УДК 519.718 DOI 10.18698/2308-6033-2018-1-1719

Доверительные границы для показателя надежности системы с дублированием элементов различных подсистем

© И.В. Павлов, М.М. Теделури

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Статья посвящена актуальной прикладной и теоретической проблеме доверительного оценивания показателей надежности сложных систем по результатам испытаний их отдельных компонент (элементов или подсистем). Рассмотрена модель системы с полным или частичным дублированием элементов в различных подсистемах для случая нагруженного режима резервирования. Дано приближенное для случая высокой надежности элементов решение задачи на построение нижней доверительной границы для одного из основных показателей надежности — гарантированного с заданным уравнением достоверности времени безотказной работы системы по результатам испытаний ее элементов. Получено также решение задачи определения объемов испытаний элементов различных подсистем, необходимых для подтверждения заданных требований к показателю надежности системы. В заключение приведены численные примеры расчета доверительных границ на основе полученных выражений для показателя надежности системы.

Ключевые слова: *надежность, система, структура системы, доверительные границы*

Введение. Оценка тех или иных показателей надежности сложных систем по результатам испытаний их элементов довольно часто возникает в инженерной практике и является актуальной проблемой математической теории надежности. При этом основной интерес чаще всего представляет построение доверительных оценок (границ) показателей надежности.

Следует отметить, что в существующих в настоящее время работах, посвященных оценке показателей надежности сложных систем по результатам испытаний их компонентов (элементов, подсистем), оценивается главным образом вероятность безотказной работы системы в течение заданного времени t для различных планов испытаний элементов и системных структур [1–21].

Ниже рассматривается задача для модели системы с полным или частичным дублированием элементов системы идентичными резервными элементами для другого часто используемого показателя — гарантированного (с заданным уровнем гарантии) времени безотказной работы системы. Цель данной работы — построение нижней доверительной границы для этого показателя надежности системы по результатам испытаний элементов системы на надежность.

Пусть имеется система, составленная из m различных подсистем, соединенных последовательно (в смысле надежности). При этом в подсистемах с индексами 1, …, n основной элемент дублируется идентичным резервным элементом (режим резервирования нагруженный). В остальных подсистемах с индексами n + 1, n + 2, …, m резервирование не проводится. При предположении, что отказы различных элементов происходят независимо один от другого, вероятность безотказной работы (функция надежности) системы на интервале времени (0, t) имеет вид

$$P_{\text{c}}(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t) \prod_{i=n+1}^{m} \left[1-[1-P_i(t)]^2\right], \tag{1}$$

где $P_i(t)$ — функция надежности одного элемента i-го типа (i-й подсистемы), i = 1, …, m. Данная модель содержит как частные случаи систему с последовательной структурой и систему с дублированием всех элементов, соответственно n = m и n = 0. Предполагается также, что распределение времени безотказной работы элементов экспоненциальное, т. е. функция надежности элементов i-го типа $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$, где $\lambda_i > 0$ — параметр интенсивности отказов, $i = 1, ..., m$.

Рассмотрим часто встречающуюся в инженерной практике ситуацию, когда параметры надежности элементов системы $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m)$ точно неизвестны, а известна лишь статистическая информация по результатам испытаний элементов. Испытания элементов i-го типа проводились по стандартным планам типа $\left[N_i B T_i\right]$ (в обозначениях работы [1]), т. е. для N_i элементов i-го типа, отказавшие элементы восстанавливали (заменяли новыми идентичными). Испытания продолжались в течение времени T, в результате наблюдалось d_i отказов элементов i-го типа, i = 1, …, m.

Требуется на основе вектора результатов испытаний d = (d_1, d_2, …, d_m) построить нижнюю доверительную границу с коэффициентом доверия γ для одного из основных показателей надежности — гарантированного (с уровнем гарантии 0 < q < 1) времени безотказной работы (или процентного ресурса q) системы t_q, определяемого из уравнения относительно t:

$$P_{\text{c}}(t) = q. \tag{2}$$

Предлагается приближенное асимптотическое решение данной задачи для показателя t_q при λ_i <<1, i = 1, …, m, что соответствует предположению о высокой надежности элементов системы.

