

Аэроакустический эффект Гартмана: сто лет исследований и текущее состояние вопроса

© О.В. Бочарова, М.Г. Лебедев

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 119991, Россия

В начале прошлого века (1916–1919 гг.) Юл. Гартманом был открыт аэроакустический эффект, названный впоследствии его именем. Этот эффект состоит в том, что при помещении полой трубки в сверхзвуковую струю, вытекающую в атмосферу при избыточном или недостаточном давлении, взаимодействие струйного потока с преградой может происходить в нестационарном (автоколебательном) режиме и сопровождаться мощным акустическим излучением в окружающую среду. В течение прошедшего столетия этот эффект многократно изучался различными исследователями, в том числе с использованием численных методов, и продолжает изучаться по сей день. Причина такого интереса к данному явлению состоит в его многочисленных технических приложениях. С чисто научной точки зрения проблема интересна тем, что она определяется большим числом параметров (не менее 10) и далеко не все области этого многомерного пространства определяющих параметров изучены.

В настоящей работе выполнено широкое параметрическое исследование рассматриваемой проблемы с целью получить достаточно общие законы, управляющие изучаемым явлением. Численные расчеты проводились в постановке модели невязкого газа (уравнения Эйлера) посредством метода Годунова. Результаты расчета сравнивались с результатами экспериментов, полученными многими авторами. Как правило, имелось хорошее согласование данных. Физическая картина явления проанализирована по результатам расчетов более чем 200 вариантов. Затронуты некоторые области упомянутого пространства определяющих параметров, ранее не изучавшихся ни в физических, ни в численных экспериментах. Сделан вывод о различных механизмах возбуждения автоколебаний для мелких и глубоких полостей. Обработка результатов для глубоких полостей (собственных результатов авторов статьи и результатов других работ, экспериментальных и численных) позволила сделать вывод о наличии универсальной (с точностью порядка 10 %) зависимости безразмерной частоты колебаний (числа Струхале) от глубины полости. Подтвержден экспериментальный результат о переключении с низкочастотной моды колебаний на высокочастотную при изменении толщины стенок резонатора. Рассмотрен процесс аэротермоакустического нагрева в резонаторе Гартмана.

Ключевые слова: аэроакустика, резонатор Гартмана, автоколебания, импактные струи, численное моделирование, метод Годунова

Введение. Открытие в конце XIX в. ударно-волновой структуры сверхзвуковых нерасчетных струй в экспериментальных работах Э. Маха [1] и Л. Маха [2], подтвержденное теоретическим исследованием Л. Прандтля [3], стимулировало интерес к подробным исследованиям в этой области. Именно изучая распределения газодинамических параметров в струе, вытекающей со звуковой скоростью из

сужающегося сопла при избыточном давлении (недорасширенной струе), датский ученый Юлиус Гартман обнаружил аэроакустический эффект, названный впоследствии его именем.

Суть эффекта состоит в том, что при помещении полой трубки, открытый конец которой направлен против потока струи (в экспериментах Гартмана это была трубка Пито), обтекание преграды, помещенной в определенные зоны струи, названные Гартманом зонами неустойчивости, происходит в автоколебательном режиме и сопровождается мощным акустическим излучением в окружающую среду. Согласно [4], открытие Гартмана относится к 1916 г., однако первая публикация появилась лишь в 1919 г. [5]. Впрочем, эта публикация, вышедшая на датском языке вскоре после окончания Первой мировой войны, вряд ли обратила на себя большое внимание. Истинная эра Гартмана и созданного им устройства (резонатора Гартмана) началась после доклада, сделанного им в Американском физическом обществе в 1922 г., и последующей публикации в журнале *Physical Review* [6].

В последующие годы были выявлены и подтверждены многочисленными исследованиями многие важные черты автоколебательных режимов течений в импактных струях. Были рассмотрены различные типы резонатора Гартмана, качественно описаны ударно-волновые структуры течения в полостях, обтекаемых струйными потоками, установлены некоторые зависимости картины течения от определяющих параметров. В частности, было обнаружено, что частота колебаний в трубке лишь слабо зависит от расстояния между трубкой и срезом сопла, откуда вытекает струя.

Очень важным было открытие Х. Шпренгером в 1954 г. аэротермоакустического эффекта, который состоит в резком повышении температуры на дне трубки под воздействием периодической системы ударных волн, распространяющихся по резонатору [7]. Одновременно исследовалось внешнее акустическое поле, создаваемое осциллирующей струей.

Весьма полная картина исследований, касающихся эффекта Гартмана и проводимых вплоть до недавнего времени, дана в обстоятельном обзоре [8]. Несмотря на то что после открытия прошло 100 лет, интерес к эффекту не только не ослаб, но и усилился в начале XXI в., в том числе после публикации обзора [8]. Этот интерес обусловлен по меньшей мере двумя факторами.

Во-первых, указанный эффект широко используется в различных технических приложениях. Некоторые из них связаны с производством мощного ультразвука, который, в свою очередь, может быть применен для активного управления газовыми потоками [4, 9] и, например, для очистки воды от различных примесей, как механических, так и биологических [10]. Что касается эффекта Шпренгера [7],

то созданное на его основе устройство может быть применено как воспламеняющее в авиационных и ракетных двигателях [11–13].

Во-вторых, физическая проблема резонатора Гартмана представляет собой задачу в многомерном (по крайней мере десятимерном) пространстве определяющих параметров (параметры струи, геометрия резонатора, акустическое окружение). Многие области этого пространства изучены мало или не изучены полностью.

На протяжении всего столетия предпринимались попытки построить теоретические модели рассматриваемого явления. Наиболее удачной кажется попытка, сделанная в работах [14, 15], где построена простейшая схема взаимодействия между распространением волн сжатия и разрежения в резонаторе и наполнением / опорожнением полости. Однако эта схема чрезмерно проста, и в ней не учитываются многие аспекты изучаемого явления (неоднородность, образование ударных волн и др.). Можно отметить также схемы, предложенные в работах [16, 17], но все они в настоящее время представляют лишь исторический интерес.

Развитие численных методов решения физических задач позволило использовать математическое моделирование в качестве метода исследования. Пионерские численные исследования импактных струй были выполнены в конце 1970-х годов в ЦАГИ [18, 19]. В этих работах впервые удалось воспроизвести автоколебания, сопровождающие соударение сверхзвуковой нерасчетной струи с плоской пластиной [18] и с полостью [19]. С тех пор во всем мире выполнено большое количество работ, посвященных численному моделированию эффекта Гартмана, в рамках моделей Эйлера, Навье — Стокса и Рейнольдса. И все же упомянутое выше пространство определяющих параметров остается в значительной мере незаполненным.

На протяжении последних 10 лет авторы статьи проводили широкое параметрическое исследование рассматриваемой проблемы с целью получить достаточно общие законы, управляющие данным явлением. Численные расчеты проводились в постановке невязкого газа (уравнения Эйлера) посредством хорошо известного метода Годунова. Результаты расчета сравнивались с экспериментальными данными и были, как правило, с ними в хорошем согласовании. В работах [20–22] рассмотрен предельный случай полости нулевой глубины (цилиндр, поставленный плоским торцом навстречу потоку струи, истекающей из звукового сопла). В [23, 24] рассмотрены малоизученные случаи соударения с полостью чисто сверхзвуковых струй (число Маха $M = 3$), вытекающих с перерасширением [23] и недорасширением [24]. В то же время случай недорасширенной звуковой струи, истекающей из сужающегося сопла, остался на периферии внимания авторов — он лишь кратко затронут в работе [22]. Между тем именно этот случай наиболее широко исследовался как в экспериментальных, так и в теорети-

ческих работах, и именно в этом случае и был впервые обнаружен рассматриваемый эффект [5, 6]. В этой связи авторы настоящей статьи сочли необходимым вернуться к изучению аэроакустического эффекта Гартмана для случая звуковой недорасширенной струи.

Цель настоящей работы — на основе анализа результатов численных и экспериментальных исследований аэроакустического эффекта Гартмана определить зависимость частоты автоколебаний в резонаторе от его глубины.

В статье приведены математическая постановка задачи с указанием некоторых деталей численной процедуры, результаты численного исследования струйного обтекания цилиндрической полости с острыми кромками (основное внимание уделено изучению картины течения внутри трубки и частотных характеристик процесса как внутри трубки, так и в окружающем пространстве); исследовано влияние формы и размеров кромок трубки, включая переход от низкочастотной моды автоколебаний к высокочастотной; обсуждается проблема нагрева полости ударными волнами.

Физическая картина течения и амплитудно-частотная характеристика процесса исследованы на основе расчета более чем 200 вариантов.

