

## Численное моделирование процесса прокладки воздушных линий электропередач

© Н.Т. Гаврюшина, С.С. Гаврюшин, Е.В. Арбузов,  
А.В. Картовенко, М.М. Матвеева

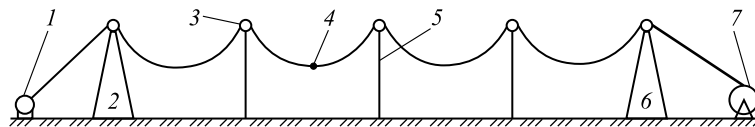
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Автоматизация процессов строительства новых современных линий электропередач и модификация существующих линий обуславливают необходимость разработки математических методов, алгоритмов и прикладных программ в целях сокращения сроков строительства и повышения эффективности используемого оборудования. Проанализирован процесс монтажа воздушных линий на многопролетном участке линии электропередач с помощью специализированного монтажного комплекса. Рассмотрен способ раскатки проводов непосредственно на установленные опоры, оснащенные специальными роликами, который называется «монтажом под тяжением». При анализе раскатки проводов была использована расчетная схема абсолютно гибкой нерастяжимой нити. Приведено решение задачи определения конфигурации проводов воздушных линий при их протяжке на многопролетном участке линии электропередач с учетом тягового усилия. Задача рассматривается в плоской постановке. К особенностям ее постановки относятся отсутствие априорной информации о длине провода в пределах пролета и допущение возможности перекачивания провода через ролики между пролетами. Она сводится к проблеме решения нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений в частных производных, зависящих от параметра. Анализ нелинейного процесса проведен методом продолжения решения по параметру. Полученное решение используется для создания системы управления монтажным комплексом линий электропередач.*

**Ключевые слова:** численный метод продолжения решения по параметру, монтажный комплекс, воздушные линии электропередач, моделирование

**Введение.** Актуальность исследования процесса монтажа и управления работой комплексов воздушных линий электропередач (ЛЭП) обусловлена необходимостью его автоматизации [1–3]. Монтаж воздушных ЛЭП проводится на значительном расстоянии — до нескольких километров, причем отдельные их участки могут пролегать в горах, над реками, оврагами и другими природными или хозяйственными объектами.

В последние годы широкое распространение получил инновационный метод монтажа кабель-проводов воздушных ЛЭП, получивший название *метод монтажа «под тяжением»* [4–7]. Он позволяет проводить раскатку кабель-проводов, не опуская их на земную поверхность, что упрощает монтаж переходов через транспортные пути, инженерные сооружения и т. д. Раскатка кабель-проводов выполняется непосредственно на установленные опоры, оснащенные специальными раскаточными роликами, через которые провод может перемещаться (перетекать) от одного пролета к другому (рис. 1).



**Рис. 1.** Схема раскатки проводов методом монтажа «под тяжением»: 1 — гидравлическая натяжная машина; 2, 6 — анкерные опоры; 3 — раскаточный ролик; 4 — кабель-провод; 5 — промежуточные опоры; 7 — тормозная машина и барабан с кабель-проводом

Протяжка лидер-троса и соединенного с ним кабель-провода осуществляется гидравлической натяжной машиной 1, расположенной на натяжной площадке монтажного комплекса [7]. Создаваемое усилие тяжения составляет от 10 до 140 кН и более в зависимости от параметров ЛЭП. Барабаны с кабель-проводом устанавливаются за тормозной машиной 2. Лидер-трос протягивается от натяжной машины через раскаточные ролики 3 к тормозной машине. Концы лидер-троса соединяются с концами кабель-провода и после этого проходят через кабели (вид лебедки) тормозной машины. В процессе натяжения провод протягивается через шкивы раскаточных роликов до натяжной машины. Растягивающее усилие в проводе, создаваемое натяжной и тормозной машинами, позволяет поддерживать кабель-провод в подвешенном состоянии, обеспечивает раскатку кабель-проводов без нежелательных рывков по растягивающему усилию в проводах, предотвращая его повреждение в процессе монтажа. Раскатка проводов выполняется с требуемым провисанием, без опускания кабель-проводов на земную поверхность, что упрощает монтаж переходов через транспортные пути, инженерные сооружения и минимизирует возможность повреждения кабель-провода в процессе прокладки.

Сокращение продолжительности работ и повышение эффективности использования монтажного комплекса обуславливают необходимость автоматизации процесса, что в свою очередь связано с определением рациональных параметров процесса раскатки.