Асимптотическое решение (для случая высокой надежности). В соответствии с уравнением (1) функция надежности системы имеет вид

$$P_{\text{c}}(t)=\prod_{i=1}^{n}e^{-\lambda_i t}\prod_{i=n+1}^{m}\left[1-\left[1-e^{-\lambda_i t}\right]^2\right].$$

Отсюда, используя разложение функции $\ln P_c(t)$ в ряд по степеням $(\lambda_i t)\to 0$, $i=1,\ \dots,\ m$, после простых преобразований, получаем

$$P_{\text{c}}(t)=\exp\left\{-f_1(\lambda)t-f_2(\lambda)t^2+o\left[\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i t)^2\right]\right\}. \tag{3}$$

В уравнении (3) $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$ — функции от вектора параметров $\lambda=(\lambda_1,\ \dots,\ \lambda_m)$ следующего вида:

$$f_1(\lambda)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i,\ \ f_2(\lambda)=\sum_{i=n+1}^{m}\lambda_i^{\,2}. \tag{4}$$

Из уравнения (3) следует приближенное (для случая высоконадежных элементов, т. е. при $\lambda_i t \ll 1$, $i=1,\ \dots,\ m$) выражение

$$P_{\text{c}}(t)\cong\exp\left[-f_1(\lambda)t-f_2(\lambda)t^2\right]. \tag{5}$$

При этом задача оценки функции надежности системы (5) сводится к оценке сверху двух функций от параметров надежности элементов $f_1(\lambda)$ и $f_2(\lambda)$.

Случайная величина (с. в.) d_i имеет пуассоновское распределение с параметром $\Lambda_i=N_iT_i\lambda_i$, $i=1,\ \dots,\ m,$ и, следовательно, наблюдаемое на испытаниях суммарное число отказов $D_1=d_1+d_2+\ldots+d_n$ также имеет пуассоновское распределение с параметром $\Lambda=\Lambda_1+\Lambda_2+\ldots+\Lambda_n$. Обозначим через $\Delta_\gamma(d)$ стандартную верхнюю γ-доверительную границу для параметра пуассоновского распределения по результату наблюдения d [1]. Тогда, по определению этой величины, справедливо неравенство

$$P\left\{\sum_{i=1}^{n}N_iT_i\lambda_i\le\Delta_\gamma\left(D_1\right)\right\}\ge\gamma. \tag{6}$$

Обозначим через $L=\left\{d:d_i=0,1,\ 2,\dots,\ \ i=1,\ \dots,\ m\right\}$ множество всех возможных значений результатов испытаний $d=(d_1,d_2,\ \dots,\ d_m)$. Рассмотрим систему подмножеств в пространстве параметров:

$$H_1(d)=\left\{\lambda:\sum_{i=1}^{n}N_iT_i\lambda_i\le\Delta_\gamma\left(D_1\right),\ \lambda_i\ge 0,\ i=1,\ \dots,\ m\right\},\ d\in L. \tag{7}$$

С учетом неравенства (6) система подмножеств $H_1(d),\ d \in L,$ образует систему γ-доверительных множеств для вектора параметров $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m)$. В соответствии с общим методом доверительных множеств (см., например, работы [1]–[2], [22]–[24] и др.) верхняя γ-доверительная граница для функции $f_1(\lambda)$ в (4) может быть найдена как

$$\overline{f_1} = \overline{f_1}(d) = \max f_1(\lambda) = \max \sum_{i=1}^{n} \lambda_i. \tag{8}$$

Максимум при данном фиксированном значении вектора результатов наблюдений $d = (d_1, d_2, ..., d_m)$ берется по доверительному множеству $H_1(d)$ в системе подмножеств (7), т. е. при ограничениях на вектор параметров $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m)$

$$\sum_{i=1}^{n} N_i T_i \lambda_i \le \Delta_\gamma\left(D_1\right),\ \ \lambda_i \ge 0,\ i = 1,\ ...,\ n. \tag{9}$$

Вычисляя максимум в выражении (8) по области (9), получаем

$$\overline{f_1} = \overline{f_1}(d) = \Delta_\gamma\left(D_1\right)/V_1, \tag{10}$$

где $V_1 = \min\left(N_1T_1, N_2T_2, ..., N_nT_n\right)$ — минимальный объем испытаний элементов в подсистемах с индексами $i = 1, ..., n$ (т. е. в подсистемах без резервирования элементов).