Постановка задачи. Рассмотрим взаимодействие осесимметричной звуковой недорасширенной струи с цилиндрической полостью, соосной струе. В рамках невязкой постановки истечение такой струи в неподвижную среду определяется параметрами $N = p_e / p_a$, $\tau = T_e / T_a$, γ_e , γ_a , где p , T и γ — давление, температура и показатель адиабаты, а индексы e и a относятся соответственно к выходному сечению сопла и к окружающей среде. Основным определяющим параметром является отношение значений давления, или нерасчетность струи, N . В дальнейшем ограничимся случаем, когда газы в струе и в окружающем пространстве одинаковы, т. е. $\gamma_e = \gamma_a = \gamma$.

В рамках невязкой постановки параметр τ не влияет на стационарное истечение струи, так как перепад температур (и плотностей) при переходе через границу струи (контактный разрыв) может быть произвольным. Однако этот параметр может оказаться важен в случае даже невязкой модели, если рассматривается нестационарное течение, например, распространение акустических возмущений от колеблющейся струи по окружающему пространству и их обратное влияние на струю.

Взаимодействие струи и полости определяется также геометрией тела, в которое ударяет струя. Здесь ограничимся случаем цилиндрической полости того же диаметра $D = 2R$, что и выходное сечение сопла, и глубиной h . Еще двумя геометрическими параметрами задачи являются расстояние l между соплом и устьем преграды и толщина th стенки полости.

Численное решение задачи определяется в расчетной области $OANMHKGFEDCBO$ (рис. 1). Точки O, B, C лежат на оси симметрии (ось x), CD — дно полости, ED — боковая внутренняя поверхность полости и $EDGF$ — ее стенка. В частных случаях поверхности FG и ED могут совпадать, образуя тонкостенную полость с острой кромкой.

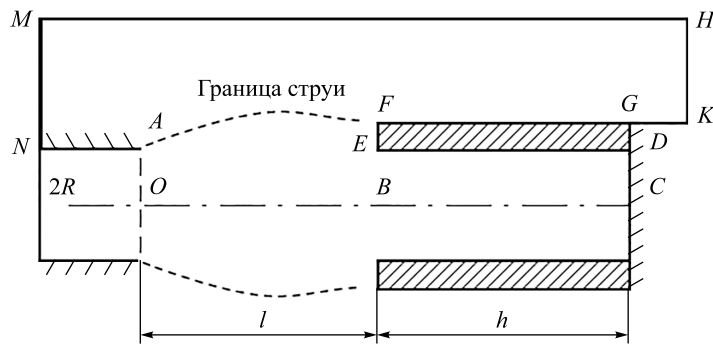


Рис. 1. Постановка задачи

Граничные условия на срезе сопла OA задаются следующим образом:

$$p_e = \frac{1}{\gamma}, \quad \rho_e = 1, \quad u_e = 1, \quad v_e = 0. \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность; u, v — компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x и y (см. рис. 1). Плотность и скорость отнесены к их значениям в выходном сечении сопла ρ_e, u_e , давление — к удвоенному скоростному напору (напомним, что число Маха $M_e = 1$). Линейные размеры всюду отнесены к радиусу R среза сопла, время — к величине R/u_e , а частоты, если не оговорено особо, — к u_e/R .

На внешней поверхности сопла AN и на твердых границах CD, DE, EF, FGK ставятся условия непротекания, на оси симметрии OC — условия симметрии. На искусственных границах NM, MH, HK расчетной области, в соответствии с рекомендациями работы [25], ставятся мягкие граничные условия с окаймляющим слоем ячеек. При этом граница расчетной области размещается как можно дальше от области, где втекание сверхзвуковой струи в резонатор вносит в окружающую среду максимальные возмущения.

В качестве начальных условий используются так называемые условия пушечного выстрела, т. е. параметры газа во всей расчетной области $OANMHKGFEDCBO$, за исключением начального сечения струи OA , принимаются равными параметрам невозмущенной окружающей среды:

$$p = \frac{P_e}{N}, \quad \rho = \frac{\rho_e \tau}{N}, \quad u = 0, \quad v = 0. \quad (2)$$

В качестве начальных условий в сечении OA принимаются граничные условия (1).

Применение невязкой эйлеровой модели для решения поставленной задачи, по-видимому, требует специального обоснования. Авторами была проведена тщательная работа по сопоставлению численных результатов расчета течений на начальных участках свободных сверхзвуковых струй, полученных в рамках невязких уравнений, с известными экспериментальными данными [26–28]. Показано их хорошее согласование [21, 29]. Сравнение расчетных и экспериментальных данных о течениях в импактных струях (см. ниже) служит подтверждением адекватности использования невязкой модели в рассматриваемой задаче.

Численное исследование поставленной задачи было проведено хорошо известным методом Годунова [30]. Для сокращения вычислительных ресурсов, требуемых для обширного параметрического исследования, пришлось ограничиться схемой первого порядка точности. Однако специально выполненные методические исследования [29, 31] показали, что эта схема позволяет получить вполне удовлетворительные результаты как для модельных задач, так и для задач о струйных течениях и о сверхзвуковом обтекании затупленных тел.

Численное интегрирование уравнений Эйлера с граничными и начальными условиями (1), (2) в конечном счете приводило к установлению либо стационарного, либо квазипериодического состояния. В последнем случае зависимость любого газодинамического параметра от времени в любой точке расчетной области можно рассматривать как реализацию некоторого случайного процесса. При исследовании спектральных характеристик реализации процесса $p(t)$ (например, зависимости от времени давления на дне полости), в соответствии с монографией [32], использовались понятия автокорреляционной функции $k(\tau)$ и частотного распределения спектральной плотности $S(\omega)$, определяемых следующими формулами:

$$k(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^\tau p(t) p(t + \tau) dt, \quad (3)$$

$$S(\omega) = 2 \int_0^\infty k(\tau) \cos \omega \tau d\tau,$$

где $\omega = 2\pi f$ — круговая частота (f — линейная частота).

Дисперсия и математическое ожидание процесса определяются по формулам:

$$D = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [p(t) - \mu]^2 dt,$$

$$\mu = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt, \quad (4)$$

$$\sigma = \sqrt{D}.$$

Среднеквадратичное отклонение σ характеризует интенсивность пульсаций (в случае гармонических колебаний она представляет собой их амплитуду).

Большинство расчетов выполнено на сетке размером $h_x \times h_y = 0,0125 \times 0,0125$ в расчетной области $0 \leq y \leq 10$, $-1 \leq x \leq l + h$, где последняя величина в зависимости от конкретной задачи могла изменяться в пределах от 2 до 20. Таким образом, число узлов в расчетной области могло достигать $1,5 \times 10^6$.

Расчеты проводились с использованием технологии параллельных вычислений CUDA на видеокарте Nvidia GeForce GTX 570 с пиковой производительностью 1400 Гфлопс и пропускной способностью памяти 162 ГБ/с.

Взаимодействие струи с цилиндрической полостью. Исследование нестационарного взаимодействия звуковой струи с цилиндрической полостью выполнено при значениях нерасчетности струи $N = 2$ и 2,64. Первое значение N соответствует переходу от структуры звуковой струи с исчезающе малым диском Маха в первой ячейке струи к структуре с диском Маха конечного размера, что подтверждается экспериментальными данными [26]. Во втором случае имеется течение с вполне развитым диском Маха; это значение N выбрано для сравнения с экспериментальными данными [33].

Расчеты проводили при значениях температурного фактора $\tau = 1$, т. е. при равенстве температур в струе и в окружающей среде, и при значении τ , соответствующем равенству температур в окружающей среде и ресивере сопла (температуре торможения струи), что более соответствует экспериментальным условиям. Однако сколько-нибудь существенно заметных отличий в рассчитанных газодинамических и частотных характеристиках течений выявлено не было. Заметим, что это является дополнительным аргументом не в пользу гипотезы об обратной связи через внешнее акустическое поле, иногда выдвигаемой для объяснения механизма возбуждения автоколебаний в резонаторе Гартмана. Более подробно для случая плоской пластины этот вопрос был рассмотрен в работах авторов настоящей статьи [20–22], где специальные численные эксперименты также продемонстрировали отсутствие такой связи.