Вопросы проектирования воздушных ЛЭП освещены в некоторых публикациях [8–11], однако в доступной авторам литературе отсутствуют математическое описание модели и рекомендации, позволяющие создать автоматизированную систему управления (АСУ) работой монтажного комплекса. В частности, не удалось найти решение задачи определения конфигурации кабель-провода в процессе его раскатки на многопролетном участке ЛЭП.

Монтаж включает в себя три основных этапа работ: пуск, монтаж вдоль опор ЛЭП, останов, которые подразумевают необходимость выбора рационального закона изменения усилий тяжения и торможения во времени. Это влечет за собой варьирование межпролетной длины лидер-троса или кабель-провода, который в пролете имеет та-

кую важную характеристику процесса монтажа, как «стрела провеса» на конкретном участке.

При создании АСУ работой монтажного комплекса следует использовать методику определения рациональных параметров монтажа, которая обеспечивает необходимые значения усилия тяжения и усилия торможения, создаваемые гидравлическим оборудованием. Кроме того, важно учитывать ограничения, накладываемые в соответствии с техническими условиями на величины растягивающего усилия и стрелы провеса на всем многопролетном участке.

**Постановка задачи.** Излагаемая численная методика определения рациональных параметров управления процессом протяжки кабель-проводов на многопролетном участке ЛЭП опирается на следующие положения. В качестве исходных параметров при моделировании задаются геометрические характеристики пролетов по координатам контактов кабель-провода с раскаточными роликами, а также физико-механические характеристики кабель-провода и нагрузки, которые испытывает монтажный комплекс в процессе прокладки ЛЭП. Согласно математической модели не требуется фиксация лидер-троса и кабель-провода при протяжке в межпролетных роликовых опорах, что обеспечивает возможность перекачивания кабель-провода с одного участка на другой. Иными словами, длина кабель-провода в пределах пролета величина переменная и априори неизвестная. В качестве искомой величины рассматривается усилие тяжения  $F_{\text{нм}}$  как важнейший параметр системы управления, который должен изменяться таким образом, чтобы с заданной точностью обеспечивать требуемое изменение перемещений и усилий и раскатываемом кабель-проводе.

Усилие тяжения определяется в основном длиной пролета и погонным весом монтируемого кабель-провода. В первом приближении оно может быть определено по уравнению цепной линии или по эмпирическим соотношениям. Как расчетные модели лидер-троса и кабель-провода используются модели абсолютно гибкой нерастяжимой нити [12–15], успешно применяемые для решения многих прикладных технических задач.

Рассматриваемая методика предназначена для использования в АСУ работой монтажного комплекса в целях обеспечения рационального выбора параметров процесса, снижающих риск появления аварийных ситуаций и повышающих эффективность работы комплекса.

**Математическая модель однопролетного участка.** С использованием известных допущений механики гибкой нити описание процесса нелинейного деформирования при больших перемещениях лидер-троса или кабель-провода можно проводить с помощью расчетной схемы абсолютно гибкой, однородной и нерастяжимой нити.

При двумерной (плоской) постановке задачи о нахождении формы нити в поле сил тяжести решением является уравнение цепной линии [16–18]. Однако непосредственное применение этого решения затруднено по причине наличия особенностей в постановке задачи — априори неизвестной длины нити в пределах пролета, многопролетности и возможности перетекания нити между пролетами. Следует отметить, что такие параметры, как общая длина кабель-провода, усилие тяжения, координаты расположения роликов и углы схода кабель-провода с роликов, — варьируемые.

Рассмотрим статическую задачу об определении формы нити в пределах одного пролета (рис. 2). Нить, находящаяся в поле сил тяжести, закреплена в точках  $A (x_A; y_A)$  и  $B (x_B; y_B)$ , координаты которых известны. Кроме того, известны погонный вес нити —  $q$ , а также усилия тяжения и торможения, которые в статической постановке задачи можно принять равными:  $T_1 = T_2 = T$ . Длина провода  $l$  считается неизвестной величиной.

