

## Демпфирование резонансных колебаний гироскопических систем жидкостным демпфером с упругими ребрами

© С.А. Черников, Ю. Сюэ

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Динамические характеристики слабо демпфированных гиросистем обладают ярко выраженными резонансными свойствами в диапазоне частот нутационных и упругих колебаний. Демпфер в виде трубок, заполненных вязкой жидкостью, широко используется для демпфирования резонансных колебаний гиросистем, однако его эффективность ограничена. В данном исследовании рассмотрена возможность демпфирования резонансных колебаний гиросистемы жидкостным демпфером с упругими ребрами. Получены приближенные уравнения возмущенного движения гиросистемы с демпфером. Разработан метод оптимизации параметров демпфера. Сравнение коэффициентов максимального усиления податливости при наличии и отсутствии упругих ребер в демпфере позволяет сделать заключение о том, что введение упругой связи между объектом демпфирования и жидкостным маховиком существенно повышает эффективность подавления резонансных колебаний гироскопических систем. Полученные результаты можно использовать при проектировании жидкостного демпфера не только в гироскопическом приборостроении, но и в других областях.*

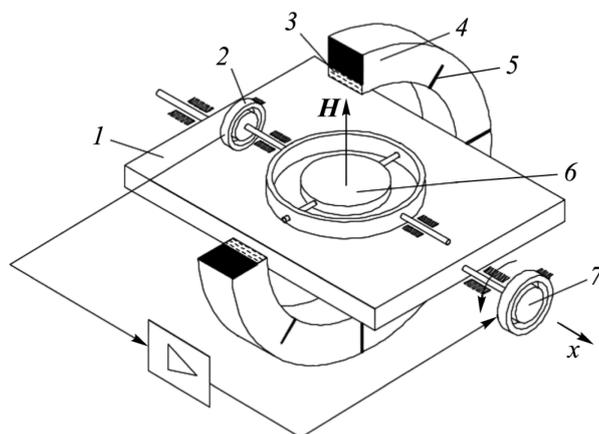
**Ключевые слова:** динамический демпфер, резонансные колебания, гироскопическая система, жидкостный маховик, упругие ребра, вязкая жидкость

**Введение.** Известно [1], что динамический демпфер — одно из наиболее эффективных виброзащитных средств, способных подавлять резонансные колебания гироскопических систем. При этом динамический демпфер с жидкостным маховиком имеет несколько потенциальных преимуществ перед другими системами динамического демпфирования [2, 3]. Демпфер в виде трубок, заполненных вязкой жидкостью, применяют для гашения колебаний космических аппаратов, в том числе гироскопических систем [4, 5]. Кроме того, в работе [6] показано, что введение жестких перегородок приводит к образованию вихрей и, следовательно, создает дополнительный эффект демпфирования. Для дальнейшего повышения эффективности демпфера введены упругие перегородки [7, 8], которые изменяют вибрационное состояние объекта путем перераспределения колебательной энергии от объекта к гасителю. Следует отметить, однако, в опубликованных работах, в том числе [1–8], мало внимания уделялось оптимизации параметров и оценке эффективности жидкостного демпфера, в котором расположены упругие перегородки. Цель настоящей

работы — выяснить, можно ли повысить эффективность гашения резонансных колебаний гиросистем путем введения упругих перегородок в жидкостный демпфер, и определить оптимальные коэффициенты демпфера в этом случае.

При установке в полости демпфера жестких и упругих перегородок значительно усложняется теоретический анализ динамических характеристик жидкости. Это затруднение связано в первую очередь со сложной формой области, которую занимает жидкость. Кроме того, следует иметь в виду, что с прикладной точки зрения наибольший интерес представляют не детали движения жидкости в полости, а интегральные характеристики ее движения и влияние жидкости на динамику твердого тела [7, 9]. В связи с этим актуальным становится разработка эффективных приближенных способов анализа и расчета движения тела с полостями, заполненными вязкой жидкостью.

