

Управляемая динамика квадрокоптера с поворотными роторами

© М.Ю. Шавин

Лаборатория перспективных систем управления,
Московский физико-технический институт (государственный университет),
г. Долгопрудный, Московская обл., 141700, Россия

Исследована управляемая динамика беспилотного летательного аппарата с четырьмя поворотными роторами. От классической конструкции квадрокоптера рассматриваемая конструкция отличается дополнительными сервоприводами, которые могут изменять относительно корпуса направление осей роторов с пропеллерами. Построена модель динамики аппарата, состоящего из корпуса и четырех поворотных роторов. Движение центра масс этой системы определяется силами гравитации, аэродинамического сопротивления и тягой винтов. При описании вращательного движения учитываются аэродинамические моменты, действующие на пропеллеры, моменты со стороны приводов аппарата, которые вращают роторы и изменяют их направление, и моменты сил, возникающие вследствие тяги пропеллеров и действующие на корпус аппарата. Кинематика представлена в кватернионном описании. Синтезирован контур управления беспилотным летательным аппаратом, позволяющий независимо управлять ориентацией и положением квадрокоптера при наличии ограничений на управляющие воздействия. Для моделирования управляемой динамики аппарата использована среда MATLAB Simulink. Обратные связи в контуре управления реализованы посредством модели датчиков и расширенного фильтра Калмана. Работоспособность построенной модели проиллюстрирована с помощью численных экспериментов. Определена минимальная тяговооруженность аппарата, необходимая для совершения рассматриваемых маневров.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, динамика и управление, поворотные роторы, маневренность

Введение. Задачи построения системы управления квадрокоптерами привлекают внимание исследователей, поскольку позволяют применять и отрабатывать широкий спектр подходов к их решению (от традиционных PID-регуляторов [1–3] до нейросетей и алгоритмов deep-learning [4]). Кроме того, эти задачи актуальны вследствие востребованности подобных беспилотных летательных аппаратов (БЛА) в самых разных областях человеческой деятельности [5–7].

Алгоритмы управления стандартными квадрокоптерами [1–4], при различных способах достижения результата, основаны на одной идее: горизонтальная тяга, которая приводит к смене направления полета, может быть получена только при наклоне корпуса аппарата. Очевидный недостаток такого управления состоит в том, что даже в условиях прямолинейного движения аппарату при наклоне корпуса приходится преодолевать большее аэродинамическое сопротивление,

чем при горизонтальном расположении корпуса, а значит, увеличивать тягу. Этого можно избежать, изначально расположив винты под углом к корпусу, однако тогда аппарат сможет перемещаться без наклона корпуса лишь в одном направлении. Таким образом, следует ожидать, что при одинаковой потребляемой мощности аппарат с поворотными винтами сможет развивать большую скорость.

Еще одной особенностью контуров управления в стандартных квадрокоптерах является то, что полная управляемость достигается лишь для части переменных (координаты центра масс, угол рыскания), в то время как углы тангажа и крена при маневрировании, вообще говоря, нельзя выдержать в соответствии с заданными законами. Это обстоятельство становится существенным, когда аппарат испытывает возмущения, которые при выходе неконтролируемых параметров ориентации за определенные пределы способны привести к потере устойчивости. Решение проблемы может быть достигнуто увеличением числа управляемых параметров, например вследствие поворота роторных групп или изменения угла атаки пропеллеров [8–12].

В настоящей работе исследуется система управления для БЛА с поворотными роторами.

Постановка задачи. Пусть конструкция БЛА включает в себя корпус, из которого выходят лучи с закрепленными на концах двигателями, имеющими пропеллеры. Лучи расположены симметрично относительно корпуса аппарата, т. е. реализована так называемая X-схема. У смежных пропеллеров направления вращения противоположны: первый и третий — пропеллеры левого вращения, второй и четвертый — правого. Каждый ротор может вращаться вокруг продольной оси луча (рис. 1).

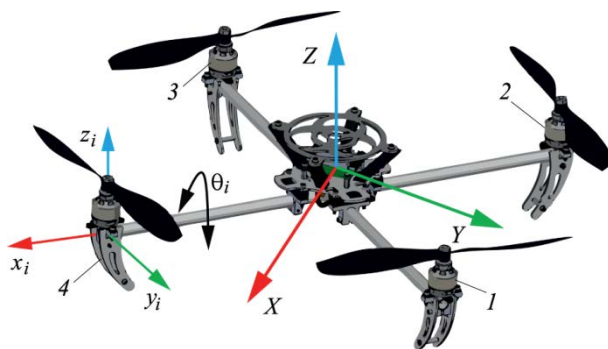


Рис. 1. Общая схема БЛА с поворотными роторами

Выбрав в качестве управляющего сигнала скорости вращения пропеллеров и скорости поворотов двигателей относительно соответствующих лучей, требуется сформулировать закон управления БЛА, который обеспечивал бы требуемые траекторию центра масс аппарата

$\mathbf{r}^0(t)$ и ориентацию $\mathbf{q}^0(t)$ в координатном пространстве. Затем, чтобы применить синтезированный контур управления на борту аппарата, необходимо определить набор бортовых сенсоров и разработать алгоритмы фильтрации их показаний. Кроме того, нужно исследовать зависимость качества управления от параметров выбранных двигателей.

Системы координат. Движение аппарата рассматривается относительно неподвижной инерциальной системы отсчета I , связанной с Землей (вращением Земли при характерных значениях времени автономного полета БЛА рассматриваемого класса принято пренебрегать). Ось Z направлена вверх по вертикали, оси X и Y направим так, чтобы система образовала правую тройку.