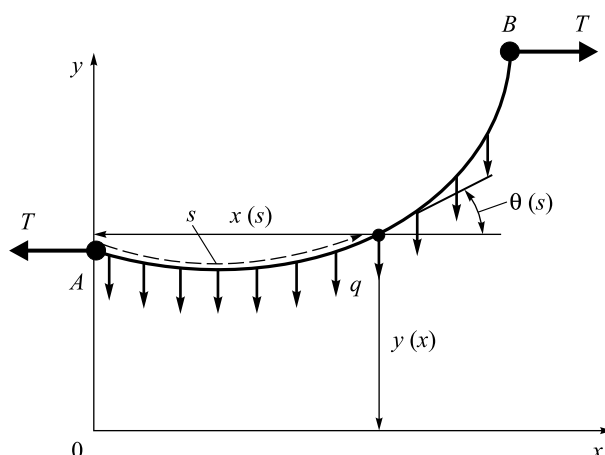


Рис. 2. Схема модели пролета ЛЭП

Вектор основных неизвестных в текущем сечении с дуговой координатой  $s$ , отсчитываемой вдоль нити, можно представить в виде

$$\{X(s)\} = \{x, y, U, \theta\}^T, \quad (1)$$

где  $s$  — дуговая координата;  $x, y$  — декартовы координаты текущего сечения;  $\theta$  — угол наклона нити, отсчитываемый от оси  $x$  против часовой стрелки;  $U$  — горизонтальная компонента растягивающего усилия в текущем сечении.

Отметим, что компонента  $U$  связана с усилием растяжения  $N$  в нити тяжения соотношением

$$U = N \cos \theta. \quad (2)$$

Систему разрешающих дифференциальных уравнений можно записать в виде [18, 19]

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds} = \cos\theta; \\ \frac{dy}{ds} = \sin\theta; \\ \frac{dU}{ds} = 0; \\ \frac{d\theta}{ds} = -q_V \frac{\cos^2\theta}{U}. \end{cases} \quad (3)$$

Дополняя систему (3) краевыми условиями в начале и в конце участка:

$$x_n = x_A^*, y_n = y_A^*, x_k = x_B^*, y_k = y_B^*, \quad (4)$$

приходим к нелинейной двухточечной краевой задаче.

Варьируемыми переменными (в этом случае) являются горизонтальное усилие  $T$  и угол наклона  $\theta$  касательной к цепной линии в левой опоре.

Нелинейная задача решается методом продолжения решения по параметру [18, 19] по двухшаговой схеме: на первом шаге с помощью интерполяции по предыдущим решениям вычисляется начальное приближение, на втором — происходит итерационное уточнение решения. Итерация прекращается по достижении заданной точности. Для начала первого итерационного цикла необходимо задать начальное приближение. Для этого воспользуемся решением по уравнению цепной линии. Отметим, что усилие  $T = U(0)$  находится в зависимости от длины нити  $l$ , в данном случае априори неизвестной.

На первом шаге вводим начальный вектор

$$\{X^{(0)}\} = \{x_A^*, y_A^*, U^{(0)}, \theta^{(0)}\}^T, \quad (5)$$

где  $U^{(0)}, \theta^{(0)}$  — начальные приближения, полученные в соответствии с решением по уравнению цепной линии для начального значения длины нити  $l^{(0)}$  (верхний индекс (0) обозначает номер шага итерации).

Алгоритм решения рассмотрим на конкретном примере. Как начальное приближение заданы следующие исходные данные:

$$x_A^* = 0; y_A^* = 10; x_B^* = 7; y_B^* = 10; U^{(0)} = -3q; \theta^{(0)} = -0,9, \quad (6)$$

где  $U^{(0)}$  — отрицательная величина, поскольку направлена против оси  $x$ ,  $\theta^{(0)}$  задан в радианах; координаты — в метрах.

Решение проводим по методу продолжения решения по параметру [18–20] в соответствии с авторской программой, созданной в среде MATLAB.

Интегрируя систему дифференциальных уравнений (3) с начальными условиями (6), вычисляем вектор невязки, а на правом конце пролета —  $\{r_0\}$  (см. рис. 2):

$$\{r^0\} = \begin{Bmatrix} x^{(0)}(l) - x_B^* \\ y^{(0)}(l) - y_B^* \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Для реализации итерационного решения воспользуемся модифицированным методом Ньютона [18–20]. Рекуррентная формула для вычисления  $k$ -го приближения имеет вид

$$\{X^{(k+1)}\} = \{X^{(k)}\} - [J^{(0)}]^{-1} \cdot \{r^{(k)}\}, \quad (9)$$

где  $\{X^{(k)}\}$  — вектор неизвестных на  $k$ -м шаге;  $\{r^{(k)}\}$  — вектор невязки на  $k$ -м шаге;  $[J^{(0)}]$  — матрица Якоби.

