

Приближенный метод расчета плавления шугообразного криопродукта в вертикальной цилиндрической емкости

© Г.Н. Товарных

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложен приближенный аналитический метод расчета времени плавления шугообразного криопродукта в вертикальной цилиндрической емкости при дренажном хранении. Рассмотрена задача о нахождении положения границы раздела между чистой жидкостью и шугой с учетом тепловых потоков со стороны стенок емкости и области чистой жидкости. Принято, что область шуги изотермична и имеет температуру плавления твердой фазы, граница раздела шуга — чистая жидкость плоская, свободная поверхность жидкости неподвижна и имеет температуру насыщения при заданном давлении. Температура в области чистой жидкости распределена по линейному закону. Полученные приближенные соотношения позволяют оценить время плавления шугообразного криопродукта в емкости без детального расчета температурных полей в области чистой жидкости и могут быть использованы в качестве обобщающих зависимостей при экспериментальных исследованиях.

Ключевые слова: криогенная жидкость, криопродукт, дренажное хранение, жидкость, шуга, плавление, емкость

Введение. Одним из эффективных путей уменьшения потерь криогенных жидкостей при хранении является использование предварительного глубокого охлаждения вплоть до тройной точки, а также хранение их в шугообразном состоянии. Шугообразный криопродукт представляет собой смесь жидкой и твердой фаз.

При использовании криопродуктов в шугообразном состоянии намного снижаются затраты на транспортировку и хранение, поскольку теплота, проникающая в резервуар, тратится сначала на плавление твердых частичек и лишь затем — на нагрев и испарение жидкости.

Так, низкая плотность и температура кипения жидкого водорода затрудняют его применение для продолжительных космических полетов. Переход на шугообразный водород позволяет повысить плотность, увеличить хладоемкость, а следовательно, и время хранения водорода. Результаты исследований по применению шугообразного водорода в качестве ракетного топлива показали, что по сравнению с насыщенной жидкостью можно увеличить весовую загрузку и, соответственно, уменьшить потери самого топлива.

В работах [1, 2] приведены результаты приближенного численного решения задачи о плавлении шугообразного криопродукта в сфе-

рической и торовой емкостях. Методика расчета положения подвижной границы с учетом плавления твердой фазы представлена в работах [3–10].

Целью данной работы является математическое моделирование процесса плавления шугообразного криопродукта в вертикальной цилиндрической емкости.

Постановка задачи. Шуга рассматривается как квазижидкая среда. Плавление шуги происходит как под действием тепловых потоков, поступающих со стороны твердых стенок емкости, имеющих контакт с шугой, так и под действием теплового потока, поступающего к шуге сверху, со стороны чистой жидкости. При этом принимается предположение о том, что температура распределена в чистой жидкости в вертикальном направлении по линейному закону. Верхнее и нижнее днища емкости представляют собой сегменты сферы (рис. 1). В связи с этим исследуемая область разбивается на три характерные области, в каждой из которых ввиду геометрических особенностей процесс плавления шуги описывается своим дифференциальным уравнением.

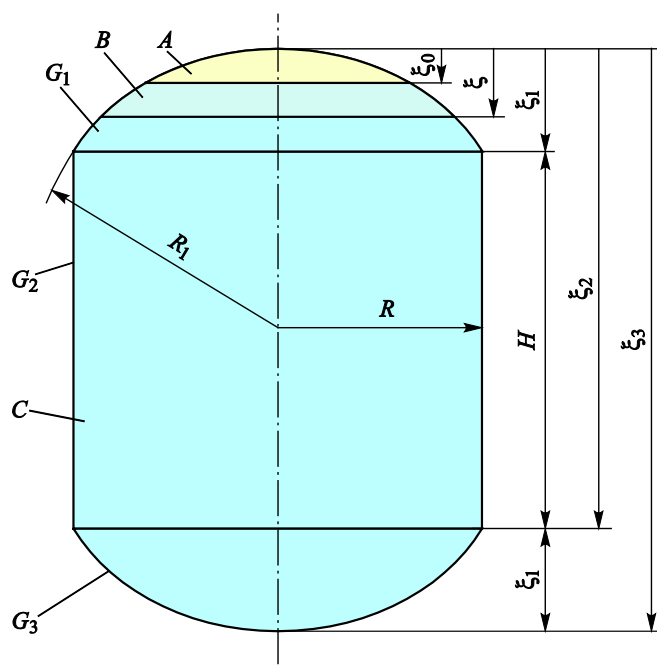


Рис. 1. Плавление шуги в сферической емкости:

A — область пара; B — область чистой жидкости; C — область шуги; G_1 — сферическая поверхность верхнего днища; G_2 — цилиндрическая поверхность емкости; G_3 — сферическая поверхность нижнего днища; R — радиус цилиндрической плоскости; R_1 — радиус днищ; ξ , ξ_0 , ξ_1 – ξ_3 — координаты границ характерных областей

Основные соотношения для описания процесса плавления шугообразного криопродукта в вертикальной цилиндрической емкости. Положение границы раздела шуга — чистая жидкость в области контакта шуги со сферической поверхностью верхнего днища G_1 определяется из балансного условия Стефана:

$$\left(q S_{к1} + \lambda_{ж} \frac{T_{нас} - T_{пл}}{\xi - \xi_0} S_{ж1} \right) dt = L_{пл} \rho_{ТВ} \varphi S_{ж1} d\xi, \quad (1)$$

где q — удельный тепловой поток; $S_{к1}$ — площадь поверхности, имеющая контакт с шугой; $\lambda_{ж}$ — теплопроводность жидкой фазы; $T_{нас}$ — температура насыщенных паров (температура границы раздела жидкость — пар); $T_{пл}$ — температура плавления твердой фазы; $S_{ж1}$ — площадь поверхности раздела между шугой и областью чистой жидкости; t — время; $L_{пл}$ — теплота плавления; $\rho_{ТВ}$ — плотность твердой фазы; φ — концентрация твердой фазы в шуге; $d\xi$ — высота элементарного объема, в котором происходит плавление шуги; ξ — координата границы раздела шуга — область чистой жидкости; ξ_0 — начальная координата границы раздела шуга — область чистой жидкости.

В соответствии с рис. 1 запишем очевидные геометрические соотношения:

$$\begin{aligned} S_{к1} &= 2\pi R_1 (\xi_1 - \xi) + 2\pi R H + 2\pi R_1 (\xi_3 - \xi_2) = \\ &= 4\pi R_1 \xi_1 + 2\pi R H - 2\pi R_1 \xi, \\ S_{ж1} &= \pi (2R_1 - \xi) \xi. \end{aligned}$$

Подставив эти соотношения в (1), получим

$$\left[q \frac{(4\pi R_1 \xi_1 + 2\pi R H - 2\pi R_1 \xi)}{\pi (2R_1 - \xi) \xi} + \lambda_{ж} \frac{T_{нас} - T_{пл}}{\xi - \xi_0} \right] dt = L_{пл} \rho_{ТВ} \varphi d\xi. \quad (2)$$

Приведем уравнение (2) к безразмерному виду:

$$\left[\bar{q} \frac{(4\bar{R}_1 \bar{\xi}_1 + 2\bar{H} - 2\bar{R}_1 \bar{\xi})}{(2\bar{R}_1 - \bar{\xi}) \bar{\xi}} + \frac{1}{\bar{\xi} - \bar{\xi}_0} \right] dFo = Ko d\bar{\xi}, \quad (3)$$

где $\bar{q} = \frac{q R}{\lambda_{ж} (T_{нас} - T_{пл})}$ — безразмерный тепловой поток; $\bar{R}_1 = \frac{R_1}{R}$;

$\bar{H} = \frac{H}{R}$; $\bar{\xi} = \frac{\xi}{R}$; $\bar{\xi}_0 = \frac{\xi_0}{R}$; $Fo = \frac{a_{ж} t}{R^2}$ — число Фурье, $a_{ж}$ — теплопроводность жидкой фазы, $a_{ж} = \frac{\lambda_{ж}}{c_{рж}\rho_{ж}}$; $Ko = \frac{L_{пл}\rho_{ТВ}\Phi}{c_{рж}\rho_{ж}(T_{нас} - T_{пл})}$ — число Коссовича, $c_{рж}$ — теплоемкость жидкой фазы, $\rho_{ж}$ — плотность жидкой фазы.