**Постановка задачи.** В качестве объекта демпфирования рассмотрим одноосный гиросtabilизатор индикаторного типа (рис. 1). Полость демпфера имеет форму соосного цилиндра с симметрично расположенными на его стенках радиальными упругими ребрами и целиком заполнена вязкой несжимаемой жидкостью.



**Рис. 1.** Кинематическая схема одноосного индикаторного гиросtabilизатора с жидкостным демпфером:

1 — платформа; 2 — датчик угла; 3 — вязкая жидкость; 4 — жидкостный демпфер; 5 — упругое ребро; 6 — гироскоп; 7 — датчик момента;  $H$  — собственный кинетический момент гироскопа

Предположим, что ось симметрии полости совпадает с осью стабилизации  $Ox$ . Линеаризованная система уравнений, описывающая движение гиросtabilизатора с демпфером, в полостях которого устанавливаются упругие ребра, имеет вид

$$\begin{aligned} (I_0 + I)\ddot{\varphi} + \lambda_x \ddot{q} &= M_e - K\varphi; \\ \mu(\ddot{q} + \beta\dot{q} + \sigma^2 q) + \lambda_x \dot{\varphi} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I_0$  — момент инерции гиросtabilизатора с полостью демпфера относительно продольной оси  $Ox$ ;  $I$  — присоединенный момент инерции жидкости, обусловленный радиальными ребрами;  $\lambda_x, \mu$  — гидродинамические коэффициенты;  $M_e = M_0 \sin \omega t$  — возмущающий гармонический момент по оси  $Ox$ ;  $K$  — коэффициент обратной связи по каналу стабилизации;  $\varphi$  — малый угол поворота гиросtabilизатора относительно оси  $Ox$ ;  $\beta$  — коэффициент демпфирования;  $\sigma$  — частота колебаний упругой перегородки;  $q$  — обобщенная координата, характеризующая движение перегородки при колебании в жидкости.

Система уравнений (1) получена путем добавления дополнительного диссипативного члена в уравнения, которые описывают движение твердого тела, имеющего полость с радиальными упругими ребрами [8]. Если считать обобщенную координату  $q$  параметром, характеризующим относительное движение между жидкостью и объектом виброзащиты, то уравнения системы (1) аналогичны уравнениям движения двухмассовой линейной системы с двумя степенями свободы.

Применим к системе уравнений (1) преобразование Лапласа, затем на основе преобразованной системы запишем передаточную функцию податливости гиросистемы в следующем виде:

$$\Phi(s) = \frac{\varphi(s)}{M_e(s)} = \frac{s^2 + \beta s + \sigma^2}{\Delta(s)}, \quad (2)$$

где  $s$  — переменная преобразования Лапласа;  $\Delta(s) = (I_0 + I - m_x)s^4 + (I_0 + I)\beta s^3 + [(I_0 + I)\sigma^2 + K]s^2 + K\beta s + K\sigma^2$  ( $m_x = \lambda_x^2/\mu$  — коэффициент инерционных связей).

Заменяя в уравнении (2)  $s$  на  $j\omega$ , получаем

$$\Phi(j\omega) = \frac{a + j\beta b}{c + j\beta d}, \quad (3)$$

где  $a, \beta b, c, \beta d$  — вещественные и мнимые части числителя и знаменателя  $\Phi(j\omega)$ , определяемые выражениями  $a = \sigma^2 - \omega^2$ ;  $b = \omega$ ;  $c = (I_0 + I - m_x)\omega^4 - [(I_0 + I)\sigma^2 + K]\omega^2 + K\sigma^2$ ;  $d = \omega[K - (I_0 + I)\omega^2]$ .

