

## Метод расчета параметров маневров при осуществлении космического полета в точку либрации $L_2$ системы Солнце — Земля

© И.А. Пономарева

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения,  
г. Королёв, Московская обл., 141070, Россия

*Рассмотрена задача определения параметров маневров на этапе перелета космического аппарата в окрестность точки либрации и на этапе движения в окрестности этой точки. Представлен разработанный в рамках проекта «Спектр-РГ» метод расчета параметров маневров, заключающийся в максимизации времени пребывания в заданной области и основанный на квазиньютоновском методе численной оптимизации с простыми ограничениями. Приведены характерные особенности метода и результаты расчетов в рамках алгоритма статистического моделирования, учитывающего различные типы неточностей и погрешностей.*

**Ключевые слова:** точка либрации, квазипериодическая орбита, корректирующий маневр, квазиньютоновский метод оптимизации

**Введение.** Квазипериодические орбиты в окрестностях точек либрации представляют особый интерес для специалистов в области небесной механики [1]. За последние двадцать лет было осуществлено несколько полетов зарубежных автоматических космических аппаратов (КА) в область, расположенную вблизи точки либрации  $L_2$  системы Солнце — Земля, находящейся примерно в 1,5 млн км от Земли в направлении, противоположном направлению на Солнце. На 2018 г. запланирован старт в данную область российской космической обсерватории «Спектр-Рентген-Гамма». Этот аппарат создается для изучения Вселенной в рентгеновском и гамма-диапазонах спектра электромагнитного излучения, для проведения исследований он оснащен комплексом научной аппаратуры из двух зеркальных рентгеновских телескопов. Планируется, что обсерватория «Спектр-РГ» будет выведена на высокоэллиптическую орбиту, которая в окрестности точки либрации переходит в квазипериодическую орбиту амплитудой около 800 тыс. км [2].

Полет в окрестность точки либрации качественно отличается от движения по околоземным орбитам. Во многом успешность проекта зависит от точности маневрирования на этапе перелета к точке либрации и на этапе удержания КА в ограниченной области вблизи данной точки. Настоящая работа посвящена методу расчета параметров корректирующих маневров на всех этапах полета, в ней представле-

ны теоретические основы метода и практические результаты его применения в программном алгоритме. Разработанный метод реализован в отдельном модуле специального программного комплекса баллистико-навигационного обеспечения полета КА «Спектр-РГ», в качестве вспомогательных использованы модули определения текущего положения небесных тел по системе эфемерид DE405 и прогнозирования траектории путем интегрирования в полной модели действующих сил.

**Постановка задачи расчета параметров маневров.** В рамках данной работы рассмотрена специальная вращающаяся система координат, центр которой совпадает с центром Земли, ось  $OX$  в каждый момент времени указывает в направлении, противоположном Солнцу, ось  $OZ$  определяется как векторное произведение единичного вектора оси  $OX$  и вектора скорости движения Земли  $V_E$  относительно Солнца, ось  $OY$  дополняет систему до правой. При таком порядке выбора ось  $OY$  в каждый момент времени лежит в плоскости, образованной осью  $OX$  и вектором  $V_E$ , образуя с ним острый угол. В указанной системе координат задают направление корректирующих маневров и определяют границы области удержания КА в окрестности точки либрации.

Требования к траектории КА при движении в окрестности точки либрации сводятся к ограничению геометрических размеров трехмерной области, во внутренней части которой КА должен находиться в течение максимально продолжительного интервала времени с минимальными затратами топлива и характеристической скорости. Данная трехмерная область может быть выбрана в виде шара, параллелепипеда либо тела более сложной формы. В рамках решаемой задачи ключевую роль играет ограничение  $\gamma \leq \gamma_0$ , где  $\gamma$  — угол между направлениями из центра масс КА в центры Земли и Солнца. Пограничные точки  $\gamma = \gamma_0$  образуют дуги окружностей, проходящих через центры Земли и Солнца так, что для каждой точки угол  $\gamma$  является вписанным для соответствующей окружности. В качестве дополнительного ограничения выбрано неравенство  $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$ . Таким образом, форма трехмерной ограничивающей области аналогична форме усеченного конуса с осью симметрии  $OX$ . Общий вид области изображен на рис. 1.

Зная координаты центра масс КА в инерциальной системе отсчета в определенный момент времени, можно определить положение КА во вращающейся системе координат и однозначно установить, находится ли КА в заданной области или вышел за ее пределы.

