

Расчет напряженно-деформированного состояния эластичной ленты геликоидального конвейера

© А.Г. Сорокина¹, В.Ф. Фомичева¹, В.Г. Кокоулин²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

²ПАО «Конструктор Империй», д. Барвиха, Одинцовский р-н, Московская область, 143082, Россия

Рассмотрена новая конструкция конвейера с геликоидальной эластичной лентой. Геликоидальная лента обеспечивает не только перемещение, но и перемешивание сыпучей среды при транспортировании в цилиндрическом кожухе конвейера. Для расчета напряженно-деформированного состояния ленты применяется энергетический метод. Поперечные ребра, расположенные на ленте, являются жесткими, а число периодов строго фиксировано, поэтому форма деформированной поверхности ленты полностью определяется лишь одним параметром — осевой деформацией. Тензор деформаций Коши — Грина был определен сопоставлением исходной и деформированной поверхностей ленты. Потенциальную энергию деформированной ленты вычисляли через найденные деформации интегрированием удельной потенциальной энергии эластичного материала по исходной поверхности ленты. Полный потенциал системы получен добавлением к потенциальной энергии потенциала осевой силы, которая определяется тривиально. Минимизация полного потенциала выполнялась по стандартным процедурам математического пакета Wolfram Mathematica. В результате расчета были получены упругие характеристики ленты, т. е. графики зависимости осевой деформации от внешних нагрузок. Кроме того, были найдены напряжения, которые могут использоваться для оценки прочности ленты при заданных нагрузках.

Ключевые слова: геликоидальный конвейер, эластичная лента, тензор Коши — Грина, полный потенциал, минимизация, упругая характеристика

Введение. Геликоидальный конвейер с эластичной лентой состоит из цилиндрического кожуха, в котором транспортируется сыпучий или вязкий материал, и непрерывной ленты (рис. 1). Участок ленты, находящийся в кожухе, закручен, а наружный участок является плоским.

Помещенный в кожух, сыпучий или вязкий материал, перемещаясь при движении ленты, к которой присоединены поперечные жесткие ребра, перемешивается в результате пересыпания или перетекания с верхней поверхности ленты вниз. Ребра необходимы для создания сцепления ленты с перемещаемым материалом.

Цель статьи — разработка методики расчета напряженно-деформированного состояния геликоидального участка ленты. При этом наибольший интерес вызывают напряжения в материале ленты, по которым может быть оценена ее прочность.

Деформированная лента конвейера представляет собой геликоидально-симметричную оболочку (ГСО). Основная трудность расчета

ГСО заключается в том, что винтовые линии в общем случае не являются ортогональными линиям контура оболочки, вследствие чего необходимо использовать косоугольные гауссовы координаты. Применение косоугольных координат приводит к довольно громоздким системам уравнений, которые можно решить только приближенными или численными методами [1–14]. Обзор различных подходов к расчету оболочек циклического строения, в том числе и ГСО, выполнен в работе [15].