Из уравнения (3) можно выразить число Фурье:

$$dFo = \frac{Ko \left[(2\bar{R}_1 - \bar{\xi}) \bar{\xi} (\bar{\xi} - \bar{\xi}_0) \right]}{\left[\bar{q} (4\bar{R}_1 \bar{\xi}_1 + 2\bar{H} - 2\bar{R}_1 \bar{\xi}) (\bar{\xi} - \bar{\xi}_0) + (2\bar{R}_1 - \bar{\xi}) \bar{\xi} \right]} d\bar{\xi}. \quad (4)$$

Приведем соотношение (4) к виду

$$dFo = Ko \frac{\bar{\xi} (a_{01} \bar{\xi}^2 + a_{11} \bar{\xi} + a_{21})}{(b_{01} \bar{\xi}^2 + b_{11} \bar{\xi} + b_{21})} d\bar{\xi}. \quad (5)$$

Здесь $a_{01} = -1$; $a_{11} = 2\bar{R}_1 + \bar{\xi}_0$; $a_{21} = -2\bar{R}_1$; $b_{01} = -(2\bar{R}_1 \bar{q} + 1)$; $b_{11} = 2\bar{R}_1 + \bar{q} (2\bar{R}_1 \bar{\xi}_0 + 4\bar{R}_1 \bar{\xi}_1 + 2\bar{H})$; $b_{21} = -\bar{q} (4\bar{R}_1 \bar{\xi}_1 + 2\bar{H}) \bar{\xi}_0$.

Проведем интегрирование уравнения (5):

$$\int_0^{Fo} dFo = Ko \int_0^{\bar{\xi}} \frac{\bar{\xi} (a_{01} \bar{\xi}^2 + a_{11} \bar{\xi} + a_{21})}{(b_{01} \bar{\xi}^2 + b_{11} \bar{\xi} + b_{21})} d\bar{\xi}.$$

Окончательно для области контакта шуги со сферической поверхностью верхнего днища G_1 ($0 < \bar{\xi} \leq \bar{\xi}_1$) имеем

$$Fo = A_5 (\bar{\xi} - \bar{\xi}_0) x + A_6 \ln \left| \frac{\bar{\xi} - z_{21}}{\bar{\xi}_0 - z_{21}} \right| + \frac{A_2}{(z_{11} - z_{21})} \ln \left| \frac{(\bar{\xi} - z_{11}) (\bar{\xi}_0 - z_{21})}{(\bar{\xi}_0 - z_{11}) (\bar{\xi} - z_{21})} \right|. \quad (6)$$

В этой области $A_5 = A_3 z_{21}$; $A_3 = A_1 (k_{21} - n_{21})$; $A_1 = Ko \frac{a_{01}}{b_{01}}$; $k_{21} = \frac{a_{11}}{a_{01}}$; $n_{21} = \frac{b_{11}}{b_{01}}$; $A_6 = A_1 + A_4 z_{11}$; $A_4 = A_3 (z_{11} + m_1)$; $A_2 = A_1 z_{11}$;

$$m_1 = \frac{k_{31} - n_{31}}{k_{21} - n_{21}}; \quad k_{31} = \frac{a_{21}}{a_{01}}; \quad z_{11} = -\frac{n_{21}}{2} + \sqrt{\frac{n_{21}^2}{4} - n_{31}}; \quad n_{21} = \frac{b_{21}}{b_{01}}; \quad n_{31} = \frac{b_{21}}{b_{01}};$$

$$z_{21} = -\frac{n_{21}}{2} - \sqrt{\frac{n_{21}^2}{4} - n_{31}}.$$

Полное время плавления шуги на участке контакта шуги со сферической поверхностью верхнего днища G_1 определяется из соотношения (6) при $\bar{\xi} = \bar{\xi}_1$:

$$Fo_1 = A_5 (\bar{\xi}_1 - \bar{\xi}_0) x + A_6 \ln \left| \frac{\bar{\xi}_1 - z_{21}}{\bar{\xi}_0 - z_{21}} \right| +$$

$$+ \frac{A_2}{(z_{11} - z_{21})} \ln \left| \frac{(\bar{\xi}_1 - z_{11})(\bar{\xi}_0 - z_{21})}{(\bar{\xi}_0 - z_{11})(\bar{\xi}_1 - z_{21})} \right|. \quad (7)$$

Положение границы раздела шуга — чистая жидкость в области контакта шуги с цилиндрической поверхностью емкости G_2 определяется из балансного условия Стефана:

$$\left(q S_{к2} + \lambda_{ж} \frac{T_{нас} - T_{пл}}{\xi - \xi_0} S_{ж2} \right) dt = L_{пл} \rho_{тв} \varphi S_{ж2} d\xi, \quad (8)$$

где $S_{к2}$ — площадь поверхности, имеющая контакт с шугой; $S_{ж2}$ — площадь поверхности раздела между шугой и областью чистой жидкости;

$$S_{к2} = 2\pi R(H + \xi_1 - \xi) + 2\pi R_1 \xi_1, \quad S_{ж2} = \pi R^2. \quad (9)$$

