

Статический потолок электрического мультикоптера

© С.З. Сverdlov

Вологодский государственный университет, Вологда, 160000, Россия

Рассмотрен статический потолок (потолок висения) электрического беспилотного многоготорного вертолета (мультикоптера) — высота, на которой вся располагаемая мощность равна мощности, потребной для висения при заданной полетной массе. При определении статического потолка электрического мультикоптера учтены особенности таких летательных аппаратов, отличающие их от обычных вертолетов. Установлено, что статический потолок электрического мультикоптера определяется тяговооруженностью и жесткостью механической характеристики электродвигателя. Расчет типичной конфигурации квадрокоптера показывает, что значение статического потолка может составлять не менее 5000 м. Изучена зависимость потолка висения от напряжения питания, уменьшение которого существенно влияет на статический потолок. Из формул для статического потолка получена зависимость для минимального значения запаса тяги, обеспечивающего полет мультикоптера при заданном уменьшении напряжения питания во время полета. Приведены формула и таблицы для расчета минимального отношения тяги к массе, позволяющие оценить эти величины при проектировании мультикоптера.

Ключевые слова: беспилотный многоготорный электрический вертолет, мультикоптер, статический потолок, потолок висения, запас тяги, тяговооруженность, бесколлекторный электромотор

Введение. В настоящей работе рассмотрена задача вычисления статического потолка нового класса летательных аппаратов (ЛА) — электрических многоготорных вертолетов (мультикоптеров). Статический потолок мультикоптера — высота, на которой вся располагаемая мощность равна мощности, потребной для висения при заданной полетной массе [1].

При определении статического потолка — потолка висения — электрического мультикоптера (рис. 1) необходимо учитывать следующие особенности таких ЛА:

- наличие бесколлекторных (вентильных) электромоторов, работа которых (но не работа винтомоторной группы) не зависит от плотности воздуха, если не учитываются вентиляторные потери в моторе — незначительные по сравнению с мощностью, передаваемой воздушно-му винту (пропеллеру);
- использование несущих винтов (пропеллеры) фиксированной геометрии;
- масса ЛА в течение полета остается неизменной;
- напряжение (ЭДС) аккумуляторной батареи (АКБ) снижается по мере расходования ее заряда;
- при висении ЛА находится в состоянии равновесия.



Рис. 1. Квадрокоптер:

1 — несущие винты (пропеллеры); 2 — бесколлекторные электромоторы; 3 — элементы бортовой аппаратуры; 4 — АКБ; 5 — рама; 6 — полезная нагрузка (фотокамера)

Вычисление потолка висения является задачей статики и не требует в первом приближении анализа динамических факторов.

Тяговооруженность мультикоптера. Коэффициент запаса тяги (тяговооруженность) — отношение максимальной тяги к силе тяжести, действующей на мультикоптер:

$$k_T = \frac{T_{\max}}{Mg}, \quad (1)$$

где T_{\max} — максимальная тяга; M — масса ЛА; g — ускорение свободного падения.

Запас тяги при проектировании мультикоптера выбирается исходя из требований получения необходимых динамических характеристик, скороподъемности, обеспечения достаточной тяги при снижении напряжения АКБ по мере ее разряда. Кроме того, должен обеспечиваться достаточный запас тяги каждой винтомоторной группы, поскольку управление мультикоптером выполняется исключительно за счет изменения частоты вращения винтов. Обычна ситуация, когда одна часть винтов вращается быстрее, другая — медленнее. Для того чтобы обеспечивать тягу выше средней на винтах, вращающихся быстрее, должен быть соответствующий запас тяги. Характерные значения тяговооруженности мультикоптеров равны 1,2...2,5 [2].

Определение тяговооруженности. Запас тяги существующего мультикоптера может быть определен экспериментально. Для расчета тяговооруженности при проектировании нового ЛА нужно знать параметры электромотора, определяющие его механическую характеристику (зависимость угловой скорости от крутящего момента),

и аэродинамические коэффициенты пропеллера. Производители бесколлекторных электромоторов публикуют данные испытаний двигателей с различными пропеллерами. Пример таких данных (производитель мотора — компания T-Motor) приведен в табл. 1 [3].