Амплитуда передаточной функции податливости гиросистемы

$$|\Phi(j\omega)| = \sqrt{\frac{a^2 + (\beta b)^2}{c^2 + (\beta d)^2}}. \quad (4)$$

**Оптимизация параметров демпфера.** Настройка демпфера определяется из условия минимума максимальных ординат амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) объекта демпфирования во всем частотном диапазоне. Иными словами, требуется подобрать частоту  $\sigma$  колебаний упругой перегородки и коэффициент демпфирования  $\beta$  так, чтобы наибольшая амплитуда вынужденных колебаний гиросистемы принимала минимальное значение.

Легко доказать, что на частотах  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , соответствующих точкам пересечения АЧХ  $\beta = 0$  и  $\beta = \infty$ , амплитуды вынужденных колебаний гиросистемы не зависят от значения коэффициента демпфирования  $\beta$  и поэтому все АЧХ при  $0 \leq \beta \leq \infty$  будут проходить через эти точки. Частоты  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  определяются равенством

$$|\Phi(j\omega)|_{\beta=0} = |\Phi(j\omega)|_{\beta=\infty}. \quad (5)$$

Решая (5), получаем выражения для частот, инвариантных по отношению к коэффициенту демпфирования:

$$\Omega_{1,2}^2 = \frac{[(I_0 + I)\sigma^2 + K] \mp \sqrt{[(I_0 + I)\sigma^2 + K]^2 - 2K\sigma^2[2(I_0 + I) - m_x]}}{2(I_0 + I) - m_x}. \quad (6)$$

Оптимальная частичная частота ребер определяется условием равенства амплитуд на частотах  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ :

$$|\Phi(j\Omega_1)| = |\Phi(j\Omega_2)|. \quad (7)$$

Подставляя в равенство (7) значения  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  из формулы (6), получаем выражение для частичной частоты  $\sigma$  при оптимальной настройке демпфера:

$$(\sigma^*)^2 = \frac{K(I_0 + I - m_x)}{(I_0 + I)^2}. \quad (8)$$

Инвариантные частоты при этом

$$(\Omega_{1,2}^*)^2 = \frac{K}{I_0 + I} \mp \frac{K}{I_0 + I} \sqrt{\frac{m_x}{2(I_0 + I) - m_x}}, \quad (9)$$

а амплитуда податливости гиросистемы в инвариантных точках

$$|\Phi(j\Omega_{1,2})|_{\sigma=\sigma^*} = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{2(I_0 + I) - m_x}{m_x}}. \quad (10)$$

Оптимальное значение  $\beta^*$  найдем как среднее между параметрами  $\beta_1^*$  и  $\beta_2^*$ , определяющими максимум АЧХ податливости в точках  $\Omega_1^*$  и  $\Omega_2^*$  соответственно. Оптимальные значения  $\beta_1^*$  и  $\beta_2^*$  находятся из условий

$$\left[ \frac{\partial |\Phi(j\omega)|}{\partial \omega} \right]_{\omega=\Omega_1^*} = 0; \quad \left[ \frac{\partial |\Phi(j\omega)|}{\partial \omega} \right]_{\omega=\Omega_2^*} = 0. \quad (11)$$

Дифференцируя (3) по  $\omega$  и решая уравнения (11) относительно  $\beta$ , получаем

$$(\beta_{1,2}^*)^2 = \frac{ac' - a'c}{bd' - b'd} \Big|_{\omega=\Omega_{1,2}^*}. \quad (12)$$

Здесь штрихами обозначено дифференцирование полиномов  $a, b, c, d$  по  $\omega$ .