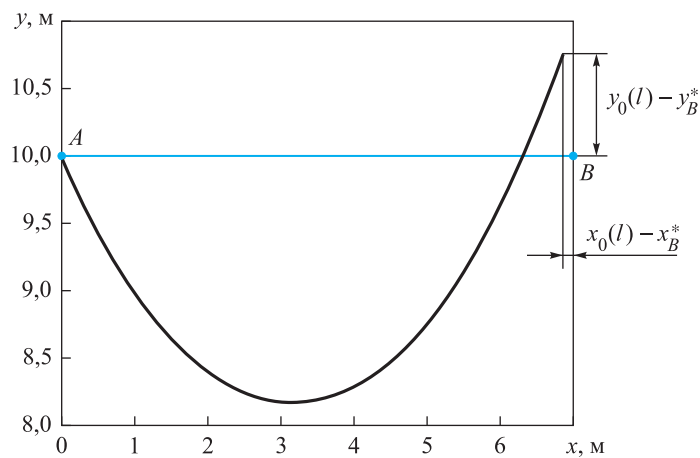


Рис. 3. Результат интегрирования системы с невозмущенным начальным вектором

Для построения матрицы  $[J^{(0)}]$  проводятся два интегрирования начальной задачи с возмущенными значениями неизвестных компонент начального вектора:

$$\begin{Bmatrix} U^{(0)} + \Delta U^{(0)} \\ \theta^{(0)} \end{Bmatrix} \text{ — возмущение по величине горизонтального}$$

усилия;

$$\left\{ \begin{array}{l} U^{(0)} \\ \theta^{(0)} + \Delta\theta^{(0)} \end{array} \right\} \text{ — возмущение по углу поворота.}$$

Найденные невязки для возмущения по горизонтальному усилию  $\{r_1\}$  и углу  $\{r_2\}$  позволяют вычислить соответствующие приращения невязок по усилию и углу:

$$\{\Delta r_1\} = \{r_1\} - \{r_0\}, \quad \{\Delta r_2\} = \{r_2\} - \{r_0\}, \quad (10)$$

и построить численный аналог матрицы Якоби, известный как матрица Гато [18, 19]:

$$[J^{(0)}] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta r_1}{\Delta X_1} & \frac{\Delta r_1}{\Delta X_2} \\ \frac{\Delta r_2}{\Delta X_1} & \frac{\Delta r_2}{\Delta X_2} \end{bmatrix} = \left[ \frac{\Delta r_i}{\Delta X_j} \right]. \quad (11)$$

В уравнениях (10) номер строки матрицы соответствует номеру уравнения невязки, номер столбца — номеру варьируемой переменной. Итерация (формула (9)) продолжается до выполнения условия окончания:

$$|r^{(k)}| \leq \varepsilon, \quad (13)$$

где  $\varepsilon$  — заданная погрешность.

При построении итерационной последовательности решений используется допущение о локальной сходимости решения [18]. В качестве начального приближения берется тривиальное решение либо точное аналитическое решение задачи при определенных параметрах. При малых возмущениях решение задачи на первом шаге обеспечивает сходимость итерации, проводимой модифицированным методом Ньютона для последовательности решений методом продолжения решения по параметру.

Как начальное приближение используем точное решение задачи для одного пролета, полученное по уравнению цепной линии. При фиксированном значении тягового усилия  $T$ , отличающегося от соответствующего значения по уравнению цепной линии, необходимо найти такую длину провода  $l^*$ , чтобы по достижении дуговой координатой  $s$  значения, равного этой длине нити, координаты сечения, найденные численно, совпали с координатами правой опоры.

Заключительное численное моделирование позволяет определить компоненты вектора состояния в текущем сечении гибкой нити. Зависимость параметров от дуговой координаты, а также найденная линия провеса гибкой нити представлены на рис. 4, блок-схема алгоритма решения задачи для одного пролета приведена на рис. 5.