Подставив соотношения (9) в (8) и приведя к безразмерному виду, получим

$$\left\{ 2\bar{q} \left[\bar{H} + (1 + \bar{R}_1) \bar{\xi}_1 - \bar{\xi} \right] + \frac{1}{\bar{\xi} - \bar{\xi}_0} \right\} dFo = Ko d\bar{\xi}. \quad (10)$$

Запишем уравнение (10) в виде

$$dFo = Ko \frac{(a_{12} \bar{\xi} + a_{22})}{(b_{02} \bar{\xi}^2 + b_{12} \bar{\xi} + b_{22})} d\bar{\xi}. \quad (11)$$

Здесь $a_{12} = 1$; $a_{22} = -\bar{\xi}_0$; $b_{02} = -2\bar{q}$, $b_{12} = 2\bar{q} [\bar{H} + (1 + \bar{R}_1) \bar{\xi}_1 + \bar{\xi}_0]$;
 $b_{22} = 1 - 2\bar{q} [\bar{H} + (1 + \bar{R}_1) \bar{\xi}_1] \bar{\xi}_0$.

Проведем интегрирование уравнения (11):

$$\int_{Fo_1}^{Fo} dFo = Ko \int_{\bar{\xi}_1}^{\bar{\xi}} \frac{(a_{12} \bar{\xi} + a_{22})}{(b_{02} \bar{\xi}^2 + b_{12} \bar{\xi} + b_{22})} d\bar{\xi}.$$

Окончательно для области контакта шуги с цилиндрической поверхностью емкости G_2 ($\bar{\xi}_1 \leq \bar{\xi} \leq \bar{\xi}_2$) получим

$$Fo = Fo_1 + B_1 \ln \left| \frac{\bar{\xi} - z_{22}}{\bar{\xi}_1 - z_{22}} \right| + \frac{B_2}{(z_{12} - z_{22})} \ln \left| \frac{(\bar{\xi} - z_{12})(\bar{\xi}_1 - z_{22})}{(\bar{\xi}_1 - z_{12})(\bar{\xi} - z_{22})} \right|. \quad (12)$$

Здесь $B_1 = Ko \frac{a_{12}}{b_{02}}$; $B_2 = B_1 (z_{12} + k_{32})$; $z_{12} = -\frac{n_{22}}{2} + \sqrt{\frac{n_{22}^2}{4} - n_{32}}$;

$$z_{22} = -\frac{n_{22}}{2} - \sqrt{\frac{n_{22}^2}{4} - n_{32}}; \quad k_{32} = \frac{a_{22}}{a_{12}}; \quad n_{22} = \frac{b_{12}}{b_{02}}; \quad n_{32} = \frac{b_{22}}{b_{02}}.$$

Полное время плавления шуги на участке контакта шуги с цилиндрической поверхностью емкости G_2 определим из соотношения (12) при $\bar{\xi} = \bar{\xi}_2$:

$$Fo = Fo_1 + B_1 \ln \left| \frac{\bar{\xi}_2 - z_{22}}{\bar{\xi}_1 - z_{22}} \right| + \frac{B_2}{(z_{12} - z_{22})} \ln \left| \frac{(\bar{\xi}_2 - z_{12})(\bar{\xi}_1 - z_{22})}{(\bar{\xi}_1 - z_{12})(\bar{\xi}_2 - z_{22})} \right|. \quad (13)$$

Положение границы раздела шуга — чистая жидкость в области контакта шуги со сферической поверхностью нижнего днища G_3 определяется из балансного условия Стефана:

$$\left(q S_{к3} + \lambda_{ж} \frac{T_{нас} - T_{пл}}{\xi - \xi_0} S_{ж3} \right) dt = L_{пл} \rho_{тв} \varphi S_{ж3} d\xi, \quad (14)$$

где $S_{к3}$ — площадь поверхности, имеющая контакт с шугой; $S_{ж3}$ — площадь поверхности раздела между шугой и областью чистой жидкости.