На рис. 2, *а* для случая $N = 2$ построена зависимость от времени давления на дне цилиндрической полости глубиной $h = 5$, расположенной на расстоянии $l = 3,2$ от среза сопла, начиная от момента выхода струи из сопла $t = 0$ до $t \approx 750$. Видно, что очень быстро устанавливается квазипериодическая зависимость давления от времени; ее спектральная обработка в соответствии с формулами (3), (4) позволяет получить значение частоты $f \approx 0,375$ (рис. 2, *б*). Минимальные значения давления колеблются в интервале от 0,13 до 0,18, а максимальные — в более широком интервале от 2,1 до 2,5. При этом в выбранных единицах измерения давление на срезе сопла равно 0,714, давление в окружающей среде — 1,43. Среднее значение давления, вокруг которого колеблется зависимость $p(t)$, составляет примерно 1,2. Это значение соответствует давлению торможения за прямым скачком, который мог бы образоваться в свободной струе на расстоянии от сопла (по оси) $x \approx 1$. Ниже будет показано, что именно это и есть ближайшее к соплу положение колеблющейся ударно-волновой структуры.

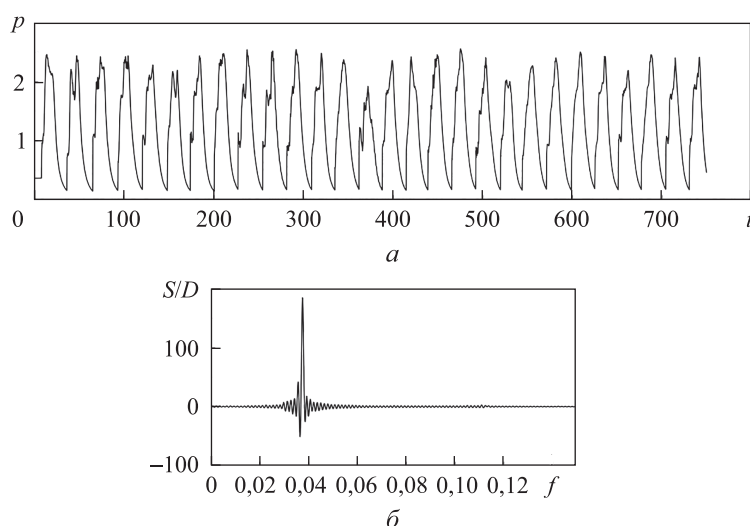


Рис. 2. Зависимость давления на дне резонатора Гартмана от времени при $N = 2$, $h = 5$, $l = 3,2$ (*а*) и спектральная плотность этого процесса (*б*)

Рассмотрим подробно один колебательный цикл, выбрав для этой цели период от $t = t_0 = 688,3$ до $t = t_0 + T = 715$, где $T = 26,7$ — период колебаний. На рис. 3, *а–г* построены поля продольной скорости u в части расчетной области (при $y \leq 3$), а также распределения по оси симметрии величин u и p . Графики построены для моментов времени $t = t_0$, $t_0 + T/4$, $t_0 + T/2$ и $t_0 + 3T/4$. При этом целесообразно сопоставить изменение параметров течения в резонаторе Гартмана с соответствующим изменением параметров в четвертьволновом резонаторе:

$$p' = p - p_0 = \sin \frac{\pi x}{2h} \cos \frac{c\pi t}{2h},$$

$$u' = \cos \frac{\pi x}{2h} \cos \frac{c\pi t}{2h},$$
(5)

где p' , u' — акустические давление и скорость, c — скорость звука в неподвижной среде, а основная собственная частота резонатора определяется соотношением $f = c/4h$.

Эти распределения соответствуют стоячей волне, причем, как видно из распределения для u' , периоды втекания газа в резонатор сменяются периодами вытекания из него.

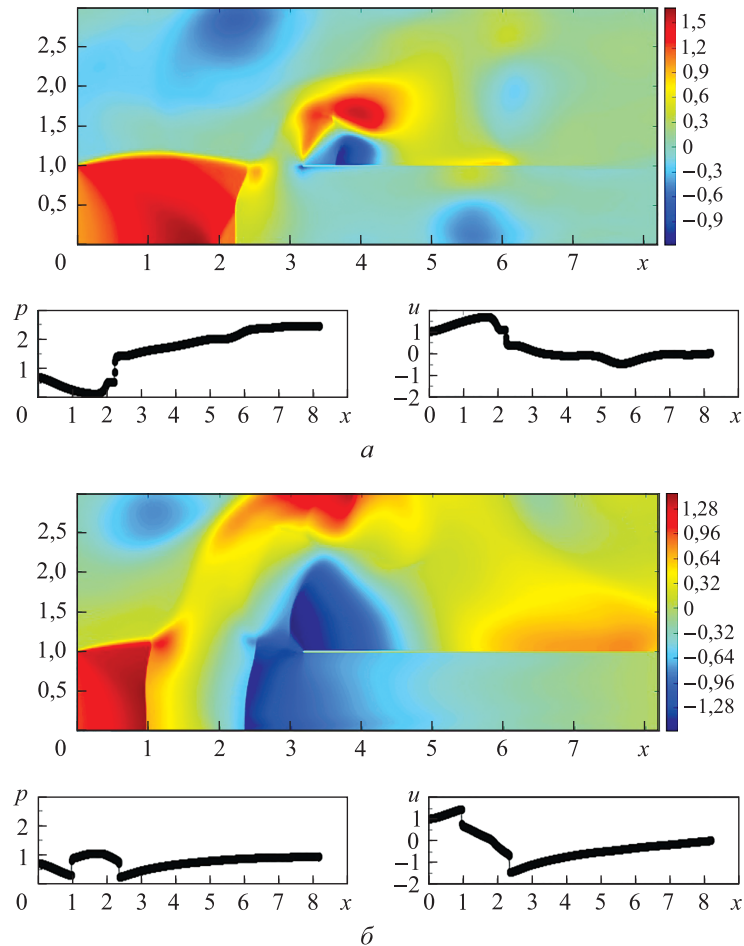


Рис. 3 (начало). Цикл колебаний в резонаторе Гартмана по результатам расчетов для $N = 2$, $h = 5$, $l = 3,2$; распределения продольной скорости u в поле течения и на оси и давления p на оси для моментов времени $t = t_0$ (а), $t_0 + T/4$ (б), $t_0 = 688,2$; $T = 26,7$ — период колебаний

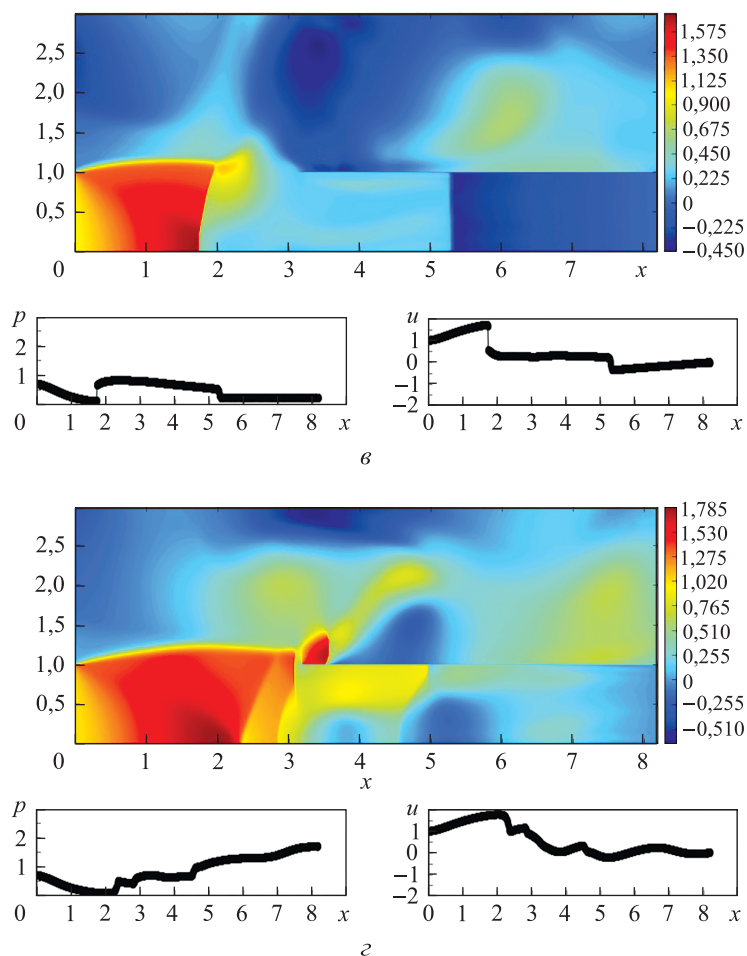


Рис. 3 (окончание). Цикл колебаний в резонаторе Гартмана по результатам расчетов для $N = 2$, $h = 5$, $l = 3,2$; распределения продольной скорости u в поле течения и на оси и давления p на оси для моментов времени $t_0 + T/2$ (а), $t_0 + 3T/4$ (б), $t_0 = 688,2$; $T = 26,7$ — период колебаний

В момент $t = t_0$ (см. рис. 3, а) давление на дне полости максимально (см. рис. 2). Профиль давления по x как на оси, так и на стенке сходен по форме с профилем (5) в стоячей волне, реализующейся в четвертьволновом резонаторе. Течения практически нет, только в малой окрестности угловой точки имеется вытекание газа. Кроме того, в средней части трубки ($5 < x < 6$ или $0,36 < (x - l)/h < 0,56$) существует циркуляционная зона малой интенсивности (местные значения числа Маха $< 0,25$), где скорость на оси направлена к выходу из трубки, а на стенке — ко дну. В этой области существует и вертикальная составляющая скорости, положительная при $x \approx 5$ и отрицательная при $x \approx 6$.

