

Методика формирования устойчивых околокруговых солнечно-синхронных орбит при длительных сроках существования космического аппарата

© Д.Ю. Виноградов¹, Е.А. Давыдов²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

²НИЦ (г. Королёв) ЦНИИ Войск ВКО Минобороны России, Московская обл., 141091, Россия

Проведен анализ влияния возмущающих факторов на эволюцию параметров солнечно-синхронной орбиты. Выявлено, что нарушение солнечной синхронности при поддержании средней высоты орбиты происходит в основном вследствие векового ухода наклона плоскости, обусловленного действием на космический аппарат силы гравитационного притяжения со стороны Солнца. Предложен рациональный способ поддержания солнечной синхронности орбиты, обеспечивающий в течение заданного срока активного существования космического аппарата требуемые условия освещенности трассы полета при минимальном количестве коррекций наклона плоскости орбиты за счет введения двух поправок к номинальным значениям наклона плоскости солнечно-синхронной орбиты и времени запуска космического аппарата, значения которых зависят от его срока эксплуатации. Показано, что применение разработанных алгоритмов позволяет сформировать начальные значения параметров солнечно-синхронной орбиты, обеспечивающие постоянство профиля высоты орбиты над общеземным эллипсоидом и минимальный перепад экстремальных высот на витках полета.

Ключевые слова: дистанционное зондирование Земли, солнечно-синхронная орбита, программная орбита, устойчивая орбита, геометрически устойчивая орбита

Введение. Анализ требований, предъявляемых к космической информации дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и баллистическому построению космических систем (КС) ДЗЗ [1], показывает, что перспективные КС ДЗЗ рассчитываются в основном на длительные сроки эксплуатации, которые составляют 7–10 лет и более. Решение свыше 50 % всех задач ДЗЗ обеспечивает аппаратура видимого и ближнего инфракрасного диапазонов, требующая освещенности наблюдаемой поверхности Земли при возможно большей высоте Солнца над местным горизонтом. По этой причине космические аппараты (КА) с приборами данного типа, как правило, размещаются на солнечно-синхронных орбитах (ССО). Для обеспечения возможности повторных наблюдений участков земной поверхности при аналогичных условиях освещенности необходимо, чтобы изменение освещенности трассы полета на любой широте наблюдения было минимальным в течение срока активного существования КА.

Анализ влияния эволюции параметров ССО на условия использования КА по целевому назначению показывает, что при длительном сроке эксплуатации вековой уход наклона плоскости ССО, обусловленный силой притяжения Солнца, приводит к значительному смещению местного среднего солнечного времени (МССВ) в узле орбиты от номинального значения, т. е. к нарушению ее солнечной синхронности. Величина векового ухода наклона зависит от заданного начального значения МССВ в узле ССО, а также от срока эксплуатации КА. В результате ближе к концу срока эксплуатации, особенно в зимнее время года, в верхних широтах значительно сокращается размер области на поверхности Земли, где обеспечивается требуемая освещенность трассы полета, необходимая для проведения съемки. При этом для восстановления и поддержания условия солнечной синхронности орбиты (обеспечения стабильности МССВ в узле орбиты), помимо коррекций поддержания средней высоты, необходимо дополнительно проводить коррекции наклона плоскости ССО. Как правило, в КА ДЗЗ для осуществления коррекций используют двигатели малой тяги (ДМТ), причем для выполнения коррекции наклона плоскости орбиты потребуется значительное число включений ДМТ, что сокращает время использования КА по целевому назначению.

Для увеличения временного интервала между коррекциями наклона плоскости ССО при заданных условиях освещенности трассы полета КА на этой орбите разработана методика выбора параметров устойчивых ССО при длительных сроках существования КА. Солнечно-синхронную орбиту будем считать *устойчивой*, если в течение заданного срока эксплуатации КА обеспечиваются:

- нахождение МССВ в восходящем (нисходящем) узле орбиты в заданном диапазоне;
- стабильность освещенности трассы полета КА на любой широте наблюдения при возможно большей высоте Солнца над местным горизонтом в точке съемки;
- геометрическая устойчивость орбиты, характеризуемая постоянством во времени профиля высоты ССО относительно общеземного эллипсоида (ОЗЭ).

Разработанная методика включает алгоритм расчета параметров программных геометрически устойчивых ССО и алгоритм расчета поправок к наклону плоскости программной геометрически устойчивой ССО и времени запуска КА.

Здесь под *программной орбитой* понимается некая идеальная орбита, которая выбрана с учетом требований к траектории движения КА и условий обеспечения устойчивости орбитальных параметров и по которой должно осуществляться фактическое движение КА. В ка-

честве программных орбит в данной работе используются околокруговые геометрически устойчивые орбиты (ГУО).

Предлагаемая методика позволяет сформировать параметры устойчивой ССО, для которой в течение продолжительного времени (соизмеримого со сроком эксплуатации КА) обеспечивается нахождение значения МССВ в узле орбиты в заданных пределах при минимальном количестве коррекций наклонения плоскости ССО.

Анализ влияния эволюции параметров ССО на условия использования КА ДЗЗ по целевому назначению. Согласно концепции [2], изменение наклонения плоскости ССО за виток полета КА, обусловленное влиянием силы притяжения Солнца, вычисляется по формуле

$$\delta i = -\frac{3\pi}{2} k_m k_r^3 \sin 2\gamma_{cp}, \quad (1)$$

где $k_m = \frac{M_C}{M_3}$ — коэффициент, равный отношению массы Солнца к

массе Земли; $k_r = \frac{r}{r_C}$ — отношение радиуса околокруговой орбиты к

расстоянию от центра Земли до центра Солнца; γ_{cp} — среднее значение угла между направлением на Солнце и плоскостью орбиты.

Угол γ_{cp} с достаточной точностью определяется как [3]

$$\gamma_{cp} \approx \pi \left(1 - \frac{t_{M.B}}{12} \right), \quad (2)$$

где $t_{M.B}$ — заданное значение МССВ в восходящем (или нисходящем) узле орбиты в часах.

Анализ зависимостей (1) и (2) показывает, что скорость векового ухода наклонения зависит от заданного значения МССВ в восходящем (нисходящем) узле орбиты, которое определяет среднее значение угла между направлением на Солнце и плоскостью орбиты.

Пространственное разрешение снимков (разрешение на местности) в значительной степени зависит от высоты Солнца в момент съемки. В работе [4] отмечено, что при высоте Солнца над местным горизонтом в подспутниковой точке $h_C \geq 45^\circ$ и средних атмосферно-оптических условиях оно остается практически на постоянном уровне. С уменьшением высоты Солнца разрешение ухудшается. Атмосферно-оптические условия в момент съемки также существенно влияют на пространственное разрешение снимков, особенно при малых высотах Солнца. Поэтому разработчики бортовой аппаратуры,

как правило, предъявляют к высоте Солнца во время съемки определенные требования: угол h_C должен быть не менее $10...15^\circ$ [3, 4]. Условия выполнения данного требования зависят от выбранного значения МССВ $t_{\text{м.в}\uparrow}$ ($t_{\text{м.в}\downarrow}$) в восходящем (нисходящем) узле, географической широты подспутниковой точки, а также от времени проведения съемки (времени года) [3].