Таблица 1

Тестовые данные электромотора T-Motor MT3506 при напряжении 14,8 В

Пропеллер	Процент газа*, %	Сила тока, А	Мощность, Вт	Тяга, гс	Частота, об/мин	Эффективность, Г/Вт	Температура, °С
T-Motor 11×3CF	50	2,0	29,60	290	4400	9,80	46
	65	3,9	57,72	451	5600	7,81	
	75	5,5	81,40	570	6400	7,00	
	85	7,4	109,52	720	7100	6,57	
	100	8,7	128,76	800	7450	6,21	
T-Motor 12×4CF	50	2,5	37,00	350	4100	9,46	52
	65	4,9	72,52	570	5300	7,86	
	75	6,9	102,12	720	6000	7,05	
	85	9,2	136,16	880	6600	6,46	
	100	10,8	159,84	1000	6900	6,26	
T-Motor 13×4,4CF	50	2,7	39,96	386	400	9,66	60
	65	5,6	82,88	651	5100	7,85	
	75	7,8	115,44	822	5800	7,12	
	85	10,3	152,44	970	6300	6,36	
	100	12,0	177,60	1053	6600	5,93	

* Указан «процент газа» — принятый в авиамоделизме термин, означающий положение рукоятки газа на аппаратуре радиоуправления.

Рассмотрим для примера данные испытаний электромотора MT3506 с пропеллером T-Motor 12×4CF. При 100 % газа тяга этой винтомоторной группы (ВМГ) составляет 1000 гс. Если проектируется квадрокоптер с четырьмя такими ВМГ, максимальная тяга составит 4 кгс. При массе квадрокоптера, например, 2,5 кг, тяговооруженность будет равна 1,6.

Характеристики бесколлекторного электромотора и пропеллера. Механическая характеристика бесколлекторного электромотора в осях крутящий момент $M_{кр}$ — угловая скорость ω представляет собой прямую линию [4, 5] (рис. 2, кривая. 1). Характеристика пропеллера — парабола (см. рис. 2, кривая. 2): крутящий момент пропорционален квадрату угловой скорости [6, 7].

Отношение крутящего момента к тяге для конкретного пропеллера при работе на месте (висении) постоянно. Поэтому ось абсцисс механической характеристики ВМГ (мотор + пропеллер) можно промаркировать значениями тяги T (см. рис. 2).

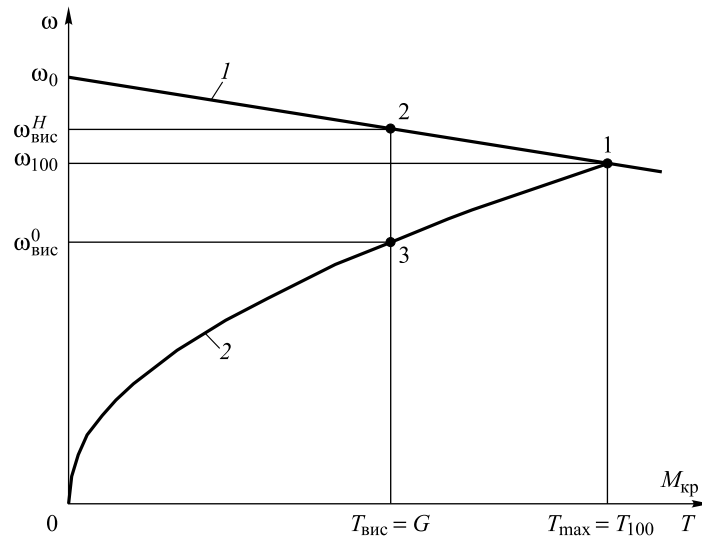


Рис. 2. Характеристика винтомоторной группы

Угловая скорость на статическом потолке. Будем считать, что максимальная тяга и угловая скорость, при которой достигается эта тяга, известны (см. рис. 2, точка 1). Их значения можно определить из таблиц, подобных приведенной выше табл. 1, экспериментально или путем расчета. Угловая скорость, соответствующая максимальной тяге, не максимальна (см. рис. 2). Обозначим эту угловую скорость ω_{100} — угловая скорость при 100 % газа, соответственно, $T_{100} = T_{\max}$.