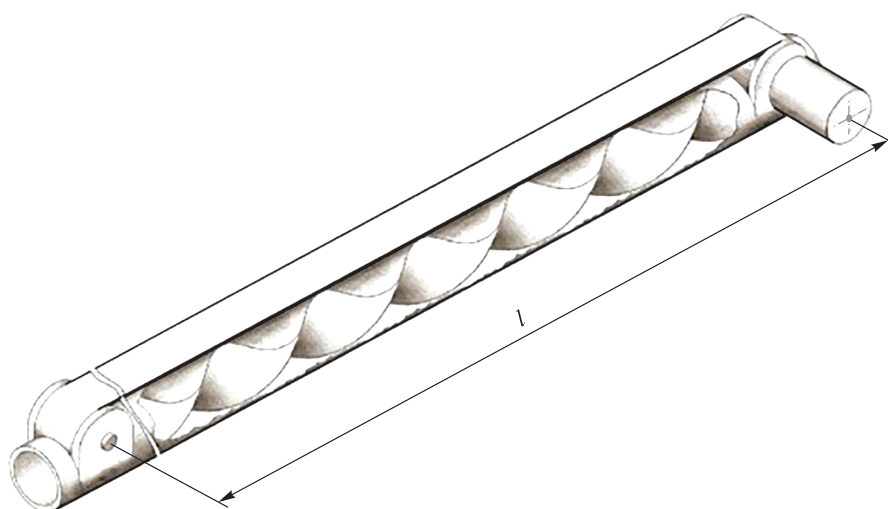


Рис. 1. Общий вид геликоидального конвейера

Альтернативой применению косоугольных координат служит переход к так называемому нормальному контуру, т. е. контуру, который ортогонален винтовым линиям. Как показано в статьях [16, 17], нормальный контур весьма удобен для расчета ГСО открытого профиля, таких как ленточные пружины. Использование нормального контура в случае малых перемещений приводит к уравнениям теории оболочек в ортогональных гауссовых координатах, не совпадающих с линиями кривизны. Такие уравнения применены, например, в работе [18]. Для витых и винтовых трубок нормальный контур, как правило, является разомкнутым, что порождает неудобства, например, при постановке граничных условий. Таким образом, как использование косоугольных координат, так и переход к нормальному контуру не приводят к удобным методикам расчета ГСО. В связи с этим в данной статье применяется приближенный метод, основанный на вариационном принципе Лагранжа [19].

Геометрия деформированной поверхности ленты. Деформированная поверхность ленты представляет собой прямой геликоид (рис. 2).

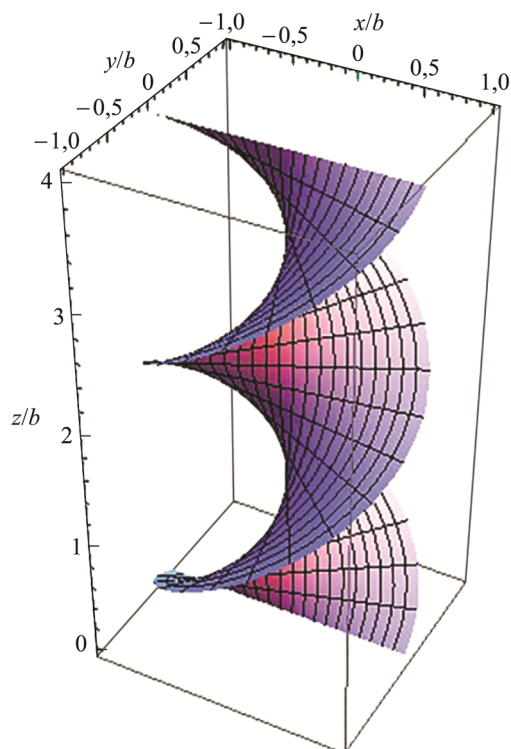


Рис. 2. Один период поверхности прямого геликоида

Уравнение геликоидальной поверхности зададим в параметрическом виде с помощью векторно-матричного соотношения

$$\mathbf{r}(\alpha, s) = \mathbf{k}(1 + \varepsilon)s + [\mathbf{L}(\varphi)]\mathbf{a}(\alpha), \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{(1 + \varepsilon)s}{T} 2\pi.$$

Здесь \mathbf{r} — радиус-вектор; α — гауссова координата контура [19], имеющая смысл длины образующей (отрезка оси x); s — осевая координата ленты в недеформированном состоянии; \mathbf{k} — орт оси z ; ε — продольная деформация ленты; \mathbf{L} — матрица поворота вокруг оси z на угол φ ; $\mathbf{a}(\alpha)$ — контур (отрезок прямой линии); T — период винтовой поверхности.