Ограничения на параметры маневрирования установлены на значение корректирующего импульса  $\Delta V_{\min} \leq \Delta V \leq \Delta V_{\max}$  и на его направление импульса  $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ , где  $\alpha$  — угол между направлением импульса и лучом  $OX$  [3].

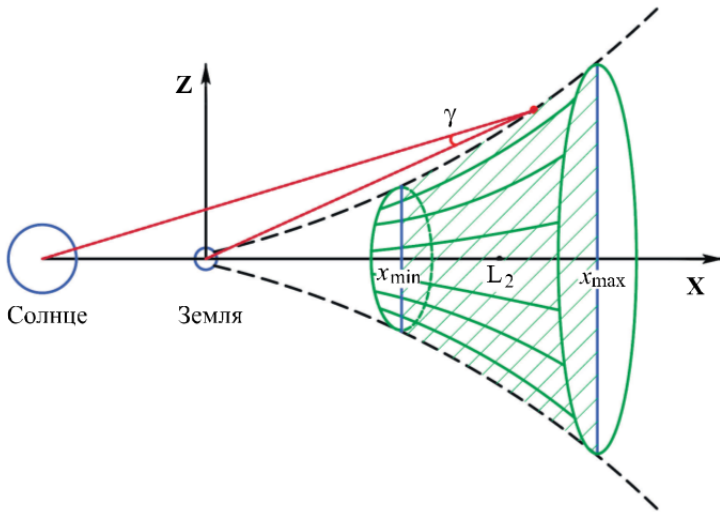
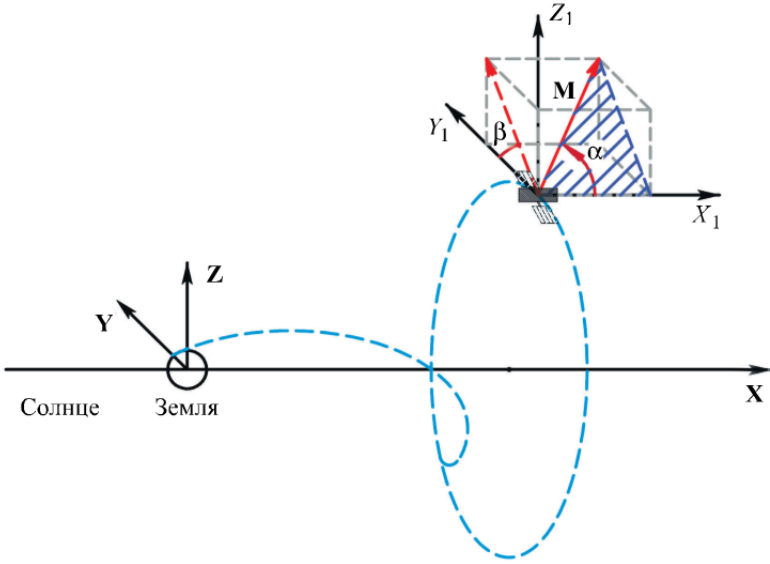


Рис. 1. Общий вид области удержания космического аппарата в окрестности точки либрации

При выборе стратегии маневрирования предложено не придерживаться некоторой заранее рассчитанной номинальной траектории, а вместо этого использовать принцип «мягкого» удержания КА в заданной области. Согласно предлагаемому подходу, параметры маневра, осуществляемого в заданный фиксированный момент времени, должны максимизировать время  $T$  пребывания КА в заданной окрестности точки либрации. Опыт реализации других космических проектов в окрестности точек либрации позволяет предполагать, что данный подход приведет к уменьшению общих топливных затрат на поддержание траектории, одновременно обеспечив выполнение всех поставленных требований [4].

Таким образом, базовая задача заключается в определении параметров корректирующего маневра, проводимого в заданный момент времени  $t_m$  и обеспечивающего максимальное значение  $T$ . При этом на этапе перелета значение  $T$  считается от момента времени  $t_{in}$  входа в заданную область до момента времени  $t_{out}$  выхода из заданной области, если КА уже находится в заданной области — от момента  $t_m$  до момента  $t_{out}$ .

