

## Алгоритмы аттестации динамически настраиваемого гироскопа в условиях реальной ориентации относительно географической системы координат

© Т. Синюань, В.П. Подчерзцев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Предложен алгоритм калибровки параметров динамически настраиваемых гироскопов путем последовательной ориентации гироскопа относительно географической системы координат с помощью испытательного поворотного стенда, к точности изготовления элементов которого не предъявляются завышенные требования. Точность калибровки при этом обеспечивается за счет алгоритма обработки данных, получаемых с гироскопа, учитывающего его реальную ориентацию относительно географической системы координат. Необходимым условием для обеспечения высокой точности калибровки является требование к обеспечению точной повторяемости положений гироскопа при испытании. Разработана соответствующая математическая модель собственной скорости прецессии динамически настраиваемых гироскопов в режиме датчика угловой скорости, учитывающая реальную ориентацию платформы поворотного стенда относительно опорной системы координат, связанной с основанием стенда. Параметры, связанные с реальной ориентацией платформы, в модели аттестуются и паспортизируются на заводе-изготовителе стенда, что обеспечивает высокую точность калибровки чувствительных элементов инерциального класса в условиях достаточно низкой себестоимости испытания. Предложены аналитический и итерационный алгоритмы решения задачи калибровки гироскопов, проведено соответствующее численное моделирование по этим алгоритмам.*

**Ключевые слова:** матрица реальной ориентации, динамически настраиваемый гироскоп, калибровка, модель дрейфа, поворотный стенд, аналитический и итерационный метод

**Введение.** Эксплуатационные характеристики динамически настраиваемых гироскопов (ДНГ) в значительной степени определяются точностью оценивания параметров гироскопа в процессе калибровки [1]. Для аттестации гироскопа используются различные испытательные стенды, обеспечивающие калиброванные воздействия путем вращения корпуса гироскопа с угловыми скоростями и заданием линейных постоянных или вибрационных ускорений. Последние частично имитируют установкой гироскопа в различные фиксированные положения относительно географической системы координат (СК). Статический многопозиционный метод калибровки является одним из широко применяемых методов оценки параметров ДНГ [1, 2]. В работах [3, 4] представлена стандартная восьмипозиционная статическая

методика для определения масштабных коэффициентов, постоянных составляющих погрешности и погрешностей от ускорения. Многопозиционный метод применяют как для оценки компонентов модели погрешности, так и масштабных коэффициентов ДНГ, динамический метод, связанный с вращением платформы стенда, — только для определения масштабных коэффициентов ДНГ.

Как правило, изготовление и настройку гироскопических приборов выполняют на современных прецизионных испытательных стендах [1, 5], измерительные системы которых включают в себя прецизионные оптические устройства и цифровые системы обработки информации в реальном времени, а также точные приводные системы, обеспечивающие высокую точность калибровки. Поэтому они являются достаточно сложными и дорогими устройствами, цена которых составляет более 100 000 долл., что приводит к повышению себестоимости изготовления и испытаний гироскопа.

В связи с этим представляет интерес оценка возможности высокоточной калибровки параметров ДНГ с помощью специализированного двухосного поворотного стенда, который имеет приемлемую точность [6]. Для реализации данной методики была поставлена задача разработать соответствующую математическую модель собственной скорости прецессии ДНГ в режиме датчика угловой скорости (ДУС), учитывающую реальную ориентацию платформы поворотного стенда относительно опорной СК, связанной с основанием стенда. Точность калибровки при данном методе, помимо соответствующего алгоритма обработки данных с гироскопа, предполагает соблюдение определенных требований к точной повторяемости положений, обеспечиваемой механикой и конструкцией стенда [7].

**Математическая модель движения гироскопа.** Для оценки составляющих дрейфа гироскопа и его масштабных коэффициентов была использована математическая модель [1, 3, 8], описывающая движение ротора в установившемся режиме. Согласно работам [9–11], имеется много факторов, определяющих точность ДНГ, в том числе смещение центра масс ротора вдоль его оси вращения, квадратурные и газодинамические моменты, изменение скорости вращения привода, нестабильность температуры окружающей среды и т. д. В данной работе представлена методика измерения параметров ДНГ на специализированном стенде [6], имеющем малые габаритные размеры, простую конструкцию и низкую себестоимость. Поскольку измерение параметров ДНГ проводится в режиме ДУС, ротор в установившемся режиме находится относительно корпуса в неизменном положении, обеспечиваемом контуром обратной связи, и угловые скорости ротора  $\omega_p$  и корпуса  $\omega$  равны между собой, т. е.