После несложных преобразований выражения для оптимальных коэффициентов демпфирования примут следующий вид:

$$(\beta_{1,2}^*)^2 = \frac{Km_x(I_0 + I - m_x)}{2(I_0 + I)^3} \left( 3 \mp \sqrt{\frac{m_x}{2(I_0 + I) - m_x}} \right). \quad (13)$$

Отношение максимума АЧХ податливости в зоне гашения к статической податливости определяет коэффициент  $N$  максимального усиления податливости:

$$N = \frac{|\Phi(j\Omega_{1,2})|_{\sigma=\sigma^*}}{|\Phi(0)|} = \sqrt{\frac{2(I_0 + I) - m_x}{m_x}}. \quad (14)$$

Обозначим отношение  $m_x/I$  через  $\alpha$ . Введем новое обозначение  $\kappa = I/I_0$  ( $\kappa \ll 1$ ), при этом

$$N = \sqrt{\frac{2(I_0 + I) - m_x}{m_x}} = \sqrt{\frac{2}{\alpha} \left( 1 + \frac{1}{\kappa} \right) - 1}. \quad (15)$$

**Результаты моделирования.** Число опубликованных работ, посвященных определению гидродинамических коэффициентов уравнений возмущенного движения твердого тела с жидкостью при введении упругих перегородок в полость, незначительно. Наиболее пол-

ные данные имеются лишь для случая цилиндрических полостей с продольными ребрами. Именно поэтому при моделировании использовали данные из работы [8].

Моделирование проведено для цилиндрических полостей с семью радиально расположенными ребрами, равноотстоящими одно от другого. При моделировании приняты следующие параметры гиросистемы и полости демпфера:  $I_0 = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $K = 1000 (\text{Н} \cdot \text{м}) / \text{рад}$ , высота и радиус цилиндра  $H_0 = R_0 = 0,1 \text{ м}$ , ширина ребра  $B_0 = 0,3R_0$ , материал ребер — сплав алюминия АД. Оптимальная частота достигается регулированием толщины пластин. Настройка коэффициента демпфирования  $\beta$  осуществляется путем разумного выбора вязкости жидкости, поэтому в качестве демпфирующей выбрана жидкость с широким диапазоном изменения вязкости. Используют, например, полиметилсилоксановую жидкость (ПМС-Ж), вязкость которой для разных марок может изменяться в диапазоне значений  $5 \cdot 10^{-6} \dots 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$  [10].

Результаты моделирования представлены на рис. 2.

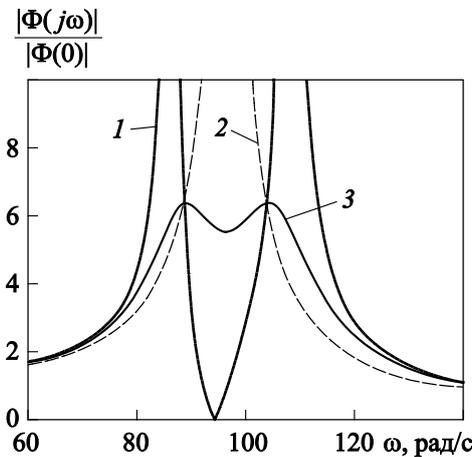


Рис. 2. Относительные АЧХ податливости гиросtabilизатора с жидкостным демпфером:  
1 —  $\beta = 0$ ; 2 —  $\beta = \infty$ ; 3 —  $\beta = \beta^*$ ,  $\sigma = \sigma_*$

Видно, что при  $\beta = 0$  (линия 1) в определенном узком диапазоне частот воздействия эффективность гасителя особенно высока, однако появляется опасность возникновения резонанса на собственных частотах. При введении демпфирования резонансы исчезают. Такие гасители с оптимальным демпфированием эффективны в значительно более широком диапазоне частот внешних воздействий, что существенно повышает надежность их работы в процессе эксплуатации.

В статье [11] показано, что эффективность демпфера при учете лишь вязкости жидкости обратно пропорциональна его относительному моменту инерции  $K$ , в то же время, согласно выражению (15), эффективность оптимально настроенного демпфера с упругими ребрами обратно пропорциональна  $\sqrt{K}$ . При одинаковых  $K$  динамический демпфер с упругими ребрами гораздо эффективнее демпфера без них.