Индексом B обозначим жестко связанную с корпусом аппарата систему координат, ее начало совпадает с центром масс, а оси — с главными центральными осями инерции корпуса БЛА.

Индексом R_i обозначим системы координат, жестко связанные с роторами, оси этих систем совпадают с главными центральными осями инерции роторов.

При записи векторов верхним индексом будем отмечать систему координат, в которой записано разложение вектора. Повороты систем координат друг относительно друга станем описывать кватернионами. Положим, что кватернион q_{IB} задает ориентацию системы координат B относительно системы отсчета I в том смысле, что

$$\mathbf{r}^I = q_{IB} \circ \mathbf{r}^B \circ \tilde{q}_{IB}, \quad (1)$$

при этом считая, что кватернион q_{IB} записан в базисе системы отсчета I .

Математическая модель. При построении модели автором были приняты следующие допущения: под ротором имеются в виду вращающаяся часть двигателя и пропеллер, которые считаются одним телом; корпус БЛА и каждый из четырех роторов считаются твердыми телами; роторы крепятся к корпусу БЛА в точках, совпадающих с центрами масс роторов. Помимо роторов, в системе других подвижных частей нет; центры масс роторов лежат на окружности радиусом L , центр окружности совпадает с центром масс корпуса аппарата.

Положение БЛА в пространстве определяется радиусом-вектором его центра масс \mathbf{r}^I и кватернионом ориентации q_{IB} . Скорость центра масс аппарата

$$\mathbf{v}^I = \dot{\mathbf{r}}^I. \quad (2)$$

Изменение кватерниона ориентации аппарата определяется уравнением Пуассона:

$$\dot{q}_{IB} = \frac{1}{2} q_{IB} \circ \Omega^B, \quad (3)$$

где Ω^B — угловая скорость корпуса БЛА в проекции на собственные оси.

Перейдем к рассмотрению динамики аппарата. Движение центра масс БЛА определяется уравнением

$$M \ddot{\mathbf{r}}^I = \mathbf{F}^I, \quad (4)$$

где $M = m + \sum m_i$ (m — масса корпуса, m_i — масса i -го ротора с пропеллером); \mathbf{F}^I — главный вектор системы сил, действующих на аппарат.

Главный вектор сил складывается из силы тяжести, подъемных сил пропеллеров и силы аэродинамического лобового сопротивления воздуха. Сила тяжести

$$\mathbf{F}_g^I = M \mathbf{g}^I, \quad (5)$$

где \mathbf{g} — ускорение свободного падения.

Сила аэродинамического лобового сопротивления может быть выражена как [7]

$$\mathbf{F}_{aero}^I = -\frac{\rho C S_{\perp}}{2} |\mathbf{v}^I| \mathbf{v}^I, \quad (6)$$

где C — аэродинамический коэффициент сопротивления воздуха (ρ); S_{\perp} — площадь сечения аппарата (зависит от его ориентации).

Подъемная сила пропеллера может быть представлена в виде [7]

$$\mathbf{F}_{thr_i}^I = q_{IR_i} \circ \mathbf{F}_{thr_i}^{R_i} \circ \tilde{q}_{IR_i} = \sigma_i k \tilde{\omega}_i |\tilde{\omega}_i| (q_{IR_i} \circ \mathbf{e}_{z_i}^{R_i} \circ \tilde{q}_{IR_i}), \quad (7)$$

где k — аэродинамический коэффициент, определяемый экспериментально; $\tilde{\omega}_i$ — скорость вращения i -го пропеллера; $\mathbf{e}_{z_i}^{R_i}$ — орт оси симметрии i -го ротора, для выбранной конфигурации $\boldsymbol{\sigma} = (1 \ -1 \ 1 \ -1)^T$.

Таким образом,

$$M \ddot{\mathbf{r}}^I = M \mathbf{g}^I + \left(\mathbf{F}_{aero}^I + \sum_i \mathbf{F}_{thr_i}^I \right). \quad (8)$$

Для описания динамики вращательного движения воспользуемся динамическими уравнениями Эйлера:

$$\mathbf{J}_B \dot{\Omega}^B + \Omega^B \times \mathbf{J}_B \Omega^B = \boldsymbol{\tau}^B, \quad (9)$$

где \mathbf{J}_B — тензор инерции корпуса в главных осях корпуса; $\boldsymbol{\tau}^B$ — главный момент сил, действующий на корпус.

Главный момент сил складывается из моментов сил, действующих на корпус аппарата со стороны поворотных роторов с пропеллерами и внешних моментов:

$$\boldsymbol{\tau}^B = -\sum_i \boldsymbol{\tau}_i^B + \sum_i \mathbf{r}_i^B \times \mathbf{F}_{thr_i}^B, \quad (10)$$

где $\boldsymbol{\tau}_i^B$ — моменты сил, действующие на роторы со стороны аппарата.

Вычислим угловую скорость i -го ротора в проекциях на оси R_i :

$$\boldsymbol{\omega}_i^{R_i} = q_{R_i B} \circ (\boldsymbol{\Omega}^B + \dot{\theta}_i \mathbf{e}_{r_i}^B) \circ \tilde{q}_{R_i B} + \tilde{\omega}_i \mathbf{e}_{z_i}^{R_i}, \quad (11)$$

где \mathbf{r}_i — вектор, соединяющий центр масс аппарата с центром масс ротора; $\mathbf{e}_{r_i}^B$ — соответствующий ему орт; θ_i — угол поворота i -го ротора.