Перед входом в трубку находится скачок; его положение на оси соответствует значению $x \approx 2$, что несколько ближе к соплу, чем положение диска Маха в свободной струе ($x \approx 2,6$).

Под действием градиента давления начинаются истечение газа из трубки и одновременно процесс разрежения (падение давления), который сходен с соответствующей фазой процесса в стоячей акустической волне (5). Однако, в отличие от (5), давление уменьшается и во входном сечении трубки. При встрече вытекающего газа с встречным потоком струи на входе в трубку возникают волна сжатия, а затем ударная волна (см. рис. 3, б, соответствующий моменту $t \approx t_0 + T/4$). Образуется двухволновая структура течения, причем скачок в струе минимально отодвинут от среза сопла ($x \approx 1$). Скорость вытекания достигает максимальных значений (по абсолютной величине).

Если в первую четверть периода фаза вытекания более или менее соответствует аналогичному процессу в стоячей волне, то в следующую четверть периода течение имеет совсем иной характер и определяется действием напора потока струи. В первую очередь оно характеризуется наличием ударной волны, бегущей по трубке в направлении ее дна. Вся двухволновая структура движется в направлении от сопла. В момент времени $t \approx t_0 + T/2$ (см. рис. 3, в) внутренняя, почти прямолинейная ударная волна примерно на одну треть вошла в трубку, а внешняя несколько приблизилась к ее входу. Скорость во внешней части трубки положительна (втекание), а во внутренней отрицательна (вытекание). Направление течения изменяется непосредственно в ударной волне (уравнения Рэнкина — Гюгонио допускают такую возможность для движущихся ударных волн).

Описанная структура соударяется с дном полости при $t \approx t_0 + 0,6T$. Давление на дне начинает возрастать, а внутренняя ударная волна движется в сторону устья трубки. Значения давления в каждой из двух областей трубки, разделенных ударной волной, почти постоянны по обеим координатам. Втекание происходит по всей длине трубки — быстрое во внешней части и медленное во внутренней.

Однако к моменту времени $t \approx t_0 + 3T/4$ (см. рис. 3, г) течение в трубке становится двумерным. В средней части трубки начинает формироваться циркуляционная зона, о которой говорилось выше. Ее образование связано с тем, что в периферийную часть трубки поступает более напорный газ струи, прошедший косой скачок уплотнения у границы струи, а не прямой скачок в центральной части. К этому же моменту двухволновая структура сменяется трехволновой: левый скачок в струе сдвинут к соплу по сравнению с движением свободной струи, второй скачок расположен на входе в трубку, третий скачок — посреди трубки.

Ударная волна в трубке движется к выходу из нее, сливается с ударной волной, «сидящей» на входе, вновь образуя двухволновую

структуру, а затем, к моменту времени $t \approx t_0 + T$, сливается и с ударной волной в струе, так что течение вновь характеризуется наличием лишь одной ударной волны.

Диаграмма движения ударно-волновой структуры на оси симметрии в рассматриваемом случае изображена для двух периодов колебаний на рис. 4 (в плоскости x, t). Две вертикальные линии на этом графике представляют положение диска Маха в невозмущенной струе, для которой $N = 2$ ($x = 2,65$), и координату входного сечения резонатора ($x = 3,2$).

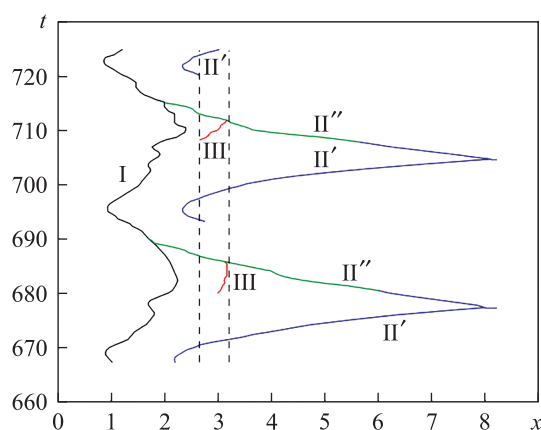


Рис. 4. Ударно-волновая диаграмма для двух периодов автоколебаний в резонаторе Гартмана при $N = 2, h = 5, l = 3,2$; I, II', II'', III — ударные волны

По этой диаграмме можно проследить появление и исчезновение одно-, двух- и трехволновой структур в потоке. Оказывается невозможным рассуждать об отдельном существовании внутренней (в резонаторе) и внешней (в струе) ударных волн: видно, как в некоторые моменты времени внутренняя ударная волна II'' выходит из трубки и сливается с внешней ударной волной I. В то же время на входе в трубку формируется волна сжатия, переходящая в новую внутреннюю ударную волну II'. Реальная волновая структура в резонаторе Гартмана оказывается значительно более сложной, чем гипотетическая структура, предложенная из общих соображений в работах [14, 15].

Заметим, что в рассмотренном случае звуковой струи внешняя ударная волна I остается за пределами трубки. Расчеты, проведенные для случая существенно сверхзвуковых струй [23, 24], показывают, что внешняя волна может в ходе движения значительно углубляться в полость резонатора.

Описанная выше картина течения характерна для всего исследованного диапазона геометрических параметров l и h , т. е. расстояний

между соплом и резонатором и глубин полости, хотя отдельные различия могут наблюдаться. Важно отметить, что частота пульсаций практически не зависит от расстояния l . Это замечание иллюстрирует рис. 5, на котором построена зависимость частоты (числа Струхалия) пульсаций давления на дне резонатора от l при $N = 2,64$. Число Струхалия определено по диаметру D сопла и скорости c_0 звука заторможенного газа, так что для рассматриваемых звуковых струй

$$\text{Sh} = 2 \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1}} f, \quad (6)$$

где f — частота в единицах измерения, принятых в работе.

Автоколебания в этом случае наблюдаются в диапазоне $3 \leq l \leq 6,6$. На рис. 5 приведены также экспериментальные данные о частоте пульсаций, полученные в работе [33]; имеется хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных, хотя в эксперименте пульсации продолжают в несколько большем диапазоне расстояний от сопла, вплоть до значения $l \approx 8,2$.

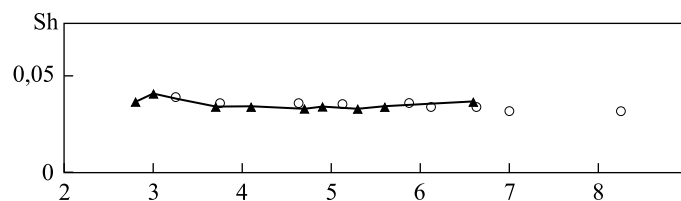


Рис. 5. Зависимость числа Струхалия пульсаций давления на дне резонатора Гартмана от расстояния l между соплом и входом в резонатор при $N = 2,64$ по результатам расчетов (точки 1 — \blacktriangle — \blacktriangle) и эксперимента [33] (точки 2 — \circ — \circ)

Тот факт, что описанный выше процесс автоколебаний в резонаторе Гартмана до известной степени сходен с собственными колебаниями в четвертьволновом резонаторе, хотя и подчиняется более сложным закономерностям, чем уравнения (5), дает основание предположить, что и основная частота этого процесса может быть близка к фундаментальной собственной частоте четвертьволнового резонатора, определяемой простой формулой

$$\text{Sh} = \frac{D}{4h}. \quad (7)$$

Зависимость числа Струхалия автоколебаний в резонаторе Гартмана от его глубины h построена на рис. 6 по результатам расчетов для $N = 2$ и $2,64$ (кривая 2). На этом же рисунке приведены экспериментальные данные, полученные в работах [4, 33–37] при различных

значениях указанных выше определяющих параметров (разбросы данных о значениях N и l , приведенные в одной и той же работе при одном и том же значении h , указаны на графике вертикальными прямолинейными отрезками). Параметры N и l слабо влияют на значения частоты при достаточно большой глубине резонатора $h > 2$, которая в этом случае определяется процессом наполнения / опорожнения полости, а не свойствами набегающего на полость потока. Напротив, при малых значениях h эти свойства начинают играть главную роль, особенно в предельном случае $h = 0$ (цилиндр с плоским торцом, поставленным навстречу потоку), когда процесс автоколебаний определяется дисбалансом между напорами газа, проходящего через центральную и периферийную части отошедшей ударной волны перед преградой. Очевидно, что при $0 \leq l \leq 2$ кривые $Sh(h)$, соответствующие различным значениям l , расслаиваются.