В соответствии с рис. 1 запишем очевидные геометрические соотношения:

$$S_{к3} = 2\pi R_1 (H + 2\xi_1 - \xi);$$

$$S_{ж3} = \pi [2R_1 - (H + 2\xi_1 - \xi)] (H + 2\xi_1 - \xi).$$

Подставив эти соотношения в (14) и приведя к безразмерному виду, получим

$$\left\{ 2\bar{q} \frac{2\bar{R}_1}{\left[2\bar{R}_1 - (\bar{H} + 2\bar{\xi}_1 - \bar{\xi}) \right]} + \frac{1}{\bar{\xi} - \bar{\xi}_0} \right\} d\text{Fo} = \text{Ko} d\bar{\xi}. \quad (15)$$

Запишем уравнение (15) в виде

$$d\text{Fo} = \text{Ko} \frac{(a_{03}\bar{\xi}^2 + a_{13}\bar{\xi} + a_{23})}{(b_{13}\bar{\xi} + b_{23})} d\bar{\xi}. \quad (16)$$

Здесь $a_{03} = 1$; $a_{13} = 2\bar{R}_1 - \bar{H} - 2\bar{\xi}_1 - \bar{\xi}_0$; $a_{23} = -(2\bar{R}_1 - \bar{H} - 2\bar{\xi}_1)\bar{\xi}_0$;
 $b_{13} = 4\bar{q}\bar{R}_1 + 1$; $b_{23} = 2\bar{R}_1 - \bar{H} - 2\bar{\xi}_1 - 4\bar{q}\bar{R}_1\bar{\xi}_0$.

Проведем интегрирование уравнения (16):

$$\int_{\text{Fo}_2}^{\text{Fo}} d\text{Fo} = \text{Ko} \int_{\bar{\xi}_2}^{\bar{\xi}} \frac{(a_{03}\bar{\xi}^2 + a_{13}\bar{\xi} + a_{23})}{(b_{03}\bar{\xi} + b_{13})} d\bar{\xi}.$$

Окончательно для области контакта шуги со сферической поверхностью нижнего днища G_3 ($\bar{\xi}_2 \leq \bar{\xi} \leq \bar{\xi}_3$) получим

$$\text{Fo} = \text{Fo}_2 + C_2 (\bar{\xi} - \bar{\xi}_2)x + C_1 \frac{(\bar{\xi} - \bar{\xi}_2)^2}{2} + C_4 \ln \left| \frac{\bar{\xi} + n_{33}}{\bar{\xi}_2 + n_{33}} \right|. \quad (17)$$

Здесь $C_2 = C_1(k_{23} - n_{33})$; $k_{23} = \frac{a_{13}}{a_{03}}$; $n_{33} = \frac{b_{13}}{b_{03}}$; $C_1 = \text{Ko} \frac{a_{03}}{b_{03}}$;

$C_4 = C_3 - C_2 n_3$; $C_3 = C_1 k_{33}$; $k_{33} = \frac{a_{23}}{a_{03}}$.

Время полного плавления шуги $\text{Fo}_{\text{пл}}$ определим из решения (17) при $\bar{\xi} = \bar{\xi}_3$:

$$\text{Fo}_{\text{пл}} = \text{Fo}_2 + C_2 (\bar{\xi}_3 - \bar{\xi}_2)x + C_1 \frac{(\bar{\xi}_3 - \bar{\xi}_2)^2}{2} + C_4 \ln \left| \frac{\bar{\xi}_3 + n_{33}}{\bar{\xi}_2 + n_{33}} \right|. \quad (18)$$

Если пренебречь тепловыми потоками, поступающими к шуге со стороны чистой жидкости, то уравнения (3), (10), (15) принимают вид

$$d\text{Fo} = \frac{\text{Ko} \left[(2\bar{R}_1 - \bar{\xi}) \bar{\xi} \right]}{\left[\bar{q} (4\bar{R}_1 \bar{\xi}_1 + 2\bar{H} - 2\bar{R}_1 \bar{\xi}) \right]} d\bar{\xi}; \quad (19)$$

$$dFo = \frac{Ko}{\left\{2\bar{q} \left[\bar{H} + (1 + \bar{R}_1) \bar{\xi}_1 - \bar{\xi} \right] \right\}} d\bar{\xi}; \quad (20)$$

$$dFo = \frac{Ko \left[2\bar{R}_1 - (\bar{H} + 2\bar{\xi}_1 - \bar{\xi}) \right]}{4\bar{q} \bar{R}_1} d\bar{\xi}. \quad (21)$$

Текущий объем, занимаемый шугой при плавлении в областях контакта шуги с G_1, G_2 и G_3 , рассчитаем по формулам

$$V_{ш1} = 2\pi \left(R_1 \xi_1^2 - \frac{\xi_1^3}{3} \right) + \pi R^2 H - \pi \left(R_1 \xi^2 - \frac{\xi^3}{3} \right); \quad (22)$$

$$V_{ш2} = \pi R^2 (H + \xi_1 - \xi) + \pi \left(R_1 \xi_1^2 - \frac{\xi_1^3}{3} \right); \quad (23)$$

$$V_{ш3} = \pi \left(R_1 (\xi_3 - \xi)^2 - \frac{(\xi_3 - \xi)^3}{3} \right). \quad (24)$$

