УДК 51:37

Э. П. Казанджан

НЕКОТОРЫЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Рассматриваются некоторые чрезвычайно важные психологические аспекты математического образования, преимущественно на материале анализа первого семестра. Основное внимание в преподавании математики обращается на выработку общеинженерных качеств, необходимых студенту и в будущей работе, и в процессе обучения.

E-mail: fn2@bmstu.ru

Ключевые слова: *математический анализ, предел, график, формула, симметрия, инженерная психология*

Небесполезные, в принципе, споры последних десятилетий о том, какую математику (в частности, математический анализ, далее для краткости просто анализ) давать студентам втузов, к сожалению, отвлекают внимание от главного в этой проблеме, обсуждение которой следует перевести в несколько иное русло [1]. Необходимо различать две близкие, но совершенно разные вещи: математику и прикладную (т.е. инженерную) математику. Образно говоря, соответственно: умение зарабатывать деньги и умение их тратить. Ясно, что если нет второго, то теряет смысл и первое. Уже давно отмечено, что выпускники втузов, заметно разные по успеваемости (от отличников до слабых троечников), в сущности, мало отличаются по приходе на работу (продолжая сравнение, разница в наличных деньгах есть, но умение их тратить почти нулевое у всех). Отсюда вывод: даже оставаясь целиком в рамках традиционного анализа, нужно психологически перестроить его, усилив прикладное начало.

Инженер — это специалист, который выходит на задачу и пытается ее решить любыми подручными средствами, в том числе математическими; продолжая сравнение, ему надо иметь деньги и уметь их тратить. В свете этого вырисовывается общий характер направленности нашего учебного процесса — психологическая подготовка будущих инженеров. Они будут владеть разным математическим аппаратом, в разном объеме и на разном уровне, но общеинженерные качества должны быть у всех — иначе они не инженеры. Стало быть, наша главная задача (общая для студентов и преподавателей) — психологическая подготовка к будущей работе, выработка общеинженерной психологии.

Постулат, повторяю, здесь один — все, что мы делаем (преподаватели обучают, студенты изучают) должно быть параллельно с приобретением знания прообраза будущей работы. На некоторых психологических аспектах этого и остановимся. Как известно, инженер и научный работник в своем развитии должны пройти три критические стадии (параллельно или последовательно) — научиться критиковать себя, своих учителей, читаемую литературу. Самокритика — вещь довольно интимная, критика учителей — отчасти тоже. Начнем с критики читаемой литературы, тем более что это, пожалуй, самое важное.

Прежде всего — в учебной литературе встречаются ошибки, порой довольно грубые — и в формулировках, и в доказательствах. Например, теорема Абеля для степенного ряда: записывают и после некоторых манипуляций, позволительных только со сходящимся рядом, доказывают... его сходимость. Но как же можно, еще не доказав сходимость, уже ее использовать? А устранить ошибку очень просто — рассматривать не ряд, а модуль его общего члена — и проще, и логически чисто.

Бывают и более тонкие ошибки, когда небрежность автора происходит по причине пребывания в плену своих знаний (извечная неизлечимая болезнь математиков). Например, для нахождения круга сходимости степенного ряда применяются признаки Даламбера и Коши. Когда какой применять, достаточно очевидно: признак Коши удобен, когда общий член ряда — "чистенькая" n-я степень, признак Даламбера — во всех остальных случаях. Однако авторы одного из наших учебных пособий используют во всех случаях признак Коши, например, для ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n}$$

имеем

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{|x-1|}{2} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}.$$

Авторам очевидно, что предел $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$, а студентам отнюдь нет. Найти такой предел они не могут (это забытый материал первого семестра). Поэтому ответ выглядит неубедительно. Разумеется, признак Даламбера приводит к результату гораздо проще:

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \frac{|x-1|}{2},$$

так как очевидно, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n+1} = 1$.

Здесь попутно выявляется еще одна важная психологическая проблема: что профессионал должен знать (держать в памяти), а что нет. Функций-то на свете очень много, а пределов, стало быть, еще больше. Знать надо только два: предел отношения многочленов на бесконечности [2] и второй замечательный предел (первый замечательный тоже, но он "лежит" в таблице эквивалентных бесконечно малых). Значит, держать в памяти $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$ — явное излишество, а то, что

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1 \quad \text{и} \quad \lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{n} = 0$$

— необходимо (на бесконечности логарифм растет слабее любой сколь угодно малой степени, а любая сколь угодно большая степень — слабее показательной).