$$\omega_p = \omega. \quad (1)$$

Уравнения установившегося движения ротора ДНГ в СК, связанной с корпусом гироскопа в условиях эксплуатации, когда действуют постоянное ускорение  $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$  и угловая скорость  $\boldsymbol{\omega}$ , соотношение (1) по осям  $x$  и  $y$  имеет следующий вид [8]:

$$\begin{aligned} K_x J_x + K_{xy} J_y + \omega_{0x} + \omega_g a_x - \omega_k a_y + \omega_n a_x a_z &= \omega_x; \\ K_{yx} J_x + K_y J_y + \omega_{0y} + \omega_k a_x + \omega_g a_y + \omega_n a_y a_z &= \omega_y. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\omega_x, \omega_y$  — компоненты угловой скорости корпуса гироскопа;  $\omega_{0x}, \omega_{0y}$  — постоянные составляющие дрейфа гироскопа;  $\omega_g, \omega_k$  — составляющие дрейфа, пропорциональные первой степени ускорения, вызванные смещением центра масс ротора вдоль оси вращения привода и квадратурными моментами;  $K_x, K_y$  и  $K_{xy}, K_{yx}$  — соответственно основные и перекрестные масштабные коэффициенты датчиков момента;  $J_x, J_y$  — значения измеряемых токов в обмотках датчиков момента;  $\omega_n$  — коэффициент неравножесткости подвеса. Поскольку значение коэффициента неравножесткости весьма мало для реальных кардановых подвесов ДНГ, то на практике при калибровке на неподвижном основании его не учитывают, а определяют только при испытаниях на вибростенде.

Введем СК (рис. 1) для описания положений гироскопа относительно географической СК:

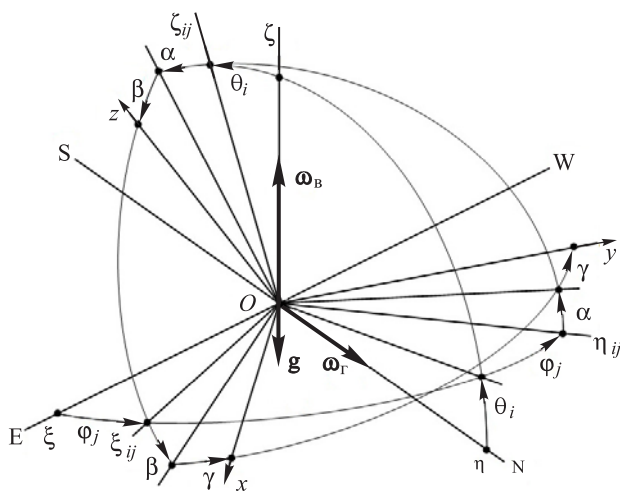


Рис. 1. Системы координат для описания положений гироскопа

- $\xi\eta\zeta$  — географическая СК, совпадающая с базовой системой координат, связанной с основанием стенда;
- $(\xi\eta\zeta)_{ij}$  — СК, связанная с задаваемыми положениями платформы стенда;

- $x y z$  — СК, связанная с корпусом гироскопа;
- $\alpha_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $\gamma_{ij}$  — отклонения, определяющие реальные положения платформы относительно базовой СК, связанной с основанием стенда.

Индексы  $i$  и  $j$  обозначают соответствующие положения платформы стенда после ее поворота на углы  $\theta_i$  и  $\varphi_j$  вокруг осей вращения рамки и платформы.

На рис. 2 представлен двухосный поворотный стенд с установленным гироскопом. Перед испытанием основание стенда выставляется таким образом, чтобы СК, связанная с ним, совпадала с географической. В исходном положении ось  $\xi$ , совпадающая с осью вращения рамки, направлена на восток E, ось  $\eta$  направлена на север N, а ось  $\zeta$  совпадает с истинной вертикалью  $z$ .

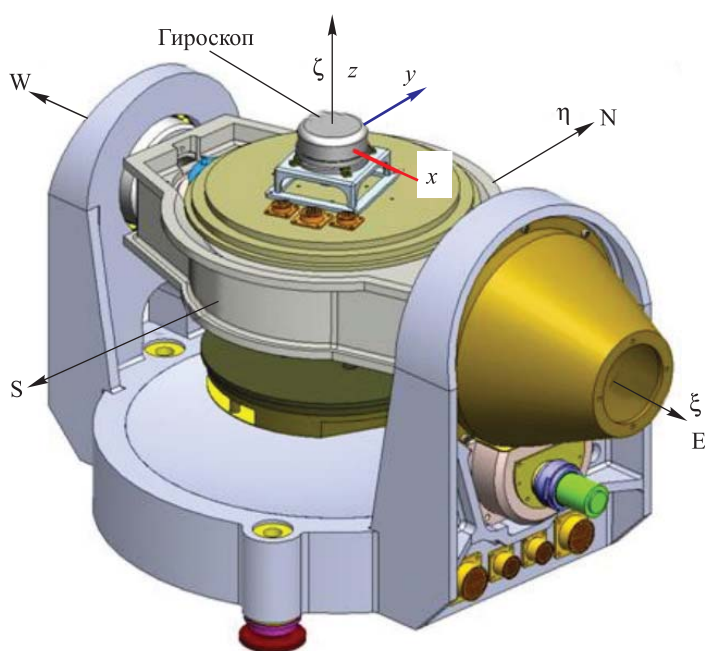


Рис. 2. Ориентация стенда и гироскопа в исходном положении

На практике стенд выполняют с некоторыми технологическими допусками, определяющими отклонения реальных положений платформы относительно идеальных. Эти отклонения  $\alpha_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$  и  $\gamma_{ij}$  относительно осей СК платформы  $(\xi\eta\zeta)_{ij}$  должны быть точно аттестованы и паспортизованы при изготовлении стенда на заводе-изготовителе. Точность калибровки гиросприбора достигается при этом точным арретированием, обеспечивающим однозначную фиксацию (т. е. стабильную повторяемость выставки углового положения платформы) платформы стенда в задаваемых положениях и соответствующими алгоритмами обработки данных измерения.