Согласно динамическим уравнениям Эйлера, записанным для каждого из роторов:

$$\boldsymbol{\tau}_i^{R_i} + \boldsymbol{\tau}_{aero_i}^{R_i} = \mathbf{J}_{R_i} \dot{\boldsymbol{\omega}}_i^{R_i} + \boldsymbol{\omega}_i^{R_i} \times \mathbf{J}_{R_i} \boldsymbol{\omega}_i^{R_i}, \quad (12)$$

где $\boldsymbol{\tau}_i^{R_i}$ — момент сил со стороны корпуса аппарата; \mathbf{J}_{R_i} — тензор инерции i -го ротора с пропеллером.

Момент внешних сил может быть вычислен как [7]

$$\boldsymbol{\tau}_{aero_i}^{R_i} = -b \tilde{\omega}_i |\tilde{\omega}_i| \mathbf{e}_{z_i}^{R_i}, \quad \boldsymbol{\tau}_{aero_i}^B = q_{BR_i} \circ \boldsymbol{\tau}_{aero_i}^{R_i} \circ \tilde{q}_{BR_i}, \quad (13)$$

где b — аэродинамический коэффициент, определяемый экспериментально.

Окончательно уравнения вращательной динамики аппарата принимают вид

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_B \dot{\boldsymbol{\Omega}}^B + \boldsymbol{\Omega}^B \times \mathbf{J}_B \boldsymbol{\Omega}^B = & \sum_i \boldsymbol{\tau}_{aero_i}^B - \sum_i q_{BR_i} \left(\mathbf{J}_{R_i} \dot{\boldsymbol{\omega}}_i^{R_i} + \boldsymbol{\omega}_i^{R_i} \times \mathbf{J}_{R_i} \boldsymbol{\omega}_i^{R_i} \right) \tilde{q}_{BR_i} + \\ & + \sum_i \mathbf{r}_i^B \times \mathbf{F}_{thr_i}^B. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения (2), (3), (8) и (14) составляют замкнутую систему, позволяющую моделировать динамику полета квадрокоптера с поворотными роторами.

Контур управления. Введем обозначения $\Delta \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}^0(t) - \mathbf{r}(t)$ и $\Delta \mathbf{q}(t) = \tilde{\mathbf{q}}^0(t) \circ \mathbf{q}(t)$, где величины $\Delta \mathbf{r}$ и $\Delta \mathbf{q}$ определяют расхождение требуемой и текущей траекторий БЛА в координатном пространстве, а $\mathbf{q} = \mathbf{q}_{IB}$.

В качестве переменных управления, следуя [8], выберем скорости вращения пропеллеров $\tilde{\omega}_i$ и скорости поворота роторов $\dot{\theta}_i$:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{\omega}_\theta \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = (\tilde{\omega}_1 | \tilde{\omega}_1 | \tilde{\omega}_2 | \tilde{\omega}_2 | \tilde{\omega}_3 | \tilde{\omega}_3 | \tilde{\omega}_4 | \tilde{\omega}_4)^T, \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\omega}_\theta = (\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4)^T.$$

С учетом введенных обозначений уравнения модели можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{r}}^I \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{O}_{3 \times 1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M^{-1} \mathbf{Q}_{IB} \mathbf{f}_{\ddot{\mathbf{r}}}^B(\boldsymbol{\theta}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}) \\ \mathbf{J}_B^{-1} \mathbf{f}_{\dot{\boldsymbol{\Omega}}}^B(\boldsymbol{\theta}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где $\mathbf{O}_{3 \times 1}$ — матрица, имеющая размерность 3×1 и состоящая из нулей; \mathbf{Q}_{IB} — матрица ориентации, соответствующая кватерниону q_{IB} .

Продифференцировав (16) по времени, получим

$$\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\boldsymbol{\Omega}}^B \end{pmatrix} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\omega}) \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \boldsymbol{\omega}_\theta \end{pmatrix} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega}, \dot{\boldsymbol{\Omega}}), \quad (17)$$

где матрица $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\omega})$ имеет ранг 6, если не обращаются в нуль компоненты $\boldsymbol{\omega}$ [8], а значит, динамика системы, описываемая уравнениями (17), обращается так, что

$$\begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \boldsymbol{\omega}_\theta \end{pmatrix} = \mathbf{A}^\dagger \left(\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\boldsymbol{\Omega}} \end{pmatrix} - \mathbf{B} \right) + (\mathbf{E}_8 - \mathbf{A}^\dagger \mathbf{A}) \mathbf{z}, \quad (18)$$

где $\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1}$ — псевдообратная матрица к матрице \mathbf{A} .

Вектор $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^8$ в уравнении (18) проецируется на нуль-пространство матрицы \mathbf{A} , что дает возможность использовать второе слагаемое в уравнении (18) для выполнения дополнительных ограничений (ненулевые компоненты $\boldsymbol{\omega}$ или конструктивные ограничения на углы поворота роторов). Наличие у матрицы \mathbf{A} нуль-пространства размерности 2 есть прямое следствие того, что вектор управляющих параметров имеет размерность 8, в то время как размерность уравнения (17) — 6.

