространства соответственно;  $S$  — площадь поперечного сечения трубы;  $x_p$  — текущая координата поршня;  $k$  — показатель адиабаты газа.

Предполагая, что газ расширяется адиабатически, т. е. что  $p_m W^k = p_0 W_0^k$ , можно получить

$$u_p = \frac{d\xi_p}{d\tau} = \sqrt{\frac{2\mu(1-\xi_p^{-\theta})}{\theta(\theta+1)(1+\mu/3)}}, \quad (1)$$

где  $u_p = v_p / c_0$  — безразмерная скорость поршня;  $c_0 = \sqrt{kR_g T_0}$  — скорость звука в газе в начальный момент времени;  $R_g$  — газовая постоянная;  $T_0$  — начальная температура газа;  $\xi_p = x_p / x_0$  — безразмерная координата;  $\tau = t c_0 / x_0$  — безразмерное время;  $\theta = k - 1$ .

Приведенное уравнение позволяет сделать некоторые предельные оценки. Так, для сильного расширения газа  $\xi_p \gg 1$  и можно получить

$$u_p^{\max(1)} = \sqrt{\frac{2\mu}{\theta(\theta+1)(1+\mu/3)}},$$

а в случае, если дополнительно  $\mu \gg 1$ , оценка зависит только от  $\theta$ :

$$u_p^{\max(2)} = \sqrt{\frac{6}{\theta(\theta+1)}}.$$

Для холодных газов эта скорость составляет: для углекислого газа — 1064 м/с; для воздуха — 1136 м/с; для гелия — 2363 м/с; для водорода — 4308 м/с. Хотя эти значения скоростей являются теоретическим пределом, они позволяют быстро оценить возможность достижения требуемых в той или иной практической задаче скоростей на выбранном газе.

Уравнение (1) может быть проинтегрировано, в результате чего получится уравнение траектории поршня:

$$\xi_p F_h\left(\frac{1}{2}, \beta, 1+\beta, \xi_p^{1/\beta}\right) - \frac{\sqrt{\pi}\beta\Gamma(\beta)}{\Gamma(1/2+\beta)} = \tau \sqrt{\frac{2\mu}{\theta(\theta+1)(1+\mu/3)}},$$

где  $F_h(\alpha, \beta, \gamma, y)$  — гипергеометрическая функция;

$F_h(\alpha, \beta, \gamma, y) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[ \prod_{m=0}^{n-1} \frac{(m+\alpha)(m+\beta)}{(m+\gamma)} \right] y^n$ ;  $\beta = -1/\theta$ ;  $\Gamma(y)$  — гамма-функция Эйлера.

Следует заметить, что в приведенной постановке задачу можно обезразмерить так, чтобы решение было однопараметрическим и зависело только от одного параметра  $k$ , вводя по-другому безразмерное время. Однако в виде (1) решение удобнее для последующего сравнения с численным, которое всегда является двухпараметрическим.

Среди методов нахождения приближенных решений баллистической задачи Лагранжа наибольшее распространение получило точное решение газодинамической задачи в области простой волны [1, 2]:

$$u_p = \frac{2}{k-1} \left( 1 - \left( 1 + \frac{k+1}{2k} \mu \tau \right)^{\frac{k-1}{k+1}} \right), \quad (2)$$

$$\xi_p = 1 + \frac{2}{k-1} \left( \tau + \frac{k}{\mu} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{k+1}{2k} \mu \tau \right)^{\frac{2}{k+1}} \right] \right). \quad (3)$$

Решение справедливо до момента  $t_A$  (или  $\tau_A$  в безразмерном варианте), соответствующего возвращению отраженной от дна канала волны на поршень (рис. 2) [2]:

$$\tau_A = 2 + \frac{k+1}{2k} \mu.$$

Это удвоенное время прохождения звуковой волны по камере с невозмущенным газом плюс время, за которое поршень успевает пройти расстояние  $x_A - x_0$ ; это расстояние тем больше, чем больше  $\mu$ .