Связь между географической СК и требуемыми положениями платформы станда определяется соотношением

$$\begin{matrix} \xi_{ij} & \xi \\ \eta_{ij} & = A_{ij} \eta \\ \zeta_{ij} & \zeta \end{matrix}, \quad (3)$$

где  $A_{ij} = A_{ij}(\theta_i, \varphi_j) = \begin{matrix} c\varphi_j & c\theta_i s\varphi_j & s\theta_i s\varphi_j \\ -s\varphi_j & c\theta_i c\varphi_j & s\theta_i c\varphi_j \\ 0 & -s\theta_i & c\theta_i \end{matrix}$  — матрица поворо-

та СК  $(\xi\eta\zeta)_{ij}$  относительно географической, символы «с» и «s» являются сокращениями тригонометрических функций  $\cos$  и  $\sin$ .

С учетом матрицы отклонений ориентации платформы

$$E_{ij} = \begin{matrix} c\beta \cdot c\gamma & c\alpha \cdot s\gamma + s\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma & s\alpha \cdot s\gamma - c\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma \\ -c\beta \cdot s\gamma & c\alpha \cdot c\gamma - s\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma & s\alpha \cdot c\gamma + c\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma \\ s\beta & -s\alpha \cdot c\beta & c\alpha \cdot c\beta \end{matrix}$$

соотношение (3) преобразуется к виду

$$\begin{matrix} x_{ij} & \xi & \xi \\ y_{ij} & = \tilde{A}_{ij} \eta = E_{ij} A_{ij} \eta \\ z_{ij} & \zeta & \zeta \end{matrix}, \quad (4)$$

где  $\tilde{A}_{ij} = \begin{matrix} \tilde{A}_{ij11} & \tilde{A}_{ij12} & \tilde{A}_{ij13} \\ \tilde{A}_{ij21} & \tilde{A}_{ij22} & \tilde{A}_{ij23} \\ \tilde{A}_{ij31} & \tilde{A}_{ij32} & \tilde{A}_{ij33} \end{matrix} = \begin{matrix} \tilde{A}_{ij11} & a_{ij} & b_{ij} \\ \tilde{A}_{ij21} & c_{ij} & d_{ij} \\ \tilde{A}_{ij31} & \tilde{A}_{ij32} & \tilde{A}_{ij33} \end{matrix}$  — матрица направ-

ляющих косинусов, определяющая действительные положения платформы относительно географической СК;

$$a_{ij} = c\theta_i \cdot c\varphi_j \cdot (c\alpha \cdot s\gamma + s\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma) - s\theta_i \cdot (s\alpha \cdot s\gamma - c\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma) + c\theta_i \cdot s\varphi_j \cdot c\beta \cdot c\gamma$$

$$b_{ij} = c\theta_i \cdot c\varphi_j \cdot (c\alpha \cdot c\gamma - s\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma) - s\theta_i \cdot (s\alpha \cdot c\gamma + c\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma) - c\theta_i \cdot s\varphi_j \cdot c\beta \cdot s\gamma$$

$$c_{ij} = c\theta_i \cdot (s\alpha \cdot s\gamma - c\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma) + s\theta_i \cdot c\varphi_j \cdot (c\alpha \cdot s\gamma + s\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma) + s\theta_i \cdot s\varphi_j \cdot c\beta \cdot c\gamma$$

$$d_{ij} = c\theta_i \cdot (s\alpha \cdot c\gamma + c\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma) + s\theta_i \cdot c\varphi_j \cdot (c\alpha \cdot c\gamma - s\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma) - s\theta_i \cdot s\varphi_j \cdot c\beta \cdot s\gamma$$

С учетом реальной ориентации в положениях  $i, j$  платформы математическая модель ДНГ (2) в режиме ДУС может быть преобразована к векторно-матричной форме:

$$K \mathbf{J}_{ij} + \boldsymbol{\omega}_0 + \omega_n \mathbf{n}_{ij} = \boldsymbol{\omega}, \quad (5)$$