Формула (1) означает, что геликоидальная поверхность образована поворотом контура вокруг оси z на угол φ с одновременным переносом контура вдоль той же оси, т. е. винтовым движением контура. Для перехода к проекциям достаточно конкретизировать в (1) выражение матрицы поворота и вектора $\mathbf{a}(\alpha)$:

$$[\mathbf{L}(\varphi)] = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где координата α изменяется в пределах $-b \leq \alpha \leq b$ (b — полуширина ленты и жестких ребер).

Период T является фиксированной величиной, определяется конструкцией конвейера и может быть найден по формуле

$$T = \frac{l}{n}, \quad (3)$$

где l — расстояние между шкивами (см. рис. 1); n — число периодов винтовой поверхности.

Из формулы (1) следует, что верхний предел изменения координаты s , отсчитываемой вдоль недеформированной ленты, является переменной величиной:

$$0 \leq s \leq \frac{T}{1+\varepsilon}. \quad (4)$$

Переменность верхнего предела в формуле (4) объясняется тем, что как бы сильно ни растягивалась лента, угол φ в формуле (1) должен изменяться в пределах от 0 до 2π (один период геликоидальной поверхности).

Деформированное состояние ленты. На исходной поверхности ленты гауссовы координатные линии s и α образуют ортогональную сетку, поэтому матрицу $[\mathbf{G}]$ меры деформации Коши — Грина можно найти через скалярные произведения производных радиуса-вектора \mathbf{r} :

$$[\mathbf{G}] = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}\right)^2 & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha} & \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha}\right)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1 + \left(\frac{2\pi\alpha}{T}\right)^2\right)(1+\varepsilon)^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Как ясно из формулы (5), деформированное состояние является однородным, т. е. матрица $[\mathbf{G}]$ не зависит от координаты s . Диагональный вид матрицы Коши — Грина позволяет сразу найти главные кратности деформаций ленты:

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(1 + \left(\frac{2\pi\alpha}{T}\right)^2\right)}(1+\varepsilon), \quad (6)$$

$$\lambda_2 = 1.$$

Здесь λ_1 — кратность деформаций продольных линий; λ_2 — то же контурных линий (длина этих линий не изменяется вследствие наличия жестких ребер, поэтому соответствующая кратность равна единице).

Полный потенциал одного периода ленты. Полный потенциал конструкции определяют как сумму потенциальной энергии деформаций и потенциала внешних сил.

Удельная энергия деформаций W резины в случае, если деформации невелики (до 50 %), описывается известной зависимостью (неогуковский материал [19])

$$W = \frac{G}{2}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3), \quad (7)$$

где λ_3 — кратность изменения толщины ленты; G — модуль сдвига резины.

Как известно, резина является несжимаемым материалом, поэтому ее удельный объем должен сохраняться, т. е.

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1. \quad (8)$$

С учетом (8) формулу (7) можно привести к виду

$$W = \frac{G}{2} \left(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} - 3 \right). \quad (9)$$

Потенциальная энергия деформаций одного периода ленты

$$U = h \frac{T}{1 + \varepsilon} \int_{-b}^b W d\alpha, \quad (10)$$

где h — исходная толщина ленты; b — полуширина ленты и ребер жесткости; длина одного периода ленты в недеформированном состоянии определена по (4).

Интеграл в формуле (10) может быть вычислен в аналитическом виде, но выражение получается довольно громоздким и здесь не приводится.

Потенциал V внешней силы P , растягивающей один период ленты, есть результат умножения разности начальной и исходной длин на значение силы:

$$V = -P \left(T - \frac{T}{1 + \varepsilon} \right) = -PT \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}.$$

Полный потенциал Π системы вычисляют как сумму потенциальной энергии и потенциала внешней силы:

$$\Pi = U + V.$$

Поскольку полный потенциал зависит лишь от одного параметра — осевой деформации ε , условие минимума полного потенциала имеет вид

$$\frac{d\Pi}{d\varepsilon} = \frac{dU}{d\varepsilon} + \frac{dV}{d\varepsilon} = 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) с использованием компьютерных аналитических вычислений [20] была найдена зависимость безразмерной осевой силы от осевой деформации ленты ε :

$$\frac{P}{Ghb} = \varepsilon(2 + \varepsilon) + \frac{4}{3}(\pi(1 + \varepsilon)\theta)^2 - \frac{3 \arctan(2\pi\theta)}{2\pi(1 + \varepsilon)^2 \theta}, \quad (12)$$

где $\theta = b/T$ — безразмерный параметр.