Запишем уравнение механической характеристики — прямой, проходящей через две точки $(0, \omega_0)$ и (T_{100}, ω_{100}) :

$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_{100}}{T_{100}} T, \quad (2)$$

где ω_0 — угловая скорость холостого хода мотора,

$$\omega_0 = UK_V. \quad (3)$$

Здесь U — напряжение питания; K_V — постоянная скорости бесколлекторного мотора — одна из его паспортных характеристик. Формула (3) дает значение угловой скорости идеального холостого хода, которое несколько больше значения ω_0 , поскольку не учитываются потери на холостом ходу. Однако разница очень мала.

В соответствии с формулой (1) запишем

$$T_{100} = T_{\max} = k_T T_{\text{вис}} = k_T Mg. \quad (4)$$

Висение на высоте H статического потолка соответствует точке 2 на рис. 2. Угловая скорость $\omega_{\text{вис}}^H$ на потолке висения может быть определена по механической характеристике электромотора подстановкой в формулу (2) значения $T = Mg$. С учетом формулы (4) имеем

$$\omega_{\text{вис}}^H = \omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_{100}}{k_T Mg} Mg = \omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_{100}}{k_T}. \quad (5)$$

Тяга пропеллера пропорциональна квадрату угловой скорости. Обозначив коэффициент пропорциональности через C , запишем

$$T = C\omega^2; \quad \omega = \sqrt{\frac{T}{C}}. \quad (6)$$

В соответствии с формулой (6) отношение угловых скоростей при разной тяге равно квадратному корню отношения значений тяги, тогда

$$\frac{\omega_{100}}{\omega_{\text{вис}}^0} = \sqrt{k_T}, \quad (7)$$

где $\omega_{\text{вис}}^0$ — угловая скорость при висении на высоте $H = 0$; соответствует точке 3 на рис. 2.

Из формулы (7) следует, что

$$\omega_{\text{вис}}^0 = \frac{\omega_{100}}{\sqrt{k_T}}. \quad (8)$$

Найдем отношение угловых скоростей на высоте потолка висения (5) и у поверхности земли (8):

$$k_\omega = \frac{\omega_{\text{вис}}^H}{\omega_{\text{вис}}^0} = \frac{\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_{100}}{k_T}\right)\sqrt{k_T}}{\omega_{100}} = \frac{\omega_0}{\omega_{100}}\sqrt{k_T} - \frac{\omega_0}{\omega_{100}\sqrt{k_T}} + \frac{1}{\sqrt{k_T}}. \quad (9)$$

Обозначим $\Delta = \frac{\omega_{100}}{\omega_0}$, $\Delta \leq 1$. Значение Δ тем меньше, чем меньше

жесткость механической характеристики двигателя; $\Delta = 1$ соответствует идеально жесткой характеристике. Тогда формула (9) примет следующий вид:

$$k_\omega = \frac{\sqrt{k_T}}{\Delta} - \frac{1}{\Delta\sqrt{k_T}} + \frac{1}{\sqrt{k_T}} = \frac{k_T - 1 + \Delta}{\Delta\sqrt{k_T}}. \quad (10)$$

Вычисление статического потолка. Тяга пропеллера пропорциональна плотности воздуха и квадрату угловой скорости. Тяга при висении равна силе тяжести, действующей на ЛА, и, если пренебречь уменьшением силы тяжести (ускорения свободного падения) с высотой, остается неизменной с изменением высоты.