При переходе к математической постановке предпочтительно получить оптимизационную задачу с простыми ограничениями, в связи с чем выбрано, что параметры корректирующего маневра однозначно задаются в форме трехкомпонентного вектора  $(\Delta V, \alpha, \beta)$ , где  $\beta$  — угол, определяющий направление проекции импульса в плоскости  $OYZ$ ,  $0 \leq \beta < 2\pi$ . Схема измерений значений  $\alpha$  и  $\beta$  во вращающейся системе координат представлена на рис. 2.



**Рис. 2.** Положение углов  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющих направление реализации корректирующего импульса во вращающейся системе координат

Таким образом, базовую задачу ставим в формулировке: определить параметры маневра  $\mathbf{M} = (\Delta V, \alpha, \beta)$  в заданный момент времени  $t_m$ , обеспечивающие максимальное время пребывания КА в заданной окрестности точки либрации

$$T(\mathbf{M}, t_m) \rightarrow \max \quad (1)$$

при наличии ограничений  $\Delta V_{\min} \leq \Delta V \leq \Delta V_{\max}$ ,  $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ ,  $0 \leq \beta < 2\pi$ .

**Метод расчета параметров маневров на основе квазиньютоновского метода оптимизации.** Базовую задачу можно представить в виде задачи минимизации

$$\mathbf{M} = (\Delta V, \alpha, \beta), \quad F(\mathbf{M}) = -\sqrt{T(\mathbf{M}, t_m)} \rightarrow \min \quad (2)$$

при ограничениях  $\Delta V_{\min} \leq \Delta V \leq \Delta V_{\max}$ ,  $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ ,  $0 \leq \beta < 2\pi$ .

Согласно классификации оптимизационных задач — это минимизация с простыми ограничениями. В связи с тем что задача имеет малую размерность ( $n = 3$ ) и отсутствует возможность аналитического вычисления производных функции  $F(\mathbf{M})$ , для численного решения оптимизационной задачи применяем квазиньютоновский метод с конечно-разностной аппроксимацией производных [5].

Методы ньютоновского типа основаны на учете информации о кривизне минимизируемой функции, которая содержится в матрице

Гессе функции  $F$  и позволяет строить локально точные квадратичные модели  $F$ . Матрица Гессе

$$\nabla F^2(\mathbf{M}) = G(\mathbf{M}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial M_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial M_1 M_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial M_1 M_n} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial M_n^2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

есть квадратная симметричная матрица вторых частных производных.

Квазиньютоновские методы характеризуются тем, что накапливают информацию о кривизне функции  $F$  во время итераций спуска и опираются на возможность аппроксимации кривизны нелинейной функции без явного формирования ее матрицы Гессе. При этом на каждом шаге формируется аппроксимация  $\mathbf{B}_k \approx \nabla F^2$ , отображающая информацию о кривизне, накопленную на предыдущих итерациях.

Важно принять во внимание наличие простых ограничений: на каждой итерации в зависимости от текущего значения  $\mathbf{M}$  определяют активные ограничения, которые выполняются как равенства, и неактивные ограничения, которые выполняются как неравенства. Ограничение становится активным, если значение какого-либо компонента в  $\mathbf{M}$  становится равным пограничному значению (например, значение компоненты  $\Delta V$  становится равным  $\Delta V_{\min}$ ). Активные ограничения сокращают возможности перемещений около допустимой точки, поэтому на каждой итерации их запоминают в виде рабочего списка и учитывают в процедуре вычисления проекции матрицы  $\mathbf{B}_k$ . Если на текущем шаге по сравнению с предыдущим появляется новое активное ограничение, то уменьшается подпространство, в котором совершается минимизация, и, соответственно, уменьшается размерность матрицы проектирования  $\mathbf{Z}_k$ . Напротив, если на текущем шаге какое-либо ограничение перестает быть активным, то размерность подпространства и матрицы проектирования увеличивается.

На первой итерации метода определяют точность вычислений функции  $F$ , первое приближение матрицы Гессе принимают равным единичной матрице  $\mathbf{B}_0 = \mathbf{I}$ . Далее последовательно проверяют актуальность рабочего списка (с проверкой знаков множителей Лагранжа) и в соответствии с ним вычисляют матрицу проектирования  $\mathbf{Z}_k$ , затем рассчитывают «спроектированный» градиент  $\mathbf{g}_k^Z = \mathbf{Z}_k^T \mathbf{g}_k$  функции  $F$  и направление квазиньютоновского спуска  $\mathbf{p}_k = \mathbf{Z}_k \mathbf{p}_k^Z$  (где  $\mathbf{p}_k^Z$  — реше-

