

Анализ космических траекторий для экспедиции Земля–Апофис–Земля и движения космического аппарата вокруг астероида Апофис

© Аньци Лан

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В связи с «опасностью» астероида Апофис актуально организовать космическую экспедицию, чтобы провести исследования как на его поверхности с помощью посадочного устройства, так и дистанционно приборами аппарата, движущегося по орбите его спутника. В данной работе определены и исследованы траектории полета космического аппарата (КА) от Земли к астероиду Апофис, пребывания КА и специального мини-аппарата около него в течение некоторого времени и возвращения к Земле. Вычислены энергетически оптимальные траектории для этой экспедиции при полете общей продолжительностью до двух лет в 2019–2022 гг. Проанализирована задача движения аппарата вокруг астероида. При этом учтено влияние возмущений трех типов: притяжения нескольких дальних небесных тел (Солнца, Земли, Луны, Венеры и Юпитера), несферичности астероида и давления солнечного света. Рассмотрено пассивное движение около астероида двух аппаратов: основного КА, который после пребывания у Апофиса в течение недели-месяца возвращается к Земле, и специального мини-спутника с длительным пребыванием у астероида с целью уточнения его орбиты.

Ключевые слова: астероид Апофис, экспедиция к астероиду, оптимальная траектория полета, орбитальное движение спутника, движение спутника астероида, возмущение от несферичности тела, давление солнечного света, «время жизни» спутника

Введение. Астероид Апофис (99942) с момента открытия привлек большое внимание, поскольку ожидалось его очень тесное сближение с Землей в 2029 г. и некоторая вероятность столкновения с ней в последующие сближения. Согласно предложениям ученых, чтобы уточнить траекторию и состав астероида, следует отправить к нему автоматическую межпланетную станцию для выполнения исследований и установки радиомаяка с целью проведения более точного измерения его координат.

Данная работа посвящена исследованию оптимальных траекторий для экспедиции КА от Земли к Апофису с его пребыванием в течение некоторого времени около астероида и возвращением к Земле. Она состоит из двух частей: первая — определение оптимальных траекторий перелета КА с помощью двигательных установок с большой тягой для экспедиции Земля–Апофис–Земля; вторая — анализ орбитального движения КА вокруг астероида. Траектории перелета

между орбитами Земли и Апофиса находят на базе двукратного решения задачи Эйлера — Ламберта с последующим уточнением. При анализе затрат топлива используют характеристики обычных двигательных установок с большой тягой (ракеты-носители (РН) типа «Союз», «Зенит», разгонный блок типа «Фрегат»).

Анализ орбитального движения спутника в окрестности Апофиса проводят с учетом влияния возмущений трех типов: притяжения нескольких дальних небесных тел (Солнца, Земли, Луны, Венеры и Юпитера), несферичности астероида и давления солнечного света. Учитываются собственное вращение астероида вокруг своего центра масс, а также возможное затенение аппарата астероидом как вытянутым эллипсоидом вращения.

Рассмотрено движение около астероида основного КА, который после пребывания у Апофиса в течение недели-месяца возвращается к Земле, и специального мини-спутника с длительным пребыванием у астероида для уточнения его орбиты. Показано, что при оптимальном выборе их начальных орбит им можно обеспечить достаточно продолжительное «время жизни» около Апофиса, которое у мини-спутника, в частности, достигнет нескольких лет (например, с 2020 г. до 2029 г.) до момента тесного сближения Апофиса с Землей в 2029 г.

В данной статье получили развитие темы, рассмотренные в работах [1–3].

Схема полета. Общая схема для экспедиции КА к Апофису с возвращением к Земле состоит из пяти этапов.

1. Геоцентрический этап продолжительностью $t \in [t_0, t_1]$ включает в себя выведение КА на переходную орбиту высотой $H_0 \approx 200$ км искусственного спутника земли (ИСЗ); разгон КА на орбиту полета к Апофису двигателями большой тяги (ДБТ); выход КА из сферы действия Земли в момент t_1 .

2. Гелиоцентрический пассивный перелет КА от Земли к Апофису в течение $t \in [t_1, t_2]$.

3. Приастероидный этап длительностью $t \in [t_2, t_3]$ включает в себя выход КА на орбиту спутника астероида с помощью второго блока с ДБТ, пребывание аппарата у астероида с возможной посадкой на его поверхность, последующий разгон КА до энергии, необходимой для полета к Земле и оставление у Апофиса мини-спутника.

4. Гелиоцентрический пассивный перелет КА от Апофиса к Земле в течение $t \in [t_3, t_4]$.

5. Второй геоцентрический этап, который длится $t \in [t_4, t_5]$, — это отделение спускаемого аппарата, вход в атмосферу Земли, торможение, посадка. Никаких ограничений на скорость КА на этом этапе полета не ставится.

Принятая в работе продолжительность экспедиции $\Delta t_{\Sigma} = t_4 - t_1$ взята из диапазона 390–730 сут, время пребывания КА у астероида $\Delta t_{\Lambda} = t_3 - t_2 = 7$ сут. Энергетически оптимальные траектории КА для экспедиции Земля–Апофис–Земля исследованы при $t_1 \in [05.01.2019; 31.12.2022]$, длительностях перелетов аппарата $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$ и $\Delta t_{34} = t_4 - t_3$, составляющих более 25 сут. В качестве оптимизируемой величины выбрана его полезная масса m_p в конце полета (t_4). Рассмотрены два случая перелета: первый — каждый гелиоцентрический перелет выполняется на дуге, меньшей 2π ; второй — на некотором гелиоцентрическом участке есть один пассивный виток.

Приближенный анализ оптимальных перелетов. Первоначально оценка потребления энергии выполнена для упрощенной модели, когда разгоны и торможения КА у Земли и Апофиса производятся в виде импульсных скоростей, а коррекции и управление не учитываются.

Траектории КА здесь вычисляют методом сращивания кеплеровых траекторий, при этом межпланетные перелеты определяются для модели точечных сфер действия планет.

