

## **Инженерные методы расчета гидротранспортирования твердых частиц в горизонтальных и вертикальных трубах**

© А.С. Кондратьев, Т.Л. Нья, П.П. Швыдько

Московский политехнический университет, Москва, 107023, Россия

*Расчет параметров гидротранспортирования движения двухфазной смеси дисперсных твердых материалов в ньютоновской жидкости основан на методе Лагранжа. Сформулирована физико-математическая модель движения и изложены методы расчета монодисперсных двухфазных смесей в горизонтальных и вертикальных трубах. Приведены результаты сравнения расчетных характеристик гидротранспортирования (средней скорости, градиента давления, средней объемной доли твердой фазы и ее распределение в вертикальном диаметральной сечении) с опубликованными опытными данными и расчетными зависимостями, полученными зарубежными авторами. Результаты расчетов по разработанным методам качественно и количественно лучше согласуются с опытными данными в сравнении с характеристиками, которые рассчитаны методами, развиваемыми иностранными авторами. Результаты сопоставления предложенных методов расчета с методами расчета других авторов позволяют рекомендовать их для проведения инженерных расчетов.*

**Ключевые слова:** твердые частицы, движение в жидкости, объемная доля, твердая фаза, скорость, градиент давления

**Введение.** Дальнейшее совершенствование метода расчета движения двухфазных смесей твердых частиц в горизонтальных и вертикальных трубах является актуальной задачей, поскольку, как показано далее, известные методы расчетов не обеспечивают требуемого уровня соответствия с опытными данными. Расчет основных параметров гидротранспортирования полидисперсных смесей твердых материалов в горизонтальных трубах в рамках общей физико-математической модели их движения в горизонтальном трубопроводе рассматривался в работе [1]. Цель настоящей работы — показать, что применительно к монодисперсным частицам можно построить упрощенный инженерный метод расчета всех основных параметров гидротранспортирования в горизонтальных и вертикальных трубопроводах, а также сопоставить расчетные данные с опытными данными для горизонтальных и вертикальных труб и результатами расчетов другими методами, на основании чего выявить возможность использования этого упрощенного метода в инженерных расчетах.

**Описание физико-математической модели движения двухфазной смеси в горизонтальных и вертикальных трубах.** Используемая физико-математическая модель движения двухфазной смеси основывается на следующих положениях.

1. Рассматривается стационарное (установившееся) движение двухфазной смеси.

2. В горизонтальном трубопроводе двухфазный поток симметричен относительно вертикальной диаметральной плоскости. В вертикальном трубопроводе двухфазный поток обладает осевой симметрией.

3. В горизонтальном трубопроводе двухфазный поток представляется в виде суперпозиции плоских горизонтальных слоев с постоянной объемной долей частиц твердой фазы в каждом горизонтальном слое [2, 3], в вертикальном трубопроводе — в виде суперпозиции плоских кольцевых слоев с постоянной объемной долей частиц твердой фазы в каждом кольцевом слое.

4. Движение частиц в потоке жидкости представляется в виде суперпозиции движения в продольном направлении, параллельном оси трубы, и движения в поперечном направлении, перпендикулярном к оси.

5. Локальная угловая скорость вращения частицы равна локальному градиенту скорости движения жидкости в продольном направлении.

6. Перемещение твердых частиц из области высокой объемной доли твердой фазы в область низкой объемной доли определяется процессом турбулентной диффузии частиц и действием сил Магнуса, Саффмана и турбофореза.

7. Взаимодействие между частицами и частиц со стенкой трубы — ударное упругое.

8. Дробления или слипания частиц в потоке не происходит.

9. Диаметр трубопровода много больше диаметра частиц.

#### **Методика расчета движения двухфазной среды в трубопроводе.**

В соответствии с принятыми допущениями при движении твердых частиц вдоль направления потока на частицы действует сила  $F_p$ , создаваемая градиентом давления в жидкой среде, и сила  $F_r$  гидродинамического сопротивления, направленная в противоположную сторону. В *вертикальном* трубопроводе в продольном направлении на твердые частицы действует разность силы  $F_g$  тяжести и силы  $F_A$  Архимеда. При движении вверх потока в вертикальном трубопроводе разность сил  $F_g - F_A$  вычитается из силы  $F_p$ , а при движении потока вниз направление вектора разности сил  $F_g - F_A$  изменяется на противоположное.

В поперечном направлении в вертикальном трубопроводе на частицы действуют силы  $F_M$  Магнуса,  $F_S$  Саффмана и  $F_{tf}$  турбофореза. В поперечном направлении твердые частицы перемещаются за счет действия этих сил и процесса турбулентной диффузии, переносящей твердые частицы из области их большей объемной концентрации в область меньшей объемной концентрации. В *горизонтальном* тру-

бопроводе к указанным силам  $F_M$ ,  $F_S$  и  $F_{ff}$  добавляется действующая в направлении сверху вниз разность силы тяжести и силы Архимеда  $F_g - F_A$ .

Поскольку частицы монодисперсны, т. е. тождественны, то и стационарные значения скорости их движения в продольном направлении в каждой точке пространства одинаковы и, следовательно, столкновения между частицами не происходит. В поперечном направлении под действием указанных сил частицы перемещаются в одном направлении, а за счет процесса диффузии они перемещаются в противоположном направлении. При лобовом упругом соударении частиц равной массой скорости частиц после соударения не изменяются, а изменяется только направление движения на противоположное. Поскольку частицы тождественны и стационарные значения скорости их движения в каждой точке пространства одинаковы, то после упругого соударения отраженная частица как бы продолжает движение частицы, движущейся ей навстречу. В равной мере это относится и к встречной частице. В установившемся состоянии встречные потоки перемещающихся частиц равны, поэтому и в этом случае столкновение между монодисперсными частицами не учитывается.