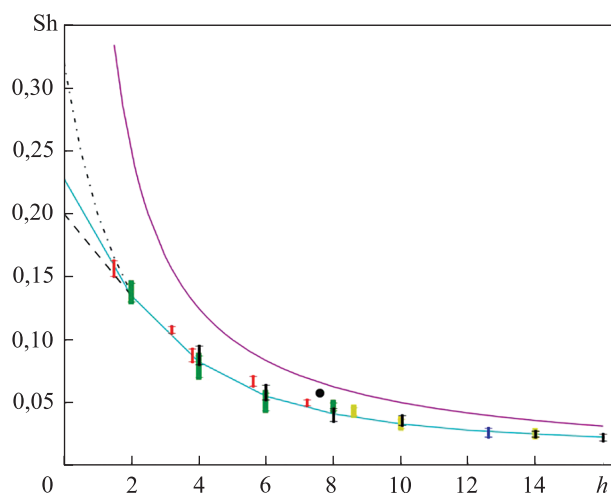


Рис. 6. Зависимость числа Струхали автоколебаний от глубины резонатора:

1 — четвертьволновой резонатор; 2–4 — расчеты для резонатора Гартмана (2 — $N = 2$ и 2,64, $l = 0-7$; 3 — $N = 2$, $l = 3,2$; 4 — $N = 2$, $l = 2,7$); 5–10 — эксперименты при различных значениях N и l (5 — [4], 6 — [36], 7 — [37], 8 — [35], 9 — [33], 10 — [34]) (— 1; — 2; - - 3; ··· 4; — 5; — 6; — 7; — 8; — 9; • — 10)

Экспериментальные данные, приведенные на рис. 6, хорошо согласуются с результатами расчетов; отмеченные выше разбросы этих данных о значениях N и l также невелики. Довольно заметное отклонение эксперимента от расчета приходится на работу [34] (точка 10 на рис. 6). Однако описанный в этой работе эксперимент проведен с использованием резонатора квадратного сечения со стороной $1,25D$; другие работы (как и представленные в данной статье) выпол-

нены с цилиндрическим резонатором, диаметр которого равен диаметру сопла.

Таким образом, для достаточно глубокого резонатора Гартмана можно сделать вывод о наличии универсальной зависимости его основной частоты от глубины. Более того, для частоты резонатора, помещенного в чисто сверхзвуковую перерасширенную струю с числом Маха $M = 3,2$ и $N = 0,7$, полученные в работе [23] результаты также укладываются на кривую 2. Таким образом, можно говорить об универсальности полученной зависимости не только по положению резонатора относительно источника струи и нерасчетности последней, но и по ее числу Маха, а также, о чем уже говорилось выше, ее температуре. Следует заметить, что начиная со значения $h \approx 4$ кривая 2 описывает обратно пропорциональную зависимость (более подробно об этом см. в [22]).

Наконец, на рис. 6 приведена зависимость частоты от глубины четвертьволнового резонатора согласно уравнению (7) — кривая 1. Качественно она имеет тот же вид, что и кривая 2, т. е. представляет собой обратно пропорциональную зависимость. Различие между частотами четвертьволнового резонатора и резонатора Гартмана уменьшается с увеличением глубины, составляя около 30 % при $h = 4$ и 20 % при $h = 2$.

Как было отмечено выше, интерес представляют процессы, протекающие не только внутри резонатора, но и во внешнем акустическом поле колеблющейся струи. Здесь ограничимся случаем ближнего поля струи (на расстоянии $y = 3$ от оси), так как для описания акустических давления и скорости в дальнем поле вследствие их быстрого убывания потребовалось бы привлечение более тонких методов исследования.

На рис. 7 построены реализации давления и их спектральные характеристики в сечениях $x = 0$ (выходное сечение сопла, *a*) и $3l/4 = 2,4$ (*b*) при $N = 2$, $l = 3,2$, $h = 5$ (ср. с рис. 2, на котором аналогичные величины приведены для дна трубки). Колебания давления в этих двух случаях отличаются значительно меньшей регулярностью, чем внутри резонатора, но одна и та же основная частота ($f \approx 0,37$) присутствует во всех спектрах пульсаций. При этом спектры пульсаций давления во внешнем поле содержат также гармоники основной частоты, причем для удаленного от сопла сечения преобладают пульсации именно на гармонике основной частоты и хорошо выделяются вторая и даже третья гармоники. Напротив, для сечения, совпадающего со срезом сопла, заметно усиление пульсаций на частотах, близких к половине основной частоты. Размах колебаний на указанной высоте ($y = 3$) составляет от 0,85 до 1,1 атм при $x = 0$ (при том что для отдельных пиков этот размах составляет от 0,75 до 1,25 атм) и от 0,4 до 1,4 атм при $x = 3l/4 = 2,4$.

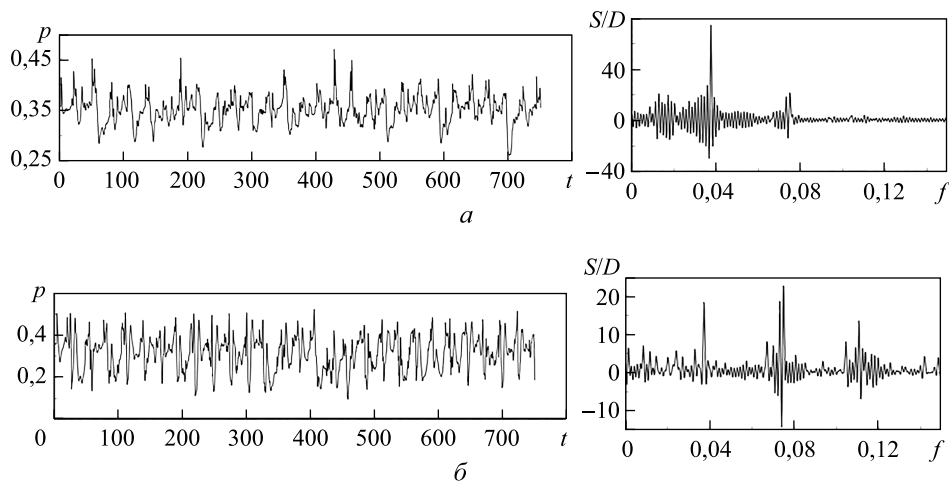


Рис. 7. Пульсации давления (зависимость от времени и спектральная плотность) в ближнем акустическом поле струи, натекающей на резонатор Гартмана, при $N = 2$, $h = 5$, $l = 3,2$ в точках $y = 3$, $x = 0$ (а) и $y = 3$, $x = 3l/4 = 2,4$ (б)

Влияние геометрии кромки резонатора на его акустические характеристики. Описанные выше расчеты выполнены для тонкостенного резонатора. В реальности стенка полости резонатора всегда имеет конечную толщину, а форма его кромки может быть различной. Наиболее подробное экспериментальное исследование влияния геометрии кромки резонатора на его акустические характеристики проведено в работе [33] (в ней же показано, что это влияние практически отсутствует). Было получено, что при определенных размерах и формах кромок, а также определенных расстояниях между соплом и резонатором происходит перескок с низкочастотного режима автоколебаний, описанного выше, к высокочастотной, с частотой примерно на порядок выше, моде. Два режима различаются не только частотой, но и всем характером течения. Если в низкочастотном режиме имеются значительные осцилляции всей картины течения и ударно-волновой структуры, то в высокочастотном режиме существует лишь ударная волна перед преградой, положение которой практически не изменяется.

Существование двух различных режимов автоколебательного процесса в резонаторе Гартмана впервые было обнаружено в работе [34]. В этой работе полость резонатора была заделана в круговой экран диаметром $33D$ (D — сторона квадратной полости). Переключение с низкочастотной моды на высокочастотную происходило при увеличении нерасчетности струи N , когда она принимала значение, примерно равное трем, а длина первой ячейки струи становилась примерно равной расстоянию между соплом и резонатором. В этой работе два указанных режима получили названия *regurgitant* (истор-

гающийся) и *screech* (пронзительный), с тех пор повсеместно используемые в англоязычной литературе. Переход от одного режима к другому зафиксирован в экспериментах и расчетах [35]. Наряду с указанными двумя основными модами иногда различают и некоторые промежуточные режимы [36].