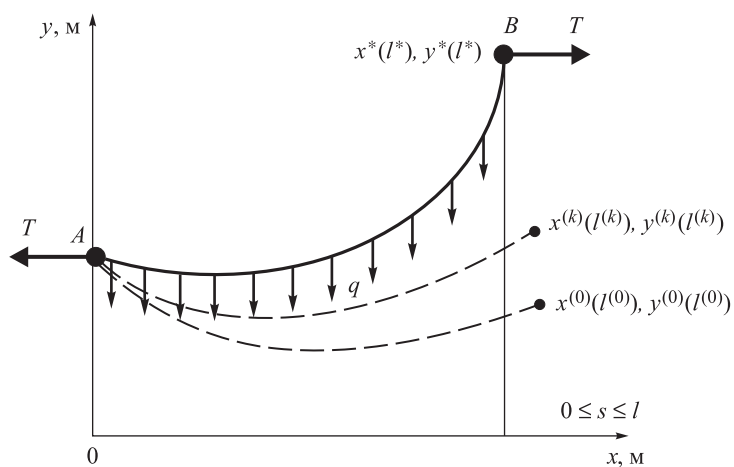


Рис. 4. Линия провеса гибкой нити в пределах одного пролета

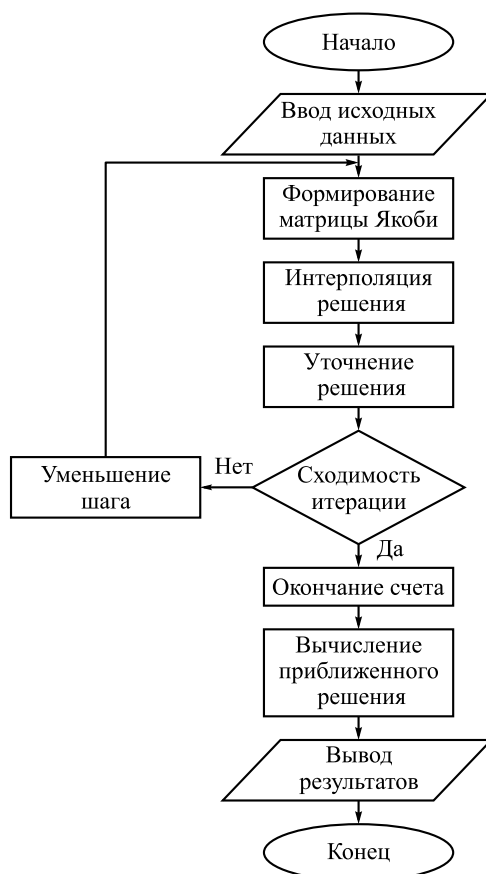


Рис. 5. Блок-схема алгоритма решения задачи для одного пролета



**Численное моделирование многопролетной задачи.** При моделировании многопролетного участка с числом пролетов  $ns$  порядок системы дифференциальных уравнений составит  $ns \times 4$ . В краевые условия помимо условий в крайних сечениях будут входить  $(ns - 1) \times 4$  условий стыковки.

Блочно-ленточная структура матрицы Якоби представлена на рис. 6.

$[J_1]$	$[E]$	$[0]$	...	$[0]$
$[0]$	$[J_2]$	$[E]$	...	$[0]$
$[0]$	$[0]$	$[J_3]$	...	$[0]$
...	...	...	...	$[E]$
$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[J_{ns}]$

Рис. 6. Структура блочно-ленточной матрицы Якоби

Первый  $[J_1]$  и последний  $[J_{ns}]$  члены матрицы имеют соответственно размерности  $2 \times 4$  и  $4 \times 2$ , размерность остальных ненулевых блоков матрицы —  $4 \times 4$ . Блоки  $[E]$  соответствуют единичным матрицам. Остальные элементы — нулевые.

Приведем пример решения задачи для  $n$  пролетов с переменными длинами трех пролетов. В качестве исходного приближения приняты решения задачи для равных межпролетных расстояний. Согласно решению задачи для одного пролета, начальные координаты опор равны:

$$x_A^* = 0; y_A^* = 10; x_B^{(0)} = 7; y_B^{(0)} = 10; x_C^{(0)} = 14; y_C^{(0)} = 10; x_D^* = 21; y_D^* = 10.$$

Общая длина нити  $l$  считается известной. Полагаем известными координаты промежуточных опор для решения задачи при  $n = 3$  с переменными межпролетными расстояниями:

$$x_B^* = 8; y_B^* = 11; x_C^* = 16; y_C^* = 9.$$

С помощью предложенного алгоритма определена геометрия нити на трехпролетном участке с переменным межпролетным расстоянием (рис. 7).

Предложенная математическая модель и алгоритм решения реализованы в виде прикладной программы, созданной в программном пакете MATLAB. Разработанная программа позволяет на стадии проектирования выполнить виртуальное моделирование технологического процесса монтажа, и ее можно использовать для программирования микропроцессорных АСУ, работающих в режиме реального времени.