ние системы линейных уравнений  $\mathbf{B}_k^Z \mathbf{p}_k = -\mathbf{g}_k^Z$ ). Следующим этапом является решение задачи одномерной минимизации, в процессе которого определяют оптимальное значение  $\lambda_k$  размера шага в выбранном направлении  $\mathbf{p}_k$ . При этом процедура проектирования гарантирует, что шаг выполняется в разрешенном направлении (например, если на текущей итерации  $\Delta V = \Delta V_{\min}$ , то проектирование исключает из рассмотрения направления дальнейшего уменьшения компоненты  $\Delta V$ ). В рамках представленного алгоритма градиент рассчитывают путем конечно-разностной аппроксимации, при этом на первой итерации автоматически определяется значение конечно-разностного интервала с целью минимизации суммарной вычислительной погрешности. Одномерную минимизацию выполняют на основе процедуры золотого сечения.

Проверка критериев останова заключается в сравнении изменения  $F(\mathbf{M}_k) - F(\mathbf{M}_{k+1})$  на текущем шаге с заданным малым числом, сравнении выполненного шага  $\lambda_k \mathbf{p}_k$  с заданным малым числом, а также проверке грубого условия оптимальности — малости нормы градиента  $\|\mathbf{g}_{k+1}^Z\|$ . В завершение каждой итерации проводится обновление матрицы

$$\mathbf{B}_{k+1}^Z = \mathbf{R}^T \mathbf{W} \mathbf{R}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{R}$  — невырожденная верхняя треугольная матрица общего вида — результат разложения по Холесскому  $\mathbf{B}_k^Z = \mathbf{R}^T \mathbf{R}$ ; матрицу  $\mathbf{W}$  определяют по формуле пересчета BFGS (Бройдена — Флетчера — Гольдфарба — Шанно):

$$\mathbf{W} = \mathbf{I} - \frac{1}{\bar{\mathbf{s}}_Z \bar{\mathbf{s}}_Z^T} \bar{\mathbf{s}}_Z \bar{\mathbf{s}}_Z^T + \frac{1}{\bar{\mathbf{y}}_Z \bar{\mathbf{y}}_Z^T} \bar{\mathbf{y}}_Z \bar{\mathbf{y}}_Z^T, \quad (5)$$

$\bar{\mathbf{s}}_Z = \mathbf{R}(\mathbf{M}_{k+1} - \mathbf{M}_k)$  определяется изменением аргумента,  $\bar{\mathbf{y}}_Z = (\mathbf{R}^T)^{-1}(\mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k)$  — изменением градиента. Пересчет BFGS обеспечивает симметричность вычисленной матрицы  $\mathbf{B}_{k+1}^Z$  и сохраняет ее положительную определенность при условии положительной определенности матрицы  $\mathbf{B}_k^Z$ .

Качественное исследование результатов, полученных при выполнении реализованного вычислительного алгоритма позволило выявить ряд его характерных особенностей [6]. В качестве первой из них можно отметить, что итерационный процесс сходится к различным решениям при выборе различных начальных приближений. Данной особенностью обладает большинство численных методов

оптимизации, поскольку только наличие специальных свойств в задаче гарантирует глобальность найденного оптимального значения. Это придает особую важность процедурам выбора начального приближения и перебора сетки начальных приближений. Другой особенностью полученных результатов является наличие узких «пиков». Для расчета параметров отдельного маневра требуется в среднем более 30 итераций в процедуре одномерной минимизации для достижения времени пребывания в окрестности, составляющего более 600 суток, что соответствует значениям параметров маневра, уточненным до 15 знаков после запятой. Малые отклонения от расчетных значений приводят к резкому уменьшению времени пребывания в окрестности. Важно также отметить, что в ходе итерационной процедуры не достигается выполнение критериев останова, что свидетельствует о том, что полученное значение является лишь очередным приближением к истинному значению локального оптимума и при осуществлении большего числа итераций с большей точностью возможно получение параметров маневров, соответствующих большему времени удержания КА в заданной области. Однако в рамках решаемой задачи проведение указанных вычислений при больших затратах машинного времени представляется не имеющим практической пользы, в связи с чем в алгоритме в качестве дополнительного условия останова задано неравенство  $T \geq 500$  сут.