Объем, занимаемый шугой в начальный момент времени, определим по формуле

$$V_{ш0} = 2\pi \left(R_1 \xi_1^2 - \frac{\xi_1^3}{3} \right) + \pi R^2 H - \pi \left(R_1 \xi_0^2 - \frac{\xi_0^3}{3} \right). \quad (25)$$

Запишем отношения текущего объема, занимаемого шугой, к первоначальному для трех рассматриваемых областей в безразмерном виде:

$$\frac{V_{ш1}}{V_{ш0}} = \frac{2(3\bar{R}_1 \bar{\xi}_1^2 - \bar{\xi}_1^3) + 3\bar{H} - (3\bar{R}_1 \bar{\xi}^2 - \bar{\xi}^3)}{2(3\bar{R}_1 \bar{\xi}_1^2 - \bar{\xi}_1^3) + 3\bar{H} - (3\bar{R}_1 \bar{\xi}_0^2 - \bar{\xi}_0^3)} = f_1(t); \quad (26)$$

$$\frac{V_{ш2}}{V_{ш0}} = \frac{\bar{R}^2 (\bar{H} + \bar{\xi}_1 - \bar{\xi}) + 3\bar{R}_1 \bar{\xi}_1^2 - \bar{\xi}_1^3}{2(3\bar{R}_1 \bar{\xi}_1^2 - \bar{\xi}_1^3) + 3\bar{H} - (3\bar{R}_1 \bar{\xi}_0^2 - \bar{\xi}_0^3)} = f_2(t); \quad (27)$$

$$\frac{V_{ш3}}{V_{ш0}} = \frac{3\bar{R}_1 (\bar{\xi}_3 - \bar{\xi})^2 - (\bar{\xi}_3 - \bar{\xi})^3}{2(3\bar{R}_1 \bar{\xi}_1^2 - \bar{\xi}_1^3) + 3\bar{H} - (3\bar{R}_1 \bar{\xi}_0^2 - \bar{\xi}_0^3)} = f_3(t). \quad (28)$$

Анализ результатов расчета. На рис. 2 представлена зависимость полного времени плавления шуги от основных параметров. Базовый вариант значений основных параметров:

$$\bar{q} = 1; K_0 = 0,5; \bar{\xi}_0 = 0,5; \bar{H} = 2; \bar{R}_1 = 1.$$

Кривая 1 отражает зависимость $Fo_{пл}$ с учетом теплового потока со стороны чистой жидкости, а кривая 2 — зависимость $Fo_{пл}$ без учета теплового потока со стороны чистой жидкости. Расхождение между кривыми 1 и 2 при $\bar{q} = 1$ достигает 18,7 %, а при $\bar{q} \geq 4$ меньше 5 %. Кривая 4 показывает линейную зависимость $Fo_{пл}$ от K_0 , кривая 6 — зависимость $Fo_{пл}$ от $\bar{\xi}_0$. В диапазоне $0,6 \leq \bar{\xi}_0 \leq 3,4$ кривая 6 также близка к линейной. Кривая 3 показывает, что изменение длины цилиндрической части емкости оказывает существенное влияние на время плавления шуги. Так, при $\bar{H} = 1$ имеем $Fo_{пл} = 0,3126$, а при $\bar{H} = 3$ получаем $Fo_{пл} = 0,4979$. Время плавления возросло на 59,2 %.

Кривая 5 отражает влияние радиуса днищ емкости на время плавления шуги. При значении $\bar{R}_1 = 1$ (полусферические днища) $Fo_{пл} = 0,4188$, а при $\bar{R}_1 = 5$ (форма днищ близка к плоским) $Fo_{пл} = 0,3047$. Расхождение составляет 27,2 %. Но разница времени плавления шуги при $\bar{R}_1 = 3,5$ и $\bar{R}_1 = 5$ составляет уже 3,36 %.