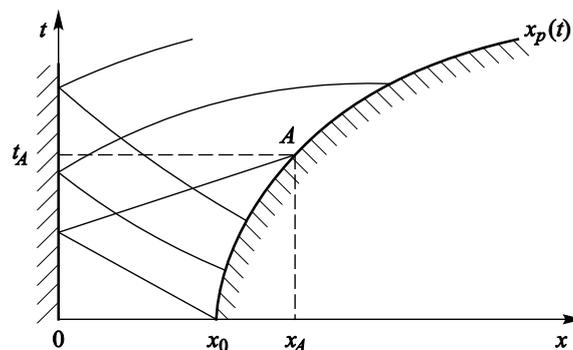
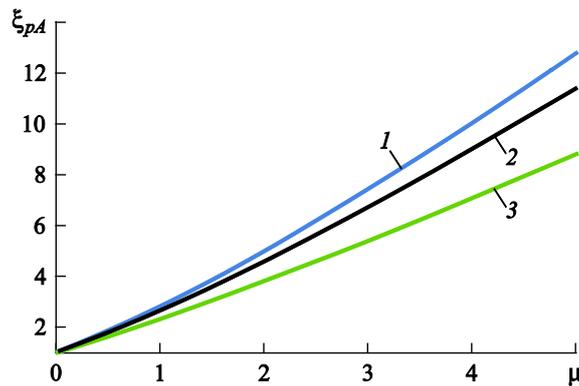


Рис. 2. Система волн, возникающих при разгоне поршня сжатым газом

С практической точки зрения гораздо важнее времени  $\tau_A$  расстояние  $x_A - x_0$ , которое успевает пройти поршень за это время (в литературе не приводится). Подставляя выражение для  $\tau_A$  в формулу (3), получаем

$$\xi_{pA} = 1 + \frac{2}{k-1} \left( 2 + \frac{k+1}{2} \frac{\mu}{k} + \frac{k}{\mu} \left( 1 - \left( 1 + \frac{k+1}{2} \frac{\mu}{k} \left( 2 + \frac{k+1}{2} \frac{\mu}{k} \right) \right)^{\frac{2}{k+1}} \right) \right).$$

Для различных значений показателя адиабаты это функция одной переменной —  $\mu$ . Графики этой функции при трех значениях  $k$  показаны на рис. 3.



**Рис. 3.** Зависимость положения поршня от значения  $\mu$  в момент времени  $\tau_A$ :  
 1 — углекислый газ ( $k = 1,3$ ); 2 — водород, азот, воздух ( $k = 1,4$ ); 3 — гелий ( $k = 1,67$ )

Отсюда следует важный вывод: при  $\mu \gg 1$  решение в области простой волны в большинстве практических случаев справедливо до момента вылета поршня из канала ствола. Основное неудобство решения в форме (2), (3) состоит в том, что оно не показывает связи между скоростью и положением поршня, поэтому момент времени, соответствующий определенной координате, можно найти, только решая уравнение (3) численно.

Формула (2) позволяет получить другую предельную оценку скорости поршня при  $\mu \gg 1$ :

$$u_p^{\max(3)} = \frac{2}{k-1}.$$

Это известная в газовой динамике формула предельной скорости нестационарного истечения газа в вакуум, в соответствии с которой предел  $\mu \gg 1$  в сущности можно воспринимать как отсутствие поршня, поэтому  $u_p^{\max(1)} < u_p^{\max(2)} < u_p^{\max(3)}$ .

Один из наиболее популярных в зарубежных исследованиях метод решения основан на приближении центральной волны разрежения, создаваемой движущимся поршнем [11, 12]. В этом случае уравнение движения поршня можно записать в виде

$$\frac{du_p}{d\tau} = u_p \frac{du_p}{d\xi} = \frac{\mu}{k} \left( 1 - \frac{k-1}{2} u_p \right)^{\frac{2k}{k-1}}.$$

Это уравнение может быть проинтегрировано относительно  $u$ , тогда

$$\xi_p = 1 + \frac{2k/\mu}{k+1} \left[ \frac{\frac{2}{k-1} - \frac{k+1}{k-1} \left( 1 - \frac{k-1}{2} u_p \right)}{\left( 1 - \frac{k-1}{2} u_p \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} + 1 \right]. \quad (4)$$

Неудобство этой формулы заключается в ее неясности. Легко показать, что формулы (2) и (3) представляют собой параметрическую форму зависимости (4), поэтому расчеты по этим формулам полностью совпадают, однако в обоих случаях необходимо решать численно нелинейные уравнения.