Для создания КС видеонаблюдения представляется целесообразным использовать кратные орбиты [3]. Трассы этих орбит повторяются через заданное количество суток k и количество витков l . Далее в качестве примера рассмотрим эволюцию ССО двухсуточной кратности с замыканием трассы полета через 29 витков с параметрами:

$$h_{\text{ср}} = 736 \text{ км}; T_{\text{др}} = 99,31 \text{ мин}; i = 98,3^\circ, \quad (3)$$

где $h_{\text{ср}}$ — средняя высота, под которой подразумевается разность между оскулирующим значением большой полуоси в восходящем узле орбиты и средним радиусом Земли, равным 6 371 км; $T_{\text{др}}$ — драконический период; i — наклонение плоскости орбиты.

Характер эволюции ССО (дрейфа МССВ в узле орбиты) наглядно можно проследить, используя понятие фазовой траектории в координатах:

$$\delta t_{\text{м.в}}(t) = t_{\text{м.в}}^\Phi(t) - t_{\text{м.в}}^0; \quad \delta i(t) = i^\Phi(t) - i^0,$$

выражающей смещение МССВ в узле орбиты $\delta t_{\text{м.в}}$ от начального значения $t_{\text{м.в}}^0$ в зависимости от векового ухода δi наклонения плоскости ССО от номинального значения i^0 , где $t_{\text{м.в}}^\Phi$ и i^Φ — фактические значения МССВ в узле и наклонения плоскости ССО в момент времени t .

На рис. 1 приведена фазовая траектория изменения координат $\delta t_{\text{м.в}}(t)$ и $\delta i(t)$ в течение срока эксплуатации КА $T_3 = 10$ лет для ССО с параметрами (3). При расчете фазовой траектории, представленной на рис. 1, предполагалось, что МССВ прохождения КА узла орбиты в момент $t = 0$ имело значение $t_{\text{м.в}}^0$, которое изменялось от 9^h до 15^h . В момент $t = 0$ отклонения $\delta t_{\text{м.в}}$ и δi равны нулю. Для расчета фазовой траектории использовали математическую модель гравитационного поля Земли (ГПЗ) размерности 16×16 , включающую также силы притяжения со стороны Луны и Солнца. Предполагается, что влияние атмосферы и других неучтенных сил компенсируется в процессе поддержания параметров орбиты путем коррекций.

Согласно данным на рис. 1, для «утренних» ССО, когда $\gamma_{cp} > 0$, отклонения $\delta i(t) < 0$ и $\delta t_{м.в.}(t) < 0$. Для «послеполуденных» ССО, когда $\gamma_{cp} < 0$, отклонения $\delta i(t) > 0$ и $\delta t_{м.в.}(t) > 0$. Для «полуденной» ССО ($t_{м.в.}^0 = 12^h$), когда $\gamma_{cp} \approx 0$, отклонения $\delta i(t) \approx 0$ и $\delta t_{м.в.}(t) \approx 0$.

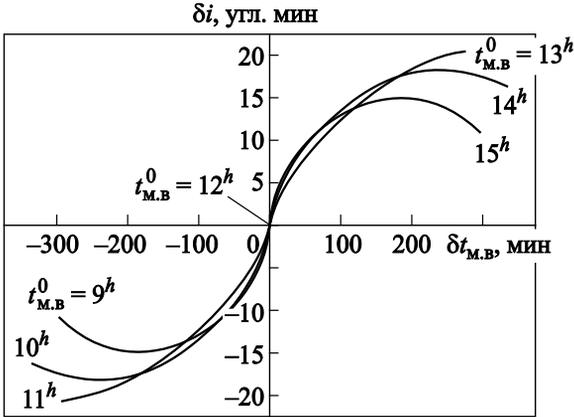


Рис. 1. Фазовый портрет для ССО с параметрами (3) в течение $T_3 = 10$ лет

Так, для ССО с начальным значением $t_{м.в.}^0 = 11^h$ (см. рис. 1) в конце срока $T_3 = 10$ лет смещение МССВ достигает значения $\delta t_{м.в.}(t = T_3) \approx -4,5$ ч. В этом случае для восстановления и поддержания условия солнечной синхронности (удержание МССВ в требуемом диапазоне значений) необходимо провести коррекцию наклона рабочей орбиты КА.

При выборе устойчивой ССО в качестве рабочей орбиты КА выполняются основные баллистические требования, предъявляемые к функционированию перспективных КА ДЗЗ [1, 3].

Постановка задачи выбора параметров устойчивых ССО. Заданы следующие исходные данные:

- 1) срок эксплуатации КА T_3 ;
- 2) математическая модель возмущенного движения КА с учетом сил гравитационного притяжения Земли, Луны, Солнца (предполагается, что возмущающее влияние атмосферы компенсируется на этапе поддержания параметров рабочей орбиты в течение срока эксплуатации КА):

$$\bar{q}(t) = F(\bar{q}(t_0), t), \quad (4)$$

где $\bar{q}(t) = [a, e, i, \Omega, \omega, u]^T$ — вектор состояния КА в момент времени $t \in [t_0, T_3]$ (a, e — большая полуось и эксцентриситет орбиты соответственно; Ω — долгота восходящего узла орбиты; ω — аргумент широты перигея орбиты; u — аргумент широты КА); $\bar{q}(t_0) = [a_0, e_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, u_0 = 0]^T$ — начальные условия движения КА в момент времени t_0 прохождения узла ССО;

3) интервал k замыкания трассы в сутках (период кратности) и число l полных витков полета КА в периоде кратности;

4) требования к освещенности рабочего участка трассы полета КА:

$$t_{\text{м.в}}^{\text{H}} \leq t_{\text{м.в}}(t) \leq t_{\text{м.в}}^{\text{B}}, \quad (5)$$

где $t_{\text{м.в}}^{\text{H}}$ и $t_{\text{м.в}}^{\text{B}}$ — заданные допустимые значения нижнего (минимального) и верхнего (максимального) МССВ прохождения КА восходящего (или нисходящего) узла орбиты в течение срока T_3 ;

5) целевая функция вида

$$J(\bar{q}_{\text{пр}}(t_0), \bar{q}(t_0), u_{\text{н}}, u_{\text{к}}, h_{\text{Сmin}}, T_3) = \sum_{N_0}^{N_3} \Delta t_{\text{н.ф}}(N_n), \quad (6)$$

где $\bar{q}_{\text{пр}}(t_0)$ — начальные условия программного движения КА на начало витка N_0 ; $\bar{q}(t_0)$ — начальные условия фактического движения КА на начало витка N_0 рабочей орбиты; $u_{\text{н}}, u_{\text{к}}$ — аргументы широты начала и конца рабочего участка; $N_3 = E \left[\frac{T_3}{T_{\text{др}}^{\text{H}}} \right]$ — целое число витков за срок эксплуатации T_3 ($E[\cdot]$ — оператор взятия целой части числа; $T_{\text{др}}^{\text{H}}$ — начальный драконический период программной ССО); $\Delta t_{\text{н.ф}}(N_n)$ — показатель качества, характеризуемый временем нормального функционирования КА на рабочем участке N_n -го витка орбиты от аргумента широты $u_{\text{н}}$ до аргумента широты $u_{\text{к}}$, в течение которого высота Солнца $h_{\text{С}}(t)$ над местным горизонтом в подспутниковой точке не менее заданного значения $h_{\text{Сmin}}$, т. е. $h_{\text{С}}(t) \geq h_{\text{Сmin}}$.