**Заключение.** На основании проведенных исследований можно сделать следующий вывод: введение упругой связи между объектом демпфирования и жидкостным маховиком значительно повышает эффективность подавления резонансных колебаний гиросистем. Однако эффективность такого демпфера существенно зависит от отношения моментов инерции демпфера и объекта демпфирования. Повышение эффективности ограничивается неизбежным увеличением размеров и утяжелением конструкции системы. В дальнейшем для более эффективного гашения колебаний гиросистем в демпфер предполагается ввести активную обратную связь [12].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Черников С.А. *Динамика нелинейных гироскопических систем*. Москва, Машиностроение, 1981, 224 с.
- [2] Marivani M. *Numerical investigation of sloshing motion inside liquid dampers with and without submerged screens*. PhD thesis. McMaster University, Hamilton, 2009, 150 p.
- [3] Павлов В.А. (РФ). *Жидкостное гироскопическое устройство для стабилизации и демпфирования объектов с шестью степенями свободы*. Патент RU 2595183 C1, опубл. 20.08.2016, бюл. № 23, 13 с.
- [4] Bhuta P.G., Koval L.R. A viscous ring damper for a freely precessing satellite. *International J. of Mechanical Sciences*, 1966, vol. 8, pp. 383–395.
- [5] Chang C.-O., Liu L.-Z. Dynamics and stability of a freely spinning body carrying a nutation damper. *J. of the Chinese Institute of Engineers*, 1994, vol. 17, no. 3, pp. 396–408.
- [6] Черников С.А., Сюэ Ю. Динамическое демпфирование резонансных колебаний гироскопической системы жидкостным демпфером. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2018, вып. 5, с. 206–216.
- [7] Богоряд И.Б., Лаврова Н.П. Численная модель течения жидкости во вращающемся цилиндре с упругими радиально расположенными ребрами. *Прикладная механика и техническая физика*, 2013, т. 54, № 2, с. 59–64.
- [8] Луковский И.А., Троценко В.А., Усюкин В.И. *Взаимодействие тонкостенных упругих элементов с жидкостью в подвижных полостях*. Киев, Наукова думка, 1989, 240 с.
- [9] Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. *Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью*. Ишлинский А.Ю., ред. Москва, Машиностроение, 1968, 532 с.
- [10] Покусаев М.Н. *Демпфирование крутильных колебаний в валах судовых дизелей: моделирование, экспериментальные и натурные исследования*. Дис. ... д-ра техн. наук. Астрахань, 2005, 345 с.

- [11] Черников С.А., Сюэ Ю. Динамическое демпфирование вынужденных колебаний гироскопической системы демпфером с жидкостным маховиком. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 10. DOI:10.18698/2308-6033-2017-10-1685
- [12] Черников С.А. Расширение полосы гашения виброзащитной системы динамическим гасителем с обратной связью. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2015, № 5, с. 54–61.

Статья поступила в редакцию 30.01.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Черников С.А., Сюэ Ю. Демпфирование резонансных колебаний гироскопических систем жидкостным демпфером с упругими ребрами. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 2.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-2-1851>

**Черников Сергей Акимович** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана, академик Российской академии навигации и управления движением. Автор более 160 научных работ в области гироскопической техники. e-mail: SA\_chernikov@mail.ru

**Сюэ Юнцзя** — аспирант кафедры «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: xueyongjia88@gmail.com

## **Damping of resonance vibrations of gyroscopic systems by a liquid damper with elastic ribs**

© S.A. Chernikov, Xue Yongjia

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The dynamic characteristics of weakly damped gyroscopes have pronounced resonant properties in the frequency range of nutation and elastic vibrations. Ring dampers, containing viscous fluid in a closed tube, are already widely used for damping vibrations of the spacecraft and gyroscopic systems. However, the efficiency of such a damper is limited. To further enhance the performance of the damper, the elastic slat screens are introduced. In this paper the possibility of damping of resonant vibrations of a gyroscopic system by a liquid damper with elastic ribs is considered. Approximate equations of the disturbed motion of a gyro system with a damper are found. A method for optimizing damper parameters is proposed. By comparing the obtained amplitude-frequency characteristics with those without elastic ribs, we can draw such a conclusion that introduction of an elastic connection between the object and the liquid rotation significantly improve the damping performance of resonant vibrations of gyroscopic systems. The obtained results for designing liquid damper can be used not only in the gyroscopic field, but also in other areas.*