Следующий тип ошибок в учебной литературе — рекомендация неоптимальных способов действий. Например, общая схема нахождения наклонной асимптоты в простых случаях (практически почти всегда) совершенно неэффективна (общность-сила оборачивается здесь слабостью), гораздо полезней представить данную функцию в виде суммы линейной функции и бесконечно малой, скажем:

$$y = \frac{x^3-2}{x^2+1} = x - \frac{x+2}{x^2+1}.$$

Простейшим приемом (деление многочленов) мы получили: $y = x$ — двусторонняя асимптота, выход на нее графика функции сверху при $x \to -\infty$ и снизу при $x \to +\infty$; кривая пересекает асимптоту при $x = -2$. А применение общей схемы хлопот требует гораздо больших (найти 4 предела), а информации дает гораздо меньше.

Аналогичный эффект дает в ряде случаев и применение формулы Тейлора, скажем:

$$y = (x-2)e^{\frac{1}{x}} = (x-2)\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + \ldots\right) = x - 1 - \frac{3}{2x} + \ldots$$

Сразу получаем и двустороннюю асимптоту $y = x - 1$, и выход на нее графика функции сверху при $x \to -\infty$ и снизу при $x \to +\infty$. И опять — вычисление четырех пределов требует больших хлопот и дает меньшую информацию. Попутно формируется инженерная психология: инженер должен быть трудолюбив — это общеизвестно, но инженер должен быть и ленив, заставляя работать на себя формулы, теоремы... (а иначе — зачем их изучать?).

Еще пример — дифференцирование неявной функции (одной или многих переменных — неважно). В литературе рекомендуется использовать соответствующую формулу — непонятно зачем, ведь без нее получается то же самое, только проще. Стоит продифференцировать обе части равенства (задающего неявную функцию) — и нужная производная "выскочит" сама собой [3].

Столь же непонятно изложение в литературе вопроса об условном экстремуме — при разумном геометрическом подходе все заметно упрощается. Итак: ищем необходимое условие условного экстремума функции $f(x,y)$ при наличии связи $\varphi(x,y) = 0$. "Обыграв" коллинеарность векторов $\operatorname{grad} f$ и $\operatorname{grad}\varphi$ [3], сразу получаем и функцию

Лагранжа, и систему уравнений:

$$\begin{cases} f'_x + \lambda\varphi'_x = 0, \\ f'_y + \lambda\varphi'_y = 0, \\ \varphi(x, y) = 0. \end{cases}$$

А теперь посочувствуем студентам — различную логическую несуразицу им внедряют в сознание еще в школе. Вот несколько наиболее вопиющих фактов.

1. Школьник должен уметь решать квадратное уравнение (никто не спорит). С этой целью его заставляют учить соответствующие формулы. А ведь понадобиться они могут в крайне редких случаях, только для некоторых теоретических рассмотрений, практически они не нужны, а в чем-то даже и мешают — мало того, что ячейки памяти отнимают, еще и отвлекают от главного, нужного. Дело в том, что в разных разделах математики (особенно при интегрировании) необходимо выделять полный квадрат из квадратного трехчлена, и конечно, раскладывать его на линейные множители — если корни действительны. Причем нужно не просто знание-умение как это делать, нужен рефлекс: надо или не надо всегда выделять полный квадрат (устно). Вреда ведь от этого быть не может, а польза бывает часто (в конце концов, если пользы нет, то манипуляция аннулируется, и все). Формула $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, кстати, красивая, симметричная, легковыводимая (умножьте $(a+b)$ на $(a+b)$), должна не только лежать в памяти в полной боевой готовности, но и быть руководством к действию. “Одним ударом” мы находим и экстремум функции, и корни соответствующего квадратного уравнения (формула “проходит за кадром”, использовать ее в явном виде нет нужды). Например,

$$y = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow \begin{cases} (x+1)^2 - 4 = 0, \\ (x+3)(x-1) = 0, \end{cases} \qquad x = -1 \pm 2,$$

экстремум функции при $x = -1$ и ее нули (корни уравнения) $x = -3$ и $x = 1$, или

$$y = x^2 + 2x + 2 \;\Rightarrow\; (x+1)^2 + 1 = 0,$$

экстремум функции также при $x = -1$, а ее нули (корни уравнения) $x = -1 \pm i$. Кстати, еще одна полезнейшая информация — ось симметрии соответствующих графиков $x + 1 = 0$. Естественный вопрос — зачем же мучить формулы, тем более, что они дают меньше информации?