**Алгоритм статистического моделирования полета в окрестности точки либрации.** Описанный выше метод требует проверки в отношении возможности практического применения. Баллистико-навигационное обеспечение реального космического полета сопровождается неточностями трех типов: при формировании орбиты выведения КА, при определении траектории КА и при выполнении корректирующих маневров. В рамках настоящей работы с целью проверки практической применимости метода расчета маневров был реализован алгоритм моделирования реального полета с учетом всех указанных погрешностей.

При формировании начальных условий перелета учитываем погрешности по высоте и аргументу перигея, высоте апогея, наклонению, долготе восходящего узла. В дальнейшем периодическое выполнение маневров моделируем в виде последовательности операций: прогнозирование «реальной» траектории КА до момента расчета параметров маневра  $t_{\text{mcalc}}$ , получение «расчетной» траектории КА на момент  $t_{\text{mcalc}}$  путем внесения случайных отклонений в «реальную» траекторию (соответствующих погрешностям при определении траектории), вычисление параметров «расчетного» маневра  $\mathbf{M}_{\text{calc}}$  для «расчетной» траектории, получение параметров «реализованного» маневра  $\mathbf{M}_{\text{exec}}$  внесением случайных отклонений в параметры

«расчетного» маневра (соответствующих погрешностям при осуществлении маневра), учет выполнения «реального» маневра  $M_{\text{exec}}$  и прогнозирование «реальной» траектории КА до момента расчета параметров следующего маневра.

**Результаты статистического моделирования.** В соответствии с разработанным алгоритмом было проведено статистическое моделирование, которое подтвердило, что выбранный метод оптимизации может быть использован для решения задач баллистико-навигационного обеспечения при управлении КА. Ниже представлены результаты моделирования для одного из частных случаев.

Здесь и далее использованы следующие значения входных параметров задачи:  $\gamma_0 = 40^\circ$ ,  $x_{\min} = 500\,000$  км,  $x_{\max} = 2\,500\,000$  км,  $\Delta V_{\min} = 0,1$  мм/с,  $\Delta V_{\max} = 50$  м/с для маневров, проводимых в течение первых 100 суток полета, и 10 м/с для последующих маневров,  $\alpha_{\min} = 60^\circ$ ,  $\alpha_{\max} = 165^\circ$ . Номинальная перелетная орбита имеет следующие параметры: вектор положения КА на момент 17:59:46 6 сентября 2016 г. имеет вид  $(-6614,68835654; -1425,6784506; 1231,4536292)$  км в инерциальной системе J2000, вектор скорости  $(2,8863626; -6,2987305; 8,2045026)$  км/с.

Для моделирования погрешностей, распределенных по нормальному закону, использованы следующие значения по критерию «три сигма»: при формировании перелетной орбиты погрешность по высоте перигея  $\pm 12$  км, по высоте апогея  $\pm 120\,000$  км, по наклонению  $\pm 5$  угл. мин, по долготе восходящего узла  $\pm 10$  угл. мин, по аргументу перигея  $\pm 24$  угл. мин; при определении параметров траектории погрешности определения компонент вектора положения КА 5 км, а вектора скорости КА 5 мм/с; при выдаче корректирующего импульса погрешность по величине импульса составляет 6 %, погрешность по направлению 40 угл. мин. Расчет каждого маневра проведен в момент  $t_{\text{mcalc}}$  за 1 сутки до момента выполнения маневра  $t_{\text{m}}$ .