Упругие характеристики ленты в безразмерном виде представлены на рис. 3

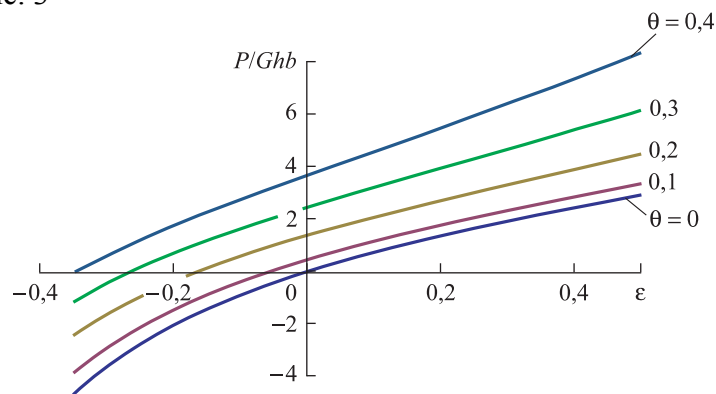


Рис. 3. Упругие характеристики ленты при $\theta = \{0, 0,1; 0,2; 0,3; 0,4\}$

Как видно на рис. 3, только одна упругая характеристика (при $\theta = 0$) проходит через начало координат. Другие характеристики при $P = 0$ пересекают ось абсцисс в отрицательной области. Очевидно, это означает, что при скручивании лента укорачивается без осевой нагрузки.

Напряжения в ленте. Из теории больших деформаций известны следующие соотношения упругости:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \lambda_1 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} + \sigma_0, \\ \sigma_2 &= \lambda_2 \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} + \sigma_0, \\ \sigma_3 &= \lambda_3 \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} + \sigma_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — напряжения по длине, по ширине и по толщине соответственно; σ_0 — гидростатическое напряжение.

С учетом формул (7) и (8) соотношения (13) принимают вид

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= G\lambda_1^2 + \sigma_0, \\ \sigma_2 &= G\lambda_2^2 + \sigma_0, \\ \sigma_3 &= \frac{G}{\lambda_1^2\lambda_2^2} + \sigma_0.\end{aligned}\tag{14}$$

Напряжения в площадках, параллельных срединной поверхности ленты, отсутствуют ($\sigma_3 = 0$), поэтому

$$\sigma_0 = -\frac{G}{\lambda_1^2\lambda_2^2}.\tag{15}$$

Из формул (14) и (15) следует окончательный результат:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= G\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2\lambda_2^2}\right), \\ \sigma_2 &= G\left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2\lambda_2^2}\right).\end{aligned}\tag{16}$$

Графики распределения напряжений по ширине ленты показаны на рис. 4, 5.

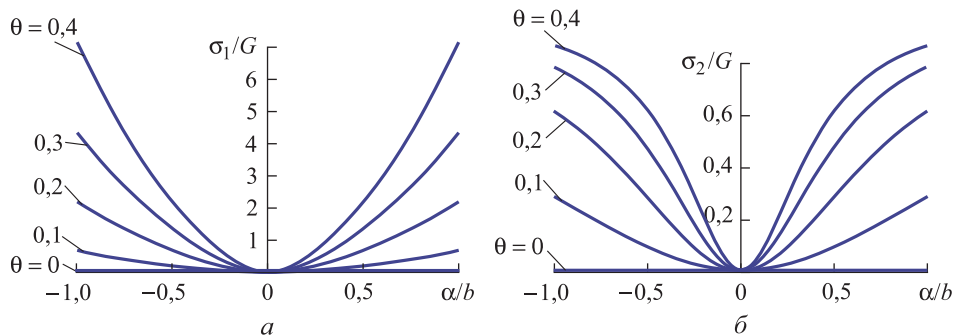


Рис. 4. Распределение нормальных напряжений (а, б) по ширине ленты при $\theta = \{0, 0,1; 0,2; 0,3; 0,4\}$ и осевой деформации $\varepsilon = 0$