Для определенности вначале рассмотрим *направленное вверх движение двухфазного потока монодисперсных твердых частиц в вертикальной трубе*. Положим, что частицы имеют сферическую форму, имея в виду, что частицы несферической формы в гидродинамическом плане могут быть приведены к эквивалентной сферической частице. Поскольку частицы монодисперсны и их скорости в данной точке стационарны, полагаем также, что они контактно не взаимодействуют между собой. В вертикальном направлении на твердые частицы действуют силы  $F_p$  давления и  $F_A$  Архимеда, направленные вверх, и силы  $F_g$  тяжести и  $F_r$  гидравлического сопротивления, направленные вниз. Эти силы определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} F_p &= (\pi d^3/6)(-dp/dx); \quad F_A = (\pi d^3/6)g\rho; \\ F_g &= (\pi d^3/6)g\rho_p; \quad F_r = (\pi d^2/8)\rho(U_{ff} - U_{pj})^2 f_j^2 c_f, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $d$  — диаметр частицы;  $(-dp/dx)$  — градиент давления в направлении движения (в рассматриваемом случае вверх);  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  — ускорение силы тяжести;  $\rho$ ,  $\rho_p$  — плотность жидкости и материала твердых частиц соответственно;  $U_{ff}$  и  $U_{pj}$  — скорости движения соответственно жидкости и твердых частиц в направлении движения потока вверх ( $j$  — номер плоского или кольцевого слоя);  $f_j$  — коэффициент стесненности, учитывающий стесненное движение жидкости

в межчастичном пространстве;  $c_f$  — коэффициент гидравлического сопротивления эквивалентной сферической частицы.

Уравнение, определяющее скорость движения частицы относительно жидкости, имеет вид

$$F_r = F_p - (F_g - F_A)\theta, \quad (2)$$

где  $\theta$  — синус угла наклона трубы к горизонту ( $\theta = 0$  для горизонтальной трубы и  $\theta = 1$  для вертикальной трубы).

Коэффициент гидравлического сопротивления для частиц сферической формы

$$c_{ff} = \frac{24}{\text{Re}_{p_{ij}}} + \frac{53}{32 + \text{Re}_{p_{ij}}} + 0,44. \quad (3)$$

Здесь  $\text{Re}_{p_{ij}} = (U_{ff} - U_{pj})f_j d / \nu_{pj}$  — число Рейнольдса, определенное по фактической скорости  $(U_{ff} - U_{pj})f_j$  стесненного движения жидкости в межчастичном пространстве, диаметру  $d$  частицы и кинематической вязкости  $\nu_{pj}$  двухфазного потока, которая определяется по формуле

$$\nu_{pj} = \nu_f (1 - \varphi_j / 0,65)^{-1,675}, \quad (4)$$

где  $\nu_f$  — кинематическая вязкость несущей жидкости;  $\varphi_j$  — объемная доля твердой фазы в  $j$ -м слое; числа 0,65 и 1,675 — эмпирические коэффициенты [1].

Коэффициент стесненности жидкости в межчастичном пространстве

$$f_j = \left[ 1 - \frac{1}{4} \pi (6\varphi_j / \pi)^{2/3} \right]^{-1/2}. \quad (5)$$

Подставляя выражения (1) и (3) в уравнение (2), получим кубическое уравнение относительно числа Рейнольдса  $\text{Re}_{p_{ij}}$ :

$$\text{Re}_{p_{ij}}^3 + 224,5 \text{Re}_{p_{ij}}^2 + 2,5(768 - A) \text{Re}_{p_{ij}} - 80A = 0. \quad (6)$$

В уравнении (6)

$$A = (4/3)[4(\nu_\tau d / \nu_{pj})^2 (d/D) - (gd^3 / \nu_{pj}^2)(\rho_p / \rho - 1)\theta], \quad (7)$$

где  $\nu_\tau = [D(-dp/dx)/(4\rho)]^{1/2}$  — динамическая скорость;  $D$  — внутренний диаметр трубы.

Уравнение (6) решается методом последовательных приближений. Для каждого  $j$ -го слоя по найденному значению числа Рейнольдс-

са  $Re_{p_{ij}}$  определяется разность скоростей  $U_{fj}$  жидкости и  $U_{pj}$  твердых частиц:

$$(U_{fj} - U_{pj}) f_j = Re_{p_{ij}} v_{pj} / d. \quad (8)$$

На основе модели Прандтля сила  $\tau_w$  трения в двухфазном потоке представляется в виде суммы сил  $\tau_f$  трения, возникающих в жидкости при ее движении, и сил  $\tau_p$  трения, возникающих в жидкости при перемещении в ней твердых частиц (при этом полагается, что пульсации скорости частиц определяются наличием пульсаций скорости жидкости):

$$\begin{aligned} \tau_w (1 - y/R) = \tau_f + \tau_p = \rho \left[ l_{ff} \left( dU_f / dy \right) \right]^2 (1 - \phi_j) + \\ + \rho_p \left[ l_{pj} \left( dU_p / dy \right) \right]^2 \phi_j, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $y$  — расстояние от поверхности стенки трубы;  $R$  — радиус трубы;  $l_{ff}$ ,  $l_{pj}$  — длина пути смешения жидкой и твердой фазы в двухфазном потоке соответственно.

В дальнейшем полагается, что длины путей смешения равны, т. е.  $l_f = l_p$ , а  $l_f$  определяется известной интерполяционной зависимостью

$$l_{ff} = 0,14 - 0,08(1 - y/R)^2 - 0,06(1 - y/R)^4. \quad (10)$$

Из формулы (9) получим общее выражение для расчета профиля скорости двухфазного потока, которое в случае монодисперсных частиц примет вид

$$U_{fj} / v_{\tau} = N_{\Delta} + \int_{\Delta}^y \frac{1}{l_{ff}} \left[ \frac{1 - y/R}{\Delta - \phi_j + (\rho_p / \rho + 0,5)(k_{pj} f_j)^2 \phi_j} \right]^{1/2} dy. \quad (11)$$

Здесь  $N_{\Delta}$  — относительная скорость двухфазной среды на расстоянии толщины приповерхностной зоны течения;  $\Delta$  — толщина приповерхностной зоны движения двухфазной среды;  $k_{pj}$  — коэффициент, определяемый как отношение усредненного квадрата пульсационной скорости твердой частицы к усредненному квадрату пульсационной скорости жидкости [1]:

$$k_{pj} = \left[ \left( A_p^2 + C_p^2 \right) / \left( C_p^2 + \omega^2 \right) \right]^{1/2}. \quad (12)$$

В выражении (12)

$$A_p = [3\omega\rho / (2\rho_p)] / (1 + 2\rho / \rho_p); \quad C_p = 18\mu_f \bar{c} / [f_j \rho_p d^2 (1 + 2\rho / \rho_p)],$$

где  $\omega$  — частота пульсаций;  $\mu_f$  — динамическая вязкость жидкости.

Безразмерная величина  $\bar{c}$  равна отношению коэффициента  $c_f$ , определенного по формуле (3), к коэффициенту  $c_f$ , рассчитанному по формуле Стокса.

