

Динамическое демпфирование вынужденных колебаний гироскопической системы демпфером с жидкостным маховиком

© С.А. Черников, Сюэ Юнцзя

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В настоящее время жидкостные демпферы все шире применяют в космических аппаратах для демпфирования угловых колебаний. Работа посвящена решению малоисследованной задачи демпфирования угловых колебаний гироскопических систем с применением жидкостных демпферов. Рассмотрено динамическое демпфирование вынужденных колебаний одноосного гиросtabilизатора демпфером с тороидальной полостью, заполненной вязкой жидкостью. Получено интегро-дифференциальное уравнение, описывающее колебания гироскопической системы. Предложен новый подход к оптимизации параметров жидкостного демпфера. Найдено выражение для оптимального коэффициента вязкости жидкости. Полученные результаты можно использовать при проектировании жидкостного демпфера не только в гироскопическом приборостроении, но и в других областях.

Ключевые слова: динамический демпфер, вынужденные колебания, гироскопическая система, жидкостный маховик, вязкая жидкость, тороидальная полость

В настоящее время жидкостные демпферы широко применяются для демпфирования угловых колебаний космических аппаратов [1, 2]. Жидкостный демпфер имеет нескольких потенциальных преимуществ перед другими системами динамического демпфирования: низкую стоимость установки и обслуживания; меньше механических проблем; активизацию даже при низких уровнях возбуждений; отсутствие жестких требований к форме полости демпфера [2, 3].

Проблема эффективного гашения колебаний гироскопических систем занимает одно из центральных мест в гироскопическом приборостроении [4, 5]. Гироскопические системы в отличие от других объектов виброзащиты (например, спутников), как правило, обладают ярко выраженными резонансными свойствами, которые могут быть опасными в случае совпадения собственной частоты системы с частотой внешних возмущений [5]. Однако при наличии указанных выше преимуществ применение жидкостного демпфера для демпфирования гироскопических систем до сих пор мало исследовано. Цель настоящей работы — выявить возможность и определить эффективность демпфирования угловых колебаний с применением жидкостного демпфера для гироскопических систем.

Основные направления исследований в области виброгашения связаны с оптимизацией параметров и оценкой эффективности демпфера [6]. В работе [7] задача оптимизации параметров жидкостного

демпфера рассматривается путем проведения прямых испытаний. В работе [1] показано определение оптимальных параметров методом осреднения. В предлагаемой работе эта задача решена методом минимизации максимального значения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) податливости объекта демпфирования во всем частотном диапазоне [5, 9].

В качестве объекта демпфирования рассмотрим одноосный гиросtabilизатор индикаторного типа. Тороидальная полость демпфера полностью заполнена вязкой несжимаемой жидкостью (рис. 1). Предположим, что ось симметрии полости совпадает с осью стабилизации. Введем цилиндрическую систему координат с осью z , направленной по оси симметрии демпфера, и полярными координатами r и φ в плоскости, перпендикулярной оси z . Поскольку полость, заполненная жидкостью, имеет форму тора, траекториями движения частиц жидкости являются концентрические окружности. В этом случае векторы абсолютной скорости жидкости v удовлетворяют условиям: $v_r \ll v_\varphi, v_z \ll v_\varphi$.

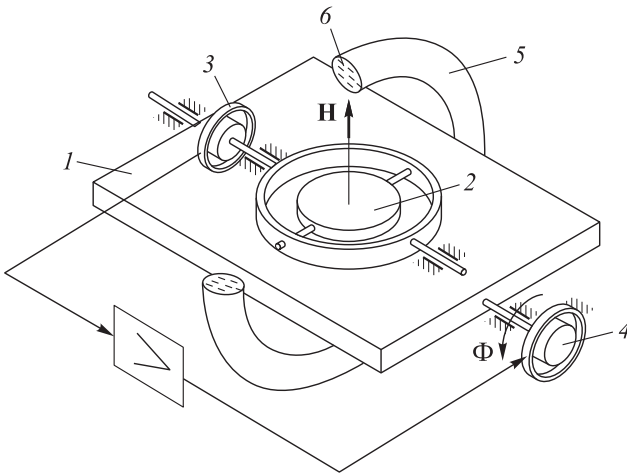


Рис. 1. Одноосный индикаторный гиросtabilизатор с жидкостным демпфером:

1 — платформа; 2 — гироскоп; 3 — датчик угла; 4 — датчик момента; 5 — жидкостный демпфер; 6 — вязкая жидкость; H — собственный кинетический момент гироскопа

Тогда уравнение движения гиросtabilизатора относительно оси стабилизации можно записать в виде

$$A\ddot{\phi} + K\dot{\phi} = M_{\text{ж}}(v_\varphi) + M, \quad (1)$$

где A — момент инерции гиросtabilизатора относительно оси z с демпфером без жидкости; ϕ — угол поворота гиросtabilизатора вокруг оси z ; K — коэффициент обратной связи по каналу стабилизации; $M_{ж}(v_{\phi})$ — момент сил, действующих на гиросtabilизатор со стороны жидкости; M — возмущающий момент.

Для того чтобы вычислить $M_{ж}(v_{\phi})$, необходимо найти поле скорости жидкости v_{ϕ} , которая удовлетворяет уравнению Навье — Стокса [1]:

$$v \left(\frac{\partial^2 v_{\phi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\phi}}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_{\phi}}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} v_{\phi} \right) = \frac{\partial v_{\phi}}{\partial t}. \quad (2)$$

Течение жидкости удовлетворяет граничным условиям: на поверхности тора $v_{\phi} = \dot{\phi}(t)r$. В начальный момент жидкость находится в покое, т. е. $v_{\phi} = 0$ при $t = 0$.

Подробное решение уравнения (2) приведено в работе [1], где показано, что скорость жидкости

$$v_{\phi} = R \int_0^t \ddot{\phi}(\tau) \left[1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda_k^2 \frac{v}{a^2}(t-\tau)} \frac{J_0(\rho \lambda_k)}{\lambda_k J_1(\lambda_k)} \right] d\tau, \quad (3)$$

где R — радиус тора; a — радиус трубки, образующей тор; v — кинематическая вязкость жидкости; ρ — новая безразмерная полярная координата, введенная при решении уравнения Навье — Стокса [1]; J_0, J_1 — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно; λ_k — нули функции J_0 .

В рассматриваемом приближении сила вязкости, действующая со стороны жидкости на единицу площади стенки тора

$$-\rho_* v \left[\frac{\partial v_{\phi}}{\partial(a\rho)} \right]_{\rho=1} = -\frac{2\rho_* v R}{a} \int_0^t \ddot{\phi}(\tau) \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda_k^2 \frac{v}{a^2}(t-\tau)} d\tau, \quad (4)$$

где ρ_* — плотность жидкости.

Момент сил, действующих на гиросtabilизатор со стороны жидкости, имеет вид

$$M_{ж}(v_{\phi}) = -4\pi^2 R^2 a \rho_* v \left[\frac{\partial v_{\phi}}{\partial(a\rho)} \right]_{\rho=1} = -8\pi^2 R^3 \rho_* v \int_0^t \ddot{\phi}(\tau) \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda_k^2 \frac{v}{a^2}(t-\tau)} d\tau. \quad (5)$$

Тогда уравнение движения гиросtabilизатора (1) по оси стабилизации примет следующий вид:

$$A\ddot{\phi} + \frac{4\nu B}{a^2} \int_0^t \ddot{\phi}(\tau) \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda_k^2 \frac{\nu}{a^2}(t-\tau)} d\tau + K\phi = M, \quad (6)$$

где $B = 2\pi^2 R^3 a^2 \rho_*$ — момент инерции жидкости относительно оси z .

Применяя преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению (6), получаем линейное алгебраическое уравнение:

$$As^2\phi(s) + \frac{4\nu Bs^2}{a^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{s + \lambda_k^2 \frac{\nu}{a^2}} \phi(s) + K\phi(s) = M(s), \quad (7)$$

где s — переменная преобразования Лапласа.

Анализ второго члена левой части уравнения (7) для касательных напряжений является затруднительным в аналитическом плане. Однако с учетом геометрических и физических параметров изучаемого объекта выражение (7) можно упростить [7].

Действительно, параметр s имеет смысл частоты колебаний [7]. Примем, что он задается в пределах $|s| \approx 50 \dots 200 \text{ с}^{-1}$, значение кинематической вязкости жидкости зададим в пределах $\nu \approx (1 \dots 50) 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$, радиус трубки примем $a \approx (0,005 \dots 0,01) \text{ м}$.