Влияние установки кромки конечной ширины на полость резонатора Гартмана в настоящей работе исследовано для случая $N = 2,64$ с целью сравнить результаты с экспериментальными данными [33]. При расстояниях трубки от сопла $l < 3$ автоколебания не реализуются ни в каком случае (в согласии с данными [33]). При $l \geq 3$ для трубки с острой кромкой имеют место низкочастотные колебания с частотой $f \approx 0,02$ (см. выше). При установке на трубку кромки шириной $th = 0,5, 1,0$ и $1,5$ (см. рис. 1, $th = EF$) пульсации остаются теми же, что и при отсутствии кромок, т. е. низкочастотными с той же частотой $f \approx 0,02$ и примерно той же амплитудой.

При установке кромки шириной $th = 2,0$ характер пульсаций изменяется. Сначала следует пять–семь низкочастотных ($f \approx 0,02$), но затухающих колебаний, а затем устанавливаются высокочастотные колебания с частотой $f \approx 0,15$ (рис. 8, *a*). Амплитуда этих колебаний значительно ниже, чем высокочастотных. В спектре наблюдаются небольшая гармоника при $f \approx 0,30$ и даже едва заметная, но все же различимая вторая гармоника.

При увеличении ширины кромки ($th = 3$ и 4) заметных изменений по сравнению со случаем $th = 2$ не происходит: сохраняется основная частота $f \approx 0,15$, амплитуда также не изменяется.

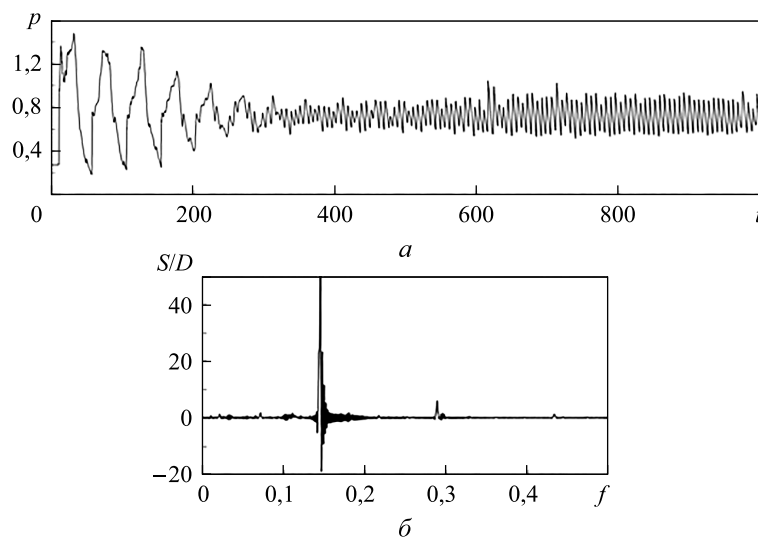


Рис. 8. Высокочастотные пульсации давления (зависимость от времени (*a*) и спектральная плотность (*б*)) на дне резонатора Гартмана со стенкой толщиной $th = 2,0$ при $N = 2, h = 5, l = 3,2$

В экспериментах [33] были рассмотрены кромки с нулевой и ненулевыми толщинами. В последнем случае происходит переключение с низкочастотной моды на высокочастотную при «критическом» положении трубки $l = 3$, как и в настоящих расчетах, хотя при значительно меньшей ширине кромки, чем в расчетах. При этом частоты низкочастотных и высокочастотных колебаний в экспериментах и расчетах очень хорошо согласуются (соответственно $Sh = 0,034$ и $0,268$ в экспериментах и $Sh = 0,037$ и $0,274$ в расчетах).

При движении трубки с кромкой шириной $th = 2$ вниз по потоку струи от положения $l = 3$ никаких пульсаций, кроме низкочастотных, сначала не наблюдается ($l = 3,5$ и 4). При дальнейшем увеличении расстояния l картина изменяется. В спектре пульсаций начинают преобладать гармоника $f \approx 0,04$ и особенно вторая гармоника $f \approx 0,06$ низкочастотных колебаний, причем их амплитуда ослабевает по сравнению с базовой частотой $f \approx 0,02$. О существовании подобной моды автоколебаний в выполненных ранее экспериментальных исследованиях не сообщалось.

Ударно-волновой нагрев газа в резонаторе Гартмана. Обнаруженный еще в работе [7] эффект нагрева газа при автоколебательном взаимодействии струи газа с резонатором впоследствии был неоднократно подтвержден в экспериментальных исследованиях. Разрабатывались различные схемы использования этого эффекта, например для воспламенения топливных смесей.

Возникновение этого феномена будет рассмотрено на примере все той же струи с $N = 2$, ударяющей в резонатор глубиной $h = 5$, при расположении входа на расстоянии $l = 3,2$ от среза сопла.

Объяснение эффекта состоит в том, что в точке торможения на дне резонатора энтропия, согласно уравнениям газовой динамики, должна быть постоянна, но может измениться (увеличиться), если в эту точку придет ударная волна. Зависимость энтропии от времени для рассматриваемого случая представлена на рис. 9, а. Периодически дно полости подвергается воздействию ударной волны (см. рис. 4), что сопровождается возрастанием энтропии. Давление при этом в целом не растет (в том смысле, что амплитуда колебаний давления остается практически постоянной). Это приводит к увеличению амплитуды пульсаций температуры на дне полости (рис. 9, б), причем увеличивается и среднее значение температуры. Следует отметить крайне быстрое повышение температуры. Так, на рис. 9, б видно, что четырехкратное увеличение максимальной температуры происходит за безразмерное время $t \approx 500$. Переходя к размерным единицам и считая скорость звука на выходе из сопла равной 310 м/с, что соответствует звуковой скорости истечения и скорости звука в условиях торможения порядка 340 м/с, получим, что упомянутое выше увеличение температуры (от 300 до 1200 К) может быть достигнуто всего за $0,016R$ с, где R — радиус выходного сечения сопла, см.

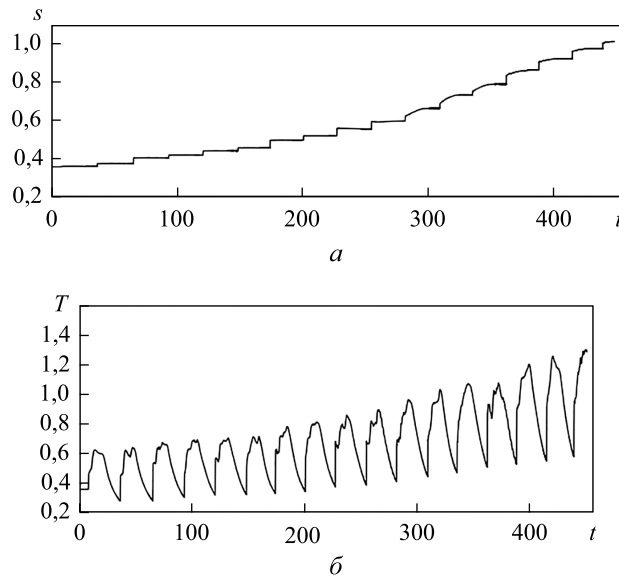


Рис. 9. Зависимость от времени энтропии (а) и температуры (б) на дне резонатора Гартмана при $N = 2$, $h = 5$, $l = 3,2$

Заметим, что возрастание энтропии и температуры на дне резонатора со временем замедляется. Механизм этого замедления на простой одномерной модели был рассмотрен в [38].

Заключение. Дан краткий обзор исследований аэроакустического эффекта Гартмана со времени его открытия. Описаны численные исследования авторов настоящей статьи, касающиеся указанного эффекта в случае соударения недорасширенной струи, которая вытекает из звукового сопла, с цилиндрическим резонатором. Сравнение с экспериментальными данными показывает, что результаты численных исследований и измерений в целом хорошо согласуются.

Описана нестационарная ударно-волновая структура течения внутри и вне резонатора, характерная для автоколебательного режима взаимодействия струи с преградой. На основании обработки полученных результатов, а также расчетных и экспериментальных исследований других авторов получена универсальная зависимость частоты (числа Струхалия) автоколебаний в резонаторе от его глубины, близкая к соответствующей зависимости для четвертьволнового резонатора.