Весьма характерная ситуация: математика простая, все легко и ясно, но психологически чрезвычайно сложно — студенту трудно свыкнуться с тем, что он выучил в школе формулу, а она не нужна.

2. Школьникам даются определения четной и нечетной функции. Это хорошо. Но в то же время и плохо. Плохо тем, что в названиях неявно содержится некая лингвистическая ловушка — некоторым начинает казаться, что других функций и не бывает, либо четная, либо нечетная. Может, чтоб развеять это заблуждение, может, еще по какой причине — сейчас уже неважно, но: нашелся "умник", который ввел в обиход выражение "функция общего вида" (иногда — положения) и засорил этим выражением головы школьников, т.е. множество функций разделилось на три категории: четные, нечетные, общего вида (т.е. ни четные, ни нечетные). Но получилось не разделение, а путаница. Ясно, что функции одного переменного бывают только двух видов: их графики либо симметричны, либо несимметричны, а четность и нечетность — всего лишь два самые простые варианта симметрии: симметрия относительно оси ординат и симметрия относительно начала координат.

В рамках же культивируемой несуразной логики функция $y = x^2$ — четная, $y = x^3$ — нечетная (пока хорошо), а функции $y = (x-1)^2$ и $y = (x-1)^3$ — общего вида. Но так говорить — неприлично, откровенно смешно. Просто графики двух последних функций всего лишь "сдвинуты" на единицу по оси абсцисс, т.е. эти функции соответственно четная и нечетная по сдвинутому аргументу $(x-1)$ — симметрия относительно вертикальной прямой $x = 1$ и относительно точки $(1, 0)$. Естественно, возможен и двойной сдвиг — по обеим осям. Например, функция

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \frac{1}{x-1}$$

согласно принятой несуразной логике — функция общего вида, но, как видно

$$y - 1 = x - 1 + \frac{1}{x-1},$$

т.е. функция $y - 1$ нечетна по аргументу $(x-1)$ — симметрия относительно точки $(1, 1)$, не говоря уж о том, что это гипербола, а все кривые второго порядка симметричны.

Самое главное: симметрия — это хорошо, радость, даровая информация, грубо говоря, тема для разговора; отсутствие симметрии — ничего хорошего, радоваться нечему, стоит ли вообще об этом говорить? Да это совершенно нелепо. Например, было бы странно говорить, что я не знаю испанского языка или не умею играть на фаготе — нечем тут хвастать. Хвастать естественно лишь тем, что имеешь. Итак, выражение "функция общего вида" в лучшем случае бессмысленно, но может быть и вредным — когда симметрия есть, но более тонкая, чем простая четность-нечетность. Скажем, относительно легко убедиться, что функция

$$y = \ln \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}$$

— нечетная, но вовсе не так очевидно, что график функции

$$y = x + \arcsin \sqrt{x}$$

симметричен относительно точки $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)$, т.е. функция $y-\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ нечетная по аргументу $\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$. Словом, негативных заявлений лучше вообще не делать, а если уж делать, то очень осторожно.