Перейдем к задаче обеспечения требуемой траектории центра масс аппарата $\mathbf{r}^0(t)$, а также требуемой ориентации $q^0(t)$. Регуляторы, обеспечивающие необходимое управление, строятся как

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}(t) &= \ddot{\mathbf{r}}^0(t) + \mathbf{K}_{r_1} (\ddot{\mathbf{r}}^0(t) - \ddot{\mathbf{r}}(t)) + \mathbf{K}_{r_2} (\dot{\mathbf{r}}^0(t) - \dot{\mathbf{r}}(t)) + \mathbf{K}_{r_3} (\mathbf{r}^0(t) - \mathbf{r}(t)), \\ \ddot{\boldsymbol{\Omega}}(t) &= \ddot{\boldsymbol{\Omega}}^0(t) + \mathbf{K}_{\Omega_1} (\dot{\boldsymbol{\Omega}}^0(t) - \dot{\boldsymbol{\Omega}}(t)) + \mathbf{K}_{\Omega_2} (\boldsymbol{\Omega}^0(t) - \boldsymbol{\Omega}(t)) + \mathbf{K}_{\Omega_3} \Delta \mathbf{q}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь \mathbf{K}_{r_i} , \mathbf{K}_{Ω_i} — диагональные матрицы коэффициентов; $\Delta \mathbf{q}$ — векторная часть кватерниона рассогласования ориентации.

Сходимость траектории аппарата к требуемой гарантируется выбором коэффициентов регулятора, удовлетворяющих критерию Рауса — Гурвица для характеристических полиномов уравнения (19).

Введем ограничения на максимальную частоту вращения двигателей с помощью насыщения регулятора (19). Динамика системы позволяет оценить максимальное ускорение аппарата в любой момент времени как

$$\ddot{\mathbf{r}}^{\max} = M^{-1} (\mathbf{F}_{thr}^{\max} + \mathbf{F}_{aero}^{\max} + \mathbf{F}_g). \quad (20)$$

Таким образом, реализуемые ускорения лежат внутри эллипсоида с центром в точке $O_{\ddot{\mathbf{r}}} = M^{-1} (\mathbf{F}_{aero}^{\max} + \mathbf{F}_g)$ и полуосями $w_A = 4k\tilde{\omega}_{\max}^2$, $w_B = 2\sqrt{2}k\tilde{\omega}_{\max}^2$, $w_C = 2\sqrt{2}k\tilde{\omega}_{\max}^2$. Ускорения, требующиеся для блока управления, не должны превышать максимально допустимые. Чтобы учесть это условие, введем коэффициент насыщения $\eta \in [0; 1]$, значение которого определяется неравенством

$$\ddot{\mathbf{r}}^{\max} \leq \ddot{\mathbf{r}} + \eta \ddot{\mathbf{r}}(t) dt. \quad (21)$$

Выбор коэффициента насыщения регулятора иллюстрирует рис. 2.

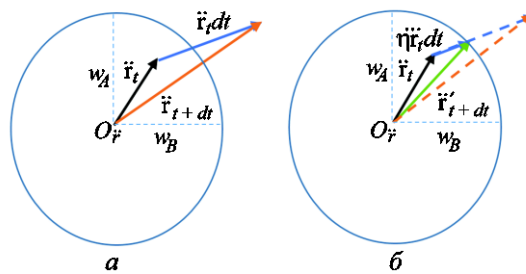


Рис. 2. Последовательность выбора (а, б) коэффициента насыщения регулятора

Аналогично с учетом ограничений на угловое ускорение корпуса аппарата, принятых из физических соображений, реализуется насыщение для регулятора ориентации $\ddot{\Omega}(t)$.

Реализация обратных связей в контуре управления. Для обеспечения обратных связей в контуре управления в каждый момент времени необходимо оценивать следующие величины: позицию \mathbf{r}^I и ориентацию \mathbf{q}_{IB} ; скорость $\dot{\mathbf{r}}^I$ и угловую скорость Ω^B ; ускорение $\ddot{\mathbf{r}}^I$ и угловое ускорение $\ddot{\Omega}^B$.

Первые два требования стандартны для БЛА и реализуются на основе измерений бортовых датчиков: модуля глобального позиционирования (GPS / ГЛОНАСС) и модуля инерциальной навигации. Однако измерение ускорения $\dot{\mathbf{r}}^I$ и углового ускорения $\dot{\boldsymbol{\Omega}}^B$ в реальных условиях является достаточно сложной задачей вследствие типично высокого уровня шума этих сигналов как при получении их с бортовых датчиков, так и при применении к сигналам $\dot{\mathbf{r}}^I$ и $\dot{\boldsymbol{\Omega}}^B$ численного дифференцирования. Для фильтрации показаний бортовых датчиков автором применен расширенный фильтр Калмана, основные формулы для которого приведены ниже. Модель непрерывной динамической системы имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{w}(t), \quad (22)$$

где $\mathbf{x}(t)$ — вектор состояний системы, в нашем случае $\mathbf{x} = (\mathbf{r}^I, \mathbf{v}^I, \mathbf{q}_{IB}, \boldsymbol{\Omega}^B)^T$; $\mathbf{w}(t)$ — шум системы.

Дискретные измерения:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}(t_k)) + \mathbf{y}_k, \quad (23)$$

где $\mathbf{z}(t)$ — вектор измерений, в рассматриваемом случае $\mathbf{z} = (\mathbf{r}^I, \mathbf{v}^I, \mathbf{q}_{IB}, \boldsymbol{\Omega}^B)^T$; $\mathbf{y}(t)$ — шум измерений.