Частота  $\omega$  определяется путем решения задачи об осаждении твердых частиц под действием силы тяжести [1]:

$$\omega = 54\rho^2 v_f (8\rho_p/\rho - 5)^{1/2} / \left[ (2\rho_p + \rho)d^2 \right]. \quad (13)$$

Проведенные расчеты показали, что для частиц, плотность которых больше плотности несущей жидкости, значения  $k_{pj} < 1$ , что согласуется с ожидаемым значением этой величины в двухфазном потоке, т. е. амплитуда пульсаций скорости движения частиц меньше амплитуды пульсаций жидкости. Аналогичное положение имеет место и для поперечной составляющей пульсационной скорости твердых частиц и жидкости.

Величина  $N_\Delta$  определяется в виде зависимости

$$N_\Delta = N_w + 8,5(\varphi_\Delta/\varphi_{\max})^{2/3}, \quad (14)$$

где  $N_w = 11,6$  для гидравлически гладкой стенки трубы или 8,5 для предельно шероховатой поверхности трубы;  $\varphi_\Delta$  — объемная доля частиц на расстоянии  $\Delta$  от стенки трубы;  $\varphi_{\max}$  — максимальная объемная доля твердых частиц, соответствующая предельно шероховатой поверхности, образованной осевшими частицами. Величина  $\varphi_{\max}$  зависит от формы частиц: не более 0,524 (сферические частицы) и не более 1,0 (частицы в виде куба).

Величина  $\Delta$  равна сумме толщины  $\delta$  подслоя жидкости на гладкой или  $\Delta_s$  шероховатой поверхности стенки трубы и диаметра  $d$  частиц.

Рассмотрим движение твердых частиц в горизонтальном (поперечном) сечении. В этом направлении на движущиеся частицы действуют силы  $F_{Mj}$  Магнуса,  $F_{Sj}$  Саффмана и  $F_{ff}$  турбофореза.

Разрешая выражение (9) относительно  $\left[ l_{ff} \left( dU_f/dy \right) \right]^2$ , запишем выражения для сил Магнуса, Саффмана и турбофореза в виде следующих выражений:

$$F_{Mj} = \left( \pi d^3/6 \right) \rho \left( U_{ff} - U_{pj} \right) f_j^2 \left( v_\tau/l_{ff} \right) \times \\ \times \left\{ \left( 1 - y/R \right) / \left[ 1 - \varphi_j + \left( \rho_p/\rho_f \right) \left( k_{pj} f_j \right)^2 \varphi_j \right] \right\}^{1/2} k_M; \quad (15)$$

$$F_{Sj} = 3,084 \left( \pi d^3/6 \right) \rho v_{pj}^{1/2} / d \left( U_{ff} - U_{pj} \right) f_j^{3/2} \left( v_\tau/l_{ff} \right)^{1/2} \times \\ \times \left\{ \left( 1 - y/R \right) / \left[ 1 - \varphi_j + \left( \rho_p/\rho_f \right) \left( k_{pj} f_j \right)^2 \varphi_j \right] \right\}^{1/4} k_S; \quad (16)$$

$$F_{tff} = -\left(\pi d^3/6\right)\rho\left(\rho_p/\rho\right)k_{pj}^2 D_{ff} \left(D'_{ff} l'_{ff} - D_{ff} l'_{ff}\right)/l_{ff}^3 k_{ff}, \quad (17)$$

где  $k_M$ ,  $k_S$ ,  $k_{ff}$  — поправочные множители;  $D_{ff}$  — коэффициент диффузии жидкости в  $j$ -м слое; штрих означает производную соответствующей функции по  $y$ .

Значения поправочных множителей  $k_M$ ,  $k_S$  и  $k_{ff}$ , уточненные на основе опубликованных опытных данных и расчетных исследований, приведены в [4].

Коэффициент  $D_{pj}$  турбулентной диффузии двухфазного потока можно представить в виде зависимости [1]:

$$D_{pj} = 0,3418 R v_\tau (y/R) / [1 + 3,41 (y/r)^2] \times \\ \times \left[1 - \varphi_j + (\rho_p/\rho + 0,5)(k_{pj} f_j)^2 \varphi_j\right]. \quad (18)$$

Скорость  $V_p$  движения твердых частиц в поперечном направлении определяется из условия, что в поперечном направлении к оси потока на частицы действуют силы  $F_M$  Магнуса и  $F_S$  Саффмана, знакопеременная сила  $F_{ff}$  турбофореза, разность силы тяжести и силы Архимеда  $F_g - F_A$  и противоположно направленная сила  $F_r$  гидродинамического сопротивления:

$$F_{Mj} + F_{Sj} - F_{ff} - (F_g - F_A)(1 - \theta) = \left(\pi d^2/8\right)\rho V_{pj}^2 f_j^2 c_{ff}. \quad (19)$$

Из выражения (19) получим

$$Re_{pvj}^3 + 224,5 Re_{pvj}^2 + 2,5(768 - B) Re_{pvj} - 80B = 0, \quad (20)$$

где  $Re_{pvj} = V_{pj} f_j d / \nu_{pj}$  — число Рейнольдса, определенное по фактической скорости  $V_{pj} f_j$  стесненного движения частицы относительно жидкости в межчастичном пространстве в поперечном направлении, диаметру  $d$  частицы и кинематической вязкости  $\nu_{pj}$  двухфазного потока.

Величина  $B$  определяется выражением

$$B = (8/(\pi\rho))\nu_{pj}^{-2} [F_{Mj} + F_{Sj} - F_{ff} - (F_g - F_A)(1 - \theta)]. \quad (21)$$

По известному значению числа Рейнольдса  $Re_{pvj}$  определяется скорость стесненного движения частицы относительно жидкости:

$$V_{pj} f_j = Re_{pvj} \nu_{pj} / d. \quad (22)$$

Предполагается, что на стенке трубы осадок не образуется. Формулируется это в виде граничного условия

$$[V_{pj}f_j\varphi + D_{pj}(d\varphi/dy)]_{y=R-\Delta} = 0. \quad (23)$$

В работе [5] показано, что при установившемся осесимметричном движении двухфазного потока вверх распределение объемной доли твердой фазы в поперечном сечении трубы описывается дифференциальным уравнением

$$\varphi V_{pj} = -D_{pj}(d\varphi/dy). \quad (24)$$

Распределение объемной доли твердой фазы в поперечном сечении потока, например, при осесимметричном движении двухфазного потока в вертикальной трубе описывается выражением

$$\varphi = \varphi_0 \exp \left[ - \int_R^{R-y} V_{pj}f_j/D_{pj}dy \right], \quad (25)$$

где  $\varphi_0$  — объемная доля твердой фазы на оси трубы.