Имеются и другие упрощенные подходы к анализу задачи разгона поршня сжатым газом [13], которые ввиду их частного и значительно более приближенного характера здесь не рассматриваются.

**Математическая модель и численный метод решения.** Учесть волновые явления в газе позволяет одномерная газодинамическая модель, которая в векторной безразмерной форме может быть записана как

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \xi} = 0, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} r \\ ru \\ r(e + u^2/2) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} ru \\ \sigma + ru^2 \\ ru(e + u^2/2) + \sigma u \end{pmatrix}.$$

Здесь введены следующие безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{x}{x_0}, \quad u = \frac{v}{c_0}, \quad \sigma = p \frac{W_0}{mc_0^2}, \quad r = \rho \frac{W_0}{m}, \quad e = \frac{\varepsilon}{c_0^2},$$

где  $\varepsilon$  — внутренняя энергия единицы массы газа.

Система (5) дополняется уравнением состояния идеального газа в безразмерной форме  $\sigma = \theta r e$  и уравнением движения поршня

$$\frac{du_p}{d\tau} = \sigma_p, \quad (6)$$

где нижний индекс  $p$  характеризует значение соответствующих функций при  $x = x_p$ .

Начальные условия (при  $\tau = 0$ ) имеют следующий вид:  $u = 0$ ,  $r = \mu$ ,  $\sigma = \mu / k$ . На левой границе (дно трубы,  $\xi = 0$ ) ставится граничное условие непротекания, на правой границе (подвижный поршень,  $\xi = \xi_p$ ) — равенства скоростей газа и поршня, при этом скорость поршня определяется из (6).

Как видно, отношение масс газа и поршня ( $\mu$ ) входит в начальные условия. Таким образом, решение задачи является двухпараметрическим и зависит от параметров  $k$  и  $\mu$ . При условии задания конкретного газа остается один параметр —  $\mu$ .

Численное решение системы (5) осуществляется с помощью двухшаговой схемы типа «предиктор-корректор» на подвижной сетке, отслеживающей положение поршня:

$$\mathbf{q}_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{\Delta \xi^n}{\Delta \xi^{n+1/2}} \left( \mathbf{q}_{i+1/2}^n - \frac{\tau^n}{2 \Delta \xi^n} (\mathbf{f}_{i+1}^n - \mathbf{f}_i^n) \right),$$

$$\mathbf{q}_{i+1/2}^{n+1} = \frac{\Delta \xi^n}{\Delta \xi^{n+1}} \left( \mathbf{q}_{i+1/2}^n - \frac{\tau^n}{\Delta \xi^n} (\mathbf{f}_{i+1}^{n+1/2} - \mathbf{f}_i^{n+1/2}) \right).$$

Здесь индексы  $n$  и  $i$  отвечают временным и координатным узлам разностной сетки соответственно;  $\tau^n$  — шаг по времени;  $\Delta \xi^n$  — шаг по координате на  $n$ -м временном слое. Сетка растягивается равномерно, что приводит к появлению множителя перед скобкой, который отражает деформацию ячеек сетки за один шаг по времени.

Потоки на границах ячеек (интерфейсах)  $\mathbf{f}_i$  определяют решением задачи о распаде разрыва методом AUSM+, модифицированным для подвижной сетки:

$$\mathbf{f}_i = \frac{c_i}{2} \left( M_i^r (\Phi_{i+1/2} + \Phi_{i-1/2}) - |M_i^r| (\Phi_{i+1/2} - \Phi_{i-1/2}) \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_i \\ \sigma_i U_i \end{pmatrix},$$

где  $c_i$  — скорость звука на  $i$ -м интерфейсе;  $M_i^r$  — число Маха относительно  $i$ -го интерфейса;  $\Phi = (r, ru, rH)^T$ ;  $H$  — полная энтальпия единицы массы газа;  $U_i$  — скорость перемещения  $i$ -го интерфейса.