Подставляя эти значения в выражение $\lambda_k^2 \frac{\nu}{a^2}$, получаем:

$$\frac{1}{s + \lambda_k^2 \frac{\nu}{a^2}} \ll \frac{1}{s + \lambda_1^2 \frac{\nu}{a^2}}, \quad k \geq 2.$$

Пренебрегая членами $\frac{1}{s + \lambda_k^2 \frac{\nu}{a^2}}$ ($k \geq 2$) в уравнении (7), получа-

ем выражения, пригодные для инженерных расчетов.

Уравнение (7) можно записать в виде

$$As^2\phi(s) + \frac{4\nu Bs^2}{a^2} \frac{1}{s + \lambda_1^2 \frac{\nu}{a^2}} \phi(s) + K\phi(s) = M(s). \quad (8)$$

Передаточная функция податливости гиросtabilизатора определяется следующим выражением:

$$W(s) = \frac{\phi(s)}{M(s)} = \frac{a^2 s + \lambda_1^2 \nu}{Aa^2 s^3 + \nu(A\lambda_1^2 + 4B)s^2 + Ka^2 s + K\lambda_1^2 \nu}. \quad (9)$$

Амплитуда податливости имеет вид

$$|W(j\omega)| = \left| \frac{\phi(j\omega)}{M(j\omega)} \right| = \sqrt{\frac{(\lambda_1^2 \nu)^2 + (a^2 \omega)^2}{\left[K\lambda_1^2 \nu - \nu(A\lambda_1^2 + 4B)\omega^2 \right]^2 + (Ka^2 \omega - Aa^2 \omega^3)^2}}, \quad (10)$$

где ω — частота.

Рассмотрим выражение (10). Очевидно, что при $\omega = 0$ или при выполнении условия

$$\frac{\lambda_1^4}{\left[K\lambda_1^2 - (A\lambda_1^2 + 4B)\omega^2 \right]^2} = \frac{(a^2 \omega)^2}{(Ka^2 \omega - Aa^2 \omega^3)^2} \quad (11)$$

амплитуда $|W(j\omega)|$ не будет зависеть от ν .

После решения уравнения (11) получим

$$\omega = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 K}{\lambda_1^2 A + 2B}}, \quad (12)$$

т. е. АЧХ передаточной функции $W(j\omega)$ при разных значениях ν

обязательно пересекаются в точках $P(\omega = 0)$ и $Q\left(\omega = \sqrt{\frac{2K}{2A + \lambda B \varepsilon^2}}\right)$.

Положение точек P и Q не зависит от ν , но максимальные ординаты кривых $|W(j\omega)|$ зависят от значения ν .

Наиболее выгодные условия будут получены при таком выборе ν , при котором амплитудные кривые имеют горизонтальную касательную в точке Q [5, 8, 9], т. е.

$$\left. \frac{\partial |W(j\omega)|}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_Q} = 0. \quad (13)$$

После решения уравнения (13) получим оптимальный коэффициент вязкости жидкости:

$$\nu^* = a^2 \sqrt{\frac{AK}{(A\lambda_1^2 + 2B)(A\lambda_1^2 + 4B)}}. \quad (14)$$

При этом максимальное значение АЧХ податливости во всем частотном диапазоне принимает вид

$$|W(j\omega)|_{\max} = \frac{\lambda_1^2 A + 2B}{2KB}. \quad (15)$$

Отношение максимума АЧХ податливости в зоне гашения и статической податливости определяется коэффициентом максимального усиления податливости [5]:

$$N = \frac{|W(j\omega)|_{\max}}{|W(0)|} = \frac{\lambda_1^2 A + 2B}{2B} = 1 + \frac{\lambda_1^2 A}{2B}. \quad (16)$$

Результаты моделирования представлены на рис. 2. Параметры демпфера:

$$A = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; K = 100 (\text{Н} \cdot \text{м})/\text{рад};$$

$$a = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}; B = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