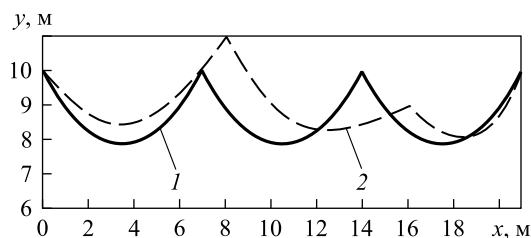


Рис. 7. Линии провеса для участков с равным (1) и с переменным (2) межпролетным расстоянием

Исследование нелинейного деформирования гибких элементов — сложная многопараметрическая задача. Рассматривая ее как совокупность однопараметрических задач и используя метод продолжения решения по параметру, можно перейти от задачи поверочного расчета (анализа) к задаче синтеза.

**Заключение.** Предложены численная методика и алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния кабель-проводов воздушных ЛЭП, предназначенные для использования в АСУ работой монтажного комплекса.

Разработанный алгоритм расчета в отличие от известных алгоритмов решения задачи о цепной линии позволяет учесть эффект перетекания кабель-проводов в процессе протяжки через межпролетные роликовые опоры.

Методика и алгоритм реализованы в виде прикладного программного обеспечения, позволяющего с помощью рационального выбора параметров монтажного процесса снизить риск появления аварийных ситуаций и повысить эффективность работы комплекса.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Реут М.А., Рокотян С.С., ред. *Справочник по проектированию линий электропередачи*. Москва, Энергия, 1980, 296 с.
- [2] Кесельман Л.М. *Основы механики воздушных линий электропередачи*. Москва, Энергоатомиздат, 1992, 352 с.
- [3] Fink D.G., Beaty H.W. *Standard Handbook for Electrical Engineers*. Eleventh Edition. New York, McGraw-Hill, 1978, pp. 16–20.
- [4] *СТО. Воздушные линии напряжением 0,4–20 кВ. Условия создания. Нормы и требования*. Москва, 2011, с. 61–64.
- [5] *CAT09-STRINGING 2009 Domestic Catalog*. English Condux Tesmec, Inc. URL: <http://www.tesmec.com/win/search/domestic-catalog.html> (дата обращения: 29.04.2004).
- [6] Вихарев А.П., Вычегжанин А.В., Репкина Н.Г. *Проектирование механической части воздушных ЛЭП*. Киров, Издательство ВятГТУ, 2000, 98 с.
- [7] Крюков К.П., Новгородцев Б.П. *Конструкции и механический расчет линий электропередач*. Ленинград, Энергия, 1979, 310 с.
- [8] Anderson O.C., Williamson J., Wohl A. The effect of high-voltage overhead transmission lines on property values: a review of the literature since 2010. *The Appraisal Journal*, Summer 2017, pp. 179–193.

- URL: [http://www.myappraisalinstitute.org/webpac/pdf/TAJ2017/TAJ\\_Sum17\\_179-193\\_PR-Transmission.pdf](http://www.myappraisalinstitute.org/webpac/pdf/TAJ2017/TAJ_Sum17_179-193_PR-Transmission.pdf) (дата обращения: 24.06.2018).
- [9] Gönen T. *Electrical Power Transmission System Engineering: Analysis and Design*. 3rd ed. Boca Raton, Florida, CRC Press, 2014, 1093 p.
- [10] Powering Up. *Vertical Magazine*. The Pulse of the Helicopter Industry. URL: <http://www.verticalmag.com> (дата обращения: 04.09.2018).
- [11] Вихарев А.П., Вычегжанин А.В., Репкина Н.Г. *Проектирование механической части воздушных ЛЭП*. Киров, Издательство ВятГУ, 2009, 140 с.
- [12] Минаков А.П. Основы механики нити. *Науч.-исслед. тр. Мос. текстильного ин-та*, 1941, т. 9, вып. 1, 188 с.
- [13] Меркин Д.Р. *Введение в механику гибкой нити*. Москва, Наука, 1980, 240 с.
- [14] Светлицкий В.А. *Механика гибких стержней и нитей*. Москва, Машиностроение, 1978, 222 с.
- [15] Allgower E.L., Georg K. *Introduction to Numerical Continuation Methods. SIAM Classics in Applied Mathematics*, 2003, no. 45, 388 p.
- [16] Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике (для научных работников и инженеров). Определения, теоремы, формулы*. 6-е изд., стер. Санкт-Петербург, Лань, 2003, 832 с.
- [17] Валишвили Н.В. *Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ*. Москва, Машиностроение, 1976, 278 с.
- [18] Гаврюшин С.С., Барышникова О.О., Борискин О.Ф. *Численный анализ элементов конструкций машин и приборов*. 2-е изд., испр. Москва, Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 479 с.
- [19] Гаврюшин С.С. Численное моделирование процессов нелинейного деформирования тонких упругих оболочек. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1 (1), с. 115–130.
- [20] Гаврюшин С.С. Анализ и синтез тонкостенных элементов робототехнических устройств с предписанным законом деформирования. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2011, № 12, с. 12–19.