Задача фильтрации — найти являющуюся функцией измерений \mathbf{z}_k оценку вектора состояния системы $\mathbf{x}(t_k)$, минимизирующую среднеквадратичную ошибку. Эту оценку обозначим $\hat{\mathbf{x}}_k$:

$$E \left\langle [\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k]^T \mathbf{M} [\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k] \right\rangle, \quad (24)$$

где \mathbf{M} — положительно определенная симметричная матрица.

Пусть в момент времени t_{k-1} получена оценка вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$. На основании этой оценки строится прогноз оценки вектора состояний $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ (оценка априори), затем проводятся измерения \mathbf{z}_k и коррекция оценки априори на основании результатов измерений — $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ (оценка апостериори). Оценку априори вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ вычисляют интегрированием модельного уравнения

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) \quad (25)$$

с начальными условиями $\hat{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ ($\hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}_0$). В качестве модельного уравнения использована система уравнений (2), (3), (8), (14).

Оценку априори для ковариационной матрицы ошибки для линеаризованных уравнений в приращениях \mathbf{P}_k^- вычисляют как

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi^T + \mathbf{Q}, \quad (26)$$

$$\mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}}, \quad \Phi = \mathbf{E} + \mathbf{F} \cdot \Delta t, \quad (27)$$

с начальными условиями $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_{k-1}^+$ ($\mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0$), здесь \mathbf{Q} — ковариационная матрица шума системы. Оценку апостериори для вектора состояния и ковариационной матрицы ошибки строят следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-), \\ \mathbf{P}_k^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь \mathbf{K}_k — корректирующая матрица обратной связи,

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}]^{-1}$$

(\mathbf{R} — ковариационная матрица шума измерений); \mathbf{H}_k — линеаризованная матрица чувствительности,

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}}. \quad (29)$$

Линеаризация упрощенной модели приводит к следующему выражению для матрицы \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 4} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{M}_{3 \times 3}^1 & \mathbf{M}_{3 \times 4}^2 & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{4 \times 3} & \mathbf{O}_{4 \times 3} & \mathbf{M}_{4 \times 4}^3 & \frac{1}{2} [\mathbf{O}_{3 \times 1} \quad \mathbf{E}_{3 \times 3}] \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 4} & \mathbf{M}_{3 \times 3}^4 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{3 \times 3}^1 &= -\frac{\rho C S_{\perp}}{2M} |\mathbf{v}| \left(\mathbf{E}_{3 \times 3} + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}^T}{|\mathbf{v}|^2} \right), \\ \mathbf{M}_{3 \times 4}^2 &= -\frac{2}{M} \left(\mathbf{O}_{3 \times 1} \quad [\mathbf{Q}_{IB^*} \mathbf{f}_r^B(\boldsymbol{\theta}, \tilde{\boldsymbol{\omega}})]_{\times} \right), \\ \mathbf{M}_{4 \times 4}^3 &= -\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{O}_{1 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 1} & [\boldsymbol{\Omega}^B]_{\times} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{M}_{3 \times 3}^4 &= \mathbf{J}_B^{-1} \left([\mathbf{J}_B \boldsymbol{\Omega}^B]_{\times} - [\boldsymbol{\Omega}^B]_{\times} \mathbf{J}_B \right); \end{aligned}$$

символом $[\dots]_x$ обозначен кососимметрический оператор векторного произведения.

Матрица чувствительности \mathbf{H} имеет вид

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 4} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{M}_{3 \times 4}^2 & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{4 \times 3} & \mathbf{O}_{4 \times 3} & \mathbf{E}_{4 \times 4} & \mathbf{O}_{4 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 4} & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{pmatrix}.$$

Численные эксперименты. Построенная динамическая модель и контур управления реализованы в среде моделирования MATLAB Simulink. Для проверки работы фильтра Калмана разработан алгоритм имитации показаний бортовых датчиков на основе добавления к результатам интегрирования движения системы белого шума с отношением сигнал / шум $SNR = 25$.

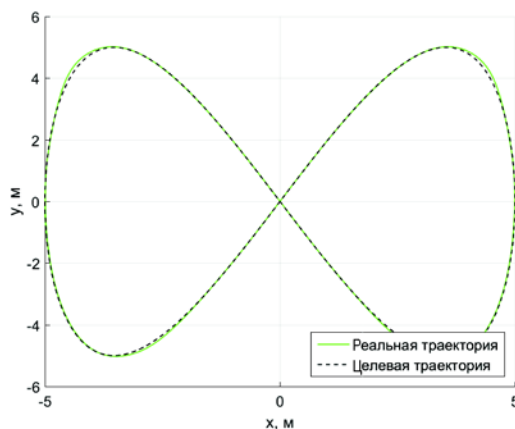


Рис. 3. Траектория БЛА

В качестве летного задания для численных экспериментов выбрана фигура простого пилотажа «горизонтальная восьмерка» (рис. 3). Требуемая ориентация аппарата во время маневра такова, что ось X связанной системы координат направлена по вектору скорости центра масс, а корпус горизонтален. Значения параметров системы, использованные в расчетах, приведены ниже:

$$M = 2,5 \text{ кг};$$

$$\mathbf{J}_B = \text{diag} (0,026 \quad 0,032 \quad 0,048) \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\mathbf{J}_P = \text{diag} (2,45e^{-5} \quad 2,45e^{-5} \quad 1,58e^{-5}) \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$k = 1e^{-4} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{рад}^{-2};$$

$$b = 3e^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{рад}^{-2};$$

$$S_{\perp} = 0,012 \text{ м}^2;$$

$$C = 1,05;$$

$$L = 0,25 \text{ м}.$$

Расчеты показывают, что аппарат справился с заданием при незначительных отклонениях от целевой траектории.