Средняя по поперечному сечению трубы объемная доля твердой фазы в вертикальной трубе

$$\varphi_m = \left(2/R^2\right) \int_R^0 \varphi(R-y)dy. \quad (26)$$

Аналогичные выражения можно записать для распределения объемной доли твердой фазы в вертикальной трубе при движении потока вниз и в вертикальном диаметральном сечении горизонтальной трубы и определить соответствующие средние значения. Используя полученные выражения, можно рассчитать объемный расход жидкой и твердой фаз и среднюю скорость движения двухфазной смеси.

Построенная физико-математическая модель движения *мелких* и *средних* монодисперсных твердых частиц в потоке ньютоновской жидкости в вертикальных трубах основана на представлении, что линейный масштаб турбулентности  $\lambda_t$ , равный  $0,015D$ , существенно больше диаметра  $d$  частиц, т. е.  $\lambda_t \gg d$ . На основании этого предположения принимается, что твердые частицы следуют за мелкими турбулентными молями жидкости. В другом предельном случае, если принимать, что  $\lambda_t \leq d$ , крупные частицы движутся по траекториям, на которые не влияет мелкая турбулентная структура окружающей жидкости. На основании этого представления при анализе смеси жидкости с *крупными* твердыми частицами исключим из рассмотрения силу  $F_{if}$  турбофореза, поскольку причиной ее возникновения являются мелкомасштабные турбулентные пульсации потока.

**Результаты сравнения экспериментальных и расчетных данных.** Сопоставим результаты, полученные при использовании изло-

женного метода расчета, с опубликованными экспериментальными данными и результатами расчетов, выполненных другими авторами.

Результаты расчета основных параметров гидротранспортирования в **горизонтальных трубах** сопоставлялись с опубликованными экспериментальными данными работ [6, 7]. Кроме того, проводилось сопоставление с приведенными в работах [8, 9] расчетными значениями основных параметров гидротранспортирования. В табл. 1 приведены для сравнения интегральные характеристики основных параметров гидротранспортирования, в том числе гидравлический уклон  $I$  и средняя скорость  $U_m$  двухфазного потока, определенная по объемному расходу.

Таблица 1

**Опытные (числитель) и расчетные (знаменатель) интегральные характеристики двухфазных потоков в горизонтальном трубопроводе (мелкие частицы)**

Источник	$d$ , мкм	$D$ , мм	$\varphi_m$	$I$	$U_m$ , м/с
[6], [8], [9]	165	51,5	0,189/0,187	0,35/0,35	4,17/4,16
[7], [8], [9]	90	102,7	0,198/0,197	0,184/0,184	1,33/1,36

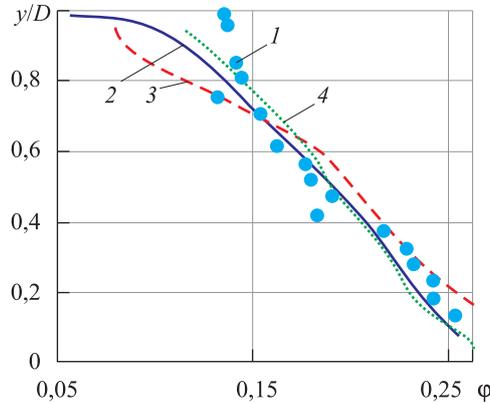
Примечание.  $\rho_p = 2650 \text{ кг/м}^3$ .

На рис. 1 приведено экспериментальное распределение объемной доли твердой фазы в вертикальном диаметральной сечении трубопровода. Как видно на рис. 1, результаты расчета методом, изложенным в работе [6], лучше согласуются с опытными данными в придонной области течения и существенно хуже в области течения вблизи верхней образующей трубы. Расчетные характеристики, которые получены методом, приведенным в работе [8], существенно хуже согласуются с опытными данными в области верхней образующей трубы. Результаты расчета методом, изложенным в работе [9], неплохо согласуются с опытными данными по всему поперечному сечению трубы. В целом расхождение между локальными опытными и расчетными данными составляет 10...15 %, за исключением заметного большего расхождения в верхней диаметральной части потока.

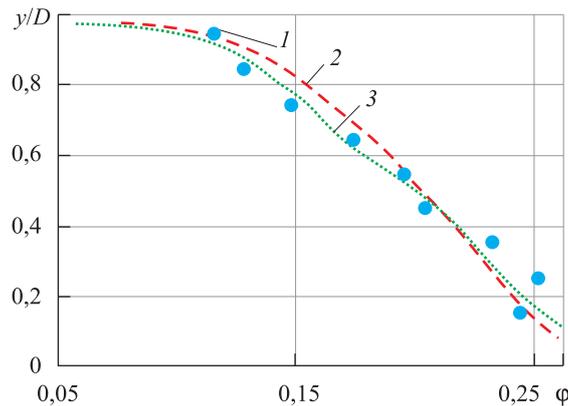
На рис. 2 опытные данные работы [7] по распределению объемной доли твердой фазы сравниваются с результатами, которые получены методом расчета, используемым в работах [8] и [9]. В верхней части потока опытные данные отличаются от расчетных значений наиболее значительно — с погрешностью менее 15 %.

Опытные данные работы [10] представлены частицами песка плотностью  $\rho_p = 2650 \text{ кг/м}^3$  и двумя диаметрами  $d = 290 \text{ мкм}$  и  $d = 550 \text{ мкм}$  в трубопроводе с внутренним диаметром  $D = 263 \text{ мм}$ . Из всего объема экспериментальных данных выделим два опыта, в которых имеется су-

щественное качественное различие между опытными и расчетными значениями объемной доли твердой фазы в вертикальном диаметральной сечении трубы.



**Рис. 1.** Распределение объемной доли  $\phi$  твердой фазы в вертикальной диаметральной плоскости горизонтального трубопровода:  
 1 — опыт [6]; 2, 3, 4 — расчет по [6], [8] и [9] соответственно



**Рис. 2.** Распределение объемной доли  $\phi$  твердой фазы в вертикальной диаметральной плоскости горизонтального трубопровода:  
 1 — опыт [7]; 2, 3 — расчет по [8] и [9] соответственно

В табл. 2 указаны значения физических величин  $\phi_m$  и  $U_m$ , которые были измерены и затем рассчитаны интегрированием по поперечному сечению трубопровода. В работе [10] не приведены расчетные значения градиента давления. Для расчета в работе [10] использован коммерческий программный комплекс Computation Fluid Dynamics (CFD). Он основан на эйлеровой модели двухфазного потока, дополненной моделями турбулентности для жидкой и твердой фаз.