Требуется определить начальные значения параметров рабочей орбиты $\bar{q}(t_0)$, обеспечивающие на интервале T_3 максимум целевой функции J при выполнении требований к освещенности рабочего участка трассы полета КА.

Оценим возможность обеспечения в конце срока эксплуатации КА максимального значения целевой функции при заданном ограничении на освещенность трассы полета.

Как показывает анализ зависимостей, представленных на рис. 1, стабильность освещенности наблюдаемой поверхности Земли при возможно большей высоте Солнца над местным горизонтом в подспутниковой точке КА будет обеспечена в случае, если значение МССВ прохождения восходящего (нисходящего) узла ССО в течение срока T_3 находится на границе допустимого диапазона (5), т. е. выполняются условия:

$$t_{\text{м.в}}(t) = t_{\text{м.в}}(t_0) = t_{\text{м.в}}^{\text{в}} = \text{const} \quad (\text{для «утренних» ССО}); \quad (7)$$

$$t_{\text{м.в}}(t) = t_{\text{м.в}}(t_0) = t_{\text{м.в}}^{\text{н}} = \text{const} \quad (\text{для «послеполуденных» ССО}).$$

Однако условия (7) соблюдаются только для программной ССО, линия узлов которой прецессирует с постоянной угловой скоростью:

$$\dot{\Omega}_{\text{пр}} = \dot{\alpha}_{\text{с}} = \frac{2\pi T_{\text{др}}^{\text{пр}}}{365,2422} = \text{const}, \quad (8)$$

где $T_{\text{др}}^{\text{пр}}$ выражен в средних солнечных сутках.

В свою очередь, условие (8) выполняется, если $T_{\text{др}}^{\text{пр}} = \text{const}$.

Формирование программной ССО с постоянным значением драконического периода возможно только при условии геометрической устойчивости орбиты.

Начальные значения параметров программной ССО определяются в узле орбиты. Долгота восходящего узла $\Omega_0^{\text{пр}}$ определяется временем запуска КА [3], исходя из обеспечения в момент времени t_0 заданного значения $t_{\text{м.в}}^{\text{пр}}$ — МССВ прохождения узла орбиты. Элементы $a_0^{\text{пр}}$, $e_0^{\text{пр}}$, $i_0^{\text{пр}}$, $\omega_0^{\text{пр}}$ вектора $\bar{q}_{\text{пр}}(t_0)$ определяются из условия существования ССО, а также из условия формирования геометрически устойчивой орбиты.

Решение поставленной задачи заключается в последовательном выполнении двух алгоритмов:

1) алгоритма расчета параметров программной геометрически устойчивой ССО, обладающей в модели ГПЗ с учетом заданного числа зональных гармоник постоянным значением драконического периода обращения и соответственно постоянной угловой скоростью прецессии линии узлов орбиты;

2) алгоритма расчета на начало витка N_0 значения поправок Δi_0 и $\Delta \Omega_0$ к элементам $i_0^{\text{пр}}$ и $\Omega_0^{\text{пр}}$ программной ССО, увеличивающих

интервал времени функционирования КА между коррекциями наклона плоскости орбиты при заданных условиях освещенности трассы полета.

Алгоритм расчета параметров программной геометрически устойчивой ССО с заданной кратностью замыкания трассы. Параметры ГУО определяются в модели ГПЗ с учетом заданного состава зональных гармоник. Влияние неучтенных возмущений от тессеральных и секториальных гармоник, а также сил притяжения со стороны Луны и Солнца на параметры ГУО незначительно. Возмущающее влияние со стороны атмосферы не нарушает геометрической устойчивости орбиты, орбита как бы сжимается, сохраняя при этом исходное состояние профиля высоты орбиты относительно ОЗЭ. Поддержание свойства геометрической устойчивости орбиты не требует дополнительных затрат энергии. При коррекции драконического периода обращения КА геометрическую устойчивость обеспечивают путем выбора моментов приложения трансверсальных разгонных импульсов скорости.

Далее приведены основные выводы и соотношения, используемые при расчете параметров ГУО.

В общем случае поведение оскулирующих кеплеровых элементов в нецентральной ГПЗ можно описать соотношениями вида [5]

$$\begin{aligned} q_{\text{оск}} &= \bar{q}_0 + \delta q_{\text{в}} + \delta q_{\text{д}} + \delta q_{\text{к}}; \\ q_{\text{оск}} &= \bar{q} + \delta q_{\text{д}} + \delta q_{\text{к}}; \\ q_{\text{оск}} &= \bar{q} + \delta q_{\text{к}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где \bar{q}_0 — среднее значение элемента в начальный момент t_0 , вычисленное без учета всех периодических возмущений; $\delta q_{\text{в}}$ — вековое изменение среднего значения элемента, пропорциональное времени полета $(t - t_0)$; $\delta q_{\text{д}}$ и $\delta q_{\text{к}}$ — долго- и короткопериодические возмущения элемента; \bar{q} — среднее значение элемента, вычисленное без учета короткопериодических возмущений.

Вид соотношений (9) зависит от принятой модели ГПЗ и конкретного элемента. Так, в центральном ГПЗ для всех элементов $q_{\text{оск}} = \bar{q}_0$.

Условия, при которых $\frac{de}{dt} = 0$ и $\frac{d\omega}{dt} = 0$, называют *условиями устойчивости*, а орбиту, параметры которой обеспечивают выполнение этих условий, — *устойчивой*.

В отечественной литературе на свойство геометрической устойчивости почти круговых орбит впервые было указано в работе [6], в которой приведен аналитический алгоритм повиткового прогнозиро-

вании элементов орбиты с учетом возмущений от шести зональных гармоник ГПЗ.

Авторами работы [6] при анализе характера долгопериодических возмущений было замечено, что в восходящих узлах орбиты элементы e_1 и e_2 совершают гармонические колебания относительно средних значений e_1^{cp} и e_2^{cp} , которые не зависят от начальных значений e_1^0 и e_2^0 и определяются наклоном плоскости орбиты, ее фокальным параметром и коэффициентами c_{n0} зональных гармоник, $2 \leq n \leq 6$.

При начальных значениях $e_1^0 = e_1^{cp}$ и $e_2^0 = e_2^{cp}$ амплитуды гармонических колебаний в восходящем узле орбиты обращаются в нули. В этом случае значения e_1 и e_2 в восходящих узлах орбиты остаются постоянными в течение длительных интервалов времени.

Рассмотрим условия устойчивости в более точной модели ГПЗ, учитывающей зональные гармоники с коэффициентами J_2, J_3, J_5 и J_7 . При этом воспользуемся приведенными в работе [7] формулами для расчета e и ω в случае коротко- и долгопериодических возмущений. Данные выражения упрощены в предположении, что e имеет порядок 10^{-3} .