В расчетах соударения струи с полостями, имеющими кромки различной ширины, воспроизведен эффект переключения с низкочастотной моды автоколебаний на высокочастотную. Также промоделирован эффект быстрого ударно-волнового нагрева газа в резонаторе.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Mach E., Salcher P. Optische Untersuchung der Luftstrahlen. *Sitzungsberichte der kais. Akad. Wiss., math.-naturw. Classe*, 1889, Bd. XCVIII, Abth. II, S. 1303–1309.
- [2] Mach L. Optische Untersuchung der Luftstrahlen. *Sitzungsberichte der kais. Akad. Wiss., math.-naturw. Classe*, 1897, Bd. CVI, Abth. II, S. 1025–1074.
- [3] Prandtl L. Über die stationären Wellen in einem Gasstrahl. *Phys. Zeit.*, 1904, Bd. 5 (19), S. 599–602.
- [4] Sarpotdar S., Raman G., Cain A.B. Powered Resonance Tubes: Resonance Characteristics and Actuation Signal Directivity. *Exp. Fluids*, 2005, vol. 39 (6), pp. 1084–1095.
- [5] Hartmann J. Om en ny method til frembringelse af lydvinginger. *Dan. Mat. Fys. Medd.*, 1919, vol. 1 (13), pp. 1–39.
- [6] Hartmann J. A New Method for the Generation of Sound Waves. *Phys. Rev.*, 1922, vol. 20 (6), pp. 719–727.
- [7] Sprenger H. Über thermische Effekte in Resonanzröhren. *Mitteilungen aus dem Institut für Aerodynamik*. Zürich, 1954, Nr. 21, S. 18–35.
- [8] Raman G., Srinivasan K. The Powered Resonance Tube: From Hartmann's Discovery to Current Active Flow Control Applications. *Progr. Aerospace Sci.*, 2009, vol. 45 (4), pp. 97–123.
- [9] Kastner J., Samimy M. Development and Characterization of Hartmann Tube Fluidic Actuators for High-Speed Flow Control. *AIAA J.*, 2012, vol. 40 (10), pp. 1926–1934.
- [10] Cirnu C., Stefan A., Balan G. Sonomicrobiology of Raw Water at the Treatment by Air-Jet Generators. *J. Engineering Studies Research*, 2012, vol. 18 (2), pp. 31–38.
- [11] Bouch D.J., Cutler A.D. Investigation of a Hartmann — Sprenger Tube for Passive Heating of Scramjet Injectant Gases. *AIAA*, 2003, p. 1275.
- [12] Арефьев К.Ю., Воронецкий А.В., Ильченко М.А. Исследование динамических характеристик резонансной газодинамической системы воспламенения топливной смеси. *Физика горения и взрыва*, 2013, № 6, с. 41–46.
- [13] Narayan S., Bholanath B., Sundararajan T., Srinivasan K. Acoustic Heating Effects in Hartmann Whistle. *Intern. J. Aeroacoustics*, 2013, vol. 121 (5–6), pp. 557–578.
- [14] Brocher E., Maresca C., Bournay M. Fluid Dynamics of the Resonant Tube. *J. Fluid Mech.*, 1970, vol. 43 (2), pp. 369–384.
- [15] Brocher E., Maresca C. Échange de masse dans un tube de Hartmann — Sprenger. *J. Mécanique*, 1973, vol. 12 (3), pp. 355–374.
- [16] Mørch K.A. A Theory of the Mode of Operation of the Hartmann Air Jet Generation. *J. Fluid Mech.*, 1964, vol. 20 (1), pp. 141–159.
- [17] Kawahashi M., Suzuki M. Generative Mechanism of Air Column Oscillation in a Hartmann — Sprenger Tube Excited by an Air Issuing from a Convergent Nozzle. *Z. Angew. Math. Phys.*, 1979, vol. 30(5), pp. 797–810.
- [18] Набережнова Г.В. Расчет нестационарного взаимодействия сверхзвуковой струи с плоской преградой методом крупных частиц. *Труды ЦАГИ*, 1978, вып. 1899, с. 31–42.
- [19] Набережнова Г.В., Нестеров Ю.Н. Неустойчивое взаимодействие сверхзвуковой недорасширенной струи с цилиндрической полостью. *Ученые записки ЦАГИ*, 1983, т. 14, № 5, с. 58–64.

- [20] Бочарова О.В., Лебедев М.Г. Моделирование нестационарного взаимодействия звуковой струи с преградой. *Матем. моделирование*, 2007, т. 19, № 8, с. 31–36.
- [21] Lebedev M.G., Bocharova O.V. Self-Oscillatory Regimes of the Sonic Jet/Flat Plate Interaction: Theoretical Predictions vs. Experimental Data. *West-East High Speed Flow Field Conf. 19–22 Nov. 2007, Moscow, Russia*. Москва, ЦАГИ, 2007, с. 190–191.
- [22] Бочарова О.В. Моделирование автоколебательного взаимодействия звуковой недорасширенной струи с преградой. *Ученые записки ЦАГИ*, 2010, т. 16, № 2, с. 59–64.
- [23] Бочарова О.В., Лебедев М.Г. Автоколебательные режимы взаимодействия сверхзвуковых перерасширенных струй с преградами. *Хим. физика*, 2011, т. 30, № 7, с. 40–47.
- [24] Бочарова О.В. Моделирование процесса автоколебаний в сверхзвуковой струе, истекающей на трубку Гартмана. *Матем. моделирование*, 2013, т. 25, № 9, с. 75–84.
- [25] Крайко А.Н., Пьянков К.С. Течения идеального газа с отрывными зонами и нестационарными контактными разрывами сложной формы. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2006, № 5, с. 41–54.
- [26] Love E.S., Grisby C.E., Lee L.P., Woodling M.J. Experimental and Theoretical Studies of Axisymmetric Free Jets. *NASA Techn. Rep., R-6*, 1959.
- [27] Henderson B., Bridges J., Wernet M. An Experimental Study of the Oscillatory Flow Structure of Tone-Producing Supersonic Impinging Jets. *J. Fluid Mech.*, 2005, vol. 342, pp. 115–117.
- [28] Исаев С.А., Липницкий Ю.М., Баранов П.А., Панасенко А.В., Усачов А.Е. Моделирование турбулентной сверхзвуковой недорасширенной струи, истекающей в затопленное пространство, с помощью модели переноса сдвиговых напряжений. *Инж.-физ. журнал*, 2012, т. 85, № 6, с. 1253–1267.
- [29] Бочарова О.В., Лебедев М.Г. Тестирование метода Годунова первого порядка на некоторых модельных и практических задачах. *Прикладная математика и информатика*, 2016, № 51, с. 24–44.
- [30] Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. Москва, Наука, 1976, 400 с.
- [31] Лебедев М.Г., Ситник В.В. К расчету течений сжимаемого газа с бесконечными градиентами скорости и давления. *Прикладная математика и информатика*, 2005, № 20, с. 40–57.
- [32] Бендат Дж., Пирсол А. *Измерение и анализ случайных процессов*. Москва, Мир, 1974, 540 с.
- [33] Sobieraj G.B., Szumowski A.P. Experimental Investigation of an Underexpanded Jet from a Convergent Nozzle Impinging on a Cavity. *J. Sound Vibration*, 1991, vol. 149 (3), pp. 375–396.
- [34] Sarohia V., Back L.H. Experimental Investigation of Flow and Heating in a Resonance Tube. *J. Fluid Mech.*, 1979, vol. 94, pp. 649–672.
- [35] Murugappan S., Gutmark E. Parametric Study of the Hartmann — Sprenger Tube. *Exp. Fluids*, 2005, vol. 38 (6), pp. 813–823.
- [36] Vinoth B.R., Throvagunta P., Rathakrishnan E. Effect of Tube Lip Thickness on the Performance of Hartmann — Sprenger Tubes. *Proc. Inst. Mech. Eng., Part G, J. Aerospace Engineering*, 2011, vol. 226 (1), pp. 74–87.
- [37] Narayanan S., Bhave P., Srinivasan K., Ramamurthi K., Sundararajan T. Spectra and Directivity of a Hartmann Whistle. *J. Sound Vibration*, 2009, vol. 321 (3), pp. 875–892.

- [38] Думнов Г.Е., Теленин Г.Ф. Колебания газа в трубах под воздействием периодически меняющегося давления. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1978, № 3, с. 177–180.

Статья поступила в редакцию 30.03.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бочарова О.В., Лебедев М.Г. Аэроакустический эффект Гартмана: сто лет исследований и текущее состояние вопроса. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 9. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-9-1803>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XLII Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства, Москва, 23–26 января 2018 г.