Сначала находятся две гелиоцентрические межпланетные траектории КА, необходимые для определения целых траекторий КА. Когда будут заданы граничные времена экспедиции t_1, t_2, t_3, t_4 для движения КА в поле притяжения Солнца с точечными сферами действия Земли и Апофиса, определяют гелиоцентрические орбиты перелета от Земли к Апофису и от Апофиса к Земле двукратным решением задачи Эйлера — Ламберта (с учетом возможности совершить один пассивный виток по орбите). Это позволяет найти скорости «на бесконечности»: $V_{\infty 1}$ — при отлете от Земли; $V_{\infty 2}$ — при подлете к Апофису; $V_{\infty 3}$ — при отлете от Апофиса; $V_{\infty 4}$ — при подлете к Земле. Они позволяют определять импульсы скорости для маневров: ΔV_1 — для разгона от Земли, ΔV_2 — для торможения у Апофиса, ΔV_3 — для разгона от Апофиса.

На первом геоцентрическом этапе, в соответствии со схемами полета и упрощенной модели, аппарат, выведенный ракетой-носителем типа «Союз» или «Зенит» на орбиту ИСЗ, доставляет к борту массу m_0 . Затем его разгоняет разгонный блок (например, «Фрегат») к геоцентрической гиперболической орбите со скоростью «на бесконечности» $V_{\infty 1}$. После того как разгонный блок массой m_{1E} отделится от КА, аппарат направится к границе сферы действия Земли, чтобы приступить там к гелиоцентрической стадии полета. Массу КА в начале гелиоцентрического полета рассчитывают с помощью уравнения

$$m(t_1) = m(t_0) \exp\left(-\frac{\Delta V_1}{W_{1E}}\right) - m_{1E}, \quad (1)$$

где

$$\Delta V_1 = \sqrt{V_{\infty 1}^2 + \frac{2\mu_E}{r_0}} - \sqrt{\frac{\mu_E}{r_0}}, \quad (2)$$

W_{1E} — скорость истечения газов из разгонного блока; ΔV_1 — приращение скорости; μ_E — гравитационный параметр Земли; $r_0 = r_E + H_0$ — радиус начальной околоземной орбиты; r_E — средний радиус Земли.

При астероидоцентрическом движении КА на первом этапе анализа учитывается только притяжение астероида. Радиус сферы влияния Апофиса

$$R_A \approx r_{AS} (m_A/m_S)^{2/5} \approx 2 \text{ км},$$

где r_{AS} — расстояние от Апофиса до Солнца; m_A — масса Апофиса, равная $(2,7 \dots 4,3) \cdot 10^{10}$ кг; m_S — масса Солнца. Так как гравитационный параметр Апофиса совсем мал ($\sim 2 \dots 3 \text{ м}^3/\text{с}^2$), импульсы скорости ΔV_2 и ΔV_3 , определяемые выражениями, аналогичными формулам (2), практически равны соответствующим скоростям на «бесконечности».

После приложения импульсов ΔV_2 и ΔV_3 можно вычислить массу КА с помощью дополнительного ДБТ, в частности конечную массу m_f . Чтобы определить полезную массу, зададим массу второго блока ДБТ:

$$m_{2E} = m_{20} + a_{T2} m_{T2}, \quad m_p = m_f - m_{2E}, \quad (3)$$

где m_{20} — постоянная составляющая массы; a_{T2} — коэффициент массы топливных баков; m_{T2} — масса топлива на коррекцию, торможение и разгон астероида.

Вычитаем массу m_{2E} из конечной массы и получаем полезную массу m_p (3). Оптимальные траектории имеют максимум полезной массы для различных времен экспедиции:

$$m_p \rightarrow \max. \quad (4)$$

Численные результаты на первом этапе анализа. Для основного анализа полагаем, что КА выводится ракетой «Союз-ФГ», которая обеспечивает доставку массы $m_0 \approx 7130$ кг на начальную орбиту высотой $H_0 \approx 200$ км. У Земли КА разгоняется блоком «Фрегат» с тягой $\sim 20\,000$ Н. Скорость истечения газов $W_{1E} \sim 3198$ м/с, удельная тяга ~ 326 с. Отделяемая масса «Фрегата» m_{1E} составляет 970 кг. При астероидные маневры совершаются дополнительным, вторым, ДБТ с тягой ~ 400 Н. Для этого двигателя скорость истечения $W_{2E} \sim 2982$ м/с, удельная тяга ~ 304 с, постоянная составляющая массы $m_{20} = 100$ кг, коэффициент массы топливных баков $a_{T2} = 0,15$.

Для первого случая перелета, когда дуга обоих гелиоцентрических участков меньше 2π ($\Delta u < 2\pi$), максимум полезной массы $m_p = 182$ кг будет, когда $\Delta t_\Sigma = 450$ сут, $t_1 = 23.01.2021$, $\Delta t_{12} = 120$ сут, $\Delta t_{34} = 323$ сут, $t_4 = 18.04.2022$. В этом случае скорость «на бесконечности» при отлете от Земли $V_{\infty 1} = 3,784$ км/с, импульс $\Delta V_1 = 3,856$ км/с. В приастероидном этапе $\Delta V_2 = 2,296$ км/с, $\Delta V_3 = 0,912$ км/с. На рис. 1 представлены траектории перелета для этого варианта.

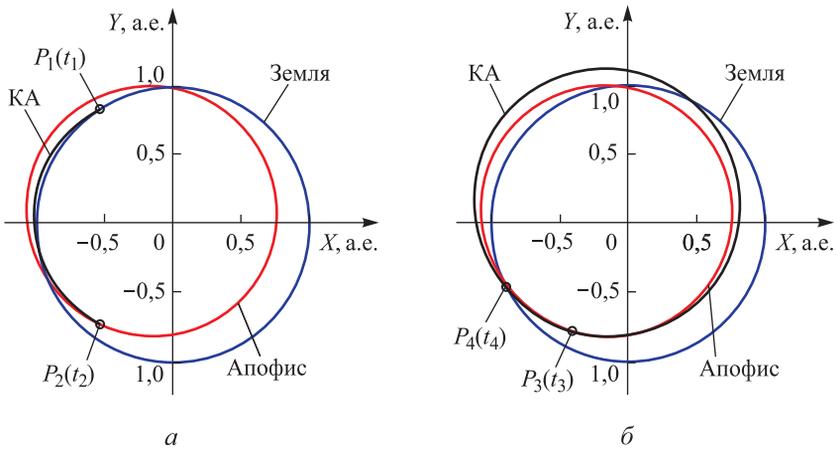


Рис. 1. Межпланетные перелеты КА для первого случая, когда дуга обоих гелиоцентрических участков меньше 2π ($\Delta u_{a,b} < 2\pi$):

a — от Земли (P_1) до Апофиса (P_2); *б* — от Земли (P_3) до Апофиса (P_4)