Из данных табл. 2 следует, что расчетные интегральные характеристики  $\phi_m$ ,  $(-dp/dx)$  и  $U_m$  рассмотренных двухфазных потоков удовлетворительно согласуются с опытными данными.

**Опытные и расчетные интегральные характеристики  
двухфазных потоков в горизонтальном трубопроводе (средние частицы)**

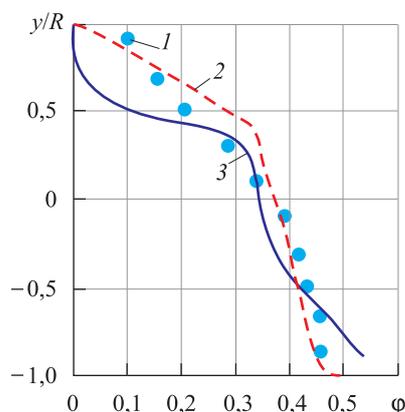
Источник	$\Phi_m$	$-\frac{dp}{dx}$ , Па/м	$U_m$ , м/с
<i>Эксперимент</i>			
[10]	0,34/0,30	830/920	4,7/3,9
<i>Расчет</i>			
[10]	0,34/0,30	Нет свед.	4,7/3,9
[9]	0,34/0,293	810/660	4,7/3,9

*Примечание.* В числителе приведено значение параметра для частиц диаметром 290 мкм, в знаменателе — для частиц диаметром 550 мкм.

На рис. 3 приведено распределение объемной доли твердой фазы для частиц диаметром  $d = 290$  мкм. Как и в предыдущем случае, предложенный в настоящей работе метод лучше согласуется с опытными данными, чем метод расчета из работы [10], особенно вблизи верхней образующей трубы при  $U_m = 4,7$  м/с.

**Рис. 3.** Распределение объемной доли  $\phi$  твердой фазы в вертикальной диаметральной плоскости горизонтального трубопровода для частиц диаметром  $d = 290$  мкм при  $\Phi_m = 0,34$  и  $U_m = 4,7$  м/с:

1 — опыт [10]; 2, 3 — расчет по [9] и [10] соответственно

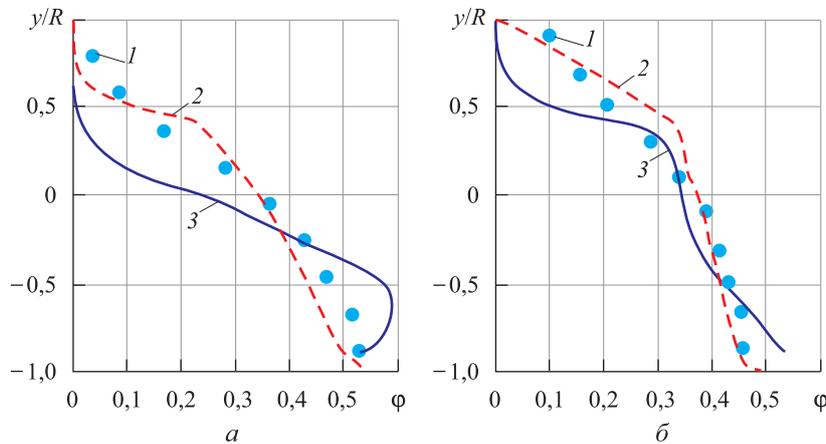


Следует отметить, что горбообразный характер расчетных кривых [10] не согласуется с опытными данными не только при указанных значениях  $\Phi_m$  и  $U_m$ , но и при других их значениях.

На рис. 4 приведены распределения объемной доли твердой фазы для частиц диаметром  $d = 550$  мкм. Результаты предложенного метода лучше согласуются с опытными данными, чем результаты метода расчета, описанного в работе [10], особенно вблизи верхней образующей трубы при  $U_m = 3,9$  м/с (рис. 4, а). Примерно такое же положение сохраняется и при  $U_m = 4,4$  м/с (рис. 4, б).

Из расчетных зависимостей, полученных в работе [10], видно, что при возрастании диаметра частиц с  $d = 290$  мкм до  $d = 550$  мкм

(см. рис. 3 и 4) горбообразный характер расчетной кривой перемещается из области над осью трубы в придонную область, приняв петлеобразный характер.



**Рис. 4.** Распределение объемной доли  $\varphi$  твердой фазы в вертикальной диаметральной плоскости горизонтального трубопровода для частиц диаметром  $d = 550$  мкм при скорости  $U_m = 3,9$  м/с (а) и  $4,4$  м/с (б):  
1 — опыт [10]; 2, 3 — расчет по [9] и [10] соответственно

Проанализируем экспериментальные данные работы [11] по движению смеси воды с частицами песка диаметром  $d = 470$  мкм и  $d = 1700$  мкм в **вертикальном трубопроводе** с внутренним диаметром  $D = 40$  мм. Максимальный линейный масштаб турбулентности определяется выражением  $\lambda_t = 0,03D/2$  и составляет 600 мкм. Поскольку в обоих случаях частицы имеют линейный размер, близкий максимальному линейному масштабу турбулентности  $\lambda_t$  или превосходящий его, может быть использован метод расчета, развитый в работе [12].