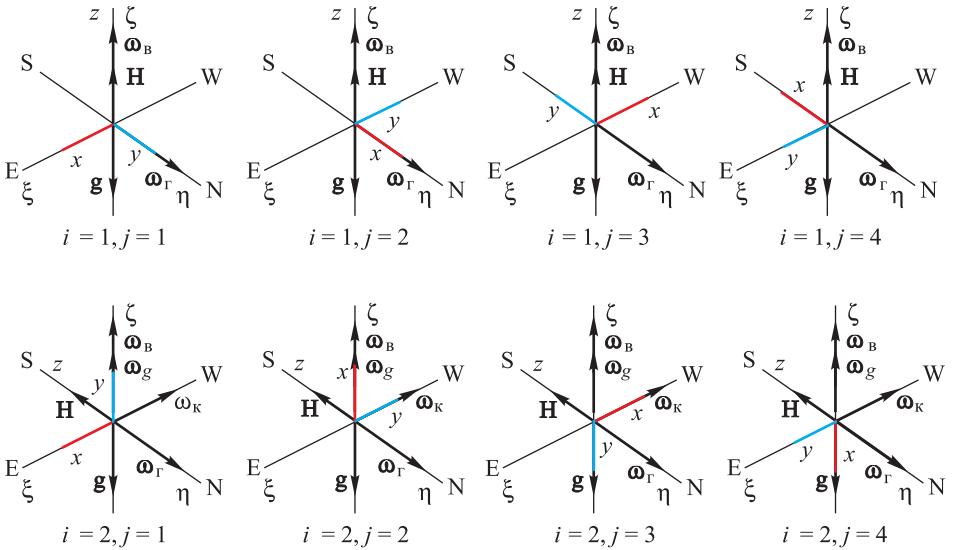
где  $K = \begin{pmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{yx} & K_y \end{pmatrix}$ ;  $\mathbf{J}_{ij} = \begin{pmatrix} J_{xij} \\ J_{yij} \end{pmatrix}$ ;  $\boldsymbol{\omega}_0 = \begin{pmatrix} \omega_{0x} \\ \omega_{0y} \end{pmatrix}$ ;  $\omega_n = \begin{pmatrix} \omega_g & -\omega_k \\ \omega_k & \omega_g \end{pmatrix}$ ;

$\mathbf{n}_{ij} = \frac{1}{g} \mathbf{a} = \begin{pmatrix} n_{xij} \\ n_{yij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{ij} \\ d_{ij} \end{pmatrix}$  — вектор перегрузок;  $g$  — ускорение сво-

бодного падения;  $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_{3ij} = \begin{pmatrix} a_{ij} & c_{ij} & \omega_\Gamma \\ b_{ij} & d_{ij} & \omega_B \end{pmatrix}$  — вектор угловой скорости

корпуса гироскопа, определяемой горизонтальной  $\omega_\Gamma$  и вертикальной  $\omega_B$  составляющей угловой скорости Земли.

**Алгоритм калибровки.** На рис. 3 показаны положения гироскопа относительно географической СК, в которые он устанавливается при калибровке.



**Рис. 3.** Положения гироскопа относительно географической СК при калибровке

В исходном положении ( $i = 1, j = 1$ ) СК корпуса прибора  $xuz$ , связанная с платформой, совпадает с географической  $\xi\eta\zeta$ , т. е.  $\theta_{i=1} = 0$  и  $\varphi_{j=1} = 0$ . Далее платформа последовательно разворачивается вокруг своей оси  $\zeta_{ij}$ , совпадающей с кинетическим моментом гироскопа  $\mathbf{H}$ , через  $90^\circ$  на углы  $\varphi_{j=2} = 90^\circ$ ,  $\varphi_{j=3} = 180^\circ$  и  $\varphi_{j=4} = 270^\circ$  и арретируется в каждом задаваемом положении. После чего осуществляется измерение токов  $J_{x1j}$  и  $J_{y1j}$ .

Затем платформа поворачивается вокруг оси вращения рамки  $\xi$  на  $90^\circ$  и фиксируется в положении с индексами  $i = 2, j = 1$ , т. е.  $\theta_{i=2} = 90^\circ$

и  $\varphi_{j=1} = 0$ . Далее, как и в предыдущем испытании, платформа последовательно разворачивается вокруг собственной оси вращения  $\zeta_{ij}$  на углы  $\varphi_{j=2} = 90^\circ$ ,  $\varphi_{j=3} = 180^\circ$  и  $\varphi_{j=4} = 270^\circ$  и арретируется в каждом из этих положений. После чего измеряются токи  $J_{x2j}$  и  $J_{y2j}$ .

Из системы уравнений (5) по результатам испытаний в положениях, показанных на рис. 3, получаем векторно-матричные линейные уравнения, которые содержат неизвестные матрицы масштабных коэффициентов  $K$  и компонент погрешностей  $\omega_n$ , зависящих от  $g$ , а также вектор постоянных составляющих  $\omega$ :

$$\begin{aligned} K\mathbf{J}_{11} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{11} &= \omega_{311}, \quad i=1, j=1; \\ K\mathbf{J}_{12} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{12} &= \omega_{312}, \quad i=1, j=2; \\ K\mathbf{J}_{13} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{13} &= \omega_{313}, \quad i=1, j=3; \\ K\mathbf{J}_{14} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{14} &= \omega_{314}, \quad i=1, j=4; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} K\mathbf{J}_{21} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{21} &= \omega_{321}, \quad i=2, j=1; \\ K\mathbf{J}_{22} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{22} &= \omega_{322}, \quad i=2, j=2; \\ K\mathbf{J}_{23} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{23} &= \omega_{323}, \quad i=2, j=3; \\ K\mathbf{J}_{24} + \omega_0 + \omega_n \mathbf{n}_{24} &= \omega_{324}, \quad i=2, j=4. \end{aligned} \quad (7)$$