Если хотя бы на некотором гелиоцентрическом участке есть один пассивный виток ($\Delta u > 2\pi$), то для оптимального перелета получаем: конечную массу КА $m_f = 510$ кг; «полезную» массу $m_p = 265$ кг при времени экспедиции $\Delta t = 690$ сут. Для этого перелета $t_1 = 24.05.2019$; $\Delta t_{12} = 335$ сут; время отлета от Апофиса $t_3 = 30.04.2020$; $\Delta t_{34} = 348$ сут; $t_4 = 13.04.2021$. Скорость «на бесконечности» при отлете от Земли $V_{\infty 1} = 1,892$ км/с, импульс $\Delta V_1 = 3,386$ км/с. В приастероидном этапе $\Delta V_2 = 2,834$ км/с, $\Delta V_3 = 0,370$ км/с. На рис. 2 показаны траектории перелета КА для такого варианта.

Уточнение основных характеристик полета. Дополнительный анализ для уточнения основных характеристик полета ведется по двум направлениям: первое — коррекция траектории с учетом реального поля тяжести и некоторых факторов возмущений, второе — коррекция массово-энергетических характеристик экспедиции.

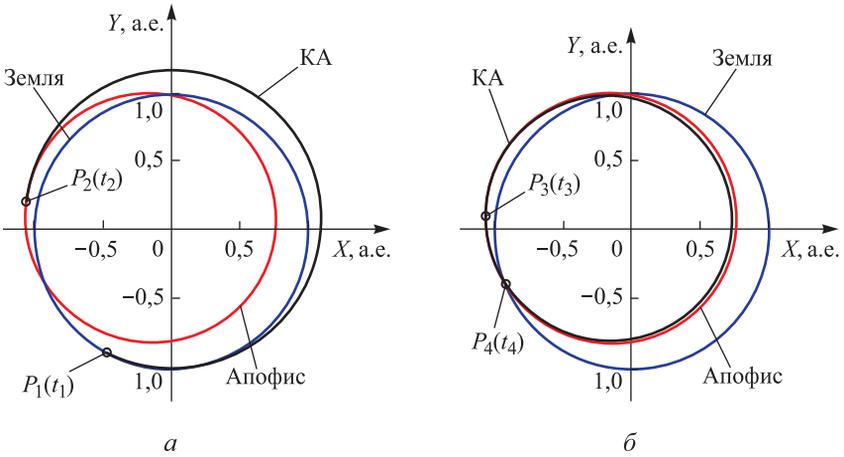


Рис. 2. Межпланетные перелеты КА для второго случая, когда на некотором гелиоцентрическом участке есть один пассивный виток $\Delta u_6 > 2\pi$:
 а — от Земли (P_1) до Апофиса (P_2); б — от Апофиса (P_3) до Земли (P_4)

Уточненный расчет оптимальных траекторий выполняется численным решением системы дифференциальных уравнений движения КА с учетом притяжения Земли (с учетом ее сжатия), Луны, Солнца, планет и давления солнечного света:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu_E}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} - \sum_i \mu_i \left(\frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^3} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} \right) + \Delta, \quad (5)$$

где $\mathbf{r}(x, y, z)$ — радиус-вектор КА в прямоугольной невращающейся геоцентрической системе координат; \mathbf{r}_i — радиус-вектор i -го небесного тела; μ_E и μ_i — гравитационные параметры Земли и i -го небесного тела; Δ — ускорение вследствие сжатия Земли.

Уравнение (5) интегрируется на два пассивных участка полета: первый — от начального момента пассивного полета после разгона КА вблизи Земли, $t_{in} = t_{0p}$ ($t_{0p} < t_1$), до конечного времени полета КА к Апофису, $t_f = t_2$; второй — от момента после разгона КА вблизи астероида, $t_{in} = t_3$, до момента входа КА в сферу действия Земли, $t_f = t_4$. С учетом ограничений на расстояния от КА до астероида или до Земли в концах этих участков полета для сращивания решаются краевые задачи варьированием начальных данных. Так, для траектории P_1 с $\Delta u < 2\pi$ начальное время t_{0p} на основе решения задачи Ламберта получилось равным 2021,1,20,10:17:32. После коррекции t_{0p} уменьшилось на 5 мин. Для траектории P_2 с $\Delta u > 2\pi$ сначала t_{0p} составило 2019,5,19,15:37:24.14, после коррекции оно увеличилось на 1 мин 21 с.

При коррекции массово-энергетических характеристик экспедиции, прежде всего, был учтен неимпульсный характер разгона КА у Земли. В этом случае приращение скорости при отлете от Земли составляет сумму ΔV_1 и «гравитационной потери» ΔV_{gr1} , которая определяется аналитическим методом [4, 5]:

$$\delta V_{gr} \approx 0,019(\mu / r^3)t_e^2 \Delta V, \quad (6)$$

где t_e — время работы двигателя для создания ΔV_1 конечной тягой на расстоянии r от центра с гравитационным параметром μ .

Для уменьшения этого дополнительного расхода скорости рассматривается режим разгона с двумя-тремя включениями двигателя. Так как гравитация Апофиса мала, гравитационными потерями для маневров ΔV_2 , ΔV_3 можно пренебречь.

Для учета дополнительного расхода топлива на коррекцию траектории и управление движением КА у Апофиса было предусмотрено до подлета к нему установить на коррекцию значение 50 м/с, у астероида — 10 м/с и после отлета от него — 25 м/с.

После обсуждения проблемы с НПО им. С.А. Лавочкина были скорректированы некоторые массово-энергетические характеристики КА: уточнены удельная тяга блока «Фрегат» и массовые характеристики его отделяемых частей, предусмотрены гарантийные запасы топлива, введены массы отделяемых аппаратов небольшого спутника астероида и посадочного устройства — 10 кг и 20 кг соответственно. Для потенциального увеличения полезной массы КА были оценены также возможности ракет более мощных, чем «Союз-ФГ», — «Союз-2» и «Зенит».