Значения $\varepsilon = 0$ и $0,5$ были выбраны для примера. При необходимости по приведенным формулам могут быть найдены напряжения при любых значениях ε , в том числе и отрицательных. Отрицательные осевые деформации соответствуют, например, случаю скрученной, но ненагруженной ленты (см. рис. 3).

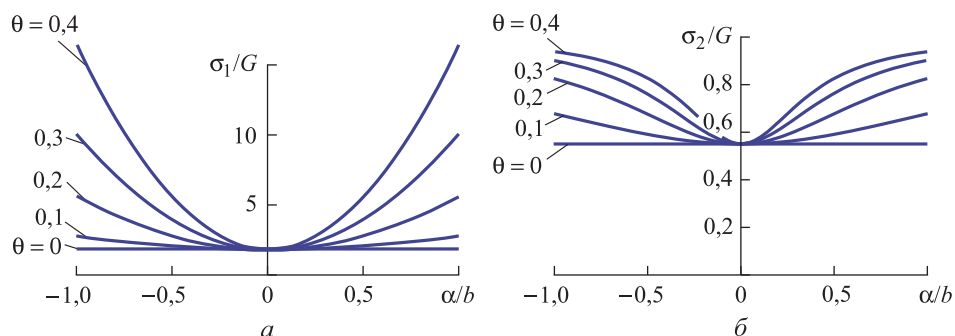


Рис. 5. Распределение нормальных напряжений (а, б) по ширине ленты при $\theta = \{0, 0,1; 0,2; 0,3; 0,4\}$ и осевой деформации $\varepsilon = 0,5$

Выводы. 1. Разработана методика расчета напряженно-деформированного состояния эластичной ленты геликоидального конвейера. Учет связей в виде поперечных ребер позволил свести решение задачи к минимизации функционала лишь с одним неизвестным — осевой деформацией ε .

2. Получена аналитическая зависимость силы от осевой деформации — см. (12), по которой построены упругие характеристики ленты в зависимости от отношения полуширины ленты к периоду винтовой поверхности.

3. Рассчитаны напряжения, возникающие в ленте, при различных значениях отношения полуширины ленты к периоду винтовой поверхности. По найденным напряжениям можно судить о прочности ленты при конструировании геликоидального конвейера.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Krivoshapko S.N. Geometry and strength of general helicoidal shells. *Applied Mechanics Reviews*, 1999, vol. 52, no. 5, pp. 161–175.
- [2] Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 1998, vol. 51, no. 12, pt. 1, pp. 731–746.
- [3] Халаби С.М. Моментная теория тонких винтовых псевдоторсовых оболочек. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2001, № 10, с. 61–67.
- [4] Рынкoвская М.И. К вопросу о расчете на прочность тонких линейчатых винтовых оболочек. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2015, № 6, с. 13–15.
- [5] Рынкoвская М.И. К вопросу расчета прямых геликоидальных оболочек по методу В.Г. Рекача. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2006, № 2, с. 63–66.
- [6] Рынкoвская М.И. Применение и расчет геликоидальных оболочек в архитектуре и строительстве. *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*, 2012, № 4, с. 84–90.
- [7] Тупикова Е.М. Расчет тонких упругих оболочек в форме длинного косо́го геликоида. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2015, № 3, с. 23–27.