Полагая известными масштабные коэффициенты и компоненты погрешностей, зависящих от  $g$  (они будут определены ниже), из полученных результатов испытаний, определяемых уравнениями (6) и (7), можно выделить постоянные составляющие  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 (\omega_{3ij} - K\mathbf{J}_{ij} - \omega_n \mathbf{n}_{ij}). \quad (8)$$

Для определения матриц масштабных коэффициентов  $K$  и компонент погрешностей  $\omega_n$  исключим из систем уравнений (6) и (7) постоянные составляющие погрешности  $\omega_0$ . Вычитая из первого и второго уравнений систем (6) и (7) соответственно третье и четвертое уравнения, получаем векторные линейные уравнения, содержащие искомые матрицы  $K$  и  $\omega_n$ :

$$\begin{aligned} K(\mathbf{J}_{11} - \mathbf{J}_{13}) + \omega_n(\mathbf{n}_{11} - \mathbf{n}_{13}) &= \omega_{311} - \omega_{313}; \\ K(\mathbf{J}_{12} - \mathbf{J}_{14}) + \omega_n(\mathbf{n}_{12} - \mathbf{n}_{14}) &= \omega_{312} - \omega_{314}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} K(\mathbf{J}_{21} - \mathbf{J}_{23}) + \omega_n(\mathbf{n}_{21} - \mathbf{n}_{23}) &= \omega_{321} - \omega_{323}; \\ K(\mathbf{J}_{22} - \mathbf{J}_{24}) + \omega_n(\mathbf{n}_{22} - \mathbf{n}_{24}) &= \omega_{322} - \omega_{324}. \end{aligned} \quad (10)$$

Применим операцию конкатенации (объединения) векторов первого и второго уравнений (9), и аналогично к системе (10), используя свойства дистрибутивности умножения матриц, получаем уравнения в матричной форме:

$$\begin{aligned} K(\Delta \mathbf{J}_{13}^1, \Delta \mathbf{J}_{24}^1) + \omega_n(\Delta \mathbf{n}_{13}^1, \Delta \mathbf{n}_{24}^1) &= (\Delta \omega_{313}^1, \Delta \omega_{324}^1); \\ K(\Delta \mathbf{J}_{13}^2, \Delta \mathbf{J}_{24}^2) + \omega_n(\Delta \mathbf{n}_{13}^2, \Delta \mathbf{n}_{24}^2) &= (\Delta \omega_{313}^2, \Delta \omega_{324}^2). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned} (\Delta \mathbf{J}_{13}^1, \Delta \mathbf{J}_{24}^1) &= (\mathbf{J}_{11} - \mathbf{J}_{13}, \mathbf{J}_{12} - \mathbf{J}_{14}); \quad (\Delta \mathbf{n}_{13}^1, \Delta \mathbf{n}_{24}^1) = (\mathbf{n}_{11} - \mathbf{n}_{13}, \mathbf{n}_{12} - \mathbf{n}_{14}); \\ (\Delta \mathbf{J}_{13}^2, \Delta \mathbf{J}_{24}^2) &= (\mathbf{J}_{21} - \mathbf{J}_{23}, \mathbf{J}_{22} - \mathbf{J}_{24}); \quad (\Delta \mathbf{n}_{13}^2, \Delta \mathbf{n}_{24}^2) = (\mathbf{n}_{21} - \mathbf{n}_{23}, \mathbf{n}_{22} - \mathbf{n}_{24}); \\ (\Delta \omega_{313}^1, \Delta \omega_{324}^1) &= (\omega_{311} - \omega_{313}, \omega_{312} - \omega_{314}); \\ (\Delta \omega_{313}^2, \Delta \omega_{324}^2) &= (\omega_{321} - \omega_{323}, \omega_{322} - \omega_{324}). \end{aligned}$$

Таким образом, получаем уравнения относительно неизвестных матриц  $K$ ,  $\omega_n$  и вектора  $\omega_0$  в соответствии с выражениями (11) и (8). Для решения системы уравнений (11) можно применить следующие два метода.

**Аналитический метод.** Для решения поставленной задачи воспользуемся тем обстоятельством, что в случае идеального положения первое уравнение системы (11) позволяет определить масштабные коэффициенты, а второе — компоненты погрешностей, зависящих от  $g$ .

Решим систему уравнений (11) следующим образом: левую и правую части первого уравнения системы справа умножим на обратную матрицу  $(\Delta \mathbf{J}_{13}^1, \Delta \mathbf{J}_{24}^1)^{-1}$ , а второе уравнение справа — на обратную матрицу  $(\Delta \mathbf{n}_{13}^2, \Delta \mathbf{n}_{24}^2)^{-1}$ , после чего получим:

$$\begin{aligned} K &= \omega_{31} \mathbf{J}_1^{-1} - \omega_n n_1 \mathbf{J}_1^{-1}; \\ \omega_n &= \omega_{32} n_2^{-1} - K \mathbf{J}_2 n_2^{-1}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_{31} &= (\Delta \omega_{313}^1, \Delta \omega_{324}^1); \quad \omega_{32} = (\Delta \omega_{313}^2, \Delta \omega_{324}^2); \\ n_1 &= (\Delta n_{13}^1, \Delta n_{24}^1); \quad n_2 = (\Delta n_{13}^2, \Delta n_{24}^2); \\ \mathbf{J}_1 &= (\Delta \mathbf{J}_{13}^1, \Delta \mathbf{J}_{24}^1); \quad \mathbf{J}_2 = (\Delta \mathbf{J}_{13}^2, \Delta \mathbf{J}_{24}^2). \end{aligned}$$