После учета указанных факторов для РН «Союз-ФГ» была получена полезная масса $m_p \approx 155$ кг для траектории с $\Delta t = 450$ сут и $m_p \approx 230$ кг при $\Delta t = 690$ сут. Использование РН «Союз-2» увеличивает полезную массу до $m_p \approx 205$ кг для траектории с $\Delta t = 450$ сут и до $m_p \approx 300$ кг при $\Delta t = 690$ сут. Применение РН «Зенит» увеличивает полезную массу уже до $m_p \approx 545$ кг для траектории с $\Delta t = 450$ сут и до $m_p \approx 685$ кг при $\Delta t = 690$ сут.

Анализ движения КА вокруг астероида. В соответствии с рассмотренной схемой полета полагаем, что после подлета КА к астероиду он переходит на орбиту его спутника радиусом около 500 м, двигаясь по которой в течение примерно 7 сут выполняет исследование его характеристик.

Кроме того, предполагается вывести некоторый мини-аппарат на более удаленную орбиту спутника астероида (радиусом несколько километров), чтобы он после отлета основного КА к Земле продолжил измерения в течение более длительного времени. Для данной

схемы экспедиции был выполнен первый этап анализа устойчивости движения КА вокруг астероида. При этом были учтены возмущения трех типов: притяжение удаленных небесных тел (Солнце, Земля, Луна, Венера, Юпитер), влияние несферичности Апофиса, а также давления солнечного света. Для анализа были использованы уравнения астероидо-центрического движения точки с учетом возмущений, аналогичные выражению (5). Обозначим через \mathbf{a}_0 , \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 соответствующие ускорения — центральное, возмущающее от удаленных небесных тел, от несферичности астероида и от давления солнечного света.

Чтобы повысить точность расчета, возмущающее ускорение \mathbf{a}_1 вычисляется в модифицированной форме, близкой к методу Энке. Векторы положения небесных тел относительно Солнца берутся из Эфемериды DE421; вектор положения Апофиса определяется на соответствующем сайте JPL. Начальная орбита КА принята круговой радиусом r_0 в диапазоне 0,5...5 км.

На данном этапе для анализа влияния несферичности астероида использована приближенная модель однородного удлинённого эллипсоида вращения вокруг своей малой оси, построенная на основе результатов последнего наблюдения Апофиса [6], основные параметры которого приведены в табл. 1. Здесь R_A — средний радиус Апофиса, соответствующий радиусу однородного шара массой, как у астероида; a_A , b_A , c_A — малая, средняя и большая полуоси эллипсоида для Апофиса. Основным вариантом анализа — астероид вращается вокруг малой оси a_A с периодом P_A , и эта ось вращения имеет постоянную ориентацию в пространстве по вектору кинетического момента \mathbf{L} , заданному в эклиптической системе координат долготой λ_L и широтой β_L . Для соотношения b_A/a_A в табл. 1 принимаем, что $a_A \approx b_A$, удлинение $\alpha = c_A/a_A \approx 1,3...1,7$, и выполняем анализ для $\alpha = 1,3; 1,5; 1,7$. Основное внимание уделяем варианту с $\alpha = 1,7$.

Таблица 1

Параметры модели астероида Апофис, принятой в данной работе

$\mu_A, \text{м}^3/\text{с}^2$	$R_A, \text{м}$	b_A/a_A	c_A/a_A	$\lambda_L, \text{град}$	$\beta_L, \text{град}$	$P_A, \text{ч}$
1,8 – 2,86	160	$1,06 \pm 0,02$	$1,5 \pm 0,2$	250	-75	30,56

Для определения возмущения \mathbf{a}_2 сначала получаем его во вращающейся системе координат (СК), связанной с центром масс астероида и ориентированной по главным осям астероида, используя формулы для определения компонентов ускорения «вытянутого» эллипсоида вращения [7, 8]. При этом экваториальные компоненты уменьшаем вдвое для коррекции неточности [8], что обеспечивает равенство нулю возмущения для сферического астероида. Данное ускорение затем преобразуется в невращающуюся СК.

При расчете ускорения от воздействия светового давления принимается, что плоскость солнечных панелей основного КА перпендикулярна направлению солнечных лучей и коэффициент тени определяется с учетом формы астероида как вытянутого эллипсоида вращения. Следует отметить, что значения параметров КА согласованы с НПО им. С.А. Лавочкина. Для основного КА средняя площадь мидела $F_{SC} = 5 \text{ м}^2$, площадь панелей батарей $F_{SP} = 10 \text{ м}^2$, коэффициенты отражения для КА и панелей солнечных батарей $C_{SC} = 1,4...1,5$, $C_{SP} = 1,1$, масса КА $m_{SC} = 600 \text{ кг}$. Принято, что мини-спутник имеет форму шара диаметром $D = 40 \text{ см}$, массой $m = 10 \text{ кг}$ и для него $C_{SC} = 1,4...1,5$.

Результаты численного анализа движения спутника вблизи Апофиса. Для данной модели движения КА и астероида выполнен численный анализ задачи движения КА вблизи окрестности астероида. Выбрана начальная дата — 23 апреля 2020 г., исходя из даты прилета КА к Апофису t_2 для полученной оптимальной траектории P_2 (см. рис. 2).

Сначала приведем результаты анализа движения КА у астероида под действием частных возмущений. В табл. 2 даны значения этих ускорений в начальный момент времени (2020.04.23) на круговых орбитах радиусом r_0 в диапазоне 0,5...2 км вокруг Апофиса ($\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$).