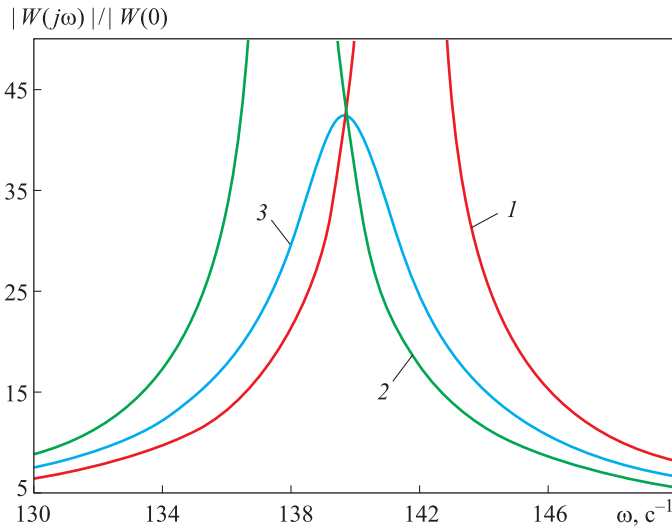


Рис. 2. Относительные АЧХ податливости гиросtabilизатора с жидкостным демпфером:
 1 — $\nu = 0$; 2 — $\nu = \infty$; 3 — $\nu = \nu^*$

В качестве демпфирующей жидкости выбрана полиметилсилоксановая жидкость (ПМС-Ж), имеющая широкий диапазон изменения вязкости $5 \cdot 10^{-6} \dots 0,01 \text{ м}^2/\text{с}$. При этом оптимальное значение $\nu^* = 8,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

В выражении (14), пренебрегая величиной B ($B \ll A$), получим оптимальную безразмерную вязкость $\frac{v^*}{a^2 \sqrt{\frac{K}{A}}} \approx \frac{1}{\lambda_1^2} = 0,173$, значение

которой точно совпадает со значением оптимальной безразмерной вязкости, приведенной в работе [1], полученной методом осреднения.

Кроме того, в выражении (16) появилась постоянная λ_1 ($\lambda_1^2 \approx 5,78$), тогда $N \approx 1 + \frac{2,9A}{B}$. Эффективность такого демпфера, как и демпфера с традиционным твердым маховиком, существенно зависит от отношения моментов инерции объекта демпфирования и маховика.

Закключение. Разработана методика определения оптимальных параметров, обеспечивающих максимальную эффективность жидкостного демпфера, установленного на оси стабилизации одноосного индикаторного гиросtabilизатора. Получены важные для практики выражения оптимального коэффициента вязкости жидкости

$v^* = a^2 \sqrt{\frac{AK}{(\lambda_1^2 + 2B)(\lambda_1^2 + 4B)}}$ и коэффициента максимального уси-

ления податливости $N = 1 + \frac{\lambda_1^2 A}{2B}$. Полученные результаты можно использовать при проектировании жидкостного демпфера не только в гироскопическом приборостроении, но и в других областях.

Известно, что введение упругой связи между присоединенной массой и объектом демпфирования существенно повышает эффективность демпфирования [10]. В связи с этим дальнейшее повышение эффективности жидкостного демпфера возможно путем создания упругой связи между жидкостным маховиком и объектом демпфирования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Пивоваров М.Л., Черноусько Ф.Л. Колебания твердого тела с тороидальной полостью, заполненной вязкой жидкостью. *Прикладная математика и механика*, 1990, т. 54 (2), с. 164–168.
- [2] Шишаков К.В. Создание управляющих моментов с помощью жидкостных маховиков. *Интеллектуальные системы в производстве*, 2010, № 1 (15), с. 108–114.
- [3] Marivani M. *Numerical Investigation of Sloshing Motion inside Liquid Dampers with and Without Submerged Screens. PhD thesis.* McMaster University, Hamilton, 2009, 150 p.
- [4] Черников С.А., Самер С. Демпфирование резонансных колебаний гироскопических систем динамическим гасителем переменной структуры. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2006, № 4, с. 111–125.

- [5] Черников С.А., Ли М. Активное динамическое гашение резонансных колебаний гироскопических систем. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2008, № 4, с. 38–55.
- [6] Корнев Б.Г., Резников Л.М. *Динамические гасители колебаний: теория и технические приложения*. Москва, Наука, 1988, 304 с.
- [7] Покусаев М.Н. *Демпфирование крутильных колебаний в валах судовых дизелей: моделирование, экспериментальные и натурные исследования. Дис. ... д-ра техн. наук*. Астрахань, 2005, 345 с.
- [8] Ефремов Л.В. *Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий*. Санкт-Петербург, Наука, 2007, 276 с.
- [9] Черников С.А. Расширение полосы гашения виброзащитной системы динамическим гасителем с обратной связью. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2015, № 5, с. 54–61.
- [10] Богоряд И.Б., Лаврова Н.П. Численная модель течения жидкости во вращающемся цилиндре с упругими радиально расположенными ребрами. *Прикладная механика и техническая физика*, 2013, т. 54, № 2, с. 59–64.