Далее, подставляя в первое уравнение системы (12) второе, получаем искомую матрицу масштабных коэффициентов:



$$K = BJ_1^{-1} \left( E - J_2 \Delta J_1^{-1} \right)^{-1}, \quad (13)$$

где  $B = \omega_{31} - \omega_{32} n_2^{-1} n_1$ ;  $\Delta = n_2^{-1} n_1$ .

Компоненты матрицы  $K$  в уравнении (13) имеют следующий вид:

$$K_x = K_{11}; K_{xy} = K_{12}; K_{yx} = K_{21}; K_y = K_{22}. \quad (14)$$

Подставляя полученную матрицу  $K$  во второе уравнение системы (11), получаем матрицу компонент погрешностей, зависящих от  $g$ :

$$\omega_n = C - BJ_1^{-1} \left( E - J_2 \Delta J_1^{-1} \right)^{-1} J_2 n_2^{-1}, \quad (15)$$

где  $C = \omega_{32} n_2^{-1}$ ;  $E$  — единичная матрица.

Откуда окончательно получаем составляющие дрейфа, вызванные смещением центра масс ротора и квадратурными моментами:

$$\omega_g = \frac{1}{2} (\omega_{n11} + \omega_{n22}); \quad \omega_k = \frac{1}{2} (\omega_{n21} - \omega_{n12}). \quad (16)$$

Подставляя полученные матрицы  $K$  и  $\omega_n$ , связанные с соотношениями (13) и (15), в уравнение (8), определяем постоянные составляющие погрешности  $\omega_0$  гироскопа.

Необходимо подчеркнуть, что матрицы  $\Delta$ ,  $B$  и  $C$  в уравнениях (13) и (15) могут быть паспортизованы на заводе-изготовителе в соответствии с отклонениями реальной ориентации платформы относительно базовой СК, связанной с основанием стенда и пересчитанной для любого места испытаний, куда поставляется стенд. Это позволяет снизить время расчета параметров и соответствующих затрат на проведение испытаний.

**Метод последовательных приближений.** Рассмотрим итерационный метод решения системы (11). Для этого на первом шаге пренебрежем вторым членом первого уравнения системы (12).

Матрица масштабных коэффициентов первого приближения имеет следующий вид:

$$K_{(1)} = K_0 = \omega_{31} J_1^{-1}. \quad (17)$$

Из второго уравнения системы (12) с учетом выражения (17) определяем матрицу компонент погрешностей от  $g$  в первом приближении:

$$\omega_{n(1)} = C - K_{(1)} J_2 n_2^{-1}. \quad (18)$$

Повторяя алгоритм (17) и (18) для произвольного  $\lambda$ -приближения, получаем следующее соотношение:

$$\begin{aligned} K_{(\lambda)} &= K_0 - \omega_{n(\lambda-1)} n_1 J_1^{-1}; \\ \omega_{n(\lambda)} &= C - K_{(\lambda)} J_2 n_2^{-1}. \end{aligned} \tag{19}$$

При невыполнении условия продолжаем этот процесс вычисления итерации в  $\lambda$ -приближении ( $\lambda \geq 2$ ), пока результаты не удовлетворят следующим условиям:

$$\left| \frac{K_{m(\lambda)} - K_{m(\lambda-1)}}{K_{m(\lambda)}} \right| \% \leq \Delta_1; \quad \left| \omega_{l(\lambda)} - \omega_{l(\lambda-1)} \right| \leq \Delta_2,$$

где  $m, l$  — индексы основных масштабных коэффициентов и составляющих погрешностей, зависящих от  $g$ ;  $\Delta_1, \Delta_2$  — критерии и сходимости процесса итерации при определении соответствующих характеристик.

Окончательно определим постоянные составляющие погрешности  $\omega_0$  в соответствии с уравнением (8), с учетом полученных матриц  $K_{(\lambda)}$  и  $\omega_{n(\lambda)}$  — с выражением (19). Ниже приведены результаты моделирования аналитического и итерационного методов в среде MATLAB для проверки точности, эффективности и определения границ применимости двух методик.

**Моделирование алгоритма калибровки.** Поскольку точность измерения токов играет определяющую роль в процессе испытаний, то необходимо использовать достаточно точные измерительные цифровые приборы, например, модели Transmille 6000, точность которого не ниже  $\pm 0,015$  %.