Таблица 2

Значения ускорений a_0, a_1, a_2, a_3 во время $t_2 = 2020/04/23$ для случая $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2, \Omega_0 = i_0 = 90^\circ, r_0 = 0,5...2 \text{ км}$

Вид ускорения	Значения ускорения $a_i, \text{ м}/\text{с}^2$, при разных радиусах $r_0, \text{ км}$			
	0,5	1	1,5	2
a_0	$7,2 \cdot 10^{-6}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$8,0 \cdot 10^{-7}$	$4,5 \cdot 10^{-7}$
a_1	$1,6 \cdot 10^{-11}$	$3,3 \cdot 10^{-11}$	$4,9 \cdot 10^{-11}$	$6,5 \cdot 10^{-11}$
a_2^*	$2,5 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-8}$	$3,2 \cdot 10^{-9}$	$1,0 \cdot 10^{-9}$
a_3^{**}	$6,8 \cdot 10^{-8}$	$6,8 \cdot 10^{-8}$	$6,8 \cdot 10^{-8}$	$6,8 \cdot 10^{-8}$

*Здесь удлинение $\alpha = 1,7$. Астероид вращается по малой оси a_A , ориентированной вдоль вектора L .

**Вычисления выполнены для модели мини-спутника.

Возмущающее ускорение a_1 , вызванное притяжением дальних небесных тел (см. табл. 2), весьма мало, и главные возмущения здесь обусловлены влиянием несферичности Апофиса и давлением солнечного света. Для орбит, близких к поверхности астероида, главным будет влияние несферичности, а для орбит с большим радиусом — давление солнечного света.

Анализ эволюции орбиты вокруг Апофиса с учетом возмущения только от удаленных небесных тел показывает, что его влияние обычно весьма мало. В табл. 3 приведены максимальные отклонения расстояния δr_1 между КА и центром массы астероида, эксцентрисис-

тета δe_1 и большой полуоси δa_1 от их начальных значений до тесного сближения астероида с Землей в апреле 2029 г. Положение плоскости орбиты для всех приведенных здесь вариантов почти не сместилось: изменение в значениях Ω и i составляет не более 1° за девять лет (2020–2029). А при тесном сближении Апофиса с Землей 13 апреля 2029 г. возмущающее ускорение \mathbf{a}_1 под действием притяжения Земли резко увеличивается и орбита спутника сильно меняется. Обычно после такого сближения КА улетает от астероида или сталкивается с его поверхностью, поэтому следующие анализы с учетом только несферичности астероида и влияния солнечного света также выполнены для периода 2020–2029 гг.

Таблица 3

Изменения расстояния δr_1 , эксцентриситета δe_1 и большой полуоси δa_1 для $r_0 = 0,5...2$ км за девять лет (2020–2029) при учете только притяжения удаленных небесных тел

r_0 , км	δr_1 , м	δe_1	δa_1 , м
0,5	0,005	~ 0	~ 0
1	0,07	$1,3 \cdot 10^{-4}$	0,07
1,5	0,4	$4,7 \cdot 10^{-4}$	0,4
2	1,3	$1,25 \cdot 10^{-3}$	1

Если учитывать только влияние несферичности Апофиса, то с увеличением начального радиуса орбиты r_0 воздействие возмущения на протяжении расстояния от КА до центра астероида уменьшается. Сложность здесь заключается в том, что в нестационарном гравитационном поле могут возникнуть ситуации типа резонансных, когда возмущающее воздействие на КА приближается к импульсному. Однако обычно возмущение все же остается незначительным, хотя и заметно более существенным, чем возмущение от удаленных тел. В этом случае большее влияние будет оказываться на ориентацию плоскости орбиты КА. Так, для варианта, когда $\alpha = 1,7$, $c_A = 228$ м, $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$, $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ и начальный радиус $r_0 = 1,5$ км при вращении астероида вокруг малой оси, ориентированной вдоль вектора \mathbf{L} , изменение расстояния r составит за девять лет ~ 6 м, а углов I и Ω достигнет 15° и 270° соответственно.

При анализе влияния давления солнечного света на орбитальное движение спутника астероида были выявлены три важных фактора. Во-первых, это влияние усиливается с увеличением начального радиуса орбиты r_0 . Определено предельное расстояние, где притяжения астероида будет недостаточно, чтобы бороться с влиянием давления солнечного света, и тогда КА улетит от астероида. Так, при $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$, $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ и начальном радиусе $r_0 = 1$ км или $r_0 = 1,5$ км КА будет держаться около Апофиса в течение девяти лет. Для начального радиуса $r_0 = 2$ км уже через ~ 90 сут КА улетит от астероида. По анало-

гии с задачей Scheeres и Marzari, представленной в работе [9], аналитическим методом была выведена формула для определения предельного значения большой полуоси орбиты a_{\min} , превысив которое, КА улетит от центрального малого тела:

$$a_{\min} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\mu_A B}{G_1}} d, \quad (7)$$

где B — отношение массы КА к его плоскости, кг/м²; G_1 — константа Солнца, $G_1 \approx 1 \cdot 10^8$ кг · км³/(с² · м²).

Подставляя принятые данные в формулу (7), получим $a_{\min} \approx 1,54$ км.

Второй фактор — ориентация плоскости орбиты относительно солнечных лучей. Обозначая через β угол между нормалью орбиты КА и направлением от КА к Солнцу, практически параллельным солнечным лучам, напишем приближенное линейное аналитическое выражение для вариации расстояния, отражающее зависимость значения этой вариации от угла β [10]:

$$\delta r_3 \sim r_0^3 \sin \beta. \quad (8)$$

Отсюда следует, что будет лучше, если плоскость орбиты КА будет перпендикулярна солнечным лучам, поскольку уменьшится вариация расстояния. Полученные численные результаты тоже показывают, что при принятой начальной дате полета 23 апреля 2020 г. и начальной плоскости орбиты КА с углами $\Omega_0 = 0$, $i_0 = 90^\circ$ ($\beta_0 \approx 80^\circ$) давление солнечного света будет сильно влиять на размер и эксцентриситет орбиты. В этом случае на одной половине витка расстояние в апоцентре увеличивается, а на другой — уменьшается, и КА быстро может столкнуться с поверхностью астероида или улететь от него.

На рис. 3 изображено движение основного КА от начальной точки P_0 до конечной точки P_f при влиянии только давления солнечного света. В этом случае через $\sim 4,5$ сут КА сталкивается с поверхностью астероида.