Уменьшение ускорения свободного падения для умеренной высоты невелико и для $H = 10$ км составляет 0,3 %, тогда

$$\rho_H \left(\omega_{\text{вис}}^H \right)^2 = \rho_0 \left(\omega_{\text{вис}}^0 \right)^2, \quad (11)$$

где ρ_0, ρ_H — плотность воздуха на высоте, равной 0 и H соответственно.

Из равенства (11) найдем относительную плотность воздуха $\rho_{\text{отн}}$ на потолке висения:

$$\rho_{\text{отн}} = \frac{\rho_H}{\rho_0} = \left(\frac{\omega_{\text{вис}}^0}{\omega_{\text{вис}}^H} \right)^2 = \frac{1}{k_{\omega}^2}. \quad (12)$$

Зная $\rho_{\text{отн}}$, можно определить потолок висения, используя для относительной плотности воздуха Международной стандартной атмосферы формулу В. Бьеркнеса:

$$\rho_{\text{отн}} = \left(1 - \frac{H}{44\,300} \right)^{4,256}, \quad (13)$$

где H — высота в метрах. Тогда из (13) получаем

$$H = 44\,300 \left(1 - \rho_{\text{отн}}^{1/4,256} \right). \quad (14)$$

Из соотношения (12) подставим $\rho_{\text{отн}}$ в формулу (14) и рассчитаем статический потолок в метрах:

$$H_{\text{ст}} = 44\,300 \left(1 - \frac{1}{k_{\omega}^{2/4,256}} \right) = 44\,300 \left(1 - \frac{1}{k_{\omega}^{0,4699}} \right). \quad (15)$$

Наконец, подставив в соотношение (15) выражение (10) для k_{ω} , получим формулу для вычисления статического потолка по тяговооруженности и коэффициенту Δ , характеризующему жесткость механической характеристики двигателя:

$$H_{\text{ст}} = 44\,300 \left[1 - \left(\frac{\Delta \sqrt{k_T}}{k_T - 1 + \Delta} \right)^{0,4699} \right]. \quad (16)$$

При $\Delta = 1$, что соответствует электромотору с идеально жесткой характеристикой, формула (16) принимает вид

$$H_{\text{ст}} = 44\,300 \left(1 - \frac{1}{k_T^{0,2350}} \right). \quad (17)$$

Пример расчета. Продолжим рассмотренный выше пример для квадрокоптера [8] полетной массой 2,5 кг с четырьмя электромоторами МТ3506, $K_V = 650$ об/(мин⁻¹·В⁻¹) с пропеллерами T-Motor 12×4CF, тяговооруженность $k_T = 1,6$, напряжение питания $U = 14,8$ В. Обороты холостого хода: $UK_V = 14,8 \cdot 650 = 9620$ об/мин; $\Delta = 6900/9620 = 0,717$. По формуле (16) найдем статический потолок: $H_{\text{ст}} = 7123$ м.

На рис. 3 представлена зависимость статического потолка от тяговооруженности при трех значениях коэффициента Δ . Для сравнения показана зависимость статического потолка вертолета от тяговооруженности, построенная по данным работы [9].

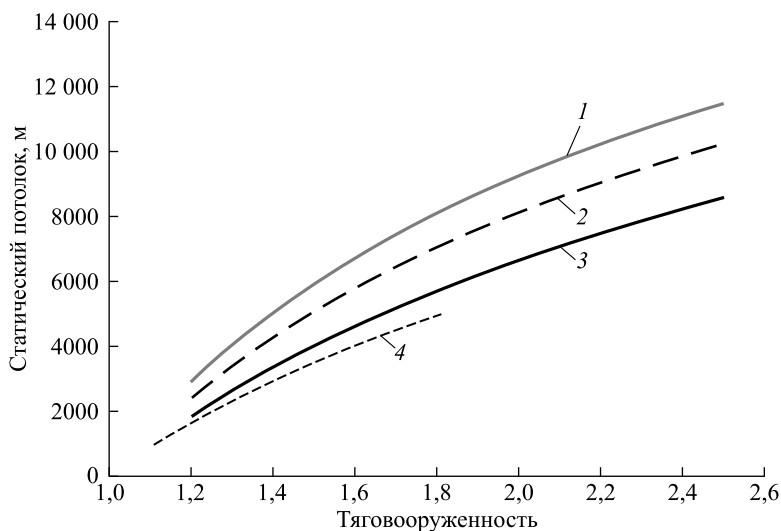


Рис. 3. Статический потолок:

1–3 — Δ равен 0,7, 0,8 и 1 соответственно; 4 — [9]

Влияние характеристики двигателя. Может вызывать вопросы то обстоятельство, что с уменьшением жесткости механической характеристики двигателя статический потолок увеличивается. Падение частоты вращения электромотора с ростом нагрузки обусловлено «потерями в меди» — расходом энергии на нагрев обмоток. Чем больше эти потери, тем меньше жесткость характеристики и КПД мотора. Получается, казалось бы, что электромотор с меньшим КПД обеспечивает больший потолок висения. Однако менее эффективный электромотор даст и меньший запас тяги (рис. 4).

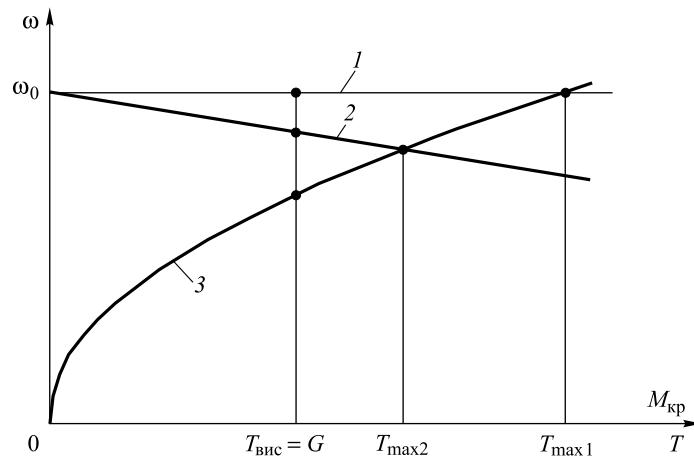


Рис. 4. Запас тяги и характеристика электромотора:
 1, 2 — идеальный и реальный электродвигатели; 3 — пропеллер;
 T_{max1} , T_{max2} — идеальный и реальный запасы тяги

Зависимость от напряжения питания. Предыдущие расчеты выполнены при предположении, что потолок висения определяется для того же напряжения питания, при котором рассчитывался запас тяги. В приведенном выше примере были использованы данные табл. 1, полученные при напряжении 14,8 В — номинальном напряжении литий-полимерной АКБ, состоящей из четырех последовательно соединенных аккумуляторов. Результат расчета статического потолка (7096 м) также соответствует напряжению при висении 14,8 В, то же относится и к графикам, приведенным на рис. 3: значения напряжения при висении на высоте статического потолка и при определении запаса тяги у земли предполагаются одинаковыми. Если висение на статическом потолке происходит при другом значении напряжения АКБ, то значение потолка будет другим.

Определим, каким образом изменение напряжения влияет на статический потолок. Обозначим через U_0 напряжение, при котором определялся запас тяги, а через ΔU — падение напряжения АКБ при висении на высоте статического потолка по отношению $U_0/\Delta U > 0$, если напряжение уменьшается. При уменьшении напряжения питания изменяется угловая скорость холостого хода, но механическая характеристика бесколлекторного мотора сохраняет наклон (рис. 5).