На рис. 4 представлена ориентация аппарата во время маневра, выраженная углами Эйлера.

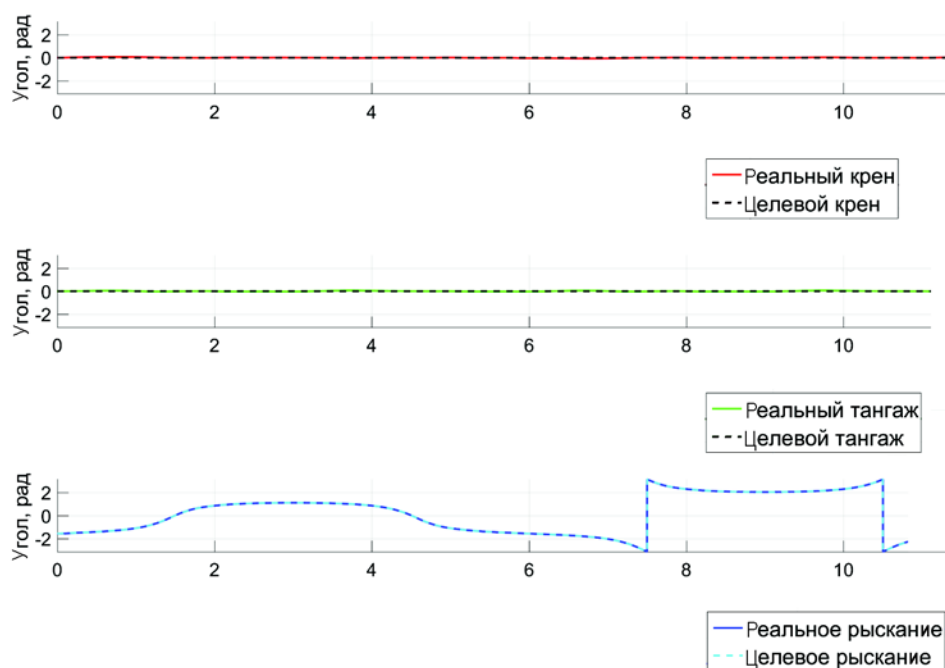


Рис. 4. Ориентация БЛА

Как ясно из графиков, углы ориентации аппарата практически совпадают с целевыми. Ошибки по соответствующим углам ориентации изображены на рис. 5. Максимальная ошибка при пролете полосы препятствий составила менее 5° .

На рис. 6 изображены ошибки измерения положения центра масс аппарата и оценки положения. Численные эксперименты показывают, что ошибка оценки положения центра масс БЛА примерно на порядок меньше ошибки измерений.

Проведем расчеты для рассматриваемого маневра «горизонтальная восьмерка» при различных ограничениях на тягу пропеллеров. Обычно, рассуждая о доступной тяге двигателей БЛА, используют термины тяговооруженности, а именно T/W — отношение максимальной тяги к весу аппарата. В нашем случае