- [8] Тупикова Е.М. Вычисление перемещений и усилий в железобетонных пандах в форме косоугольного геликоида. *Строительная механика и расчет сооружений*, 2015, № 4, с. 24–28.
- [9] Тупикова Е.М. Полуаналитический расчет оболочки в форме длинного пологого косоугольного геликоида в неортогональной несопряженной системе координат по моментной теории. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2016, № 3, с. 3–8.
- [10] Тупикова Е.М. Анализ метода В.Г. Рекача для расчета напряженно-деформированного состояния оболочки в форме длинного пологого косоугольного геликоида. *Строительная механика и расчет сооружений*, 2016, № 1, с. 14–20.
- [11] Savićević S., Janjić M., Vukčević M., Šibalić N. Stress research of helicoidal shell shape elements. *Machines, technologies, materials*, 2013, iss. 10. URL: http://www.mech-ing.com/journal/Archive/2013/10/42_Savicevic_mtm13.pdf (дата обращения 20.05.2017).
- [12] Savićević S. *A Development of Automatized Projection of Construction Elements of Helical Shell Shape*. PhD dissertation, Podgorica, Faculty of Mechanical Engineering, 2001.
- [13] Krivoschapko S.N., Gbaguidi A.G. Two methods of analysis of thin elastic open helicoidal shells. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, 2012, vol. 12, no. 3. pp. 382–390.
- [14] Knabel J., Lewinski T. Selected equilibrium problem of thin elastic helicoidal shells. *Archives of Civil Engineering*, 1999, vol. 45 (2), pp. 245–257.
- [15] Krivoschapko S.N., Christian A. Bock Hyeng. Static and dynamic analysis of thin-walled cyclic shells. *International Journal of Modern Engineering Research*, 2012, vol. 2, iss. 5, pp. 3502–3508.
- [16] Сорокина А.Г. Расчет формы деформированной срединной поверхности геликоидально симметричной оболочки открытого профиля при больших перемещениях на основе теории чистого изгиба. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2011, № 11, с. 8–13.
- [17] Сорокина А.Г. Расчет упругой характеристики ленточной пружины (геликоидально симметричной оболочки открытого профиля) при больших перемещениях на основе теории чистого изгиба. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2012, № 7, с. 22–26.
- [18] Шевелев Л.П., Корихин Н.В., Головин А.И. Состояния поля напряжений в геликоидальной оболочке. *Строительство уникальных зданий и сооружений*, 2014, № 2 (17), с. 25–38.
- [19] Бидерман В.Л. *Механика тонкостенных конструкций: статика*. Москва, URSS, 2017, 496 с.
- [20] Дьяконов В.П. *Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления*. Москва, ДМК-Пресс, 2008, 574 с.

Статья поступила в редакцию 02.11.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Сорокина А.Г., Фомичева В.Ф., Кокоулин В.Г. Расчет напряженно-деформированного состояния эластичной ленты геликоидального конвейера. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 12.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-12-1828>



Сорокина Анастасия Германовна — старший преподаватель кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: sangerm25@gmail.com



Фомичева Валентина Федоровна — доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: w.fomicheva@yandex.ru.



Кокоулин Владимир Геннадьевич — консультант-советник ПАО «Конструктор Империй». e-mail: lundanka@mail.ru

Stress-strain analysis of the elastic band of the helicoid conveyor

© A.G. Sorokina¹, V.F. Fomicheva¹, V.G. Kokoulin²

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

²PJSC “Empire Designer”, 143082, Russia

The paper focuses on a new design of the conveyor with a helicoid elastic band. The helicoid band provides not only movement, but also mixing of the loose medium during transportation in the cylindrical casing of the conveyor. The energy method is used to calculate the stress-strain state of the belt. Since the transverse edges located on the band are rigid, and the number of periods is strictly fixed, the shape of the deformed surface of the band is completely determined by only one parameter – the axial deformation. The Cauchy-Green strain tensor was determined by comparing the original and deformed surfaces of the band. The potential energy of the deformed band was calculated by integrating the specific potential energy of the elastic material over the initial surface of the band. The full potential of the system was obtained by adding the potential axial force and torque to the potential energy, the former being determined trivially. Full potential minimization was performed by standard procedures of Wolfram Mathematica mathematical package. As a result of the calculation, we obtained elastic characteristics of the belt, i.e. the dependency graphs of the axial deformation on external loads. In addition, we found stresses that can be used to assess the strength of the band at a given load.