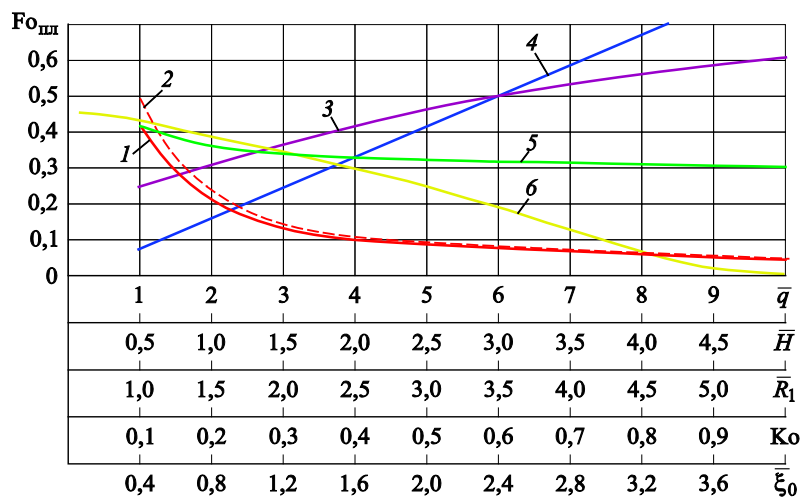


Рис. 2. Зависимость полного времени плавления от основных параметров:
 1 — $Fo_{пл} = f(\bar{q})$ с учетом теплового потока со стороны чистой жидкости; 2 — $Fo_{пл} = f(\bar{q})$ без учета теплового потока со стороны чистой жидкости; 3 — $Fo_{пл} = f(\bar{H})$; 4 — $Fo_{пл} = f(K_0)$;
 5 — $Fo_{пл} = f(\bar{R}_1)$; 6 — $Fo_{пл} = f(\bar{\xi}_0)$

Заключение. В статье получены аналитические формулы, позволяющие оценить время плавления шугообразного криопродукта в вертикальной цилиндрической емкости со сферическими днищами без определения локальных температурных полей в области чистой жидкости. Формулы записаны в безразмерном виде с использованием известных критериев Фурье и Коссовича, что позволяет использовать их в расчетах для широкого круга криогенных жидкостей. Результаты расчетов представлены в графическом виде и дают возможность выделить наиболее существенные параметры, влияющие на полное время плавления твердой фазы шугообразного криопродукта.

Проведенная работа предполагает дальнейшее исследование процессов тепло- и массопереноса в емкостях, частично заполненных криогенными жидкостями с включением твердой фазы.

Представленные в работе результаты можно использовать при проектировании систем долговременного хранения криогенных компонентов топлива, а полученные приближенные соотношения в качестве обобщающих зависимостей при экспериментальных исследованиях.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Тарасова А.В., Товарных Г.Н. Приближенный метод расчета плавления шугообразного криопродукта в сферической емкости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 4. DOI: 10.18698/2308-6033-2015-4-1394
- [2] Тарасова А.В., Товарных Г.Н. Приближенный метод расчета плавления шугообразного криопродукта в торовой емкости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 12. DOI: 10.18698/2308-6033-2015-12-1449
- [3] Мейрманов А.М. *Задача Стефана*. Новосибирск, Наука, 1986, 239 с.
- [4] Товарных Г.Н. Рост давления в плоской щели при замерзании теплоносителя. *Инженерный вестник*, 2014, № 11. URL: <http://engbul.bmstu.ru/doc/738625.html>
- [5] Ащеулова А.С., Храпов А.А., Рагулин В.В., Полтавцев В.И. Задача Стефана для адиабатического намораживания воды холодом гранул. *Вестник КрасГАУ*, 2007, № 1, с. 26–30.
- [6] Кувыркин Г.Н., Ломохова А.В. Математическое моделирование процесса кристаллизации в установках для выращивания монокристаллов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2007, № 4, с. 37–44.
- [7] Крылов Д.А., Мельникова Ю.С. Математическое моделирование распределения температурных полей в криолитозоне. *Сб. статей IV научно-технической выставки «Политехника»*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009, с. 94–97.
- [8] Крылов Д.А., Сидняев Н.И. Метод расчета массовой кристаллизации многофазных реологических сред. *Материалы Четвертой конференции геокриологов России. МГУ им. М.В. Ломоносова. Часть 1. Физико-химия, теплофизика и механика мерзлых пород*. Москва, Университетская книга, 2011, с. 129–136.

- [9] Парфентьева Н.А., Самарин О.Д. О колебаниях фронта промерзания в ограждениях и численном моделировании задачи Стефана. *Строительные материалы, оборудование, технологии. XXI века*, 2002, т. XXI, № 11, с. 46–47.
- [10] Ерохина О.С. Расчет времени протаивания криоботом ледяных структур. *Тр. IX Всерос. науч.-техн. конф. «Авиакосмические технологии АКТ-2008»*. Воронеж, ВГТУ, 2008, с. 70–75.