В табл. 3 приведены основные интегральные характеристики экспериментов и соответствующие расчетные величины, которые определялись по изложенной в настоящей работе методике. Плотность материала частиц  $\rho_p = 2650$  кг/м<sup>3</sup>, жидкости  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, кинематическая вязкость жидкости  $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

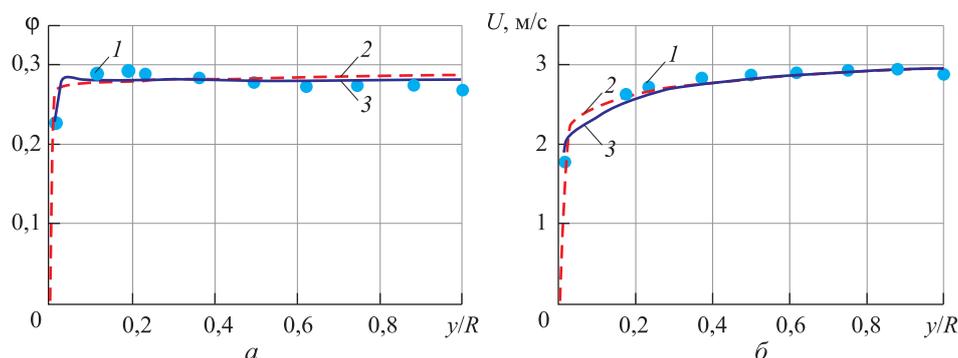
Таблица 3

**Опытные (числитель) и расчетные (знаменатель) интегральные характеристики двухфазных потоков в вертикальном трубопроводе (крупные частицы)**

Номер опыта	$d$ , мкм	$\varphi_m$	$U_m$ , м/с
1	470	0,278/0,277	2,6/2,65
2	1700	0,085/0,0849	2,8/2,85
3	1700	0,177/0,176	2,8/2,77

Сопоставление приведенных опытных данных с расчетными профилями распределения объемной доли твердой фазы и скоростей частиц ранее выполнялось в работах [13, 14]. Метод расчета, использованный в работах [13, 14], включает коммерческий программный комплекс ANSYS CFX-4-4, дополненный физической моделью турбулентности, основанной на кинетической теории гранулированных потоков.

На рис. 5 приведены распределения объемной доли твердой фазы и скорости потока для условий первого опыта (см. табл. 3).



**Рис. 5.** Распределение объемной доли  $\varphi$  твердых частиц (*a*) и скорости  $U$  (*б*) двухфазного потока в вертикальном трубопроводе ( $d = 470$  мкм,  $\varphi_m = 0,278$ ):  
1 — опыт [11]; 2, 3 — расчет по [12] и [14] соответственно

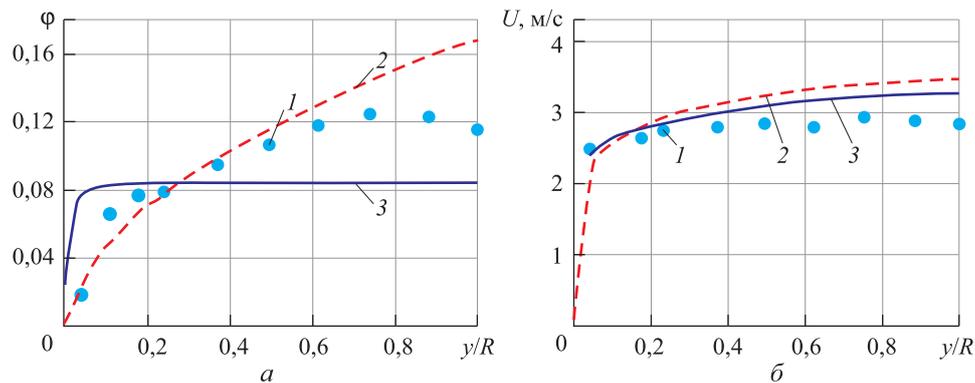
Сравнение данных по профилю скорости  $U$  (рис. 5, б) показывает, что результаты расчетов по методу работ [12] и [13, 14] достаточно хорошо совпадают с опытными данными. Ни один из методов не отражает локальное увеличение  $\varphi$  при значении  $y/R = 0,1$ . Распределение объемной доли  $\varphi$  твердой фазы (рис. 5, а) значительно лучше согласуется с методом расчета, изложенным в работе [12], и имеет осесимметричный характер, поскольку труба расположена вертикально.

На рис. 6 приведены распределения объемной доли твердой фазы и скорости потока для условий второго опыта (см. табл. 3).

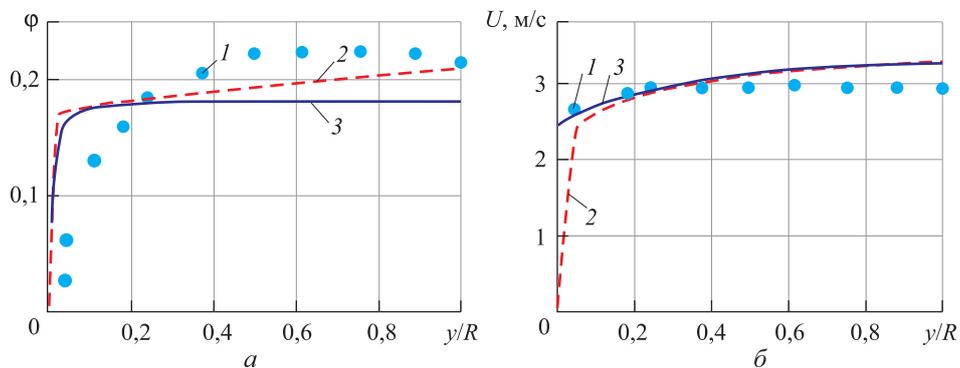
Сравнение данных по профилю скорости  $U$  (рис. 6, б) показывает, что результаты расчета, полученные по методу работ [13, 14], несколько лучше совпадают с опытными данными, хотя с ними хорошо совпадают и результаты, полученные по используемой в работе [12] методике.

Сравнение данных по распределению объемной доли  $\varphi$  твердой фазы (рис. 6, а) показало, что расчетные зависимости, полученные по методу работ [13, 14], в области  $0,3 \leq y/R \leq 1,0$  с погрешностью около 50 % отличаются от опытных данных. Качественный характер расчетной зависимости  $\varphi$  от  $y/R$  практически полностью повторяет

аналогичные зависимости, приведенные на рис. 5, а. В приосевой области потока различия между опытными значениями  $\varphi$  и рассчитанными по методике, изложенной в работе [12], существенно меньше. Ни один из методов расчета не отражает локальное увеличение величины  $\varphi$  при значении  $y/R = 0,75$ .



**Рис. 6.** Распределение объемной доли  $\varphi$  твердых частиц (а) и скорости  $U$  (б) двухфазного потока в вертикальном трубопроводе ( $d = 1700$  мкм,  $\varphi_m = 0,085$ ): 1 — опыт [11]; 2, 3 — расчет по [12] и [14] соответственно



**Рис. 7.** Распределение объемной доли  $\varphi$  твердых частиц (а) и скорости  $U$  (б) двухфазного потока в вертикальном трубопроводе ( $d = 1700$  мкм,  $\varphi_m = 0,177$ ): 1 — опыт [11]; 2, 3 — расчет по [12] и [14] соответственно

На рис. 7 приведены распределения объемной доли твердой фазы и скорости потока для условий третьего опыта (см. табл. 3).