Аналогично система подмножеств в пространстве параметров

$$H_2(d) = \left\{\lambda : \sum_{i=n+1}^{m} N_i T_i \lambda_i \le \Delta_\gamma\left(D_2\right),\ \lambda_i \ge 0,\ \ i = n+1,\ ...,\ m\right\},\ d \in L, \tag{11}$$

образует систему γ-доверительных множеств для $\lambda = (\lambda_{n+1}, ..., \lambda_m)$, где $D_2 = d_{n+1} + ... + d_m$ — суммарное число отказов, наблюдаемое на испытаниях элементов подсистем $i = n+1,\ n+2\ ...,\ m$ (т. е. подсистем с дублированием).

Значение

$$\overline{f_2} = \overline{f_2}(d) = \max f_2(\lambda) = \max \sum_{i=n+1}^{m} \lambda_i^2 \tag{12}$$

дает верхнюю γ-доверительную границу для функции $f_2(\lambda)$, где максимум берется по доверительному множеству (11), т. е. при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} N_i T_i \lambda_i \le \Delta_\gamma\left(D_2\right),\ \lambda_i \ge 0,\ i = n+1, \ldots, m. \qquad (13)$$

Функция $f_2(\lambda)$ выпукла вниз, и, следовательно, максимум выражения (12) достигается в одной из m «угловых» точек области (13) вида $\lambda^{(i)} = (0, \ldots, 0, \tilde{\lambda}_i, 0, \ldots, 0)$, где $\tilde{\lambda}_i = \Delta_\gamma\left(D_2\right) / N_i T_i,\ i = n+1, \ldots, m.$ Тем самым максимум (12)

$$\overline{f_2} = \overline{f_2}(d) = \left[\Delta_\gamma\left(D_2\right) / V_2\right]^2, \qquad (14)$$

где $V_2 = \min\left(N_{n+1}T_{n+1}, \ldots, N_m T_m\right)$ — минимальный объем испытаний элементов в подсистемах с индексами $i = n+1, \ldots, m$ (т. е. в подсистемах с дублированием элементов).

В соответствии с уравнением (2) t_q определяется из уравнения

$$f_2(\lambda)t^2 + f_1(\lambda)t = -\ln q. \qquad (15)$$

Отсюда получаем выражение, показывающее приближенную (в указанной выше асимптотике) зависимость показателя надежности системы t_q от вектора параметров элементов $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m)$:

$$t_q = t_q(\lambda) \cong \left\{\left[\left|\ln q\right| / f_2(\lambda)\right] + \left[f_1(\lambda) / 2 f_2(\lambda)\right]^2\right\}^{1/2} - \left[f_1(\lambda) / 2 f_2(\lambda)\right]. \quad (16)$$

Из выражения (16) следует, что $t_q = t_q(\lambda)$ может быть представлено в виде

$$t_q(\lambda) = t_q\left[f_1(\lambda),\ f_2(\lambda)\right], \qquad (17)$$

где функция двух переменных $t_q(f_1, f_2)$ в правой части выражения (16) монотонно убывает по f_1 и f_2.

Учитывая монотонную зависимость показателя (17) от функций $f_1(\lambda),\ f_2(\lambda),$ определяем нижнюю доверительную границу $\underline{t}_q = \underline{t}_q(d)$ для t_q следующим образом:

$$\underline{t}_q = \underline{t}_q(d) = t_q\left[\overline{f_1}(d), \overline{f_2}(d)\right]. \qquad (18)$$

В соответствии с выражением (16) можно записать

$$\underline{t}_q = \left[\left(\left|\ln q\right| / \overline{f}_2\right) + \left(\overline{f}_1 / 2\,\overline{f}_2\right)^2\right]^{1/2} - \left(\overline{f}_1 / 2\,\overline{f}_2\right). \qquad (19)$$

Отсюда с учетом приведенных выше выражений для доверительных границ $\overline{f_1} = \overline{f_1}(d),\ \ \overline{f_2} = \overline{f_2}(d)$, следует

$$\underline{t}_q = \frac{V_2}{\Delta_\gamma(D_2)}\left[\left|\ln q\right| + \frac{V_2{}^2\Delta_\gamma{}^2(D_1)}{4V_1^2\Delta_\gamma{}^2(D_2)}\right]^{1/2} - \left(\frac{V_2{}^2\Delta_\gamma(D_1)}{2V_1\Delta_\gamma{}^2(D_2)}\right). \qquad (20)$$

Пусть $\gamma = 1-\varepsilon$ — коэффициент доверия, на основе которого построены доверительные границы в выражениях (10), (14) для функций $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$. Тогда коэффициент доверия γ' построенной выше доверительной границы в выражениях (18)–(20) для показателя надежности системы $t_q = t_q(\lambda)$ удовлетворяет неравенству $\gamma' \geq \gamma^2$.