В результате короткопериодические возмущения элементов e_1 и e_2 имеют вид [7]:

$$\begin{aligned} \delta e_{1к} &= \frac{3}{2} \gamma_2 \left[\left(1 - \frac{3}{2} s^2 \right) \cos u + \frac{1}{4} s^2 \left(\cos u + \frac{7}{3} \cos 3u \right) \right]; \\ \delta e_{2к} &= \frac{3}{2} \gamma_2 \left[\left(1 - \frac{3}{2} s^2 \right) \sin u + \frac{1}{4} s^2 \left(\sin u + \frac{7}{3} \sin 3u \right) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\gamma_2 = J_2 \left(\frac{R_e}{a} \right)^2$ (J_2 — коэффициент второй зональной гармоники в модели ГПЗ; $R_e = 6\,378,136$ км — средний экваториальный радиус Земли); $s = \sin i$.

Долгопериодические возмущения элементов e_1 и e_2 описываются формулами [7]:

$$\begin{aligned} \delta e_{1д} &= 0; \\ \delta e_{2д} &= s \left(\frac{1}{2} \frac{\gamma_3}{\gamma_2} - \frac{5}{8} \frac{\gamma_5}{\gamma_2} \frac{8 - 28s^2 + 21s^4}{4 - 5s^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{35}{256} \frac{\gamma_7}{\gamma_2} \frac{64 - 432s^2 + 792s^4 - 429s^6}{4 - 5s^2} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\gamma_p = -J_p \left(\frac{R_e}{a} \right)^p$, $p = 3, 5, 7$ (J_3, J_5, J_7 — коэффициенты зональных гармоник в модели ГПЗ).

Согласно формуле (9), осредненный элемент $\bar{q}(t_0)$, соответствующий некоторому начальному моменту t_0 , представляется в виде

$$\bar{q}(t_0) = q_{\text{оск}}(t_0) - \delta q_k(t_0) - \delta q_d.$$

Прогноз средних значений компонент \bar{e}_1 и \bar{e}_2 , после того как они получены на момент t_0 из оскулирующих значений, можно выполнить с помощью кеплеровых элементов \bar{e} и $\bar{\omega}$, поскольку скорости изменения этих элементов в нецентральной ГПЗ имеют вид

$$\dot{\bar{e}} = 0; \quad \dot{\bar{\omega}} = \dot{\omega}_B.$$

Тогда на момент времени t

$$\bar{e}_1 = \bar{e} \cos \bar{\omega};$$

$$\bar{e}_2 = \bar{e} \sin \bar{\omega},$$

где $\bar{\omega} = \bar{\omega}(t_0) + (t - t_0)\dot{\omega}_B$.

Пусть при заданных i и a эксцентриситет орбиты, осредненный по всем периодическим возмущениям, равен нулю, т. е. $\bar{e} = 0$. Тогда выражения для оскулирующих значений элементов

$$e_1 = \bar{e}_1 + \delta e_{1д} + \delta e_{1к};$$

$$e_2 = \bar{e}_2 + \delta e_{2д} + \delta e_{2к}$$

с учетом $\bar{e}_1 = \bar{e}_2 = 0$ принимают следующий вид:

$$e_1 = \delta e_{1к};$$

$$e_2 = \delta e_{2д} + \delta e_{2к}.$$

(12)

Поскольку в соответствии с выражениями (10), (11) $\delta e_{2д} = \text{const}$, а $\delta e_{1к}$ и $\delta e_{2к}$ являются периодическими функциями аргумента широты u с постоянной амплитудой, то очевидно, что оскулирующие элементы e_1 и e_2 , а значит, и оскулирующие элементы e и ω будут неизменными при фиксированном значении u , т. е. неизменными во времени будут профиль $r(u)$ радиального удаления орбиты и ее высотный профиль $h(u)$ относительно ОЗЭ. Орбиты с такими свойствами называются ГУО [5].

Как правило, при решении задач прогноза и коррекции орбит оскулирующие элементы задаются в восходящем узле орбиты. В этом случае, полагая в формулах (10) $u = 0$, выражения (12) можно записать в следующем виде:

$$e_{1\Omega} = \gamma_2 \left(\frac{3}{2} - \sin^2 i \right); \quad (13)$$

$$e_{2\Omega} = \delta e_{2д},$$

где $\delta e_{2д}$ находят по соотношению (11).

При этом оскулирующие элементы e_{Ω} и ω_{Ω} , обеспечивающие равенство $\bar{e} = 0$, определяют из выражений

$$e_{\Omega} = \sqrt{e_{1\Omega}^2 + e_{2\Omega}^2}; \quad (14)$$

$$\omega_{\Omega} = \text{sign}(e_{2\Omega}) \arccos \frac{e_{1\Omega}}{e_{\Omega}}.$$

Алгоритм расчета параметров ГУО состоит из двух этапов.

На первом этапе итерационно определяются начальные значения параметров ССО в восходящем узле по известным аналитическим формулам. На втором этапе осуществляется численное уточнение начальных значений параметров ССО в модели ГПЗ с учетом заданного числа $n \geq 8$ зональных гармоник.

При расчете параметров геометрически устойчивой ССО используют следующие зависимости.

Драконический период ССО k -суточной кратности с замыканием трассы через l полных витков

$$T_{др} = T_{с.с} \frac{k}{l}, \quad (15)$$

где $T_{с.с} = 86\,400$ с — продолжительность средних солнечных суток.

Драконический период с учетом второй зональной гармоники [2]

$$T_{др} = 2\pi \left\{ a \sqrt{\frac{a}{\mu}} - \frac{\varepsilon}{\mu \sqrt{\mu p}} \left[3 - \frac{5}{2} \sin^2 i - e_1 (1 - 5 \sin^2 i) \right] \right\}, \quad (16)$$

где $\mu = 398\,600,44 \text{ км}^3/\text{с}^2$ — гравитационный параметр Земли; $\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$ — константа сжатия Земли; p — параметр орбиты, рассчитываемый как

$$p = a(1 - e_1^2 - e_2^2). \quad (17)$$

Большая полуось ССО в первом приближении

$$a = \left(\frac{T_{\text{др}}^2 \mu}{(2\pi)^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (18)$$

Наклонение ССО в первом приближении [3]

$$\cos i = -T_{\text{др}} \frac{p^2}{365,2422} \frac{\mu}{\varepsilon}. \quad (19)$$

Условие солнечной синхронности орбиты записывается с учетом шести зональных гармоник, при этом используется аналитическая модель движения КА вида [6]

$$f(a_0, e_0, i_0, \omega_0, T_{\text{др}}) = (K_{\Omega} + L_{\Omega}e_2 + H_{\Omega}e_1) \frac{365,2422}{T_{\text{др}}} - 2\pi = 0. \quad (20)$$

В формуле (20)

$$K_{\Omega} = \frac{3\pi}{\bar{p}^2} \left[c_{20} + \frac{3-20s^2}{4\bar{p}^2} c_{20}^2 + \frac{35(7s^2-4)}{56\bar{p}^2} c_{40} + \frac{35(8-36s^2+33s^4)}{64\bar{p}^4} c_{60} \right] \cos i;$$

$$L_{\Omega} = \frac{6\pi(2-5s^2) \cos i}{\bar{p}^4} c_{20}^2;$$

$$H_{\Omega} = \frac{3\pi}{4\bar{p}^3} \left[(15s^2-4)c_{30} + \frac{5(8-84s^2+105s^4)}{4\bar{p}^2} c_{50} \right] \text{ctg } i,$$

где $\bar{p} = \frac{p}{R_e}$.