Число Маха на интерфейсе находят по формуле

$$M_i^r = f_\beta^+ (M_{i-1/2}^r) + f_\beta^- (M_{i+1/2}^r),$$

где

$$M_{i\pm 1/2}^r = \frac{u_{i\pm 1/2} - U_i}{c_i}; \quad c_i = \frac{c_{i+1/2} + c_{i-1/2}}{2};$$

$$f_{\beta}^{\pm} = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|), & |M| \geq 1; \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 (1 + 4\beta(M \mp 1)^2), & |M| < 1. \end{cases}$$

Давление на интерфейсе определяют с помощью выражения

$$\sigma_i = g_{\alpha}^{+}(M_{i-1/2}^r)\sigma_{i-1/2} + g_{\alpha}^{-}(M_{i+1/2}^r)\sigma_{i+1/2},$$

где

$$g_{\alpha}^{\pm}(M) = \begin{cases} (M \pm |M|) / 2M, & |M| \geq 1; \\ \left( (M \pm 1)^2 \left[ (2 \mp M) / 4 \pm \alpha M (M \mp 1)^2 \right] \right), & |M| < 1. \end{cases}$$

Значения констант:  $\alpha = 3/16$ ,  $\beta = 1/8$  [14].

Адекватность одномерного газодинамического описания показана в работах [7, 9, 10], где проведено сравнение результатов расчета вылета поршней разной массы из баллистических установок на сжатом газе с экспериментальными данными и расчетами по двумерной теории. Расчеты по приведенной модели с использованием предложенного численного метода также дают хорошее согласие с результатами указанных работ.

**Результаты численного моделирования.** Зависимость безразмерной выходной скорости  $u_p$  от безразмерной координаты  $\xi$  и отношения масс газа и поршня  $\mu$  при  $k = 1,4$  представлена на рис. 4. На графике показаны линии, отвечающие постоянной скорости.

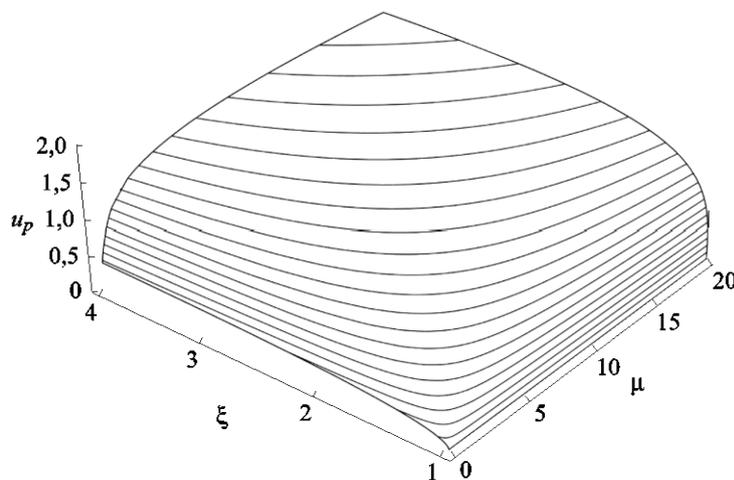


Рис. 4. Зависимость  $u_p$  от  $\xi$  и  $\mu$  при  $k = 1,4$

Видно, что возрастание скорости при  $\mu > 5$  быстро замедляется. Кроме того, при числе объемов расширения газа более  $\xi = 2-3$  также не наблюдается значительного возрастания скорости — очевидно, что эффективность разгона по мере расширения быстро падает.

Для оценки практических областей использования полученной зависимости проведен расчет достигаемых скоростей и необходимых объемов газового резервуара для разгона тела массой 1 г в трубе диаметром 5 мм при давлении в резервуаре  $p_0 = 50$  МПа для различных холодных газов ( $T_0 = 300$  К) при  $\xi = 4$  и  $\mu = 5$ .

В таблице указаны параметры газа, необходимые для решения прямой задачи, а также соответствующая приведенная длина газового резервуара  $x_0$ , общая длина трубы  $x_m$ , соответствующая значению  $\xi = 4$ , и достигаемая дульная скорость метаемого тела, рассчитанная различными методами:  $v_{p1}$  — путем численного решения системы уравнений (5), (6);  $v_{p2}$  — путем численного решения системы уравнений (2), (3), описывающих решение в области простой волны, и  $v_{p3}$  — по формуле (1).