Для доказательства этого неравенства введем события

$$A_\lambda = \left\{d : \overline{f_1}(d) \geq f_1(\lambda)\right\};\ \ B_\lambda = \left\{d : \overline{f_2}(d) \geq f_2(\lambda)\right\},$$

где $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m)$ — произвольная точка в пространстве параметров.

При этом справедливы неравенства

$$P\left\{d \in A_\lambda\right\} \geq \gamma;\quad P\left\{d \in B_\lambda\right\} \geq \gamma. \qquad (21)$$

Поскольку функция монотонна $t_q(f_1, f_1)$, имеет место соотношение

$$A_\lambda \cap B_\lambda \subset \left\{d : t_q\left[\overline{f_1}(d), \overline{f_2}(d)\right] \leq t_q\left[f_1(\lambda)\ ,\ f_1(\lambda)\right]\right\},$$

откуда с учетом неравенств (21) следует

$$P\left\{\underline{t}_q(d) \leq \underline{t}_q(\lambda)\right\} \geq P\left\{A_\lambda \cap B_\lambda\right\} = P\left\{A_\lambda\right\} P\left\{B_\lambda\right\} \geq \gamma^2.$$

Это доказывает неравенство $\gamma' \geq \gamma^2$ для коэффициента доверия γ' построенной в выражениях (19), (20) доверительной границы $\underline{t}_q = \underline{t}_q(d)$.

Система с дублированием элементов во всех подсистемах. Рассмотрим также важный частный случай, когда $n = 0$, т. е. все элементы системы дублируются идентичными резервными элементами. В этом случае из приведенных выше выражений следует, что нижняя доверительная граница для гарантированного времени безотказной работы системы $\underline{t}_q$ имеет вид

$$\underline{t}_q = \left[|\ln q| / \overline{f_2}\right]^{1/2} = \frac{V_2\left|\ln q\right|^{1/2}}{\Delta_\gamma(D_2)}, \qquad (22)$$

где $V_2 = \min N_i T_i$ — минимальный объем испытаний элементов по всем подсистемам системы $i = 1, ..., m$.

В частном случае безотказных испытаний, т. е. если все числа отказов $d_i = 0$, $i = 1, ..., m$, $\Delta_\gamma(D_2) = \Delta_\gamma(0) = |\ln(1-\gamma)|$ [24]. Тогда нижняя γ-доверительная граница (22) для гарантированного времени безотказной работы системы t_q

$$\underline{t}_q = \frac{V_2 |\ln q|^{1/2}}{|\ln(1-\gamma)|}.$$

Необходимый объем испытаний элементов для подтверждения заданных требований к показателю надежности системы t_q. Рассмотрим часто встречающуюся в инженерной практике задачу, когда требуется подтвердить по результатам испытаний системы или ее элементов (подсистем) заданные требования к показателю надежности системы вида

$$\underline{t}_q \geq \theta, \tag{23}$$

где θ — заданный уровень показателя t_q.

Из приведенного выше выражения (15) находим, что минимальные объемы испытаний элементов подсистем V_1, V_2, необходимые для подтверждения неравенства (23) (при безотказных испытаниях), должны удовлетворять неравенству

$$\overline{f}_1\theta + \overline{f}_1\theta^2 \leq |\ln q|,$$

откуда с учетом выражений (10), (14) следует неравенство

$$\frac{|\ln(1-\gamma)|\theta}{V_1} + \frac{|\ln(1-\gamma)|^2\theta^2}{V_2{}^2} \leq |\ln q|. \tag{24}$$