Для КА ДЗЗ также требуется определять следующие параметры орбиты.

Межвитковое смещение гринвичской долготы трассы полета [2]

$$\Delta L_{\text{м.в}} = \omega_3 T_{\text{др}} - \dot{\Omega},$$

где $\omega_3 = 7,29211 \cdot 10^{-5}$ рад/с — угловая скорость вращения Земли; $\dot{\Omega}$ — угловая скорость прецессии восходящего узла орбиты, рад/виток.

Число витков N_c в полетных сутках [2]

$$N_c = E \left(\frac{2\pi}{\omega_3 T_{\text{др}} - \dot{\Omega}} + \frac{1}{2} \right).$$

Суточное смещение трассы полета

$$\Delta L_{\text{сут}} = 2\pi - N_c(\omega_3 T_{\text{др}} - \dot{\Omega}).$$

Расчет фазового вектора КА в абсолютной системе координат (АСК) на момент t_0 в восходящем узле орбиты осуществляется по формулам:

$$\begin{aligned} x &= \frac{p}{1+e_1}; \quad y = 0; \quad z = 0; \\ V_x &= -\sqrt{\frac{\mu}{p}}e_2; \quad V_y = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1+e_1)\cos i; \quad V_z = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1+e_1)\sin i. \end{aligned} \quad (21)$$

Задача формирования параметров околокруговых программных геометрически устойчивых кратных ССО формулируется следующим образом. Задана кратность программной орбиты. Число учитываемых в модели ГПЗ зональных гармоник $n \geq 8$. Требуется определить в восходящем узле начальные значения параметров программной геометрически устойчивой ССО: a_0, e_0, i_0, ω_0 . В расчетах принимается $\Omega_0 = 0$. В дальнейшем требуемое значение долготы Ω_0 восходящего узла орбиты в момент времени t_0 обеспечивается расчетным временем запуска КА.

С учетом вышеизложенного алгоритм расчета параметров геометрически устойчивой ССО с заданной кратностью замыкания трассы полета принимает следующий вид.

1. По формуле (15) определяется номинальное значение $T_{\text{др}}^{\text{H}}$ ССО k -суточной кратности с замыканием трассы через l витков.
2. По формуле (18) рассчитывается оскулирующее значение большой полуоси $a_{(j)}$ в восходящем узле орбиты. Предполагается, что $e_{1(j)} = e_{2(j)} = 0$. Номер итерации $j = 1$.
3. По формуле (17) вычисляется фокальный параметр p_j .
4. По формуле (19) определяется наклонение i_j плоскости ССО.
5. По формулам (13) находятся значения элементов $e_{1(j)}$ и $e_{2(j)}$.
6. По формуле (16) рассчитывается $T_{\text{др}(j)}$ в j -м приближении.
7. Проверяется условие

$$|\Delta T| = \left| T_{\text{др}}^{\text{H}} - T_{\text{др}(j)} \right| \leq \varepsilon_T, \quad \varepsilon_T = 0,0001 \text{ с}. \quad (22)$$

Если условие выполняется, то $a_0 = a_{(j)}$, $i_0 = i_{(j)}$ и осуществляется переход к п. 8, в противном случае рассчитывается новое значение большой полуоси орбиты

$$a_{(j+1)} = a_{(j)} + \Delta T \frac{1}{3\pi} \sqrt{\frac{\mu}{a_{(j)}}}$$

и осуществляется переход к п. 3. Номер итерации $j = j + 1$.

8. По формулам (14) определяются значения элементов e_0, ω_0 .

9. Формируются результаты первого этапа решения задачи: $T_{др} = T_{др}^H, a_0, e_0, i_0, \Omega_0 = 0, \omega_0$. По формулам (21) проводится расчет элементов фазового вектора и выполняется настройка модели движения КА.

10. Осуществляется уточнение элемента a_0 . Для этого расчеты согласно пп. 3–9 продолжаются до тех пор, пока не будет выполнено условие (22). При этом значение $T_{др(j)}$ рассчитывается путем численного прогнозирования движения КА в принятой модели движения.

11. Проводится уточнение наклона плоскости ССО. Для этого при заданных значениях элементов $T_{др} = T_{др}^H, a_0, e_0, i_0, \omega_0$ итерационно решается уравнение (20) относительно i с использованием метода Ньютона первого порядка. На каждой итерации вычисляется уточненное значение наклона по формуле

$$i_{0(j+1)} = i_{0(j)} + \frac{f_{(j)} \mu p^2 T_{др}}{2\pi \varepsilon \cdot 365,2422 \sin i_{0(j)}},$$

где $f_{(j)}$ рассчитывается согласно выражению (20). Итерационный процесс завершается при выполнении условия $|f_{(j+1)}| \leq \varepsilon_f$, где $\varepsilon_f = 10^{-6}$.

12. Осуществляется осреднение элементов e_1, e_2 (e_0, ω_0) с использованием принятой модели движения КА по принципу, изложенному в работе [7], а именно проводится численное интегрирование движения КА на интервале времени, равном продолжительности долгопериодического возмущения элементов e_1, e_2 . В таком случае начальные средние значения элементов e_1^0 и e_2^0 будут определяться как

$$e_1^0 = \frac{e_1^{\max} + e_1^{\min}}{2}; \quad e_2^0 = \frac{e_2^{\max} + e_2^{\min}}{2}.$$

13. Формируются результаты второго этапа решения задачи в виде массива параметров программной орбиты: $\{T_{др} = T_{др}^H, a_0, e_0, i_0, \Omega_0 = 0, \omega_0, \dot{\Omega}, \Delta L_{м.в}, \Delta L_{сут}, N_c\}_{пр}$. При этом значение величины $\dot{\Omega}$ находят-

ся путем численного прогнозирования движения КА в принятой модели движения.

Алгоритм расчета поправок к наклонению плоскости программной геометрически устойчивой ССО и времени запуска КА. Очевидно, что стабильность освещенности трассы полета в возмущенном движении КА при возможно большей высоте Солнца над местным горизонтом в точке съемки будет обеспечена, если в течение срока T_3 происходит минимальное изменение МССВ в узле орбиты относительно заданного значения $t_{\text{м.в.}}^{\text{пр}}$, согласно условию (7).