$$T / W = \sum_{i=1}^4 F_{ih}^{\max} / Mg.$$

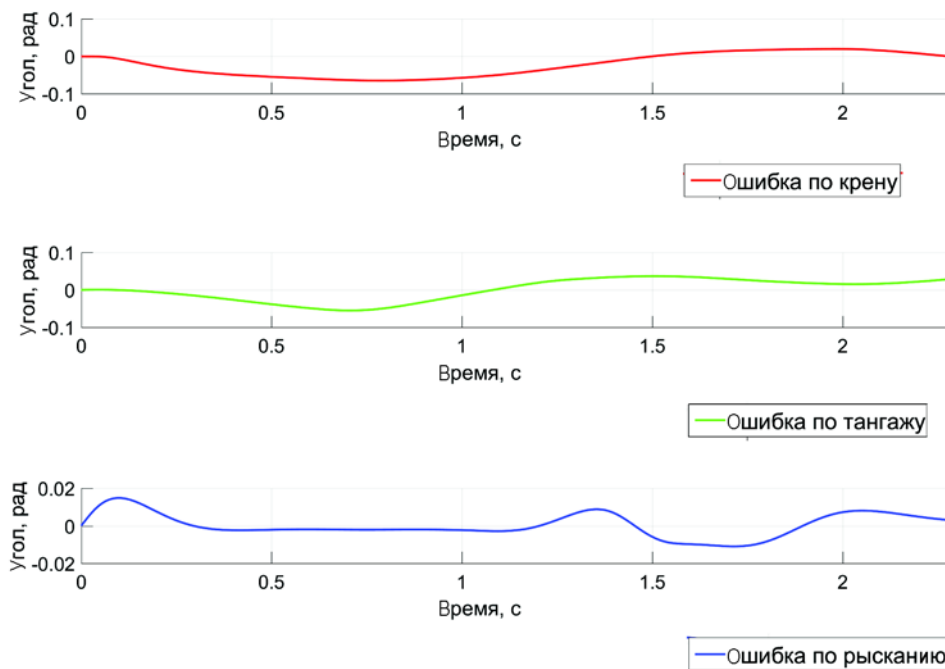


Рис. 5. Ошибка ориентации БЛА

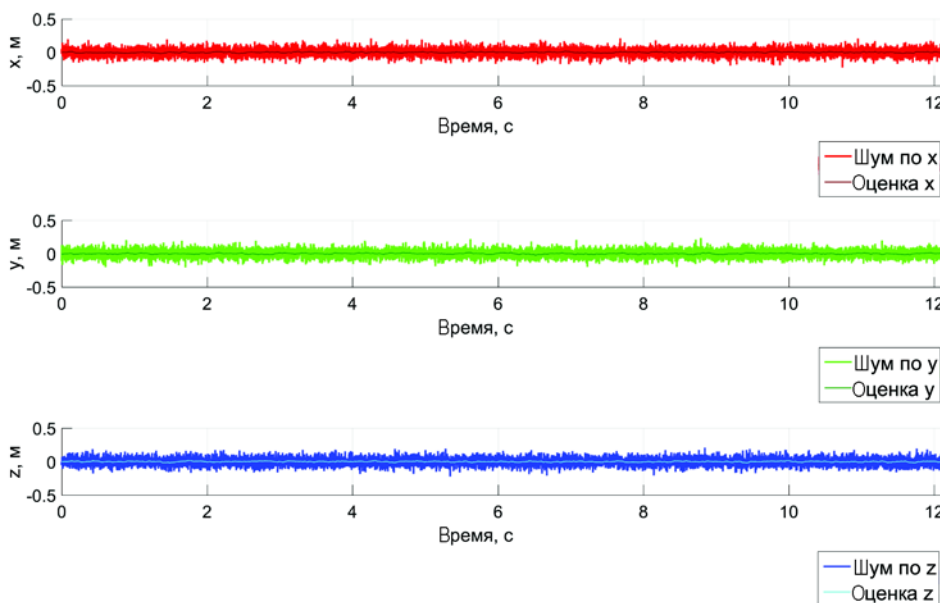


Рис. 6. Ошибки измерений и оценки положения БЛА

Очевидно, что при тяговооруженности, близкой к единице, аппарат будет практически неуправляем, так как доступной тяги достаточно лишь для поддержания вертикального положения. С целью оценить минимальную тяговооруженность БЛА, необходимую для совершения рассматриваемого маневра, выполнены численные эксперименты. Ниже приведены расчетные данные, показывающие зависимость максимальной ошибки по траектории при выполнении маневра от тяговооруженности аппарата:

T/W	1,20	1,25	1,30	1,35
Ошибка, м	1,26	0,62	0,21	0,08

При тяговооруженности аппарата $T/W = 1,30$ и более рассогласование целевой и реальной траекторий центра масс аппарата для данного маневра не превышает линейных размеров БЛА. При тяговооруженности аппарата $T/W = 1,20$ и менее траектории аппарата и целевая имеют значительное рассогласование.

Заключение. В работе предложена модель управляемой динамики квадрокоптера с поворотными роторами. При некоторых упрощениях эта модель допускает обращение динамики и построение контура управления, который может обеспечить полную управляемость аппарата по всем степеням свободы. Это позволяет решать такие задачи, как приведение центра масс БЛА в некоторое наперед заданное статичное положение; стабилизация ориентации БЛА относительно некоторого наперед заданного положения; перемещение центра масс БЛА вдоль некоторой наперед заданной (дискретным набором точек или как непрерывная функция координат от времени) траектории; слежение за объектом, перемещающимся произвольным образом; наведение камеры, установленной на БЛА, на неподвижный или перемещающийся объект (т. е. съемка неподвижного объекта с разных ракурсов или слежение камерой за подвижным объектом).

Отметим, что при решении последней из перечисленных задач в явном виде используются степени свободы, связанные с появлением дополнительных входных сигналов управления. Квадрокоптер стандартной конструкции произвольный маневр наведения камеры в точку при одновременном изменении высоты выполнить не способен.

Определен набор бортовых измерений, необходимых для реализации синтезированного контура управления в бортовом программном обеспечении, разработаны алгоритмы обработки этих измерений.

Работоспособность предложенной модели и схемы управления подтверждена численными экспериментами на примере маневра «горизонтальная восьмерка» при одновременном поддержании ориентации корпуса, обеспечивающем наведение камеры по ходу движения. Проведены численные эксперименты на модели, определены параметры двигателей, необходимые для выполнения типового маневра.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bouabdallah S., Noth A., Siegwart R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. *Proceedings of the IEEE / RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Sendai, Japan, 2004, pp. 2451–2456.
- [2] Bouabdallah S., Siegwart R. Full control of a quadrotor. *IEEE / RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007, pp. 153–158.
- [3] Mellinger D., Kumar V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '11)*. Shanghai, China, IEEE, May 2011, pp. 2520–2525.
- [4] Andersson O., Wzorek M., Doherty P. Deep Learning Quadcopter Control via Risk-Aware Active Learning. *AAAI*, 2017, pp. 3812–3818.
- [5] Adams S.M., Friedland C.J. A survey of unmanned aerial vehicle (UAV) usage for imagery collection in disaster research and management. *9th International Workshop on Remote Sensing for Disaster Response*, January 2011, p. 8.
- [6] Pudelko R., Stuczynski T., Borzecka-Walker M. The suitability of an unmanned aerial vehicle (UAV) for the evaluation of experimental fields and crops. *Agriculture*, 2012, no. 99 (4), pp. 431–436.
- [7] Биард Р.У., МакЛэйн Т.У. *Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика*. Москва, Техносфера, 2015, 312 с.
- [8] Ryll M., Bühlhoff H. H., Giordano P.R. A novel overactuated quadrotor unmanned aerial vehicle: Modeling, control, and experimental validation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, no. 23 (2), pp. 540–556.
- [9] Hua M.-D., Hamel T., Samson C., Control of VTOL Vehicles with Thrust-direction Tilting. *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, August 2014, 9 p.
- [10] Шольц Г., Троммер Г.Ф. Модельное управление квадрокоптерами с поворотными роторами. *Гирокоспия и навигация*, 2015, № 4 (91), с. 131–146.
- [11] Sridhar S., et al. Non-Linear Sliding Mode Control of a Tilting-Rotor Quadcopter. *ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference*, 2017, pp. V001T09A007–V001T09A007.
- [12] Kumar R., et al. Tilting-Rotor Quadcopter for Aggressive Flight Maneuvers Using Differential Flatness Based Flight Controller. *ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference*, 2017, pp. V003T39A006–V003T39A006.