В соответствии с определением величин V_1, V_2 объемы испытаний элементов различных подсистем, необходимые для подтверждения заданных требований к системе вида $\underline{t}_q \geq \theta$, должны удовлетворять неравенствам $N_i T_i \geq V_1$ для элементов подсистем с индексами $i = 1, ..., n$ (без резервирования), и неравенствам $N_i T_i \geq V_2$ для элементов подсистем с индексами $i = n+1, ..., m$ (с дублированием элементов), где (V_1, V_2) — любая точка на границе области, заданной неравенством (24), т. е. любая точка, удовлетворяющая равенству

$$\frac{|\ln(1-\gamma)|\theta}{V_1} + \frac{|\ln(1-\gamma)|^2\theta^2}{V_2{}^2} = |\ln q|.$$

Пример 1 (случай безотказных испытаний). Система состоит из $m = 5$ подсистем, $n = 2$, т. е. в подсистемах с индексами $n = 3,\ 4,\ 5$ элементы дублируются идентичными резервными элементами (резерв нагруженный). Результаты испытаний N_i, T_i, d_i, V_i элементов различных типов $i = 1, \ldots, m$ приведены ниже.

Результаты испытаний

i	1	2	3	4	5
N_i	10	8	8	7	7
T_i	200	300	200	150	100
d_i	0	0	0	0	0

Требуется построить нижнюю γ-доверительную границу $\underline{t}_q$ с коэффициентом доверия $\gamma = 0{,}95$ для гарантированного времени безотказной работы системы t_q (при $q = 0{,}9$). Из приведенных выше выражений (19), (20) находим, что в этом случае $\underline{t}_q = 45{,}28$.

Пример 2. При условиях предыдущего примера рассмотрим случай, когда дублирование элементов проводится во всех подсистемах (т. е. $n = 5$). В этом случае из выражения (22) находим, что $\underline{t}_q = 75{,}8$, т. е. повышение кратности резервирования в системе существенно улучшает нижнюю доверительную оценку гарантированного времени безотказной работы системы.

Заключение. Для рассмотренной модели системы с частичным или полным дублированием элементов получены выражения, позволяющие вычислять нижнюю доверительную границу для одного из основных и часто используемых в инженерной практике показателей — гарантированного (с заданным уровнем гарантии) времени безотказной работы системы по результатам испытаний элементов. Кроме того, получены также неравенства, устанавливающие нижние границы объемов испытаний элементов различных подсистем, необходимых для подтверждения заданных требований к показателю надежности системы. Полученные результаты могут использоваться в практических приложениях при расчете и опытной отработке показателей надежности сложных многокомпонентных систем. Определенным ограничивающим фактором рассмотренной модели являются достаточно жесткие параметрические предположения об экспоненциальном распределении времени безотказной работы элементов системы, что не всегда справедливо на практике. Актуальным с прикладной точки зрения является обобщение полученных выше результатов на более общие, в том числе непараметрические, законы распределения для элементов системы, а также на системы с более сложной структурой, в частности на системы с ненагруженным резервированием и системы с восстановлением.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. *Математические методы в теории надежности*. Москва, Книжный дом «Либроком», 2013, 584 с.

[2] Gnedenko B.V., Pavlov I.V., Ushakov I.A. *Statistical Reliability Engineering*. New York, John Wiley and Sons Inc., 1999, 528 p.

[3] Ллойд Д., Липов М. *Надежность*. Москва, Сов. Радио, 1964, 574 с.

[4] Гнеденко Б.В., ред. *Вопросы математической теории надежности*. Москва, Радио и связь, 1983, 376 с.

[5] Барлоу Р., Прошан Ф. *Статистическая теория надежности и испытания на безотказность*. Москва, Наука, 1984, 328 с.

[6] Павлов И.В. Доверительные границы для показателей надежности системы с возрастающей функцией интенсивности отказов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2017, № 2, с. 70 – 75.

[7] Павлов И.В. Оценка надежности системы с резервированием по результатам испытаний ее элементов. *Автоматика и телемеханика*, 2017, № 3, с. 149–158.

[8] Павлов И.В., Разгуляев С.В. Асимптотические оценки надежности системы с резервированием разнотипными элементами. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 38 (2). URL: http://engjournal.ru/articles/1365/1365.pdf

[9] Павлов И.В. Доверительное оценивание надежности системы по результатам испытаний ее компонент в различных режимах. *Обозрение прикладной и промышленной математики*, 2008, т. 15, вып. 2, с. 342–343.

[10] Сидняев Н.И. Математическое моделирование оценки надежности объектов сложных технических систем. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2003, № 4, с. 24.