Бочарова Ольга Витальевна — младший научный сотрудник факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. e-mail: lheat@cs.msu.ru; bocharova.olga@gmail.com

Лебедев Михаил Глебович — д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник, зав. лабораторией моделирования процессов тепломассопереноса факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. e-mail: lheat@cs.msu.ru; csilag.terem@gmail.com

The aero-acoustic Hartmann effect: hundred years of research and the current state of the matter

© O.V. Bocharova, M.G. Lebedev

Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russia

At the beginning of the last century (1916–1919) Yul. Hartmann discovered an aero-acoustic effect, later named after him. This effect consists in the fact that when a hollow tube is placed in a supersonic jet flowing into the atmosphere at excess or insufficient pressure, the interaction of the jet stream with the obstacle can occur in a nonstationary (self-oscillating) mode and be accompanied by powerful acoustic radiation into the environment. During the last century various researchers repeatedly studied this effect using numerical methods among others, and it has been studying until now. The reason for such interest in this phenomenon is its numerous technical applications. From a purely scientific point of view, the problem is interesting because it is determined by a large number of parameters (at least 10), and not all domains of this multidimensional space of determining parameters have been studied.

This article describes a broad parametric study of the problem in question carried out with the aim of obtaining sufficiently general laws governing the phenomenon under study. Numerical calculations were performed in the formulation of the inviscid gas model (the Euler equation) by the Godunov method. The calculation results were compared with the results of experiments obtained by many authors. As a rule, there was good agreement of the data. The physical picture of the phenomenon is analyzed based on the results of calculations of more than 200 variants. Some areas of the mentioned space of determining parameters not having been previously studied either in physical or in numerical experiments are touched upon. A conclusion is drawn about the various mechanisms of self-oscillation excitation for shallow and deep cavities. The processing of the results for deep cavities (experimental and numerical results obtained by the author and other researches,) allowed making conclusion that there is a universal (with an accuracy of about 10%) dependence of the dimensionless vibration frequency (the Strouhal number) on the depth of the cavity. The experimental result that the switching from the low-frequency oscillation mode to the high-frequency mode occurs when the thickness of the resonator walls changes is confirmed. The process of aerothermoacoustic heating in a Hartmann resonator is considered.

Keywords: *aero-acoustics, Hartmann resonator, self-oscillations, impact jets, numerical simulation, Godunov method*

REFERENCES

- [1] Mach E., Salcher P. Optische Untersuchung der Luftstrahlen. Sitzungberichte der kais. Akad. Wiss., math.-naturw. Classe, 1889, Bd. XCVIII, Abth. II, S. 1303–1309.
- [2] Mach L. Optische Untersuchung der Luftstrahlen. Sitzungberichte der kais. Akad. Wiss., math.-naturw. Classe, 1897, Bd. CVI, Abth. II, S. 1025–1074.
- [3] Prandtl L. *Physikaische Zeitschrift*, 1904, Bd. 5 (19), S. 599–602.
- [4] Sarpotdar S., Raman G., Cain A.B. *Experiments in Fluids*, 2005, vol. 39, no. 6, pp. 1084–1095. DOI:10.1007/s00348-005-0041-5
- [5] Hartmann J. *Mathematisk-fysiske meddelelser*, 1919, Bd. 1, Nr. 13, S. 1–39.
- [6] Hartmann J. *The Physical Review*, 1922, vol. 20, no. 6, pp. 719–727.
- [7] Sprenger H. *Mitteilungen aus dem Institut für Aerodynamik*. Zürich, 1954, Nr. 21, S. 18–35.

- [8] Raman G., Srinivasan K. *Progress in Aerospace Sciences*, 2009, vol. 45, no. 4, pp. 97–123.
- [9] Kastner J., Samimy M. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 2012, vol. 40, no. 10, pp. 1926–1934.
- [10] Cirnu C., Stefan A., Balan G. *Journal of Engineering Studies and Research*, 2012, vol. 18, no. 2, pp. 31–38.
- [11] Bouch D.J., Cutler A.D. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal AIAA-2003-1275*, 2003, p. 1275.
- [12] Arefyev K.Yu., Voronetsky A.V., Ilchenko M.A. *Fizika goreniya i vzryva — Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2013, no. 6, pp. 41–46.
- [13] Narayan S., Bholanath B., Sundararajan T., Srinivasan K. *Journal of Aeroacoustics*, 2013, vol. 121, no. 5–6, pp. 557–578.
- [14] Brocher E., Maresca C., Bournay M. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, vol. 43, no. 2, pp. 369–384.
- [15] Brocher E., Maresca C. *Journal de mécanique*, 1973, vol. 12, no. 3, pp. 355–374.
- [16] Mørch K.A. *Journal of Fluid Mechanics*, 1964, vol. 20, no. 1, pp. 141–159.
- [17] Kawahashi M., Suzuki M. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 1979, Bd. 30, Nr. 5, S. 797–810.
- [18] Naberezhnova G.V. *Trudy TsAGI — Proceedings of Central Aerohydrodynamic Institute*, 1978, no. 1899, pp. 31–42.
- [19] Naberezhnova G.V., Nesterov Yu.N. *Uchenye zapiski TsAGI — TsAGI Science Journal*, 1983, vol. 14, no. 5, pp. 58–64.
- [20] Bocharova O.V., Lebedev M.G. *Matematicheskoe modelirovanie — Mathematical Models and Computer Simulations*, 2007, vol. 19, no. 8, pp. 31–36.
- [21] Lebedev M.G., Bocharova O.V. Self-Oscillatory Regimes of the Sonic Jet/Flat Plate Interaction: Theoretical Predictions vs. Experimental Data. *West-East High Speed Flow Field Conference, 19–22 noyabrya 2007, Moscow, Russia*. Moscow, TsAGI Publ., 2007, pp. 190–191.
- [22] Bocharova O.V. *Uchenye zapiski TsAGI — TsAGI Science Journal*, 2010, vol. 16, no. 2, pp. 59–64.
- [23] Bocharova O.V., Lebedev M.G. *Khimicheskaya fizika — Russian Journal of Physical Chemistry B*, 2011, vol. 30, no. 7, pp. 40–47.
- [24] Bocharova O.V. *Matematicheskoe modelirovanie — Mathematical Models and Computer Simulations*, 2013, vol. 25, no. 9, pp. 75–84.
- [25] Kraiko A.N., Pyankov K.S. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza — Fluid Dynamics*, 2006, no. 5, pp. 41–54.
- [26] Love E.S., Grisby C.E., Lee L.P., Woodling M.J. Experimental and Theoretical Studies of Axisymmetric Free Jets. *NASA Technical Report, R-6*, 1959.
- [27] Henderson B., Bridges J., Wernet M. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, vol. 342, pp. 115–117.
- [28] Isaev S.A., Lipnitsky Yu.M., Baranov P.A., Panasenko A.V., Usachov A.E. *Inzhenerno-Fizicheskiy Zhurnal — Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2012, vol. 85, no. 6, pp. 1253–1267.
- [29] Bocharova O.V., Lebedev M.G. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, no. 51, pp. 24–44.
- [30] Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Kraiko A.N., Prokopov G.P. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solving multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 400 p.
- [31] Lebedev M.G., Sitnik V.V. *Prikladnaya matematika i informatika — Journal of Applied Mathematics and Informatics*, 2005, no. 20, pp. 40–57.

- [32] Bendat J.S., Piersol A.G. *Measurement and Analysis of Random Data*. New York, Wiley Publ., 1966 [In Russ.: Bendat J.S., Piersol A.G. *Izmerenie i analiz sluchaynykh protsessov*. Moscow, Mir Publ., 1974, 540 p.].
- [33] Sobieraj G.B., Szumowski A.P. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, vol. 149, no. 3, pp. 375–396.
- [34] Sarohia V., Back L.H. *Journal of Fluid Mechanics*, 1979, vol. 94, pp. 649–672.
- [35] Murugappan S., Gutmark E. *Experiments in Fluids*, 2005, vol. 38, no. 6, pp. 813–823. DOI: 10.1007/s00348-005-0977-5
- [36] Vinoth B.R., Throavagunta P., Rathakrishnan E. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2011, vol. 226, no. 1, pp. 74–87.
- [37] Narayanan S., Bhave P., Srinivasan K., Ramamurthi K., Sundararajan T. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, vol. 321, no. 3, pp. 875–892.
- [38] Dumnov G.E., Telenin G.F. *Mekhanika zhidkosti i gaza — Fluid Dynamics*, 1978, no. 3, pp. 177–180.

Bocharova O.V., Research Assistant, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University.
e-mail: lheat@cs.msu.ru; bocharova.olga@gmail.com

Lebedev M.G., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Chief Research Fellow, Head of the laboratory of Modeling Heat and Mass Transfer Processes, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University.
e-mail: lheat@cs.msu.ru; csilag.terem@gmail.com