**Keywords:** *dynamic damper, resonant vibrations, gyro systems, fluid flywheel, viscous fluid, elastic ribs*

### REFERENCES

- [1] Chernikov S.A. *Dinamika nelineynykh giroskopicheskikh sistem* [Dynamics of nonlinear gyroscopic systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1981, 224 p.
- [2] Marivani M. *Numerical investigation of sloshing motion inside liquid dampers with and without submerged screens. PhD thesis.* McMaster University, Hamilton, 2009, 150 p.
- [3] Pavlov V.A. *Zhidkostnoye giroskopicheskoye ustroystvo dlya stabilizatsii i dempfirovaniya obyektov s shesty stepenyami svobody* [Liquid gyroscopic device for stabilization and damping of objects with six degrees of freedom]. Patent no. RU 2595183 C1, publ. 20.08.2016, Bull. no. 23, 13 p.
- [4] Bhuta P.G., Koval L.R. A viscous ring damper for a freely precessing satellite. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1966, vol. 8, pp. 383–395.
- [5] Chang C.O., Liu L.Z. Dynamics and stability of a freely spinning body carrying a nutation damper. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 1994, vol. 17, no. 3, pp. 396–408.
- [6] Chernikov S.A., Xue Yongjia. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskiye nauki — Izvestiya Tula State University (Izvestiya TulGU)*, 2018, vol. 5, pp. 206–215.
- [7] Bogoryad I.B., Lavrova N.P. Numerical Model of Liquid Flow in a Rotating Cylinder with Radially Arranged Elastic Ribs. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2013, vol. 54, no. 2, pp. 218–223.
- [8] Lukovskiy I.A., Trotsenko V.A., Usyukin V.I. *Vzaimodeystviye tonkostennykh uprugikh elementov s zhidkost'yu v podvizhnykh polostyakh.* Kiev, Nauk. Dumka Publ., 1989, 240 p.
- [9] Mikishev G.N., Rabinovich B.I. *Dinamika tverdogo tela s polostyami, chastichno zapolnennymi zhidkost'yu.* Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968, 532 p.

- [10] Pokusaev M.N. *Dempfirovaniye krutilnykh kolebaniy v valakh sudovykh dizeley: modelirovaniye, eksperimentalnye i naturnye issledovaniya. Dis. ... d-ra tekhn. nauk* [Torsional vibration damping in the shafts of ship diesel engines: modeling, experimental and field studies. Thesis for the degree of Doctor of Engineering Sciences]. Astrakhan, 2005, 345 p.
- [11] Chernikov S.A., Xue Yongjia. Dynamic damping of forced vibrations of gyroscopic system by damper with liquid flywheel. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2017, issue 10. DOI: 10.18698/2308-6033-2017-10-1685
- [12] Chernikov S.A. Expansion of the suppression band of a vibroprotective system by a feedback dynamic damper. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2015, vol. 44, no. 5, pp. 439–444.

**Chernikov S.A.** (b. 1931) graduated from Dzerzhinsky Military Engineering Academy in 1954. Dr. Sc. (Eng.), professor, Instruments and Systems of Orientation, Stabilisation and Navigation Department, Bauman Moscow State Technical University. Academician of the Russian Academy of Navigation and Motion Control. Author of more than 165 publications in the field of gyro technology. e-mail: SA\_chernikov@mail.ru

**Xue Yongjia**, post-graduate student, Instruments and Systems for Orientation, Stabilization and Navigation Department, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: xueyongjia88@gmail.com