Таблица

**Оценка геометрических размеров трубы и скоростей метаемых элементов для различных газов**

Газ	$k$	$R_g$ , Дж/(кг · К)	$c_0$	$x_0$	$x_m$	$v_{p1}$	$v_{p2}$	$v_{p3}$
			м/с	м		м/с		
Углекислый газ	1,30	189	271,5	0,30	1,20	488,7	491,4	491,1
Воздух	1,40	287	347,2	0,46	1,84	590,2	583,3	586,2
Гелий	1,67	2078	1020,3	3,36	13,44	1428,4	1435,1	1455,7
Водород	1,40	4125	1316,2	6,68	26,72	2237,5	2211,3	2222,1

Данные таблицы демонстрируют резкое различие между обычными газами, такими как воздух и углекислый газ, и легкими — водородом и гелием, что особенно заметно проявляется в необходимых объемах резервуара и, как следствие, длинах трубы. Отсюда можно заключить, что на практике для легких газов в одноступенчатых баллистических установках (без предварительного сжатия газа поршнем, как это делается в двухступенчатых установках) режимы работы при значениях  $\mu \gg 1$  слабо достижимы.

Для оценки области применимости решения в приближении однородной деформации рассмотрим различие  $\Delta u_p$  между численным решением (5), которое обозначим  $u_p^n$ , и аналитическим решением (1), которое обозначим  $u_p^a$ :

$$\Delta u_p = u_p^n - u_p^a.$$

Зависимость  $\Delta u_p$  от  $\xi$  и  $\mu$  при  $k = 1,4$  показана на рис. 5.

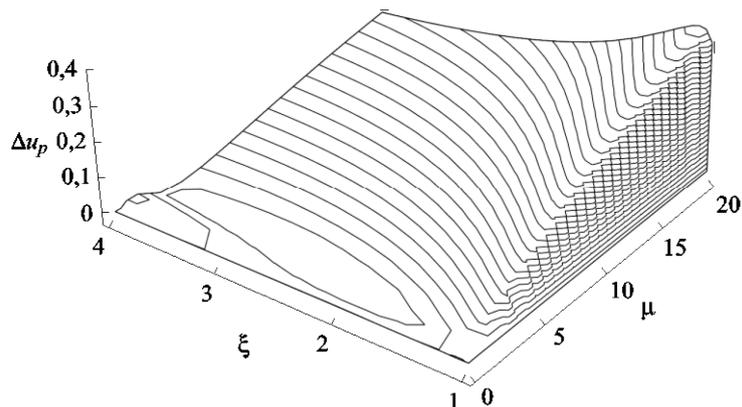


Рис. 5. Зависимость  $\Delta u_p$  от  $\xi$  и  $\mu$  при  $k = 1,4$

Видно, что наиболее велики расхождения между аналитической формулой и численным решением на начальной стадии разгона, когда еще не установился линейный профиль скорости, а также при значениях  $\mu \gg 1$  (рис. 6).

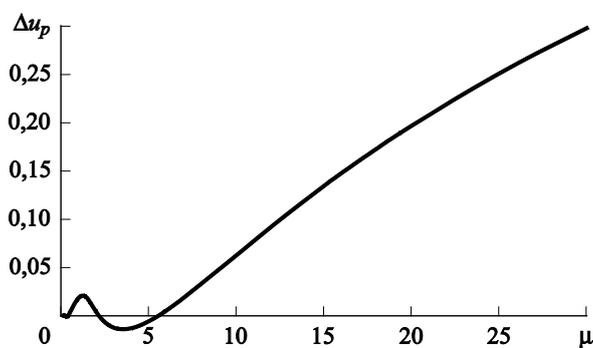


Рис. 6. Зависимость  $\Delta u_p$  от  $\mu$  при  $\xi = 4$  и  $k = 1,4$

Из приведенной зависимости следует, что выходная скорость, рассчитанная по формуле (1), может довольно существенно отличаться от полученной численно при  $\mu > 10$  в сторону занижения. В то же время при  $0 < \mu < 5$  различие в результатах расчета по формуле (1) и газодинамического расчета не превышает  $\pm 0,03c_0$  (см. таблицу).