[11] Павлов И.В., Лёвин П.А. Оценка надежности системы с резервированием по результатам испытаний ее элементов. *Тр. Междунар. конф. «Теория вероятностей и ее применения». Москва, июнь 2012*. Москва, ЛЕНАНД, 2012, с. 252 – 253.

[12] Павлов И.В. Оценка надежности сложных систем с восстановлением по результатам испытаний элементов. *Информатика и ее применения*, 2014, т. 8, вып. 1, с. 23–29.

[13] Павлов И.В. Нижняя оценка надежности по результатам ускоренных испытаний. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2015, № 3, с. 80–86.

[14] Wang Y., Li L., Huang Sh., Chang Q. *European Journal of Operational Research*, 2012, vol. 221, no. 1, pp. 138–147.

[15] Pavlov I.V., Teskin O.I., Goryainov V.B., Ukolov S.N. Confidence Bounds for System Reliability Based on Binomial Components Test Data. *Proc. of the Second International Conference, MMR'2000*. Bordeaux, France, Jul., 2000, pp. 852–855.

[16] Asadi M., Bayramoglu I. The Mean residual Life Function of a k-out-of-n Structure at the System Level. *IEEE Transactions on Reliability*, 2006, 55 (2), pp. 314–318.

[17] Eryilmaz S. Reliability of a κ-out-of-ν System Equipped with a Single Warm Standby Component. *IEEE Transactions on Reliability*, 2013, 62 (2), pp. 499–503.

[18] Xing L., Amari S.V., Wang Ch. Reliability of k-out-of-n Systems with Phased-mission Requirements and Imperfect Fault Coverage. *Reliability Engineering & System Safety*, 2012, vol. 103, pp. 45–50.

[19] Zuo M.J., Tian Zh. Performance Evaluation of Generalized Multi-state k-out-of-n Systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 2006, vol. 55, iss. 2, pp. 319–327.

[20] Lu L., Lewis G. Configuration Determination for k-out-of-n partially Redundant Systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, vol. 93, iss. 11, pp. 1594–1604.
[21] Yeh W.-Ch. A Simple Algorithm for Evaluating the k-out-of-n Network Reliability. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, vol. 83, iss. 1, pp. 93–101.
[22] Беляев Ю.К. Доверительные интервалы для функций от многих неизвестных параметров. *Доклады АН СССР*, 1967, т. 196, № 4, с. 755–758.
[23] Павлов И.В. Последовательные доверительные множества. *Доклады АН СССР*, 1983, т. 270, № 2, с. 282–285.
[24] Горяинов В.Б., Павлов И.В. и др. *Математическая статистика.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008, 424 с.

Статья поступила в редакцию 21.11.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Павлов И.В., Теделури М.М. Доверительные границы для показателя надежности системы с дублированием элементов различных подсистем. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 1.
http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-1-1719

Павлов Игорь Валерианович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 100 научных трудов в области математической теории надежности, теории вероятностей и математической статистики. e-mail: ipavlov@bmstu.ru

Теделури Мария Михайловна — магистрант кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: t.m.m@mail.ru

Confidence limits for the reliability index of a system featuring dual modular redundancy of various subsystem components

© I.V. Pavlov, M.M. Tedeluri

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article deals with a topical applied and theoretical problem of confidence estimation of reliability indices for complex systems, based on the results of testing their components, such as elements or subsystems, separately. We consider a model of a system featuring full or partial component redundancy in various subsystems for the case of hot redundancy. For the case of high component reliability we supply an approximate solution to the problem of using the results of system component testing to plot the bottom confidence limit for one of the main reliability indices, namely time between failures of this system guaranteed by a predefined validity equation. We also obtained a solution to the problem of determining the extent of testing various subsystem elements that is necessary to validate the desired requirements for the system reliability index. As a conclusion, we present examples of numerically computing confidence limits based on the expressions derived for the system reliability index.

Keywords: *reliability, system, system structure, confidence limits*

REFERENCES

[1] Gnedenko B.V., Belyaev Yu.K., Solovev A.D. *Matematicheskie metody v teorii nadezhnosti* [Mathematical methods in reliability theory]. Moscow, LIBROKOM Publ., 2013, 584 p.

[2] Gnedenko B.V., Pavlov I.V., Ushakov I.A. *Statistical Reliability Engineering.* New York, John Wiley and Sons Inc., 1999, 528 p.