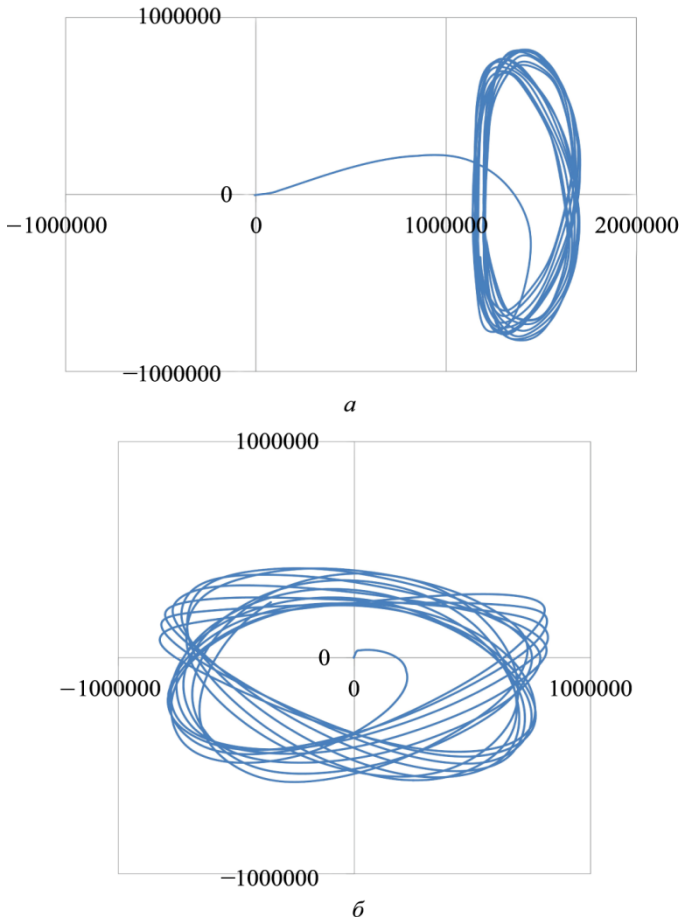
В рассмотренном случае моделируемая погрешность формирования перелетной орбиты составила  $-1,102$  км по высоте перигея,  $-83686,005$  км по высоте апогея,  $-1,971$  угл. мин по наклонению,  $+3,065$  угл. мин по долготе восходящего узла,  $+6,257$  угл. мин по аргументу перигея.

Моменты осуществления маневров были выбраны следующим образом: на этапе перелета маневры проводят на 10-е, 20-е, 40-е и 100-е сутки после старта, в дальнейшем — каждые 45 сут. При рассмотрении этапа перелета оптимизацию выполняли для «связанных» пар маневров: задачу оптимизации решали для 6-размерного набора неизвестных —  $((\Delta V_1, \alpha_1, \beta_1), (\Delta V_2, \alpha_2, \beta_2))$ , перед выполнением маневра № 1 определяли параметры маневров № 1 и № 2, затем перед



выполнением маневра № 2 определяли параметры маневров № 2 (с учетом результатов ранее выполненной оптимизации в качестве начального приближения) и № 3, аналогично перед выполнением маневра № 3 определяли параметры маневров № 3 и № 4. Дальнейшие расчеты выполняли для одиночных маневров.

По результатам моделирования успешное поддержание требуемой траектории на протяжении 2620 сут (60 маневров) потребовало суммарных затрат характеристической скорости порядка 72,964 м/с. Значение импульса на 10-е сутки полета составило 39,796 м/с, на 20-е — 23,005 м/с соответственно. В дальнейшем среднее значение импульса при выполнении отдельного маневра составило 0,175 м/с, что соответствует усредненным затратам характеристической скорости порядка 1,421 м/с в год. Общий вид полученной траектории в проекциях на плоскости  $OXY$  и  $OYZ$  вращающейся системы координат представлен на рис. 3.



**Рис. 3.** Общий вид полученной траектории перелета КА в окрестность точки либрации и удержания в ней на протяжении 7 лет в проекции на плоскость  $OXY$  (а) и  $OYZ$  (б) вращающейся системы координат

**Заключение.** В данной работе представлен метод расчета параметров маневров, обеспечивающих выведение КА в окрестность точки либрации и удержание его в заданной области на протяжении срока активного существования. Метод основан на квазиньютоновском методе оптимизации с простыми ограничениями и заключается в максимизации времени пребывания КА во внутренней части заданной замкнутой поверхности. В статье приведен алгоритм статистического моделирования для оценки практической применимости разработанного метода.