Поэтому для дальнейшего анализа как основной вариант взяты $\Omega_0 \approx 90^\circ$, $i_0 \approx 90^\circ$ ($\beta_0 \approx 10^\circ$). Для свободной начальной даты полета ориентация начальной орбиты КА, обеспечивающая $\beta_0 = 0$, определяется с помощью «прямого восхождения» δ_S и «склонения» δ_S Солнца в данный момент:

$$\Omega_0 = 90^\circ + a_S; \quad i_0 = 90^\circ - d_S.$$

Третий фактор заключается в том, что из-за вращения Апофиса вокруг Солнца давление солнечного света вызывает прецессию орбиты КА, поворот ее плоскости по долготе восходящего узла Ω так, что если начальная ориентация плоскости орбиты КА выбрана должным образом, угол β будет оставаться небольшим не только в начальный

момент, но и в течение продолжительного времени. Вследствие этого линейные параметры орбиты слабо меняются. На рис. 4 показано изменение угла β за девять лет для варианта $\mu_A = 2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$, $r_0 = 0,5 \text{ км}$, $e_0 = 0$.

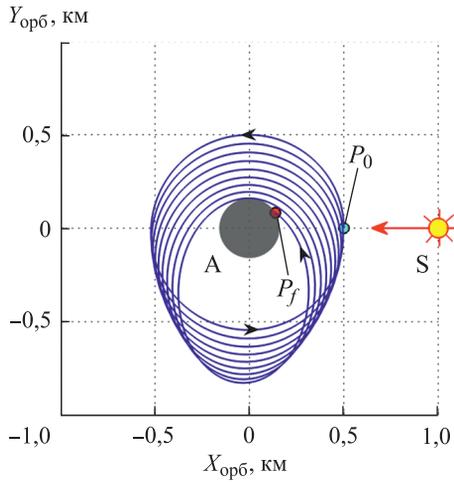


Рис. 3. Движение основного КА около астероида с учетом влияния только давления солнечного света для случая $\mu_A = 2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\Omega_0 = 0$, $i_0 = 90^\circ$, $r_0 = 0,5 \text{ км}$, $e_0 = 0$ (P_0 , P_f — начальная и конечная точки движения КА; S — Солнце; A — астероид)

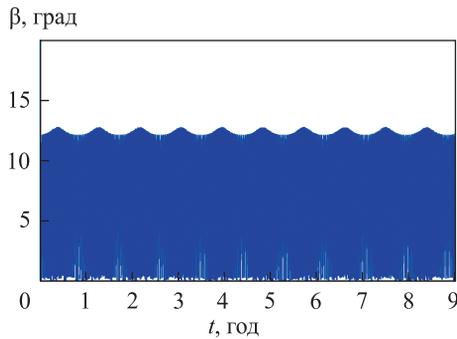


Рис.4. Эволюция угла β между нормалью орбиты КА и направлением от КА к Солнцу за девять лет (2020–2029) для варианта $\mu_A = 2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$, $r_0 = 0,5 \text{ км}$, $e_0 = 0$

Рассмотрим совместное влияние всех трех возмущений на орбитальное движение КА около Апофиса (без управления и коррекции). В общем, здесь сохраняются отмеченные выше качественные особенности движения КА у астероида при отдельных возмущениях. Особое внимание необходимо уделить нелинейной корреляции между влияниями несферичности астероида и давления солнечного света.

Во-первых, несферичность астероида вызывает изменение ориентации орбиты КА, что может заметно изменить угол β и возмущающее ускорение от солнечного света, и наоборот. Во-вторых, эллипсоидальность формы астероида влияет на картину тени, вследствие чего меняется силовое воздействие света на движение КА. Следовательно, невозможно получить суммарное изменение орбиты с помощью суммирования частных вариаций. В результате при совместном воздействии возмущений ситуация может существенно ухудшиться по сравнению с теми, когда учитываются отдельные, частные возмущения. В этом случае особый интерес представляет «время жизни» T (время существования) КА около астероида. Для оценки этого времени введен параметр относительного расстояния r/R_E — отношение радиуса КА к расстоянию от центра масс астероида до подспутниковой точки на поверхности астероида-эллипсоида. Время жизни T определяли, учитывая условия $r/R_E > 1$ и $r < 10$ км.

В табл. 4 приведено время жизни основного КА на низкой орбите спутника Апофиса с начальным радиусом 0,5 км, $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ при разных значениях μ_A и удлинения α .

Таблица 4

Время жизни T основного КА по орбите спутника Апофиса при разных значениях μ_A , удлинения α для $r_0 = 0,5$ км, $e_0 = 0$, $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ и влиянии всех возмущений

$\mu_A, \text{м}^3/\text{с}^2$	Время жизни T , сут, при удлинении α		
	1,3	1,5	1,7
1,8	136	88	38
2,86	71	333	60

На рис. 5 изображена зависимость относительного расстояния от времени полета для основного КА в самой худшей ситуации с точки зрения продолжительности полета КА (см. в табл. 4 $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\alpha = 1,7$, $r_0 = 0,5$ км). Здесь при совместном влиянии всех трех возмущений КА движется вблизи астероида в течение ~ 38 сут. При этом плоскость орбиты КА поворачивается из-за несферичности, а в конце времени полета плоскость орбиты близка к направлению на Солнце, поэтому сильно меняются размеры орбиты из-за влияния давления солнечного света, и КА соударяется с поверхностью астероида.

В табл. 5 приведено время жизни T мини-спутника около Апофиса с учетом всех трех возмущений при разных значениях μ_A , удлинении α и начального радиуса орбиты r_0 ($i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$). Из данных табл. 5 следует,

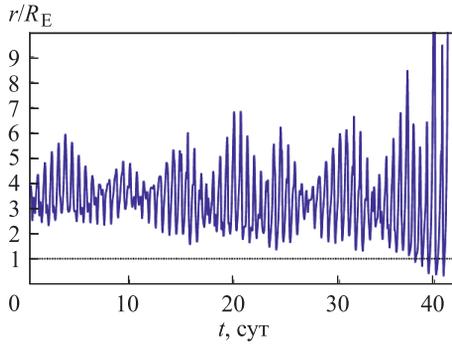


Рис. 5. Зависимость относительного расстояния r/R_E от времени для случая $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\alpha = 1,7$, $r_0 = 0,5 \text{ км}$, $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ и влиянием всех возмущений (основной КА)

что при условии $r_0 = 1,5 \text{ км}$ и рассмотренных значений μ_A , α мини-спутник всегда может стабильно держаться у Апофиса до сближения этого астероида с Землей в 2029 г. При увеличении радиуса орбиты r_0 центральное притяжение становится уже недостаточным для удержания КА, и он улетает от астероида.