[3] Lloyd D.K., Lipov M. *Reliability: Management, Methods and Mathematics*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1962, 528 p. [In Russ.: Lloyd D.K., Lipov M. Nadezhnost. Moscow, Sov. Radio Publ., 1964, 574 p.].

[4] Gnedenko B.V., ed. *Voprosy matematicheskoy teorii nadezhnosti* [Problems of mathematical reliability theory]. Moscow, Radio i Svyaz Publ., 1983, 376 p.

[5] Barlow R.E., Proschan F.H. *Statistical theory of reliability and life testing: probability models*. Rinehart and Winston, 1975, 290 p. [In Russ.: Barlow R.E., Proschan F.H. Statisticheskaya teoriya nadezhnosti i ispytaniya na bezotkaznost. Moscow, Nauka Publ., 1984, 328 p.].

[6] Pavlov I.V. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2017, no. 2, pp. 70–75.

[7] Pavlov I.V. *Avtomatika i telemekhanika — Automation and Remote Control*, 2017, no. 3, pp. 149–158.

[8] Pavlov I.V., Razgulyaev S.V. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2015, issue 38 (2). Available at: http://engjournal.ru/articles/1365/1365.pdf

[9] Pavlov I.V. *Obozrenie prikladnoy i promyshlennoy matematiki* (Review of applied and industrial mathematics), 2008, vol. 15, no. 2, pp. 342–343.

[10] Sidnyaev N.I. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2003, no. 4, p. 24.

[11] Pavlov I.V., Levin P.A. Otsenka nadezhnosti sistemy s rezervirovaniem po rezultatam ispytaniy ee elementov [Estimating reliability of a system featuring redundancy based on the results of testing its components]. *Tr. Mezhdunar. konf. Teoriya veroyatnostey i ee primeneniya. Moskva, iyun 2012 g* [Proc. of the International conference on Probability theory and its applications. Moscow, June 2012]. Moscow, LENAND Publ., 2012, pp. 252 – 253.

[12] Pavlov I.V. *Informatika i ee primeneniya — Informatics and Applications*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 23–29.

[13] Pavlov I.V. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2015, no. 3, pp. 80–86.

[14] Wang Y., Li L., Huang Sh., Chang Q. *European Journal of Operational Research*, 2012, vol. 221, no. 1, pp. 138–147.

[15] Pavlov I.V., Teskin O.I., Goryainov V.B., Ukolov S.N. Confidence Bounds for System Reliability Based on Binomial Components Test Data. *Proc. of the Second International Conference, MMR'2000*. Bordeaux, France, Jul., 2000, pp. 852–855.

[16] Asadi M., Bayramoglu I. *IEEE Transactions on Reliability*, 2006, no. 55 (2), pp. 314–318.

[17] Eryilmaz S. *IEEE Transactions on Reliability*, 2013, no. 62 (2), pp. 499–503.

[18] Xing L., Amari S.V., Wang Ch. *Reliability Engineering & System Safety*, 2012, vol. 103, pp. 45–50.

[19] Zuo M.J., Tian Zh. Performance Evaluation of Generalized Multi-state k-out-of-n Systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 2006, vol. 55, iss. 2, pp. 319–327.

[20] Lu L., Lewis G. Configuration Determination for k-out-of-n partially Redundant Systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, vol. 93, iss. 11, pp. 1594–1604.

[21] Yeh W.-Ch. A Simple Algorithm for Evaluating the k-out-of-n Network Reliability. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, vol. 83, iss. 1, pp. 93–101.

[22] Belyaev Yu.K. *Doklady AN SSSR — Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1967, vol. 196, no. 4, pp. 755–758.

[23] Pavlov I.V. *Doklady AN SSSR — Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1983, vol. 270, no. 2, pp. 282–285.

[24] Goryainov V.B., Pavlov I.V. et al. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Moscow, BMSTU Publ., 2008, 424 p.

Pavlov I.V., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Higher Mathematics, Bauman Moscow State Technical University. Author of about 100 scientific publications in the field of mathematical reliability theory, probability theory and mathematical statistics.
e-mail: ipavlov@bmstu.ru

Tedeluri M.M., Master's Degree student, Department of Higher Mathematics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: t.m.m@mail.ru