Как и в предыдущем случае, сравнение данных по профилю скорости  $U$  потока (рис. 7, б) показывает, что результаты расчета методом, изложенным в работах [13, 14], несколько лучше совпадают с опытными данными, чем результаты расчета методом, используемым в работе [12], хотя и они достаточно хорошо согласуются с опытными данными. Качественный характер расчетной зависимости

сти  $\varphi$ , полученной в работе [14] (рис. 7, а), довольно значительно отличается от опытных данных. Результаты расчета по используемой в работе [12] методике значительно лучше согласуются с опытными данными во всем диапазоне  $0,05 \leq y/R \leq 0,10$ . Следует отметить, что и в этом случае ни один из методов не отражает локальное увеличение объемной доли  $\varphi$  твердых частиц при значении  $0,60 \leq y/R \leq 0,75$ .

Проведенный сравнительный анализ показал, что метод, используемый в работе [12], дает лучшее соответствие с опытными данными для более крупных частиц, когда отношение  $d/\lambda_t = 1700/600 = 2,83$  существенно больше единицы, хотя и для частиц меньшего диаметра (при  $d/\lambda_t = 470/600 = 0,783$ ) результаты сравнения опытных и расчетных данных вполне удовлетворительны. В работе [14] в связи с большим различием опытных и расчетных данных по  $\varphi$  для частиц большого размера отмечается, что развитая авторами модель расчета не в состоянии учесть особенности движения частиц большого размера. Это свидетельствует о том, что использование сложных моделей турбулентности двухфазного потока не обеспечивает необходимой общности и, как и любая другая более простая модель турбулентности двухфазного потока, требует «настройки» на процессы, которые являются определяющими в том или ином конкретном случае.

**Заключение.** Результаты сравнения экспериментальных данных и расчетных зависимостей, основанных на приведенной в настоящей работе методике расчета, показывают, что изложенный метод расчета интегральных и локальных характеристик двухфазных потоков достаточно удовлетворительно согласуется с опытными данными. В ряде случаев уровень достигнутого соответствия значительно выше, чем при использовании методов расчета, опубликованных в работах [8–10, 13, 14].

На основании полученных результатов можно сделать следующий вывод: изложенный метод расчета может использоваться при определении интегральных и локальных параметров гидротранспортных систем в горизонтальных и вертикальных трубопроводах.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кондратьев А.С., Швыдько П.П. Расчет движения полидисперсных смесей твердых частиц в потоке жидкости в горизонтальной трубе. *Теорет. основы хим. технологии*, 2017, т. 51, № 1, с. 99–110.
- [2] Norman J.T., Navak H.V., Bonnecaze R.T. Migration of buoyant particles in low — Reynolds — number pressure — driven flow. *J. Fluid Mechanics*, 2005, vol. 523, pp. 1–28.
- [3] Кондратьев А.С. Расчет течения в призматических трубах с использованием модели плоского течения. *Теорет. основы хим. технологии*, 2009, т. 43, № 4, с. 459–465.

- [4] Кондратьев А.С., Ньа Т.Л., Швыдько П.П. Эмпирические формулы для расчета подъемных сил, действующих на твердые частицы при гидротранспортировании. *Проблемы аксиоматики в гидрогазодинамике. Сб. ст.* № 30. Москва, Sputnik +, 2016, с. 407–419.
- [5] Cerbelli S., Giusti A., Soldati A. ADE approach to predicting dispersion of heavy particles in wall-bounded turbulence. *Intern. J. Multiphase Flow*, 2001, vol. 27, no. 11, pp. 1861–1879.
- [6] Roco M.C., Shook C.A. Modeling of Slurry Flow: The Effect of Particle Size. *Can. J. Chem. Engin.* 1983, vol. 61 (4), pp. 494–503.
- [7] Gillies R.G., Shook C.A., Xu J. Modeling Heterogeneous Slurry Flow at High Velocities. *Can. J. Chem. Engin.*, 2004, vol. 82 (5), pp. 1060–1065.
- [8] Messa G.V., Malavasi S. Numerical prediction of particle distribution of solid-liquid slurries in straight pipes and bends. *Engin. Applic. Comput. Fluid Mech.*, 2014, vol. 8, no. 3, pp. 356–372.
- [9] Кондратьев А.С., Швыдько П.П. Физико-математическая модель и метод расчета гидротранспортирования твердых монодисперсных частиц. *Вест. МГПУ. Сер. Естественные науки*, 2017, № 2 (26), с. 59–69.
- [10] Gopaliya M.K., Kaushal D.R. Modeling of sand-water slurry flow through horizontal pipe using CFD. *J. Hydrol. Hydromech.*, 2016, vol. 64, no. 3, pp. 261–272.
- [11] Summer R.J., McKibben M.J., Shook C.A. Concentration and velocity distributions in turbulent vertical slurry flows. *Ecoulements Solide-Liquide*, 1990, vol. 2 (2), pp. 33–42.
- [12] Кондратьев А.С., Ньа Т.Л. Основы расчета гидродинамических параметров при движении жидкости с монодисперсными крупными твердыми частицами в вертикальных трубах. *Фундаментальные исследования*, 2016, № 9, с. 35–42.
- [13] Krampa-Morlu F.N., Bergstrom D.J., Bugg J.D., Sanders R.S., Schaan J. Numerical Simulation of Dense Coarse Particle Slurry Flows in a Vertical Pipe. *5<sup>th</sup> ICMF*. Yokohama. Japan. May 31–June 3. 2004, p. 1. URL: [http://homepage.usask.ca/~fnk382/icmf\\_2004.pdf](http://homepage.usask.ca/~fnk382/icmf_2004.pdf)
- [14] Krampa F.N. *Two-Fluid Modelling of Heterogeneous Coarse Particle Slurry Flows*. Doct. Disser. Univer. Saskatchewan, 2009, 242 p.