Таблица 5

Время жизни T мини-спутника на орбите спутника Апофиса при разных значениях μ_A , удлинения α , начального радиуса r_0 для случая $e_0 = 0$, $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ и с влиянием всех возмущений

$\mu_A, \text{ м}^3/\text{с}^2$	$r_0, \text{ км}$	Значение T при $\alpha = 1,3 \dots 1,7$
1,8	1,5	~9 лет
	2,0	~80 сут ($\alpha = 1,7$)
2,86	1,5	~9 лет
	2,0	~9 лет
	2,5	~90 сут

На рис. 6 для времени полета с 2020 г. по 2029 г. показано движение мини-спутника во вращающейся плоскости, перпендикулярной направлению Астероид—Солнце, при $r_0 = 1,5 \text{ км}$, $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$, $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\alpha = 1,7$. Отлет КА от астероида происходит вблизи точки P_0 (см. рис. 6) сближения Апофиса с Землей до расстояния ~38 тыс. км, 13.04.2029 г. Точки P_n ($n = 1, 2, 3$) на дуге отлета соответствуют времени полета n суток после сближения в точке P_0 . Стрелки E_2, M_2 показывают на Землю и Луну для $n = 2$, т. е. через двое суток после отлета.

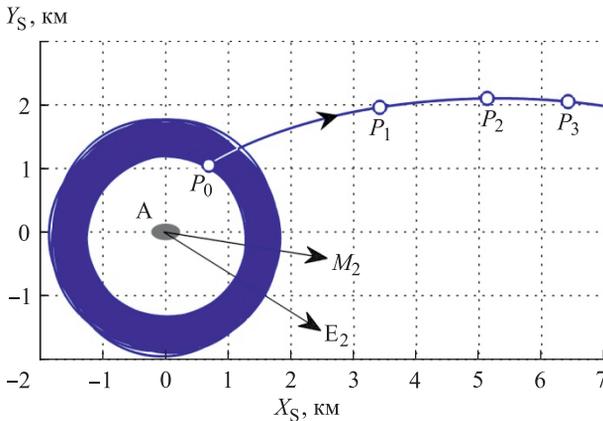


Рис. 6. Движение мини-спутника около Апофиса в течение 2020–2029 гг. для $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\alpha = 1,7$, $r_0 = 1,5 \text{ км}$, $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ при влиянии всех возмущений

Результаты более подробного анализа показали, что для начального радиуса орбиты r_0 существует оптимальный диапазон, для которого при правильном выборе начальной ориентации орбиты мини-спутник в течение девяти лет (2020–2029) остается в окрестности астероида. При $\alpha = 1,5 \dots 1,7$, $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $P \approx 30 \text{ ч}$ этот диапазон $r_0 \approx 1,3 \dots 1,6 \text{ км}$. Для более тяжелого астероида при $\mu_A = 2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$, $\alpha = 1,7$ указанный диапазон радиусов орбиты мини-спутника $r_0 \approx 1,4 \dots 2 \text{ км}$.

Кроме того, обнаружена и большая чувствительность времени жизни мини-спутника от r_0 в окрестности $r_0 = 1 \text{ км}$. В случае $r_0 = 0,999 \text{ км}$ это время составляет около двух лет, а при $r_0 = 1 \text{ км}$ оно увеличивается до T , равного шести годам, вследствие сильного взаимодействия между влияниями несферичности астероида и давлением солнечного света. Также близость периода орбиты КА к периоду собственного вращения астероида, составляющего $\sim 30 \text{ ч}$, приводит к явлениям типа резонансных.

При анализе задачи варьировался ряд основных характеристик, в частности, масса, удлинение, параметры вращения астероида, масса и параметры начальной орбиты КА (ее плоскость, размеры, эксцентриситет), начальная дата полета. Основные результаты анализа, представленные выше, сохраняются и в этих случаях.

Заключение. Выполнено комплексное исследование траекторий КА для предложенной схемы экспедиции Земля–Апофис–Земля. Определены две оптимальные траектории КА с помощью ДБТ для разных типов перелета в течение 2019–2022 гг. Анализ показал, полезная масса КА m_p при возвращении к Земле составляет $\sim 155 \dots 230 \text{ кг}$ при