**Энергетическая эффективность разгона сжатым газом.** Вопрос об энергетической эффективности разгона поршня является существенным, поскольку традиционно требования к увеличению выходной скорости метаемого тела приводят к чрезвычайно низким значениям коэффициента полезного действия (КПД). Любую баллистическую установку можно рассматривать как тепловую машину, которая превращает запасенную внутреннюю энергию газа в кинети-

ческую энергию метаемого тела. Энергоэффективность любой системы разгона тел может быть оценена с помощью КПД, равного в данном случае [1]:

$$\eta = \frac{\theta}{2} \frac{mv_p^2}{p_0 W_0} = \frac{\theta}{2} \frac{mv_p^2}{MR_g T_0} = \frac{\theta(\theta+1)}{\mu} \frac{v_p^2}{c_0^2} = \frac{\theta(\theta+1)}{\mu} u_p^2.$$

Зависимость КПД от  $\xi$  и  $\mu$  показана на рис. 7.

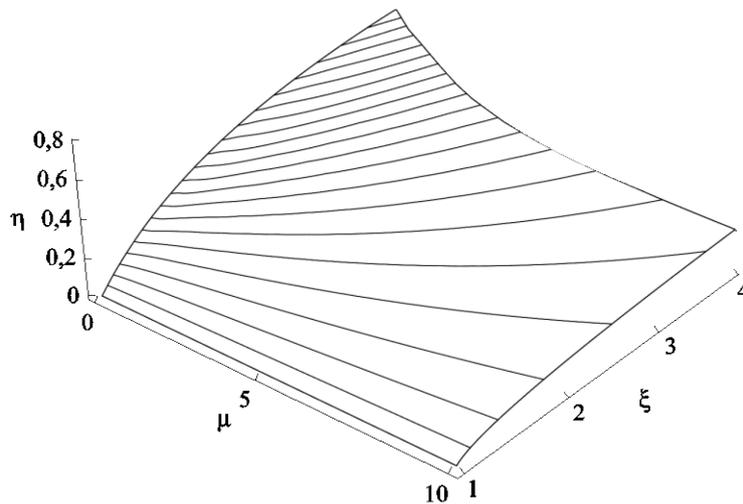


Рис. 7. Зависимость КПД от  $\xi$  и  $\mu$  при  $k = 1,4$

Из рисунка ясно, что КПД может быть достаточно большим при малых значениях  $\mu$  ( $\eta \approx 1$  и менее), однако с увеличением  $\mu$  быстро снижается. Это объясняется, в частности, тем, что при расширении газа энергия тратится не только на разгон метаемого элемента, но и на ускорение самого газа. Кроме того, при больших значениях  $\mu$  большая часть газа вообще не успевает поучаствовать в разгоне.

**Заключение.** Проведено математическое и численное моделирование разгона поршня в трубе сжатым газом. Получено точное решение для траектории поршня в приближении однородной деформации, которое справедливо для тяжелых по сравнению с массой газа поршней, когда волновые эффекты в газе незначительны. Сравнение численного решения с аналитическим позволяет оценить точность последнего при различных отношениях масс газа и поршня.

Из сравнения решений можно сделать вывод, что волновые эффекты в наибольшей степени проявляются на начальном этапе разгона, пока не установился линейный профиль скоростей, а также для легких поршней, потому что при высоких скоростях поршня отра-

женная от дна канала трубы волна давления не успевает догнать поршень.

Решения, полученные в безразмерном виде, позволяют обобщить данные на множество конкретных случаев. Кроме того, комбинация приближенных аналитических решений позволяет в принципе покрыть всю область изменения параметров, и, таким образом, для достаточно точных оценок можно в принципе отказаться от численного решения, применяя либо решение в однородных деформациях при малых значениях  $\mu$ , либо решение в области простой волны для остальных случаев. Достоинством решения в приближении однородной деформации является явная зависимость скорости от координаты в отличие от решения в области простой волны.