3. Довольно бестолково изложена в учебной литературе классификация разрывов. Как известно, разрыв — это нарушение непрерывности, а понятие непрерывности базируется на понятии предела. Вариантов немного, всего три: предел может быть конечным, бесконечным или вообще отсутствовать. В теории функций комплексного переменного на том же фундаменте классифицируются особые точки (точки нарушения аналитичности) функции и соответственно называются устранимая особая точка (предел функции конечный), полюс (предел бесконечный) и существенно особая точка (предел не существует). То есть, здесь, если даже не совсем нравятся названия, то по крайней мере разделение совершено естественно, логически разумно, осмысленно. А что в анализе? Те же три ситуации, но: точки разрыва делятся на две категории — I рода и II рода. Что же за этим скрывается? Разрыв I рода — это, оказывается, конечный разрыв. Почему же не назвать сразу — конечный разрыв, зачем “лишняя инстанция”, лишенная к тому же элементарного здравого смысла? Совсем уж нелепо выглядит разрыв II рода: здесь в одну кучу свалены бесконечный разрыв и самый хитрый (предела нет) — который, как и в ТФКП, естественно было бы назвать существенно особым или, скажем, неопределенным. Ясно, чем хороши конечный и бесконечный разрывы — определенностью: функция в окрестности точки разрыва ограничена или бесконечно велика. Отсутствие же предела чревато полной неопределенностью, например: $y = e^{\frac{1}{x}}$, $x = 0$; здесь $y(-0) = 0$, $y(+0) = \infty$ (в окрестности точки $x = 0$ слева — функция бесконечно мала, справа — бесконечно велика, а уж на комплексной плоскости вообще может быть все что угодно).

А теперь — самое важное. Если даже допустить, что когда-нибудь вся наша учебная литература каким-то чудом очистится от всех огрехов (не принципиально, какого характера и по чьей вине допущенных), остается еще один, самый существенный вопрос — назовем его условно “ну и что?” В литературе изложен теоретический материал, но нигде и никогда ни слова не говорится о том, как, где и на каком уровне им надо владеть.

Например, введены определения типов величин — ограниченной, неограниченной, бесконечно малой, бесконечно большой. Ну и что? А то, что теперь нужно не просто знать эти типы величин, а выработать рефлекс — при встрече с любой величиной видеть ее тип, а для бесконечно малых и больших еще и порядок (если он есть, разумеется). Генеральная тема анализа — исследование функций. В первом семестре следует закладывать, так сказать, этические нормы обращения инженера с функцией: увидев прежде всего область определения, установить тип во всех интересных промежутках. Скажем, функция $y = e^{\frac{1}{x}}$ — область определения: $x \neq 0$. Величина y бесконечно мала при $x \to -0$, бесконечно велика при $x \to +0$ (порядков нет), неограничена при $x \to 0$, ограничена при $x \to \pm\infty$ и при $x \to x_0 \neq 0$.

Далее — нашли некоторые эквивалентные бесконечно малые. Ну и что? Теперь их надо объединить в таблицу, осознать и активно использовать для установления порядков бесконечно малых. Аналогично следует установить и использовать относительную скорость роста на бесконечности логарифмической, степенной и показательной функций. Присовокупив сюда теоремы о свойствах бесконечно малых и бесконечно больших, можно будет хотя бы в простейших случаях видеть их порядки. Например:

$$\text{при } \ x \to 0: \quad x + \sin x^2 \sim x, \quad x^2 + \sin x \sim x, \quad x + \sin x \sim 2x, \ldots;$$
$$\text{при } \ x \to \infty: \quad x + \sin x^2 \sim x, \quad x^2 + \sin x \sim x^2, \quad x + \sin x \sim x, \ldots$$

и т. д. В более сложных случаях ви́дению типа величины (и порядка) может помочь формула Тейлора.

Аналогична ситуация при рассмотрении теорем о возрастании-убывании функции, экстремумах, выпуклости-вогнутости, точках перегиба. Изложение теории довольно кратко (2–3 лекции), но только после многих десятков решенных примеров можно выработать профессиональный взгляд на функцию, что совершенно необходимо для дальнейшего, но об этом в учебниках ни слова (как и в теме “неопределенный интеграл” и в ряде других).

Тема “графики функций” — самая инженернополезная во всем общем курсе. К сожалению, используемые в нашей практике задачники давно уже морально устарели: в них график рассматривается не сразу целиком, а в отдельных аспектах (отдельно асимптоты, отдельно экстремумы. . .). Подрывается самый смысл анализа — он должен вырабатывать видение геометрических особенностей поведения функций с помощью аналитических средств. В военном деле имеется четкий термин — доложите обстановку. Не умеющий это сделать офицер — не офицер. По итогам первого семестра студент должен уметь “доложить обстановку” для заданной функции — описать (охарактеризовать) ее поведение в области определения.