Считается, что при возмущенном движении КА минимальное изменение МССВ в узле орбиты в течение срока T_3 обеспечивается при условии равенства значений отклонений МССВ от программного значения в начале и конце срока эксплуатации, т. е.

$$\Delta t_{\text{м.в.}}(t_0 + T_3) = \Delta t_{\text{м.в.}}(t_0) = \frac{12}{\pi} \Delta \Omega_0.$$

Текущее фактическое значение $t_{\text{м.в.}}^{\phi}$ МССВ прохождения КА восходящего (или нисходящего) узла ССО в момент времени t_0 определяется из соотношения

$$t_{\text{м.в.}}^{\phi} = t_{\text{м.в.}}^{\text{пр}} + \Delta t_{\text{м.в.}}(t_0).$$

Для расчета значений поправок используются исходные данные:

- начальные условия программной ССО $\bar{q}_{\text{пр}}^0 = \bar{q}_{\text{пр}}(t_0)$;
- модель возмущенного движения КА вида (4);
- срок активной эксплуатации КА T_3 .

Алгоритм расчета поправок заключается в последовательном выполнении следующих действий.

1. Согласно принятой модели программного движения КА в ГПЗ с учетом заданного числа зональных гармоник $n \geq 8$, на момент времени

$t = \frac{T_3}{2}$ определяется долгота восходящего узла программной ССО:

$$\Omega^{\text{пр}} \left(\frac{\Delta N_3}{2} \right) = \Omega_0^{\text{пр}} + \dot{\Omega}^{\text{пр}} \frac{\Delta N_3}{2},$$

где $\Delta N_3 = E \left[\frac{T_3}{T_{\text{др}}^{\text{пр}}} \right]$.

2. По модели возмущенного движения с начальными условиями $\bar{q}_{\text{пр}}(t_0)$ осуществляется прогнозирование движения КА на начало

витка $\frac{\Delta N_3}{2}$. Определяются $\Omega^\Phi\left(\frac{\Delta N_3}{2}\right)$ — фактическое значение долготы восходящего узла возмущенной ССО и $i^\Phi\left(\frac{\Delta N_3}{2}\right)$ — фактическое значение наклона плоскости ССО.

3. Искомые значения поправок рассчитываются по формулам:

$$\Delta i(t_0) = i_0^{\text{пр}} - i^\Phi\left(\frac{\Delta N_3}{2}\right);$$

$$\Delta t_{\text{м.в}}(t_0) = \frac{12}{\pi} \Delta \Omega_0,$$

где

$$\Delta \Omega_0 = \Omega^\Phi\left(\frac{\Delta N_3}{2}\right) - \Omega^{\text{пр}}\left(\frac{\Delta N_3}{2}\right).$$

Если $|\Delta \Omega_0| > \pi$, то при $\Delta \Omega_0 > 0$ поправка $\Delta \Omega_0 = \Delta \Omega_0 - 2\pi$, в противном случае $\Delta \Omega_0 = \Delta \Omega_0 + 2\pi$. Знаки поправки: для «утренних» ССО $\Delta i(t_0) > 0$, $\Delta t_{\text{м.в}}(t_0) < 0$; для «послеполуденных» ССО $\Delta i(t_0) < 0$, $\Delta t_{\text{м.в}}(t_0) > 0$. Величина $\Delta t_{\text{м.в}}(t_0)$ измеряется в часах.

Решение задачи обеспечивается за одну итерацию. Точность решения задачи зависит от длительности срока T_3 .

Результаты баллистического проектирования устойчивых ССО. Баллистическое проектирование устойчивых ССО рассмотрим на примере следующих исходных данных: околокруговая ССО должна обладать двухсуточной кратностью ($k = 2$) с замыканием трассы полета через 29 витков ($l = 29$).

На рис. 2 и 3 приведены профили высот относительно ОЗЭ для ССО с заданной кратностью замыкания трассы полета. На рис. 2 начальные параметры ССО в восходящем узле орбиты сформированы без учета условия геометрической устойчивости орбиты. При моделировании движения КА учитывались возмущения со стороны ГПЗ (16×16), Солнца и Луны.

Для ССО с профилем высоты, изображенным на рис. 2, перепад высот составляет ~45 км, такой профиль нестабилен. Солнечно-синхронная орбита с профилем высоты, изображенным на рис. 3, обладает свойством геометрической устойчивости, при этом минимальный перепад экстремальных высот на витках составляет ~28 км. Незначительные колебания высоты орбиты при любом фиксированном значении аргумента широты обусловлены тем, что моделирование движения КА проводилось в полной модели ГПЗ.