Статья поступила в редакцию 29.01.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Кондратьев А.С., Ньа Т.Л., Швыдько П.П. Инженерные методы расчета гидротранспортирования твердых частиц в горизонтальных и вертикальных трубах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 3.  
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-3-1740>

*Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на Международной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики ФАРМ-2017», посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24 – 27 октября 2017 г.*

**Кондратьев Александр Сергеевич** родился в 1941 г., окончил МФТИ в 1964 г. Д-р техн. наук, профессор, профессор Московского политехнического университета. Почетный нефтяник. Область научных интересов: внутренняя теплозащита ракетных двигателей твердого топлива; контейнерный гидротранспорт; гидромеханика неньютоновских жидкостей; гидромеханика двухфазных потоков.  
e-mail: ask41@mail.ru

**Нья Тьонг Линь** родился в 1980 г., окончил Ханойский политехнический университет (Вьетнам) в 2005 г. Аспирант Московского политехнического университета. Область научных интересов: гидравлические машины и гидропривод; гидромеханика двухфазных потоков. e-mail: [linhnt.cfmi@gmail.com](mailto:linhnt.cfmi@gmail.com)

**Швыдько Павел Петрович** родился в 1989 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2013 г. Соискатель Московского политехнического университета. Область научных интересов: гидромеханика двухфазных потоков. e-mail: [shvydko.p@gmail.com](mailto:shvydko.p@gmail.com)

## Fundamentals of engineering methods for calculating the hydrotransportation of solid particles in horizontal and vertical pipes

© A.S. Kondratiev, T.L. Nha, P.P. Shvydko

Moscow Polytechnic University, Moscow, 107023, Russia

*The method of calculating hydrotransport parameters is based on the Lagrange approach. The results of comparison of the calculated hydrotransportation characteristics (average velocity, pressure gradient, the average volume fraction of the solid phase and its distribution in the vertical diametrical section) were compared with the experimental and calculated dependencies obtained by foreign authors. For horizontal pipelines, we compared particles of the sand of two different fractions in pipes of two diameters, at two-phase flow velocities and a volume fraction of the solid phase, as well as for sand particles of three fineness parameters in a tube with given range of velocities and a volume fraction of the solid phase. For vertical piping we show the results of comparison of the calculated and experimental values of hydrotransportation characteristics of relatively coarse particles in a pipe with two-phase flow velocities and the volume fraction of solids of given range. The developed methods showed qualitatively and quantitatively better agreement with the experimental data, in comparison with the calculation methods used by foreign authors.*

**Key words:** solid particles, motion in a liquid, volume fraction of a solid phase, velocity, average velocity, pressure gradient

### REFERENCES

- [1] Kondratiev A.S., Shvydko P.P. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii — Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2017, vol. 51, no. 1, pp. 99–110.
- [2] Norman J.T., Navak H.V., Bonnecaze R.T. Migration of buoyant particles in low-Reynolds-number pressure-driven flow. *J. Fluid Mechanics*, 2005, vol. 523, pp. 1–28.
- [3] Kondratiev A.S. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii — Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2009, vol. 43, no. 4, pp. 459–465.
- [4] Kondratiev A.S., Nha T.L., Shvydko P.P. Empiricheskie formuly dlya rascheta pod'emnykh sil, deystvuyushchikh na tverdye chastitsy pri gidrotransportirovanii [Empirical formulas for calculation of lifting forces acting on solid particles during hydrotransportation]. In: *Problemy aksiomatik v gidrogazodinamike* [Problems of axiomatics in hydrodynamics. Coll. art.], no. 30. Moscow, Sputnik +, 2016, pp. 407–419.
- [5] Cerbelli S., Giusti A., Soldati A. ADE approach to predicting dispersion of heavy particles in wall-bounded turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, 2001, vol. 27, no. 11, pp. 1861–1879.
- [6] Roco M.C., Shook C.A. Modeling of Slurry Flow: The Effect of Particle Size. *Can. J. Chem. Engin.*, 1983, vol. 61 (4), pp. 494–503.
- [7] Gillies R.G., Shook C.A., Xu J. Modeling Heterogeneous Slurry Flow at High Velocities. *Can. J. Chem. Engin.*, 2004, vol. 82 (5), pp. 1060–1065.
- [8] Messa G.V., Malavasi S. Numerical prediction of particle distribution of solid-liquid slurries in straight pipes and bends. *Engin. Applic. Comput. Fluid Mech.*, 2014, vol. 8, no. 3, pp. 356–372.

- [9] Kondratiev A.S., Shvydko P.P. *Vestnik MGPU. Seriya: Estestvennyye nauki — Vestnik. Moscow City University. Natural Sciences*, 2017, no. 2 (26), pp. 59–69.
- [10] Gopaliya M.K., Kaushal D.R. Modeling of sand-water slurry flow through horizontal pipe using CFD. *J. Hydrol. Hydromech.*, 2016, vol. 64, no. 3, pp. 261–272.
- [11] Summer R.J., McKibben M.J., Shook C.A. Concentration and velocity distributions in turbulent vertical slurry flows. *Ecoulements Solide-Liquide*, 1990, vol. 2 (2), pp. 33–42.
- [12] Kondratiev A.S., Nha T.L. *Fundamentalnye issledovaniya — Fundamental research*, 2016, no. 9, pp. 35–42.
- [13] Krampa-Morlu F.N., Bergstrom D.J., Bugg J.D., Sanders R.S., Schaan J. Numerical Simulation of Dense Coarse Particle Slurry Flows in a Vertical Pipe. *Proc. 5<sup>th</sup> ICMF*. Yokohama, Japan, May 31 — June 3, 2004, p. 1. Available at: [http://homepage.usask.ca/~fink382/icmf\\_2004.pdf](http://homepage.usask.ca/~fink382/icmf_2004.pdf)
- [14] Krampa F.N. *Two-Fluid Modelling of Heterogeneous Coarse Particle Slurry Flows. Doct. Dissert.* Univer. Saskatchewan, 2009, 242 p.

**Kondratiev A.S.** (b. 1941) graduated from the Moscow Institute of Physics and Technology. Dr. Sc. (Eng.), Professor of Moscow Polytechnic University. Honorary oilman. Area of activity and scientific interests: internal thermal protection of solid propellant; container hydrotransport; hydromechanics of non-Newtonian fluids; fluid mechanics of two-phase flows. e-mail: ask41@mail.ru

**Nha Tuong Linh** (b. 1980) graduated from the Hanoi University of Science and Technology, Vietnam. Post-graduate student of Moscow Polytechnic University. Field of activity: hydraulic machines and hydro-pneumatic drive; fluid mechanics of two-phase flows. e-mail: linhnt.cfmi@gmail.com

**Shvydko P.P.** (b. 1989) graduated from the Bauman Moscow State Technical University. Applicant of the Moscow Polytechnic University. Field of activity: two-phase fluid hydromechanics. e-mail: shvydko.p@gmail.com