Статья поступила в редакцию 05.10.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Гаврюшина Н.Т., Гаврюшин С.С., Арбузов Е.В., Картовенко А.В., Матвеева М.М. Численное моделирование процесса прокладки воздушных линий электропередач. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 11. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-11-1818>

**Гаврюшина Наталья Трофимовна** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: численное моделирование. e-mail: [n.gavryushina@yandex.ru](mailto:n.gavryushina@yandex.ru)

**Гаврюшин Сергей Сергеевич** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Компьютерные системы автоматизации производства» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: численное моделирование. e-mail: [gss@rk9.bmstu.ru](mailto:gss@rk9.bmstu.ru)

**Арбузов Евгений Васильевич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Компьютерные системы автоматизации производства» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: автоматизированные системы производства. e-mail: [arbuzov41@mail.ru](mailto:arbuzov41@mail.ru)

**Картошенко Алла Валерьевна** — аспирант кафедры «Компьютерные системы автоматизации производства» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: автоматизированные системы производства, численное моделирование.  
e-mail: challacha@mail.ru

**Матвеева Марина Макаровна** — магистрант кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: численное моделирование.  
e-mail: matveeva\_m95@mail.ru

## Numerical simulation of laying overhead power lines

© N.T. Gavryushina, S.S. Gavryushin, E.V. Arbuzov,  
A.V. Kartovenko, M.M. Matveeva

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The automation of the construction of new modern power transmission lines and the modification of existing lines requires the development of mathematical methods, algorithms and applications designed to meet the challenges of reducing the construction time and improving the efficiency of the equipment used. The paper analyzes the process of installing overhead lines on the multi-span section of the transmission line, which is carried out with the help of a specialized mounting complex. The method of rolling out wires directly onto the installed supports equipped with special rollers is called "pulling." When analyzing the rolling out procedure, the design diagram of an absolutely flexible inextensible wire is used. The study focuses on the problem of determining the configuration of the wires of overhead power lines in the process of pulling wires on the multi-span section of power transmission lines depending on the pulling force, the problem being solved in a flat setting. The formulation of the problem includes the absence of a priori information about the length of the wire within the span and the assumption that the wire can be rolled through rollers between the spans. The task reduces to the problem of solving a nonlinear boundary value problem for a system of partial differential equations that depend on a parameter. Hence, the nonlinear process is analyzed by the numerical continuation method. The solution obtained is used to create a control system for the power transmission line assembly.*

**Keywords:** numerical continuation method, assembly complex, overhead power lines, simulation

### REFERENCES

- [1] Reut M.A., Rokotyana S.S., ed. *Spravochnik po proektirovaniyu liniy elektroperedachi* [Guide to the design of power lines]. Moscow, Energiya Publ., 1980, 296 p.
- [2] Keselman L.M. *Osnovy mehaniki vozduzhnykh liniy elektroperedachi* [Fundamentals of mechanics of overhead power lines]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1992, 352 p.
- [3] Fink D.G., Beaty H.W. *Standard Handbook for Electrical Engineers*. 11<sup>th</sup> ed. New York, McGraw-Hill, 1978. ISBN 0-07-020974-X, Chapter 14 Overhead Power Transmission CTO 70238424.29.240.20.001-2011.
- [4] *Vozduzhnye linii napryazheniem 0,4–20 kV. Usloviya sozdaniya. Normy i trebovaniya* [Overhead power lines with voltage of 0.4–20 kV. Terms of construction. Rules and requirements].
- [5] *CAT09-STRINGING 2009 Domestic Catalog*. English Condux Tesmec, Inc. Available at: <http://www.tesmec.com/win/search/domestic-catalog.html> (accessed April 29, 2004).
- [6] Vikharev A.P., Vychezhnanin A.V., Repkina N.G. *Proektirovanie mekhanicheskoy chasti vozduzhnykh LEP* [Design of the mechanical part of overhead power lines]. Kirov, Vyatka State University Publ., 2000, 98 p.
- [7] Kryukov K.P., Novgorodtsev B.P. *Konstruktsii i mekhanicheskiy raschet liniy elektroperedach* [Structures and mechanical calculation of transmission lines]. Leningrad, Energiya Publ., 1979, 310 p.