Keywords: helicoidal conveyor belt, elastic band, Cauchy-Green tensor, full potential, minimization, elastic characteristics

REFERENCES

- [1] Krivoshapko S.N. Geometry and strength of general helicoidal shells. *Applied Mechanics Reviews*, 1999, vol. 52, no. 5, pp. 161–175.
- [2] Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 1998, vol. 51, no. 12, pt. 1, pp. 731–746.
- [3] Khalabi S.M. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy — Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2001, no. 10, pp. 61–67.
- [4] Rynkovskaya M.I. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy — Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2015, no. 6, pp. 13–15.
- [5] Rynkovskaya M.I. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy — Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2006, no. 2, pp. 63–66.
- [6] Rynkovskaya M.I. *Vestnik Rossiiskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Inzhenernye issledovaniia — RUDN Journal of Engineering Researches*, 2012, no. 4, pp. 84–90.
- [7] Tupikova E.M. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy — Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2015, no. 3, pp. 23–27.
- [8] Tupikova E.M. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy — Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, 2015, no. 4, pp. 24–28.
- [9] Tupikova E.M. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy — Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2016, no. 3, pp. 3–8.

- [10] Tupikova E.M. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* — *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, 2016, no. 1, pp. 14–20.
- [11] Savićević S., Janjić M., Vukčević M., Šibalić N. Stress research of helicoidal shell shape elements. *Machines, technologies, materials*, 2013, no. 10. Available at: http://www.mech-ing.com/journal/Archive/2013/10/42_Savicevic_mtm13.pdf (accessed May 20, 2017).
- [12] Savićević S. *A Development of Automatized Projection of Construction Elements of Helical Shell Shape*. PhD dissertation, Podgorica, Faculty of Mechanical Engineering, 2001.
- [13] Hirashima Masaharu, Iura Masashi. A geometrically nonlinear theory of right helicoidal shells. *Theor. and Appl. Mech., Vol. 27. Proc. 27th Jap. Nat. Congr. Appl. Mech.*, Tokyo, 1977, Tokyo, 1979, pp. 155–167.
- [14] Knabel J., Lewinski T. Selected equilibrium problem of thin elastic helicoidal shells. *Archives of Civil Engineering*, 1999, vol. 45(2), pp. 245–257.
- [15] Krivoschapko S.N., Christian A. Bock Hyeng. Static and dynamic analysis of thin-walled cyclic shells. *International Journal of Modern Engineering Research*, 2012, vol. 2, iss. 5, pp. 3502–3508.
- [16] Sorokina A.G. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* — *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2011, no. 11, pp. 8–13.
- [17] Sorokina A.G. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* — *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2012, no. 7, pp. 22–26.
- [18] Shevelev L.P., Korikhin N.V., Golovin A.I. *Stroitelstvo unikalnykh zdaniy i sooruzheniy* — *Construction of Unique Buildings and Structures*, 2014, no. 2 (17), pp. 25–38.
- [19] Biderman V.L. *Mekhanika tonkostennykh konstruksiy: statika* [Mechanics of thin-walled structures: statics]. Moscow, URSS Publ., 2017, 496 p.
- [20] Dyakonov V.P. *Mathematica 5.1/5.2/6. Programmirovaniye i matematicheskie vychisleniya* [Mathematica 5.1/5.2/6. Programming and mathematical calculations]. Moscow, DMK-Press Publ., 2008, 574 p.

Sorokina A.G., Assist. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: sangerm25@gmail.com.

Fomicheva V.F., Assoc. Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University. e-mail: w.fomicheva@yandex.ru.

Kokoulin V.G., Consultant-advisor to PJSC “Empire Designer”.
e-mail: lundanka@mail.ru