Из проведенного анализа энергетической эффективности процесса разгона поршня следует, что КПД снижается с увеличением массы газа по тем же причинам — большая часть газа не успевает передать свою энергию поршню.

Полученные результаты могут быть использованы при выборе проектных параметров баллистических установок на сжатом газе и определении параметров заряжания при экспериментальных исследованиях и баллистических испытаниях.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-38-00948 мол-а и 16-29-09596 офи-м).*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Seiler F., Igra O., ed. *Hypervelocity Launchers*. Springer, 2016, 300 p.
- [2] Златин Н.А., Красильщиков А.П., Мишин Г.И., Попов Н.Н. *Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях*. Москва, Наука, 1974, 344 с.
- [3] Павленко А.В., Балабин С.И., Козелков О.Е., Казаков Д.Н. Одноступенчатая газовая пушка для изучения динамических свойств конструкционных материалов в диапазоне до 40 ГПа. *Приборы и техника эксперимента*, 2013, № 4, с. 122–124.
- [4] Jones D.R., Chapman D.J., Eakins D.E. A gas gun based technique for studying the role of temperature in dynamic fracture and fragmentation. *J. Appl. Phys.*, 2013, vol. 114, p. 173508.
- [5] Horák V., Do Duc L., Vitek R., Beer S., Mai Q.H. Prediction of the Air Gun Performance. *Advances in Military Technology*, 2014, vol. 9 (1), pp. 31–44.
- [6] Григорьев В.В., Исаков С.Н., Петров Р.Л., Юркин С.В. Газодинамическое исследование пневматического линемета. *ЖТФ*, 2006, т. 76, вып. 3, с. 75–80.
- [7] Johnston A., Krishnamoorthy L.V. A Numerical Simulation of Gas Gun Performance. *Defence Science and Technology Organisation*, 2008, DSTO-TN-080.
- [8] Plassard F., Mespoulet J., Hereil P. Analysis of a single stage compressed gas launcher behaviour: from breech opening to sabot separation. *8th European LS-DYNA Users Conference*, 2011, vol. 8, pp. 1–11.

- [9] Moradi A., Ahmadikia H. One-Dimensional and Axisymmetric Numerical Simulation of a Single-Stage Gas Gun. *Adv. Theor. Appl. Mech.*, 2011, vol. 4 (3), pp. 101–111.
- [10] Moradi A., Khodadadiyan S. Study of Real Gas Behaviour in a Single-Stage Gas Gun. *Int. J. of Mechanical and Mechatronics Eng.*, 2011, vol. 5 (6), pp. 948–952.
- [11] Seigel A.E. *The theory of high speed guns*. NATO AGARD, 314 p.
- [12] Gardiner P.A., Egawa Y., Watanabe K. Performance evaluation of single stage diaphragmless vertical gas gun for nitrogen and helium gas propellants. *Mechanical Engineering Journal*, 2016, vol. 3 (6), pp. 16–00273.
- [13] Denny M. Gas gun dynamics. *Eur. J. Phys.*, 2013, vol. 34, pp. 1327–1336.
- [14] Luo H., Baum J.D., Löhner R. On the computation of multi-material flows using ALE formulation. *J. of Comp. Phys.*, 2004, vol. 194, pp. 304–328.

Статья поступила в редакцию 08.02.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Быков Н.В. Сравнительный анализ численного и приближенных аналитических решений задачи о разгоне поршня в трубе сжатым газом. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 2.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-2-1852>

**Быков Никита Валерьевич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Ракетные и импульсные системы», заместитель заведующего кафедрой по научной работе, заведующий отделом «Ракетные и ствольные системы» Научно-исследовательского института специального машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 60 научных работ в области исследования внутрикамерных процессов, газовой динамики, внутренней баллистики и методов синтеза технических систем.

e-mail: bykov@bmstu.ru

## Comparative analysis of numerical and approximate analytical solutions to the problem of piston acceleration in a pipe by compressed gas