Статья поступила в редакцию 01.02.2018

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на Международной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики FARM-2017», посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24 — 27 октября 2017 г.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Шавин М.Ю. Управляемая динамика квадрокоптера с поворотными роторами.

Инженерный журнал: наука и инновации, 2018, вып. 4.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-4-1755>

Шавин Михаил Юрьевич — аспирант физтех-школы аэрокосмических технологий Московского физико-технического института (государственного университета); младший научный сотрудник Лаборатории перспективных систем управления при кафедре прикладной механики МФТИ (ГУ). Область научных интересов: динамика и управление малыми беспилотными аппаратами.
e-mail: shavin@phystech.edu

Dynamics and Control of a Tilt-Motor Quadrotor

© M. Yu. Shavin

MIPT Advanced Control Systems Lab,
Moscow Institute of Physics and Technology,
Dolgoprudniy, Moscow Region, 141700, Russia

The paper presents a dynamical model and a control loop structure for an unmanned aerial vehicle (UAV) with four tilt-motors. The advantage of the considered quadrotor design over the standard models is full controllability because of additional servomotors, which allow tilting the four motors responsible for the thrust force. The mathematical model describes the dynamics of a complex system consisting of the UAV body and the four rotors. The system's center of mass dynamics is influenced by the gravity force, the aerodynamic drag force, and the thrust force generated by the rotating propellers. The rotational dynamics of the UAV's body is modeled with the account of the aerodynamic torque, gyroscopic torques, and the thrust force torques. The attitude of the system is described with the use of quaternions. The proposed control algorithm allows to independently control position and attitude of the UAV. The considered model also takes into account the sensor's signal errors, which are processed by the Extended Kalman Filter. Numerical simulations are carried out to endorse the correctness of the model and the control algorithms.

Keywords: UAV, dynamics, control, tilt-rotors, maneuverability

REFERENCES

- [1] Bouabdallah S., Noth A., Siegwart R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Sendai, Japan, 2004, pp. 2451–2456.
- [2] Bouabdallah S., Siegwart R. Full control of a quadrotor. *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007, pp. 153–158.
- [3] Mellinger D., Kumar V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '11)*. Shanghai, China, IEEE, May 2011, pp. 2520–2525.
- [4] Andersson O., Wzorek M., Doherty P. Deep Learning Quadcopter Control via Risk-Aware Active Learning. *AAAI*, 2017, pp. 3812–3818.
- [5] Adams S.M., Friedland C.J. A survey of unmanned aerial vehicle (UAV) usage for imagery collection in disaster research and management. *9th International Workshop on Remote Sensing for Disaster Response*, January 2011, p. 8.
- [6] Pudelko R., Stuczynski T., Borzecka-Walker M. The suitability of an unmanned aerial vehicle (UAV) for the evaluation of experimental fields and crops. *Agriculture*, 2012, no. 99 (4), pp. 431–436.
- [7] Beard R.W., McLain T.W. *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton University Press, 2012 [in Russ.: Beard R.W., McLain T.W. *Malые беспилотные летательные аппараты: теория и практика*. Moscow, Tehnosfera Publ., 2015, 312 p.].
- [8] Ryll M., Bühlhoff H.H., Giordano P.R. A novel overactuated quadrotor unmanned aerial vehicle: Modeling, control, and experimental validation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, no. 23 (2), pp. 540–556.

- [9] Hua M.-D., Hamel T., Samson C. Control of VTOL Vehicles with Thrust-direction Tilting. *Proc. of the 19th IFAC World Congress*, August 2014, 9 p.
- [10] Sholc G., Trommer G.F. *Giroskopiya & navigaciya — Gyroscopy and Navigation*, 2015, no. 4 (91), pp. 131–146.
- [11] Sridhar S., et al. Non-Linear Sliding Mode Control of a Tilting-Rotor Quadcopter. *ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2017, pp. V001T09A007–V001T09A007.
- [12] Kumar R., et al. Tilting-Rotor Quadcopter for Aggressive Flight Maneuvers Using Differential Flatness Based Flight Controller. *ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2017, pp. V003T39A006–V003T39A006.

Shavin M.Yu., graduate student of the Physical and Technical School of Aerospace Technologies, Moscow Institute of Physics and Technology (State University); junior researcher of the Laboratory of Advanced Control Systems, Department of Applied Mechanics, Moscow Institute of Physics and Technology (State University). Area of scientific interests: dynamics and management of small unmanned vehicles.
e-mail: shavin@phystech.edu