использовании ракеты-носителя «Союз-Фрегат». Для РН «Союз-2» и «Зенит» m_p будет больше: $\sim 205 \dots 300$ кг и $\sim 545 \dots 685$ кг соответственно. На основе второй оптимальной траектории ($\Delta t = 690$ сут) для бóльшей полезной массы m_p проведен анализ пассивного орбитального движения основного КА и мини-спутника около Апофиса при влиянии отдельных возмущений, а также при учете совместных возмущений. Выявлен «оптимальный набор» параметров начальной орбиты, при котором возмущения будут минимизированы, а время жизни КА и мини-спутника около Апофиса будут достаточно продолжительны. Оптимальной будет начальная ориентация плоскости орбиты КА, нормальная к направлению на Солнце. У основного КА оптимальный начальный радиус равен $\sim 0,5$ км, у мини-спутника — $\sim 1,5$ км. Показано, что с помощью предложенной схемы можно удовлетворить временные требования: у основного КА (при начальном радиусе $r_0 \sim 0,5$ км) время жизни может достигать нескольких недель и у мини-спутника (при $r_0 \sim 1,5$ км) — нескольких лет, с 2020 г. до сближения с Землей в 2029 г.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ivashkin V.V., Lang A. Optimal Spacecraft Trajectories For Flight to Apophis With Return to Earth Using Chemical High Thrust Engines. *Proceedings of the 2nd International Academy of Astronautics Conference on Dynamics and Control of Space Systems (DyCoSS) held March 24–26, 2014, Rome, Italy*. Graziani F., Guerman A.D., Contant J.-M., eds. Univelt Publ., 2015, vol. 153, pp. 1653–1667.
- [2] Ивашкин В.В., Лан А. Анализ динамики орбитального движения космического аппарата вокруг астероида Апофис. *Доклады Академии наук. Механика*, 2016, т. 468, № 4, с. 403–407.
- [3] Lang A., Ivashkin V.V. Dynamics of Spacecraft Orbital Motion around Asteroid Apophis. *Proc. 67th International Astronautical Congress (IAC), Guadalajara, Mexico, 26–30 September, 2016*. IAC-16-C1.6.2x33922.
- [4] Robbins H.M. An Analytical Study of the Impulsive Approximation. *AIAA Journal*, 1966, vol. 4, no. 8, pp. 1417–1423.
- [5] Hohulin V.S., Chumakov V.A. *Designing of space acceleration stages with liquid jet engines*. Moscow, MAI Publ., 2000.
- [6] Pravec P., Scheirich P., Durech J., Pollock J., Kušnirák P., Hornoch K., Galád A., Vokrouhlický D., Harris A.W., Jehin E., Manfroid J., Opitom C., Gillon M., Colas F., Oey J., Vraštil J., Reichart D., Ivarsen K., Haislip J., LaCluyz A. The tumbling spin state of (99942) Apophis. *Icarus*, 2014, vol. 233, pp. 48–60.
- [7] Ивашкин В.В. Модель орбитального движения КА вблизи ядра кометы. Часть 1. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*, 1998, № 60, с. 32.
- [8] Дубошин Г.Н. *Небесная механика. Основные задачи и методы*. Москва, Наука, 1975.
- [9] Scheeres D.J., Marzari F., Tamazella L., Vanzani V. ROSETTA mission: satellite or bits around a cometary nucleus. *Planet. Space Sci*, 1998, no. 46, pp. 649–671.
- [10] Эльясберг П.Е. *Введение в теорию полета искусственных спутников Земли*. Москва, Наука, Физматлит, 1965.

Статья поступила в редакцию 17.03.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Лан Аньци. Анализ космических траекторий для экспедиции Земля–Апофис–Земля и движения космического аппарата вокруг астероида Апофис. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 7.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-7-1635>

*Статья подготовлена по материалам доклада, представленного
на ХLI Академических чтениях по космонавтике,
посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся
отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства.
Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 января 2017 г.*

Лан Аньци родилась в 1988 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2013 г. Аспирантка кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н. Э. Баумана. Автор семи научных работ в области оптимальных траекторий космического полета к астероиду, динамики орбитального движения спутника вокруг астероида Апофиса. e-mail: seatu_angel@126.com

Analysis of spacecraft trajectories for the space mission Earth — Apophis — Earth and the spacecraft orbital motion around the asteroid Apophis

© Lang Anqi

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

It is of great current interest to organize a space mission to explore the "dangerous" asteroid Apophis in order to research its surface using a landing device and to conduct remote investigation with the instruments of this device using a satellite near Apophis. This paper defines and examines the trajectories for the spacecraft flight (with a special mini-device) to the asteroid Apophis, staying there for some time and coming back to the Earth. We have estimated economical trajectories for this mission provided that it would last for two years - from 2019 to 2022. We have analyzed the task of the spacecraft motion around the asteroid taking into account three types of perturbations: the gravitational effects of some distant celestial bodies (Sun, Earth, Moon, Venus and Jupiter), the non-spherical structure of Apophis and the solar radiation pressure (SRP). The article considers two possible types of spacecraft: the main spacecraft, which is expected to come back to the Earth after staying around Apophis for about a week or a month, and a special mini-satellite, with a long stay around the asteroid for clarifying the asteroid orbit.

Keywords: space mission to asteroid Apophis, optimal trajectories, satellite orbital motion around asteroid Apophis, nonsphericity of the asteroid, solar radiation pressure, duration of spacecraft motion around Apophis

REFERENCES

- [1] Ivashkin V.V., Lang A. Optimal Spacecraft Trajectories for Flight to Apophis with Return to Earth Using Chemical High Thrust Engines. *Proceedings of the 2nd International Academy of Astronautics Conference on Dynamics and Control of Space Systems (DyCoSS) held March 24–26, 2014, Rome, Italy.* Graziani F., Guerman A.D., Contant J.-M., eds. Univelt Publ., 2015, vol. 153, pp. 1653–1667.
- [2] Ivashkin V.V., Lang A. *Doklady Akademii nauk — Doklady Physics*, 2016, vol. 468, no. 4, pp. 403–407.
- [3] Lang A., Ivashkin V.V. Dynamics of Spacecraft Orbital Motion around Asteroid Apophis. *Proceedings of the 67th International Astronautical Congress (IAC), Guadalajara, Mexico, 26–30 September 2016.* IAC-16-C1.6,2,x33922.
- [4] Robbins H.M. *AIAA Journal*, 1966, vol. 4, no. 8, pp. 1417–1423.
- [5] Khokhulin V.S., Chumakov V.A. *Proektirovanie kosmicheskikh razgonnykh blokov s ZhrD* [Designing upper stages with the liquid-propellant engine]. Moscow, MAI Publ., 2000, 72 p.
- [6] Pravec P., Scheirich P., Durech J., et al. *Icarus*, 2014, vol. 233, pp. 48–60.
- [7] Ivashkin V.V. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha — Preprints of the Keldysh Institute of Applied Mathematics*, 1998, no. 57, p. 32.
- [8] Duboshin G.N. *Nebesnaya mekhanika. Osnovnye zadachi i metody* [Celestial mechanics. The main tasks and methods]. Moscow, Nauka Publ., 1975, 799 p.
- [9] Scheeres D.J., Marzari F., Tamazella L., Vanzani V. *Planetary and Space Science*, 1998, no. 46, pp. 649–671.
- [10] Elyasberg P.E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennykh sputnikov Zemli.* [Introduction to the flight theory of artificial Earth satellites]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 540 p.

Lang Anqi (b. 1988) graduated from Bauman Moscow State Technical University with Master's Degree Diploma. Postgraduate student of the Department of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft, Bauman Moscow State Technical University. Author of 7 scientific papers in the field of optimal space trajectories, dynamics of satellite motion around the asteroid Apophis. e-mail: seatu_angel@126.com