© N.V. Bykov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The paper focuses on mathematical and numerical simulation of piston acceleration by compressed gas in a guide pipe, also known as Lagrange ballistic problem. We consider two approaches to an approximate analytical solution of the problem: the uniform deformation approximation, within which a new exact dimensionless solution for the piston trajectory is obtained, and a solution in the simple wave region, for which new estimates of applicability limits are obtained. The wave motion of a gas is described with the numerical solution of gas dynamics dimensionless equations on a moving mesh. We analyze the working areas of approximate analytical solutions comparing the latter with the numerical solutions. Furthermore, we demonstrate the calculation of a model example, which compares the results of calculations for various models and estimates the variation range in dimensionless parameters from the point of view of practical application. The dimensionless representation of the solutions allows us to summarize the results obtained. Based on the efficiency analysis, we deal with the issue of energy performance of piston acceleration by compressed gas. Findings of research show that with an increase in the length of the pipe and the ratio between the mass of compressed gas and the mass of the piston, the efficiency decreases.*

**Keywords:** gas-dynamic acceleration, Lagrange ballistic problem, acceleration methods, uniform deformation, hypervelocity launcher, interior ballistics, ballistic installations

### REFERENCES

- [1] Seiler F., Igra O., ed. *Hypervelocity Launchers*. Springer, 2016, 300 p.
- [2] Zlatin N.A., Krasilschikov A.P., Mishin G.I., Popov N.N. *Ballisticheskie ustanovki i ikh primeneniye v eksperimentalnykh issledovaniyakh* [Ballistic ranges and their application in experimental research]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 344 p.
- [3] Pavlenko A.V., Balabin S.I., Kozelkov O.E., Kazakov D.N. *Pribory i tekhnika eksperimenta — Instruments and Experimental Techniques*, 2013, no. 56 (4), pp. 482–484.
- [4] Jones D.R., Chapman D.J., Eakins D.E. A gas gun based technique for studying the role of temperature in dynamic fracture and fragmentation. *J. Appl. Phys.*, 2013, vol. 114, p. 173508.
- [5] Horák V., Do Duc L., Vítek R., Beer S., Mai Q.H. Prediction of the Air Gun Performance. *Advances in Military Technology*, 2014, vol. 9 (1), p. 31–44.
- [6] Grigor'ev V.V., Isakov S.N., Petrov R.L., Yurkin S.V. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2006, vol. 51, no. 3, pp. 367–372.
- [7] Johnston A., Krishnamoorthy L.V. A Numerical Simulation of Gas Gun Performance. *Defence Science and Technology Organisation*, 2008, DSTO-TN-080.
- [8] Plassard F., Mespoulet J., Hereil P. Analysis of a single stage compressed gas launcher behaviour: from breech opening to sabot separation. *8th European LS-DYNA Users Conference*, 2011, vol. 8, pp. 1–11.

- [9] Moradi A., Ahmadikia H. One-Dimensional and Axisymmetric Numerical Simulation of a Single-Stage Gas Gun. *Adv. Theor. Appl. Mech.*, 2011, vol. 4 (3), pp. 101–111.
- [10] Moradi A., Khodadadiyan S. Study of Real Gas Behavior in a Single-Stage Gas Gun. *Int. J. of Mechanical and Mechatronics Eng.*, 2011, vol. 5 (6), pp. 948–952.
- [11] Seigel A.E. *The theory of high speed guns*. NATO AGARD, 314 p.
- [12] Gardiner P.A., Egawa Y., Watanabe K. Performance evaluation of single stage diaphragmless vertical gas gun for nitrogen and helium gas propellants. *Mechanical Engineering Journal*, 2016, vol. 3 (6), pp. 16–00273.
- [13] Denny M. Gas gun dynamics. *Eur. J. Phys.*, 2013, vol. 34, pp. 1327–1336.
- [14] Luo H., Baum J.D., Löhner R. On the computation of multi-material flows using ALE formulation. *J. of Comp. Phys.*, 2004, vol. 194, pp. 304–328.

**Bykov N.V.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Missile and Kinetic Warfare Systems, Deputy Head of Department for Scientific Work, Head of Department of Missile and Barrel Systems, Institute of Special Engineering, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 60 scientific papers in the fields of gas dynamics, interior ballistics and optimization techniques in engineering systems.

e-mail: bykov@bmstu.ru