Статья поступила в редакцию 30.08.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Черников С.А., Сюэ Юнцзя. Динамическое демпфирование вынужденных колебаний гироскопической системы демпфером с жидкостным маховиком. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 10.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-10-1685>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XLI Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 января 2017 г.

Черников Сергей Акимович родился в 1931 г., окончил в 1954 г. ВИА им. Ф.Э. Дзержинского. Д-р техн. наук, профессор кафедры «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана, академик Российской Академии навигации и управления движением. Автор более 160 научных работ в области гироскопической техники. e-mail: SA_chernikov@mail.ru

Сюэ Юнцзя — аспирант кафедры «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: xueyongjia88@gmail.com

Dynamic damping of forced vibrations of gyroscopic system by damper with liquid flywheel

© S.A. Chernikov, Xue Yongjia

Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, 105005, Russia

In recent years, liquid dampers are widely used in spacecraft for damping angular vibrations. Damping of the angular vibrations of gyroscopic systems by the use of a liquid damper has so far not been studied sufficiently. In this case, in order to increase the efficiency of the damper, it is necessary to optimize its parameters. In this article, we consider the dynamic damping of forced oscillations of a uniaxial gyrostabilizer by a damper with a toroidal cavity completely filled with a viscous liquid. An integro-differential equation describing the oscillations of a gyroscopic system is obtained. A new approach to optimizing the parameters of a liquid damper is proposed. The expression for the optimum coefficient of viscosity of a liquid is found. The results obtained can be used in the design of a liquid damper not only in gyroscopic instrumentation, but also in other areas.

Keywords: dynamic damper, Forced vibration, gyro system, fluid flywheel, viscous fluid, toroidal cavity

REFERENCES

- [1] Pivovarov M.L., Chernousko F.L. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1990, vol. 54 (2), pp. 164–168.
- [2] Shishakov K.V. *Intellektualnye sistemy v proizvodstve — Intellectual systems in production*, 2010, no. 1 (15), pp. 108–114.
- [3] Marivani M. *Numerical investigation of sloshing motion inside liquid dampers with and without submerged screens. PhD thesis*, McMaster University, Hamilton, 2009, 150 p.
- [4] Chernikov S.A., Samer Salek. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Priborostoenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering*, 2006, no. 4, pp. 111–125.
- [5] Chernikov S.A., Li Ming. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Priborostoenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering*, 2008, no. 4, pp. 38–55.
- [6] Korenev B.G., Reznikov L.M. *Dinamicheskie gasiteli kolebaniy: teoriya i tekhnicheskie prilozheniya* [Dynamic vibration dampers: theory and technical application]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 304 p.
- [7] Pokusaev M.N. *Dempfirovaniye krutil'nykh kolebaniy v valakh sudovykh dizeley: modelirovaniye, eksperimentalnye i naturnye issledovaniya. Dis. ... d-ra tekhn. nauk* [Damping torsional vibrations in the shafts of marine diesel engines: modeling, experimental and field studies. Thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences]. Astrakhan, 2005, 345 p.
- [8] Efremov L. *Teoriya i praktika issledovaniy krutilnykh kolebaniy silovykh ustanovok s primeneniyyem kompyuternykh tekhnologiy* [Computerized Analyses of Torsional Vibrations in Propulsion Units: Theory and Practice]. St. Petersburg, Nauka, 2007, 276 p.
- [9] Chernikov S.A. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2015, no. 5, pp. 54–61.

- [10] Bogorjad I.B., Lavrova N.P. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2013, vol. 54, no. 2, pp. 59–64.

Chernikov S.A. (b. 1931) graduated from Dzerzhinsky Military Engineering Academy in 1954. D. Sc. (Eng.), professor of “Instruments and Systems of Orientation, Stabilisation and Navigation” department of the Bauman Moscow State Technical University. Academician of the Russian Academy of Navigation and Motion Control. Author of more than 160 publications in the field of gyro technology. e-mail: SA_chernikov@mail.ru

Xue Yongjia post-graduate student of “Instruments and Systems for Orientation, Stabilization and Navigation” department of the Bauman Moscow State Technical University. e-mail: xueyongjia88@gmail.com