Уменьшение угловой скорости при висении на статическом потолке (см. рис. 5, точка 4) при снижении напряжения составит $\Delta\omega = \Delta U K_V$. Для того чтобы учесть такое изменение, необходимо к правой части формулы (5) добавить $-\Delta\omega$, т. е.

$$\omega_{вис}^H = \omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_{100}}{k_T} - \Delta\omega. \quad (18)$$

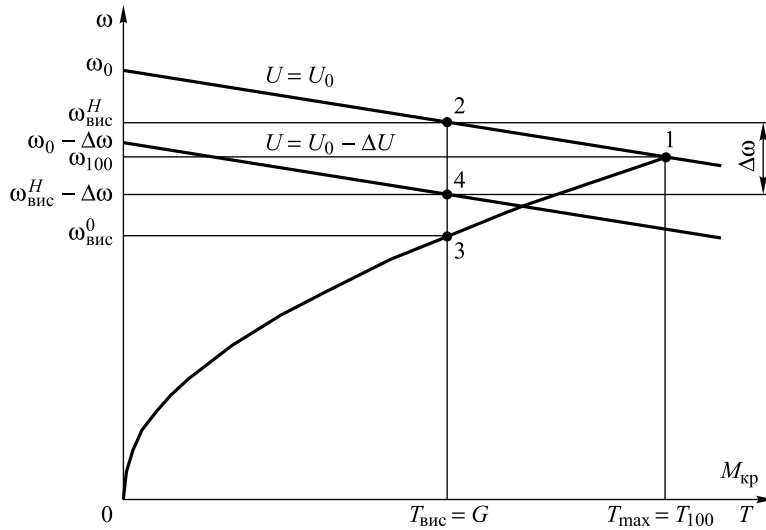


Рис. 5. Характеристики ВМГ при изменении напряжения питания

Более удобно оперировать относительным значением угловой скорости холостого хода. Введем обозначение

$$\delta = \frac{\omega_0 - \Delta\omega}{\omega_0} = \frac{U_0 - \Delta U}{U_0} = \frac{U_{\text{вис}}}{U_0}. \quad (19)$$

Напряжение одного полностью заряженного литий-полимерного аккумулятора равно 4,2 В, полностью разряженного — 3 В, тогда минимальное относительное напряжение (и угловая скорость холостого хода) составит $3/4,2 = 0,71$.

Подставив $\omega_{\text{вис}}^H$ из формулы (18) в соотношение (9) и учитывая выражение (19), после преобразования получим

$$k_\omega = \frac{k_T \delta + \Delta - 1}{\Delta \sqrt{k_T}}. \quad (20)$$

Подставляя выражение (20) в формулу (15), получаем формулу для определения статического потолка с учетом изменения напряжения при висении:

$$H_{\text{ст}} = 44\,300 \left[1 - \left(\frac{\Delta \sqrt{k_T}}{k_T \delta + \Delta - 1} \right)^{0,4699} \right]. \quad (21)$$

Пример расчета. Продолжим предыдущий пример: $k_T = 1,6$, $\Delta = 0,717$. Измерение запаса тяги выполнялось при напряжении 14,8 В. Пусть висение на статическом потолке происходит при напряжении

14 В, тогда $\delta = 14/14,8 = 0,946$. Статический потолок по формуле (21) равен 5918 м.

На рис. 6 представлена зависимость потолка висения от относительного напряжения при висении δ .

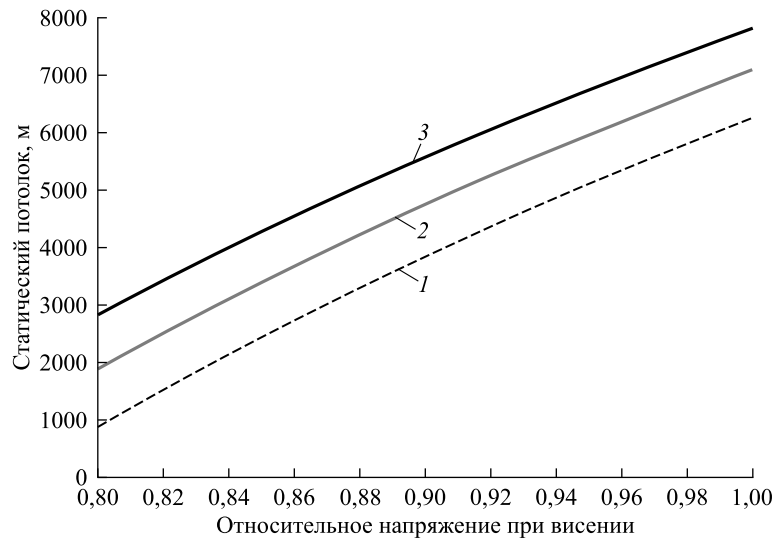


Рис. 6. Зависимость потолка висения от напряжения при $\Delta = 0,717$:
1–3 — запас тяги равен 1,5, 1,6 и 1,7 соответственно