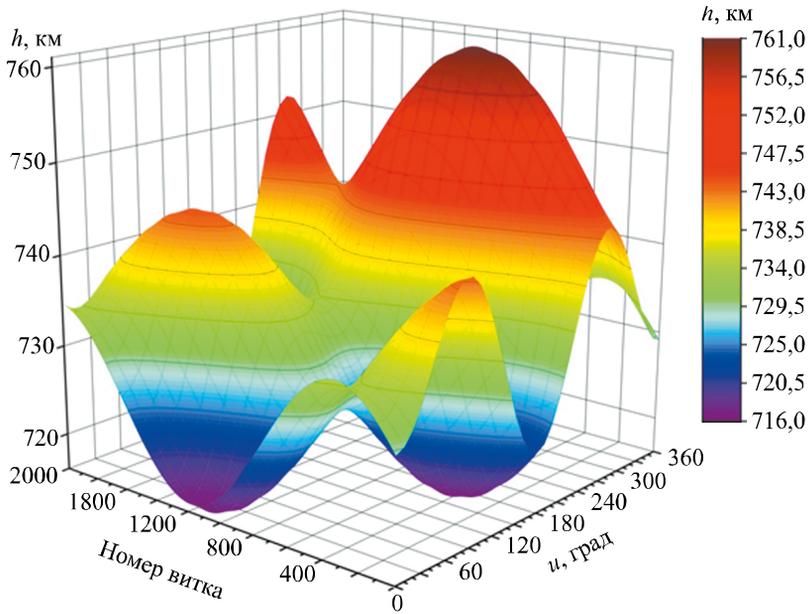


Рис. 2. Профиль высоты ССО, не обладающей свойством устойчивости

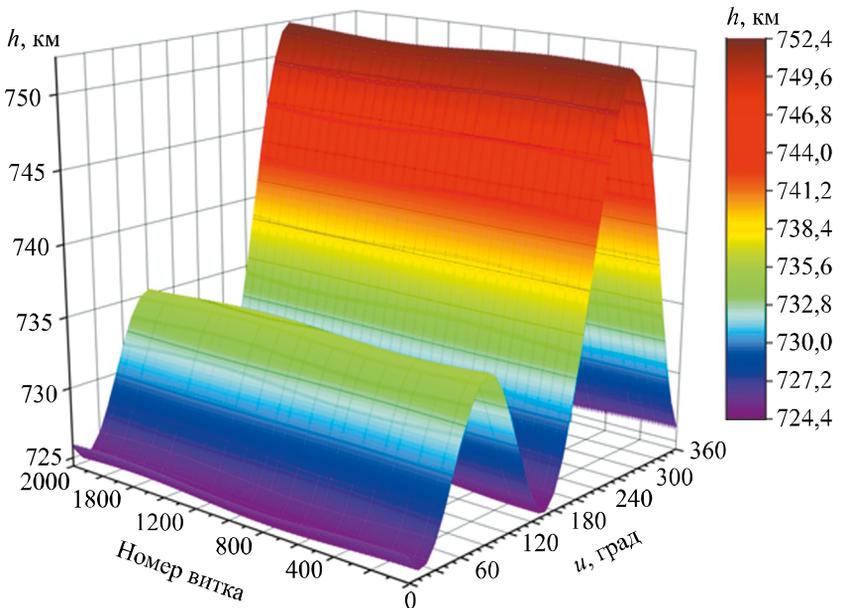


Рис. 3. Профиль высоты устойчивой ССО

Изменения освещенности трассы полета КА по программной ССО (без учета поправок к наклонению и времени запуска КА) в процессе эволюции орбиты представлены на рис. 1 в виде фазовых траекторий $\delta t_{\text{м.в}}(t) = t_{\text{м.в}}^{\Phi}(t) - t_{\text{м.в}}^0$ и $\delta i(t) = i^{\Phi}(t) - i^0$ в течение $T_3 = 10$ лет, а по устойчивой ССО (с учетом поправок к наклонению и времени запуска КА) — на рис. 4.

На фазовых траекториях, приведенных на рис. 4, в моменты времени $t = 0$ отклонения $\delta t_{\text{м.в}}$ и δi фактических параметров ССО от программных значений равны значениям поправок.

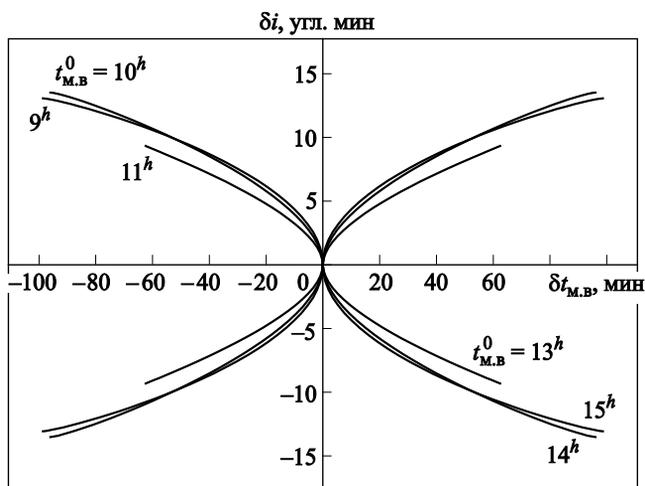


Рис. 4. Фазовый портрет для устойчивой ССО в течение $T_3 = 10$ лет

Сравнение фазовых траекторий, представленных на рис. 4, с аналогичными фазовыми траекториями, рассчитанными без учета поправок (см. рис. 1), показывает, что учет поправок в расчете параметров устойчивых ССО позволяет существенно (в 3–5 раз) уменьшить смещение МССВ от программного (номинального) значения в течение 10-летнего срока эксплуатации КА. Так, для орбиты с программным МССВ в узле, равным 11^h , уход составил ~ 60 мин, т. е. уменьшился в 4,5 раза. Из этого следует, что для поддержания заданной освещенности трассы полета потребуется провести меньшее количество коррекций наклонения плоскости орбиты.

В таблице приведен пример решения задачи баллистического проектирования устойчивой ССО при допустимом диапазоне изменения МССВ от $t_{\text{м.в}}^H = 10^h 00^m 00^s$ до $t_{\text{м.в}}^B = 11^h 00^m 00^s$. В этом случае, согласно формуле (7), $t_{\text{м.в}}^{\text{пп}} = 11^h$.

Начальные значения параметров ССО двухсуточной кратности с замыканием трассы полета через 29 витков

Параметр орбиты в АСК	Программная ССО	Устойчивая ССО при $T_3 = 10$ лет	Поправка
МССВ в нисходящем узле (часы, минуты, секунды)	11.00.00	10.03.30	-00.56.30
a , км	7107,213	7107,213	—
e	0,001266	0,001266	—
i , град	98,288	98,432	0,144
Ω , град	292,207	278,043	-14,164
ω , град	68,922	68,922	—
u , град	0	0	—
Перепад высот, км	27,2	28,0	—
$T_{др}$, мин	99,31035	99,31116	—
Характер дрейфа МССВ	Вековой уход	± 57 мин	—

Во второй графе таблицы представлены параметры программной геометрически устойчивой ССО в АСК, а в третьей графе — параметры устойчивой ССО с учетом поправок к наклонению и к МССВ в восходящем узле орбиты, обеспечивающие в течение срока активного существования $T_3 = 10$ лет стабильность освещенности трассы полета при возможно большей высоте Солнца в точке съемки. Результаты расчета параметров устойчивой ССО, приведенные в таблице, показывают, что при заданном допустимом диапазоне изменения МССВ в узле орбиты отсутствует необходимость коррекции наклонения плоскости орбиты в течение заданного срока эксплуатации.

Оценим результаты баллистического проектирования устойчивой ССО с точки зрения достижения максимума целевой функции (6). Для обеспечения возможности повторных наблюдений участков земной поверхности при аналогичных условиях освещенности Солнцем необходимо, чтобы в течение срока T_3 сохранялась стабильность освещенности трассы полета. Сравним две орбиты по критерию стабильности освещенности трассы полета в течение срока $T_3 = 10$ лет для средней широты наблюдения $\varphi = 40^\circ$. На рис. 5 представлены зависимости, отражающие изменения высоты Солнца на рабочем участке устойчивой ССО и ССО, не обладающей свойством устойчивости (далее «ССО»).

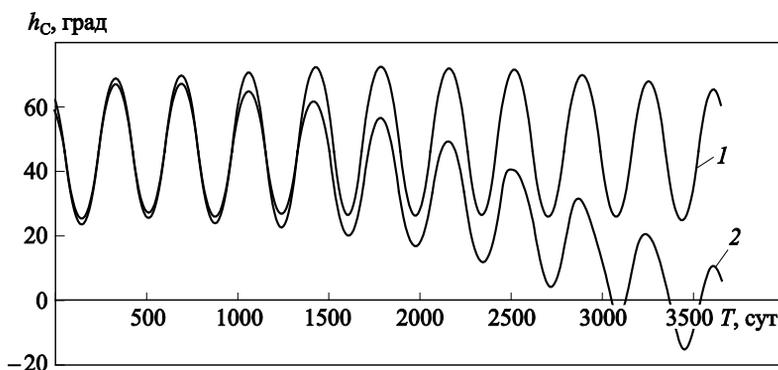


Рис. 5. Изменение освещенности трассы полета на широте $\varphi = 40^\circ$
($T_s = 10$ лет):

1 — устойчивая ССО; 2 — ССО, не обладающая свойством устойчивости

Из сравнения зависимостей, представленных на рис. 5, следует, что до середины срока эксплуатации КА (5 лет) условия освещенности трасс полета на устойчивой ССО и «ССО» практически не различаются. Однако ближе к концу срока эксплуатации (10 лет) из-за векового смещения МССВ в узле орбиты от номинального значения условия освещенности трассы полета на «ССО» в зимнее время года значительно ухудшаются. В результате на широте наблюдения в зимнее время года на обеих орбитах появляются интервалы времени, когда высота Солнца в подспутниковой точке оказывается менее 10° , что делает невозможным использование КА по целевому назначению. Суммарная продолжительность таких интервалов для «ССО» на широте наблюдения составляет около 15 % общего времени нахождения КА на рабочем участке в течение срока $T_s = 10$ лет. Для устойчивой ССО отсутствуют интервалы времени, когда высота Солнца в подспутниковой точке оказывается менее 10° .