Анализируя проблемы разработанного подхода и перспективы дальнейшего развития данной задачи, необходимо отметить, что в настоящее время она рассматривается в постановке максимизации времени пребывания в окрестности точки либрации без учета значения реализуемого импульса, поэтому планируется доработать функционал для проведения одновременной минимизации значений  $\Delta V$  и, как следствие, суммарных топливных затрат. Развитием данной задачи является также разработка стратегии моделирования (выбор оптимальных моментов проведения маневров) и переход от импульсной постановки к моделированию продолжительной работы корректирующих двигателей.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Farquhar R.W., Dunham D.W., Guo Y., McAdams J.V. Utilization of Libration Points for Human Exploration in the Sun-Earth-Moon System and Beyond. *Acta Astronautica*, 2004, no. 55, pp. 687–700.
- [2] Ильин И.С., Заславский Г.С., Лавренов С.М., Сазонов В.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистическое проектирование траекторий перелета с орбиты искусственного спутника Земли на гало-орбиту в окрестности точки  $L_2$  системы Солнце — Земля. *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша*, 2013, № 6, 32 с.
- [3] Аксенов С.А., Бобер С.А., Николаева Ю.А., Новиков П.В., Федоренко Ю.В. Компьютерное моделирование движения космического аппарата в окрестности точки либрации  $L_2$  системы Солнце — Земля. *Препринт ЦНИИмаш*, 2015, 51 с.
- [4] Dunham D.W., Roberts C.E. Stationkeeping Techniques for Libration-Point Satellites. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2001, vol. 49, no. 1, pp. 127–144.
- [5] Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. *Практическая оптимизация*. Москва, Мир, 1985.
- [6] Кондрашин М.А., Пономарева И.А. Метод расчета параметров маневров космического аппарата при его перелете к точке либрации и движении в ее окрестности. *Космонавтика и ракетостроение*, 2016, № 8 (93), с. 23–30.

Статья поступила в редакцию 30.03.2017

Ссылку на статью просим оформлять следующим образом:

Пономарева И.А. Метод расчета параметров маневров при осуществлении космического полета в точку либрации  $L_2$  системы Солнце — Земля. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 7.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-7-1641>

*Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XLI Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 января 2017 г.*



**Пономарева Ирина Александровна** — инженер 1-й категории, Центральный научно-исследовательский институт машиностроения. e-mail: [PonomarevaIA@tsniimash.ru](mailto:PonomarevaIA@tsniimash.ru)

# Method of computing manoeuvres parameters during the space flight into the libration point $L_2$ of the Sun — Earth system

© I.A. Ponomareva

Central Research Institute of Mechanical Engineering TsNIIMASH,  
Korolev town, Moscow region, 141070, Russia

*The article considers the problem of computing manoeuvres parameters at the stage of the spacecraft flight into the neighborhood of the libration point and at the stage of movement in the neighborhood of this point. We introduce the method of computing manoeuvres parameters developed as part of the project “Spectrum-RG”. This method involves maximizing the residence time in the defined area and is based on the quasi-Newton method of the numerical optimization with simple constraints. The article looks at the distinctive features of the method and the calculation data within the framework of Monte-Carlo algorithm, which takes into account various types of inaccuracies and tolerances.*

**Keywords:** libration point, quasi-periodic orbit, correction maneuver, quasi-Newton method of optimization

## REFERENCES

- [1] Farquhar R.W., Dunham D.W., Guo Y., McAdams J.V. *Acta Astronautica*, 2004, no. 55, pp. 687–700.
- [2] Ilin I.S., Zaslavskiy G.S., Lavrenov S.M., Sazonov V.V., Stepanyants V.A., Tuchin A.G., Tuchin D.A., Yaroshevskiy V.S. *Preprint IPM imeni M.V. Keldysha — Keldysh Institute Preprints*, 2013, no. 6, p. 32.
- [3] Aksenov S.A., Bober S.A., Nikolayeva Yu.A., Novikov P.V., Fedorenko Yu.V. *Kompyuternoye modelirovaniye dvizheniya kosmicheskogo apparata v okrestnosti tochki libratsii  $L_2$  sistemy Solntse — Zemlya*. [Computer modeling of the spacecraft movement in the neighborhood of the libration point  $L_2$  of the Sun-Earth system]. *Preprint TSNIMASH — Preprint of the Central Research Institute of Mechanical Engineering TSNIMASH*. 2015, 51 p.
- [4] Dunham D.W., Roberts C.E. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2001, vol. 49, no. 1, pp. 127–144.
- [5] Gill Ph.E., Murray W., Wright M.H. *Practical optimization*. London, Academic Press, Ltd., 1981 [In Russ.: Philip E. Gill, Walter Murray, Margaret H. Wright. *Prakticheskaya optimizatsiya*. Moscow, Mir Publ., 1985, 509 p.].
- [6] Kondrashin M.A., Ponomareva I.A. *Kosmonavtika i raketostroyeniye — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2016, no. 8 (93), pp. 23–30.

**Ponomareva I.A.**, Engineer of the 1st category, Central Research Institute of Mechanical Engineering TSNIMASH. e-mail: PonomarevaIA@tsniimash.ru