Минимальный запас тяги. Как видно на рис. 6, при уменьшении запаса тяги до значений, меньших 1,5, или относительном напряжении меньше 0,8 потолок висения станет равен нулю. Это означает, что запас тяги не может быть меньше некоторого значения при определенном напряжении и заданной жесткости характеристики двигателя, иначе при уменьшении напряжения ЛА не сможет висеть вне влияния Земли. При близости к Земле тяга увеличивается за счет возникающей воздушной подушки.

Формула (21) позволяет определить минимальное значение запаса тяги. Для этого надо найти значение k_T , при котором статический потолок будет равен нулю. Правая часть формулы (21) обращается в ноль, когда

$$\frac{\Delta\sqrt{k_T}}{k_T\delta + \Delta - 1} = 1. \quad (22)$$

Решая уравнение (22), можно найти минимальное значение k_T :

$$k_T^{\min} = \left(\frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 4\delta(1-\Delta)}}{2\delta} \right)^2. \quad (23)$$

При использованных в примерах значениях $\Delta = 0,717$ и $\delta = 0,946$ минимальный запас тяги будет равен 1,09. В табл. 2 приведены значения минимального запаса тяги в зависимости от Δ и δ .

Таблица 2

Минимальный запас тяги

Жесткость механической характеристики Δ	Относительное напряжение при висении δ				
	1,00	0,95	0,90	0,85	0,80
1,00	1,00	1,11	1,23	1,38	1,56
0,90	1,00	1,10	1,21	1,35	1,51
0,85	1,00	1,09	1,20	1,33	1,48
0,80	1,00	1,09	1,19	1,31	1,46
0,75	1,00	1,09	1,18	1,30	1,44
0,70	1,00	1,08	1,18	1,29	1,42

Приведенные значения следует считать оценками снизу, поскольку для устойчивого висения необходим дополнительный запас тяги на управление [10]: возможность увеличить тягу отдельных ВМГ выше значений, определяемых массой ЛА.

Заключение. В результате исследования установлено, что статический потолок (потолок висения) электрического мультикоптера определяется запасом тяги и жесткостью механической характеристики электродвигателя. Расчет для типичной конфигурации квадрокоптера показывает, что статический потолок может превышать 5000 м. Исследована зависимость статического потолка от напряжения питания, снижение которого существенно влияет на статический потолок. Из формул для статического потолка выведена зависимость для минимального запаса тяги, обеспечивающего полет мультикоптера при заданном снижении напряжения питания в ходе полета. Полученные формула и значения характеристик для расчета минимального запаса тяги могут использоваться при проектировании ЛА рассматриваемого класса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Джонсон У. *Теория вертолета*. В 2 кн. Москва, Мир, 1983.
- [2] Свердлов С.З. Продолжительность полета, потенциал и относительный КПД электрического мультикоптера. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*, 2017, № 2, с. 3–7.
- [3] *Бесколлекторный мотор T-Motor MT3506 650kV*. URL: <http://www.rcteam.ru/t-motor/mt3506/25.html>
- [4] Овчинников И.Е. *Теория винтовых электрических двигателей*. Ленинград, Наука, 1985, 164 с.
- [5] Xia Ch.-I. *Permanent Magnet Brushless DC-motor Drives and Controls*. John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2012. ISBN 978-1-118-18833-0

- [6] Прицкер Д.М., Сахаров Г.И. *Аэродинамика*. Москва, Машиностроение, 1968.
- [7] Brandt J.B., Selig M.S. Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers. *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Orlando, FL, January 2011*. AIAA Paper 2011-1255.
- [8] Свердлов С.З. *Квадрокоптер*. [Электронный ресурс]. URL: <http://forum.rcdesign.ru/blogs/174358/blog18011.html>
- [9] Камов Н.И. *Винтовые летательные аппараты*. Москва, Оборонгиз, 1948.
- [10] Magnussen Ø., Ottestad M., Hovland G. Multicopter Design Optimization and Validation. *Modeling, Identification and Control*, 2015, vol. 36, no. 2, pp. 67–79.