Также результаты сравнения зависимостей, представленных на рис. 5, показывают, что при сроке эксплуатации КА, равном 10 лет, время нахождения высоты Солнца на рабочем участке трассы устойчивой ССО в диапазоне, превышающем 45° , примерно на 50 % больше аналогичного показателя для «ССО».

Заключение. Сравнительный анализ результатов расчетов по разработанной методике выбора параметров устойчивых ССО показывает, что использование устойчивых ССО позволяет при сроке существования 10 лет и более обеспечить наиболее благоприятные условия эксплуатации КА, а именно:

- увеличить время функционирования КА по целевому назначению при требуемой освещенности между коррекциями наклона

плоскости орбиты за счет обеспечения минимального изменения отклонения МССВ в узле орбиты от заданного значения в течение срока эксплуатации;

- обеспечить постоянство профиля высоты орбиты над ОЗЭ и минимальный перепад экстремальных высот на витках полета.

Разработанная методика может быть использована при обосновании параметров рабочих орбит КА ДЗЗ на ССО с длительными сроками эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Концепция развития российской космической системы дистанционного зондирования Земли на период до 2025 года*. Москва, Федеральное космическое агентство, 2006, 72 с.
- [2] Эльясберг П.Е. *Введение в теорию полета искусственных спутников Земли*. Москва, Наука, 1965, 540 с.
- [3] Чернов А.А., Чернявский Г.М. *Орбиты спутников дистанционного зондирования Земли. Лекции и упражнения*. Москва, Радио и связь, 2004, 202 с.
- [4] Киенко Ю.П. *Основы космического природоведения*. Москва, Картогеоцентр — Геодезиздат, 1999, 285 с.
- [5] Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г. *Методы проектирования траекторий носителей спутников Земли*. Москва, Наука, 1987, 440 с.
- [6] Кугаенко Б.В., Эльясберг П.Е. Эволюция почти круговых орбит ИСЗ под влиянием зональных гармоник. *Космические исследования*, 1968, т. VI, вып. 2, с. 186–202.
- [7] Абалакин В.К., Аксёнов Е.П., Гребеников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А. *Справочное руководство по небесной механике и астродинамике*. Г.Н. Дубошин, ред. 2-е изд. Москва, Наука, 1976, 864 с.

Статья поступила в редакцию 10.03.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Виноградов Д.Ю., Давыдов Е.А. Методика формирования устойчивых околокруговых солнечно-синхронных орбит при длительных сроках существования космического аппарата. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 6.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-6-1630>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XLI Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 января 2017 г.

Виноградов Дмитрий Юрьевич — студент кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: баллистика и динамика движения космических аппаратов. e-mail: gradient93@mail.ru

Давыдов Евгений Александрович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник НИЦ (г. Королёв) ЦНИИ Войск ВКО Минобороны России. Автор более 10 научных работ в области баллистики, навигации и динамики движения космических аппаратов.

Techniques of shaping steady near-circular solar-synchronous orbits for the long term existence of the spacecraft

© D.Yu. Vinogradov¹, E.A. Davydov²

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

²Research & Test Center, Aerospace Defense Central Research Institute, RF Ministry of Defence, Moscow Region, Korolev town, 141091, Russia

Nowadays in the sphere of creation of perspective space systems for remote sensing of the Earth there is a tendency for increasing the periods of their active existence to 7–10 years and more. Ensuring the stability of the solar illumination of the flight path during a long period of active existence is one of the most important requirements for the normal operation of space systems placed in solar-synchronous orbits. The analysis of the effect of perturbing factors on the evolution of the parameters of the solar synchronous orbit showed that the deviation from the condition of solar synchronism was mainly due to the secular drift of the plane inclination caused by the action of the gravitational attraction of the Sun on the spacecraft provided that the average orbital altitude is maintained. The article proposes the rational way of maintaining orbit solar synchronism. It provides the required conditions of the solar illumination of the flight path during a specified period of spacecraft active existence with a minimum amount of correction of the orbital plane inclination because of introduction of two corrections to the nominal values of the inclination of the solar synchronous orbit plane and the launch time of the spacecraft. The correction values depend on the spacecraft service life. Application of the developed algorithms allows generating the initial values of the solar synchronous orbit parameters ensuring the constancy of the orbit altitude profile above the terrestrial ellipsoid and the minimal extreme altitude difference in flight orbits.

Keywords: remote sensing of the Earth, solar synchronous orbit, program orbit, stable orbit, frozen orbit

REFERENCES

- [1] *Kontseptsiya razvitiya rossiyskoy kosmicheskoy sistemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli na period do 2025 goda* [The concept of development of the Russian space system for remote sensing of the Earth for the period up to 2025]. Moscow, Federalnoe kosmicheskoe agentstvo, 2006, 72 p.
- [2] Elyasberg P.E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennykh sputnikov Zemli* [Introduction to the flight theory of artificial Earth satellites]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 540 p.
- [3] Chernov A.A., Chernyavskiy G.M. *Orbity sputnikov distantsionnogo zondirovaniya Zemli. Lektsii i uprazhneniya* [Orbits of Earth remote sensing satellites. Lectures and exercises]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 2004, 202 p.
- [4] Kienko Yu.P. *Osnovy kosmicheskogo prirodovedeniya* [Fundamentals of space natural history]. Moscow, Kartgeocenter — Geodezizdat Publ., 1999, 285 p.
- [5] Appazov R.F., Sytin O.G. *Metody proektirovaniya traektoriy nositeley sputnikov Zemli* [Methods for designing the trajectories of Earth satellite launch vehicles]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 440 p.

- [6] Kugaenko B.V., Elyasberg P.E. *Kosmicheskie issledovaniya — Space Research*, 1968, vol. 6, no. 2, pp. 186–202.
- [7] Abalakin V.K., Aksenov E.P., Grebenikov E.A., Demin V.G., Ryabov Yu.A. *Spravochnoe rukovodstvo po nebesnoy mekhanike i astrodinamike* [Reference Guide to Celestial Mechanics and Astrodynamics]. Duboshin G.N., ed., Moscow, Nauka Publ., 1976, 864 p.

Vinogradov D.Yu., student, Department of Space Flight Dynamics and Control, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: space vehicle ballistics and dynamics of motion. e-mail: gradient93@mail.ru

Davydov E.A., Cand. Sc. (Eng.), senior research assistant, Research & Test Center (Korolev town), Aerospace Defense Central Research Institute, RF Ministry of Defence. Author of over 10 publications in the field of of space vehicle ballistics, navigation and dynamics of motion.