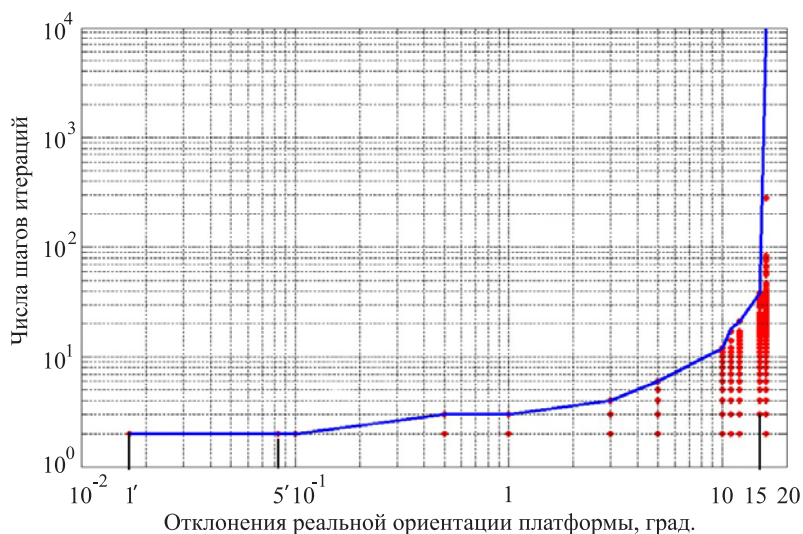
Результаты моделирования, учитывающего точность измерения токов, представлены в таблице.

**Результаты моделирования аналитического метода**

Калибруемые параметры ГВК-6		Значение	Нестабильность (в соответствии с ТУ)	Отклонение, менее
Основные масштабные коэффициенты, град/ч/мА	$K_x$	95	0,05 %	0,0645 %
	$K_y$	95		0,0645 %
Перекрестные масштабные коэффициенты, град/ч/мА	$K_{xy}$	9,5	0,5 %	0,514 %
	$K_{yx}$	9,5		0,514 %
Постоянные составляющие дрейфа, град/ч	$\omega_{0x}$	20	0,01	0,01
	$\omega_{0y}$	20		0,01
Составляющие дрейфа, зависящие от $g$ , град/ч/ $g$	$\omega_g$	10	0,01	0,01
	$\omega_k$	10		0,01

Результаты моделирования аналитического метода показывают, что для любых значений отклонений реальных положений платформы от задаваемых этот метод позволяет определять параметры ДНГ с высокой точностью, сопоставимой с точностными характеристиками гироскопа, полученными при испытаниях на прецизионном поворотном стенде.

Моделирование метода последовательных приближений было проведено при критериях сходимости  $\Delta_1 = 0,1\%$  для основных масштабных коэффициентов и  $\Delta_2 = 0,001$  град/ч для компонент дрейфа, зависящих от  $g$ . На рис. 4 представлена зависимость числа итерации от отклонений ориентации платформы.



**Рис. 4.** Зависимость числа итераций от погрешностей ориентации платформы

Кривая на рис. 4 соответствует максимальному числу шагов итерации. Согласно результатам моделирования, данный метод хорошо работает лишь при отклонениях реальной ориентации платформы относительно базовой СК, не превышающих  $15^\circ$ .

**Заключение.** Разработана математическая модель собственной скорости прецессии ДНГ в режиме ДУС при различной ориентации относительно географической СК с учетом реального положения платформы относительно базовой СК, связанной с основанием стенда.

Предварительная аттестация отклонений реальной ориентации платформы относительно базовой СК на заводе-изготовителе соответствует паспортизации матриц  $\Delta$ ,  $B$  и  $C$  в уравнениях (13) и (15), что упрощает процедуру поверки прецизионных гироскопов и не требует прецизионных и дорогих поворотных стендов.

Разработаны алгоритмы аналитического и итерационного методов определения параметров гироскопа. По результатам их числен-

ного моделирования аналитический метод решений систем уравнений (13) и (15) позволяет определить масштабные коэффициенты, постоянные составляющие дрейфа и составляющие погрешности, зависящие от ускорения, с точностью, соответствующей точности прецизионных гироскопов.

При некотором ограничении к отклонению реальной ориентации платформы от задаваемой метод последовательного приближения позволяет определять параметры гироскопа с высокой точностью, сопоставимой с аналитическим алгоритмом.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Li Fu, Yongquan Zhu, Lingling W. et al. A D-optimal Multi-position Calibration Method for Dynamically Tuned Gyroscopes. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2011, vol. 24 (2), pp. 210–218.
- [2] Guo Jia and Maiying Zhong. Calibration and Compensation of the Scale Factor Errors in DTG POS. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2013, vol. 62.10, pp. 2784–2794.
- [3] American National Standards Institute. *IEEE Specification Format Guide and Test Procedure for Two-Degree-of Freedom Dynamically Tuned Gyros*. ANSI/IEEEStd. 813. 1988.
- [4] Ruifeng Xu, Yingmin Zhang. Eight Position Testing for Dynamic Tune Gyroscope. *Automatic Measurement and Control*, 2008, vol. 27.5, pp. 82–85.
- [5] Zhang R., Hoflinger F., Reind L.M. Calibration of an IMU using 3-D rotation platform. *IEEE Sensors Journal*, 2014, 14 (6), 1778–1787.
- [6] Тан Синюань. Автоматизация проверок параметров динамически настраиваемого гироскопа. *Молодежный научно-технический вестник*, 2014, № 10. URL: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/737232.html>
- [7] Тан Синюань, Подчерзцев В.П. Специализированное устройство контрольно-измерительного стенда для аттестации прецизионных гироскопов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2016, № 6, с. 15–30.
- [8] Подчерзцев В.П., Тан Синюань, Цинь Цзыхао. Компоненты модели погрешностей динамически настраиваемого гироскопа. *Авиакосмическое приборостроение*, 2015, № 1, с. 8–18.
- [9] Craig R.J.G. Theory of Errors of a Multigimbal Elastically Supported Tuned Gyroscope. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions*, 1972, vol. 3, pp. 289–297.
- [10] Xu Guoping et al. Temperature Drift Modelling and Compensation for a Dynamically Tuned Gyroscope by Combining WT and SVM Method. *Measurement Science and Technology*, 2007, vol. 18.5, pp. 1425.
- [11] Пельпор Д.С., Михалев И.А., Бауман В.А. *Гироскопические системы*. Москва, Высш. шк., 1988, 424 с.