- [8] Anderson O.C., Williamson J., Wohl A. The effect of high-voltage overhead transmission lines on property values: a review of the literature since 2010. *The Appraisal Journal*. Summer 2017, pp. 179–193. Available at: [http://www.myappraisalinstitute.org/webpac/pdf/TAJ2017/TAJ\\_Sum17\\_179-193\\_PR-Transmission.pdf](http://www.myappraisalinstitute.org/webpac/pdf/TAJ2017/TAJ_Sum17_179-193_PR-Transmission.pdf) (accessed June 24, 2018).
- [9] Gönen T. *Electrical Power Transmission System Engineering: Analysis and Design*. 3rd ed. CRC Press, 2014, 1093 p. ISBN 9781482232233
- [10] Powering Up. *Vertical Magazine*. The Pulse of the Helicopter Industry. Available at: <http://www.verticalmag.com> (accessed September 4, 2018).
- [11] Vikharev A.P., Vychezhnanin A.V., Repkina N.G. *Proektirovanie mekhanicheskoy chasti vozdukhnykh LEP* [Design of the mechanical part of overhead power lines]. Kirov, Vyatka State University Publ., 2009, 140 p.
- [12] Minakov A.P. *Osnovy mehaniki niti* [Fundamentals of cable mechanics]. *Nauchno-issledovatel'skie trudy Moskovskogo tekstilnogo instituta (Proc. of Moscow Textile Institute)*, 1941, vol. 9, no. 1, p. 188.
- [13] Merkin D.R. *Vvedenie v mekhaniku gibkoy niti* [Introduction to the mechanics of an ideal cable]. Moscow, Nauka Publ., Glav. Red. fiz-mat lit. Publ., 1980, 240 p.
- [14] Svetlitskiy V.A. *Mekhanika gibkikh sterzhney i nitey* [Mechanics of flexible bars and cables]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978, 222 p.
- [15] Allgower E.L., Georg K. *Introduction to Numerical Continuation Methods. SIAM Classics in Applied Mathematics*, 2003, 45, 388 p.
- [16] Korn G.A., Korn Th.M. *Mathematical handbook for scientists and engineers. Definitions, theorems and formulas for reference and review*. 2<sup>nd</sup> ed., enlarg. and revis. McGraw-Hillbook Company, New-York, San-Francisco, Toronto, London, Sydney, 1968, 831 p. [In Russ.: Korn G.A., Korn Th.M. *Spravochnik po matematike (dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov)*. Opredeleniya, teoremy, formuly. 6th ed., St. Petersburg, Lan Publ., 2003, 832 p.].
- [17] Valishvili N.V. *Metody rascheta obolochek vrashheniya na ETsVM* [Methods for calculating rotational shells on electronic digital computers]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976, 278 p.
- [18] Gavryushin S.S., Baryshnikova O.O., Boriskin O.F. *Chislennyy analiz elementov konstruktsiy mashin i priborov* [Numerical analysis of structural elements of machines and devices]. 2nd ed. Moscow, BMSTU Publ., 2014, 479 p.
- [19] Gavryushin S.S. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennyye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1 (1), pp. 115–130.
- [20] Gavryushin S.S. *Izvestiya vysshih uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2011, no. 12, pp. 12–19.

**Gavryushina N.T.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: [n.gavryushina@yandex.ru](mailto:n.gavryushina@yandex.ru)

**Gavryushin S.S.**, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of Department of Computer Systems of Manufacturing Automation, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: [gss@rk9.bmstu.ru](mailto:gss@rk9.bmstu.ru)

**Arbuzov E.V.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computer Systems of Manufacturing Automation, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: [arbuzov41@mail.ru](mailto:arbuzov41@mail.ru)

**Kartovenko A.V.**, post-graduate student, Department of Computer Systems of Manufacturing Automation, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: [challacha@mail.ru](mailto:challacha@mail.ru)

**Matveeva M.M.**, Master's Degree student, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: [matveeva\\_m95@mail.ru](mailto:matveeva_m95@mail.ru)