Статья поступила в редакцию 18.01.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Товарных Г.Н. Приближенный метод расчета плавления шугообразного криопродукта в вертикальной цилиндрической емкости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 2.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-2-1847>

Товарных Геннадий Николаевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ в области механики жидкости и газа, тепломассопереноса.
e-mail: tovarnjx@yandex.ru

Approximate method for calculating the melting of a sludge cryoprodukt in a vertical cylindrical tank

© G.N. Tovarnykh

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The paper introduces an approximate analytical method for calculating the melting time of a sludge cryoprodukt in a vertical cylindrical tank upon drainage storage. We studied the problem of finding the interface position between pure liquid and sludge with account for heat flows from the side of the walls and the area of pure liquid. It is assumed that the region of sludge is isothermal and has a melting point of the solid phase, the slush-pure liquid interface is flat, and the free surface of the liquid is stationary and has a saturation temperature at a given pressure. The temperature in the region of pure liquid is linearly distributed. The obtained approximations allow us to estimate the melting time of the sludge cryoprodukt in the tank without a detailed calculation of the temperature fields in the region of pure liquid and can be used as generalizing dependencies in experimental studies.

Keywords: cryogenic liquid, cryoprodukt, drainage storage, liquid, sludge, melting, tank

REFERENCES

- [1] Tarasova A.V., Tovarnykh G.N. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2015, issue 4.
DOI: 10.18698/2308-6033-2015-4-1394
- [2] Tarasova A.V., Tovarnykh G.N. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2015, issue 12.
DOI: 10.18698/2308-6033-2015-12-1449
- [3] Meyrmanov A.M. *Zadacha Stefana* [Stefan problem]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1986, 239 p.
- [4] Tovarnykh G.N. *Inzhenernyy vestnik — Engineering Bulletin*, 2014, no. 11.
Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/738625.html>
- [5] Ascheulova A.S., Khrapov A.A., Ragulin V.V., Poltavtsev V.I. *Vestnik KrasGAU — Bulletin of KrasGAU*, 2007, no. 1, pp. 26–30.
- [6] Kuvyrkin G.N., Lomokhova A.V. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2007, no. 4, pp. 37–44.
- [7] Krylov D.A., Melnikova Yu.S. Matematicheskoe modelirovanie raspredeleniya temperaturnykh poley v kriolitozone [Mathematical simulation of temperature fields distribution in cryolithic zone]. *Sbornik statey Chetvertoy nauchno-tekhnicheskoy vystavki "Politehnika"* [Collect. papers of the Fourth scientific and technical exhibition "Polytechnic"]. Moscow, BMSTU Publ., 2009, pp. 94–97.
- [8] Krylov D.A., Sidnyaev N.I. Metod rascheta massovoy kristallizatsii mnogofaznykh reologicheskikh sred [The method of calculating mass crystallization of multiphase rheological media.]. *Materialy Chetvertoy konferentsii geokriologov Rossii. MGU im. M.V. Lomonosova. Chast 1. Fiziko-khimiya, teplofizika i mekhanika merzlykh porod* [Materials of the Fourth Conference of geocryologists of Russia. Moscow State University. Part 1. Physical chemistry, thermal physics and mechanics of frozen rocks]. Moscow, Universitetskaya kniga Publ., 2011, pp. 129–136.

- [9] Parfenteva N.A., Samarin O.D. O kolebaniyakh fronta promerzaniy v ograzhdeniyakh i chislennom modelirovanii zadachi Stefana [Oscillations of the freezing front in fences and numerical simulation of Stefan problem]. *Stroitelnye materialy, oborudovanie, tekhnologii XXI veka* [Construction materials, equipment, technology], 2002, no. 11 (46), pp. 46–47.
- [10] Erokhina O.S. Raschet vremeni protaivania kriobotom ledyanykh struktur [Calculation of melting time of ice structures with a cryobot.]. *Trudy IX Vseross. nauchno-tekhnich. konferentsii "Aviakosmicheskie tekhnologii AKT-2008"* [Proceedings of the IX All-Russian Science and Technology Conference "Aerospace Technologies-2008"]. Voronezh, VSTU Publ., 2008, pp. 70–75.

Tovarnykh G.N., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Spacecraft and Launch Vehicles, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 30 scientific papers in the field of fluid mechanics, heat and mass transfer.
e-mail: tovarnjx@yandex.ru