Статья поступила в редакцию 08.06.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Синюань Т., Подчерзцев В.П. Алгоритмы аттестации динамически настраиваемого гироскопа в условиях реальной ориентации относительно географической системы координат. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 10.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-10-1691>

*Статья подготовлена по материалам доклада,  
представленного на XLI Академических чтениях по космонавтике,  
посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся  
отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства.  
Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 января 2017 г.*

**Синюань Тан** — аспирант кафедры «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: tangxingyuan2016@163.com

**Подчерзцев Виктор Павлович** — окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1969 г., канд. техн. наук, доцент кафедры «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Имеет более 100 научных работ в области гироскопической техники. e-mail: podch@list.ru

# Algorithms of dynamically tuned gyroscope certification under conditions of real-world orientation relative to the geographic coordinate system

© Tang Xingyuan, V.P. Podchezertsev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

*The article proposes the algorithm for calibrating the parameters of dynamically tuned gyroscopes by sequentially orienting the gyroscope with respect to the geographic coordinate system by means of a turntable, the accuracy of manufacturing elements of which is not exaggerated. Accuracy of calibration is provided by the algorithm of data processing, obtained from a gyroscope taking into account its actual orientation relative to the geographic coordinate system. A prerequisite for ensuring high calibration accuracy is the requirement to ensure accurate repeatability of gyroscope positions during testing. A corresponding mathematical model of the intrinsic precession rate of dynamically tunable gyroscopes is developed in the angular velocity sensor mode, taking into account the real orientation of the turntable platform relative to the reference coordinate system associated with the stand base. Parameters related to the real platform orientation in the model are standardized and certified by the turntable manufacturer, which ensures high accuracy of inertial-class sensor calibration on conditions of a sufficiently low cost of testing. Analytic and iterative algorithms for solving the problem of gyroscope calibration are proposed, and corresponding numerical simulation is carried out using these algorithms.*

**Keywords:** actual orientation matrix, dynamically tuned gyroscope (DTG), calibration, drift model, turntable, analytic and iterative method

## REFERENCES

- [1] Li Fu, Yongquan Zhu, Lingling W., et al. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011, no. 24 (2), pp. 210–218.
- [2] Guo J., Zhong M. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2013, vol. 62, no.10, pp. 2784–2794.
- [3] *Standard ANSI/IEEE STD 813–1988. IEEE Specification Format Guide and Test Procedure for Two-Degree-of-Freedom Dynamically Tuned Gyros*, 1989. doi: 10.1109/IEEE.1989.94579
- [4] Xu Rui-Feng, Zhang Ying. *Automatic measurement and control*, 2008, vol. 27, no. 5, pp. 82–85.
- [5] Zhang R., Hoflinger, F., Reind L. M. *IEEE sensors Journal*, 2014, vol. 14, no. 6, pp. 1778–1787.
- [6] Tang Xingyuan. *Molodezhnyy nauchno-tekhnicheskij vestnik — Youth Science and Technology Gazette*, October 2014, no. 10. Available at: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/737232.html>
- [7] Tang Xingyuan, Podchezertsev V.P. *Vestnic MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Priborostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Instrument Engineering*, 2016, no. 6, pp. 15–30.
- [8] Podchezertsev V.P., Tang Xingyuan., Qing Zihao. *Aviakosmicheskoe priborostroenie — Aerospace Instrument-Making*, 2015, no. 1, pp. 8–18.
- [9] Craig R.J.G. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1972, no. 3, pp. 289–297.

- [10] Xu Guoping, et al. *Measurement science and technology*, 2007, vol.18, no. 5, pp. 1425.
- [11] Pelpor D.S., Mikhalev I.A., Bauman V.A. *Гироскопические системы* [Gyroscopic systems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1988, 424 p.

**Tang Xingyuan** (b. 1988), postgraduate student (Ph. D.), Department of Orientation, Stabilization and Navigation Instruments and Systems, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: tangxingyuan2016@163.com

**Podchezertsev V.P.** (b. 1945) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1969, Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of Orientation, Stabilization and Navigation Instruments and Systems, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 publications in the field of gyro technology. e-mail: podch@list.ru