Статья поступила в редакцию 15.03.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Свердлов С.З. Статический потолок электрического мультикоптера. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 10.
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-10-1808>



Свердлов Сергей Залманович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная математика» Вологодского государственного университета. Область деятельности и научные интересы: информационные технологии, цифровая фотография и обработка изображений, беспилотные вертолеты.
e-mail: c3c@uni-vologda.ac.ru

Hovering ceiling of an electric multicopter

© S.Z. Sverdlov

Vologda State University, Vologda, 160000, Russia

The article considers the hovering ceiling of an unmanned electric multi-rotor helicopter (multicopter) — the height where all available power is equal to the power required to hovering with a given flight weight. In determining the static ceiling of the electric multicopter, the aircraft features distinguishing them from conventional helicopters, are taken into account. It is found that the hovering ceiling of an electric multicopter is determined by the thrust-to-weight ratio and rigidity of the electric motor mechanical characteristics. The analysis of a typical quadcopter configuration shows that the value of the hovering ceiling can be at least 5000 m. The dependence of the hovering ceiling on the supply voltage is studied; the decrease of the voltage significantly affects the hovering ceiling. The dependence for the minimum value of the thrust reserve ensuring the flight of the multicopter at a given decrease in the supply voltage during the flight is deduced from the formulae for the hovering ceiling. The formula and tables for calculating the minimum thrust-to-weight ratio, allowing estimation of these values when designing a multicopter, are given.

Keywords: *unmanned electric multi-rotor helicopter, multicopter, static ceiling, hovering ceiling, thrust reserve, thrust-to-weight ratio, brushless motor*

REFERENCES

- [1] Johnson W. *Helicopter Theory*. Princeton University Press Publ., 1980 [In Russ.: Johnson W. *Teoriya vertoleta*. In 2 books. Moscow, Mir Publ., 1983].
- [2] Sverdlov S.Z. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika — Russian Aeronautics*, 2017, vol. 60, no. 2, pp. 163–168.
- [3] *Beskollektornyy motor T-Motor MT3506 650kV* [Brushless motor T-Motor MT3506 650kV]. Available at: <http://www.rcteam.ru/t-motor/mt3506/25.html>
- [4] Ovchinnikov I.E. *Teoriya ventilnykh elektricheskikh dvigateley* [Theory of ac converter-fed motor]. Leningrad, Nauka Publ., 1985, 164 p.
- [5] Xia Ch.-l. *Permanent magnet brushless DC motor drives and controls*. John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd. Publ., 2012. ISBN 978-1-118-18833-0
- [6] Pritsker D.M., Sakharov G.I. *Aerodinamika* [Aerodynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968.
- [7] Brandt J.B., Selig, M.S. Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers. *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Orlando, FL, January 2011*. AIAA Paper 2011–1255.
- [8] Sverdlov S. *Kvadrolet* [Quadcopter]. Available at: <http://forum.rcdesign.ru/blogs/174358/blog18011.html>
- [9] Kamov N.I. *Vintovye letatelnye apparaty* [Propeller aircrafts]. Moscow, Oborongiz Publ., 1948.
- [10] Magnussen Ø., Ottestad M., Hovland G. *Modeling, Identification and Control*, 2015, vol. 36, no. 2, pp. 67–79.

Sverdlov S.Z., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Applied Mathematics, Vologda State University. Research interests: information technology, digital photography and image processing, unmanned helicopters. e-mail: c3c@uni-vologda.ac.ru