Проблема взаимоотношения с учебной литературой является, естественно, частью более общей и более важной проблемы — взаимоотношения с математикой, в частности, с ее изучением (важность очевидна — общения с литературой, в конце концов, можно избежать, а с самой математикой — нет). Начну с констатации печального факта: отношение нынешнего студента к математике является, грубо говоря, холопским (трепет перед господином) — вечный нескрываемый страх, что он не знает или не помнит какой-то формулы или теоремы, а отсюда — последующий страх наказания. С этими страхами следует бороться в первую очередь.

Здесь уместно сослаться на авторитет выдающегося педагога из несколько иной области — дрессировщицы собак Лидии Ивановны Острецовой: "Собаке можно многое простить, но трусость является непростительным, позорным пороком"; "Никогда не следует, однако, путать понятие "трусость" с робостью, неизбежной у щенка да и у молодой собаки". И еще одна фраза, огорчительная для воспитателей: "И все же девять из десяти трусливых собак становятся такими по вине хозяина" [4]. Перефразируя Острецову, могу сказать: преподавателю можно многое простить, но страх его учеников перед изучаемым предметом — их обоюдный позор — непростителен.

Для успешного изучения математики отношение к ее формулам и теоремам должно быть двойственным: 1) как к друзьям, которые помогают решать задачу; 2) как к слугам, которые должны работать, а не бездельничать. Следовательно, в процессе изучения все формулы и соотношения нужно сепарировать и различать, какие из них носят рабочий характер, а какие лишь принципиальный.

О дифференцировании неявной функции и квадратном уравнении уже говорилось. Еще пример — дифференцирование степенно-показательной функции $y = u^v$, формулу для производной получить несложно, но она не нужна, для практического дифференцирования нужно осознать только, как эта формула получается [3] — логарифмированием: $\ln y = v \cdot \ln u$. Сюда же можно отнести и формулы Крамера для решения системы линейных алгебраических уравнений — принципиально важные, но практически не работающие. И многое другое. Даже такая, казалось бы, незыблемая формула для производной частного необязательна: вместо деления на знаменатель можно умножать на величину, обратную знаменателю.

Здесь естественно прорисовывается психологическая пропасть в отношении к связке "формула-результат" со стороны инженера-профессионала и ученика. Как сказал поэт: для начинающего поэта рифма — хозяйка, а для зрелого — служанка. Все точно, только слово "рифма" надо заменить на слово "формула". А ведь сколько раз приходилось видеть студента, который уже нашел корни квадратного уравнения выделением полного квадрата (под моим давлением), но все еще пытается вспомнить формулу, не понимая, что не нужна ему никакая формула, если результат он получает без нее.

Выработка практического навыка у студента — по-видимому, самая трудная задача для преподавателя. Здесь есть еще одно психологическое обстоятельство, которое и преподаватели не всегда замечают, а тем более студенты. Это — необходимость (неизбежность) эволюции навыка. Банальная ситуация: студент что-то делает, спрашиваю — зачем так, ведь можно проще? — А нас так учили. Игнорируется очевидный факт: учили-то несмышленыша, но сейчас-то, уже повзрослевшему, так действовать стыдно. Скажем, в 4-м семестре подвернулся интеграл $\int x^2 \cos x \, dx$. Как его брать — ясно: $\cos x$ — под знак дифференциала и по частям. Но зачем так подробно выписывать: $u = \ldots$, $v = \ldots$, $du = \ldots$, $dv = \ldots$? — Нас так учили. Да, учили во 2 семестре, но сейчас-то 4-й. К этому времени практические навыки должны быть не только выработаны, но и критически оценены с точки зрения эффективности, В инженерной практике действует универсальный закон — любая информация должна добываться максимально просто (правило без исключения). Этого закона и надо придерживаться.

Несколько слов о взаимодействии лекций и семинаров — здесь есть поучительный нюанс. Общепринятая норма учебного процесса — лекции всегда впереди семинаров, малейшее отставание — повод для недовольства, возмущения. Однако ничего страшного в подобных отставаниях в общем-то нет, а в небольших дозах, изредка они даже и полезны. Вот почему. Ведь в инженерной практике равновозможны обе ситуации — и наличие математического обеспечения (теория разработана и опробована), и полное отсутствие его. А задачу-то надо решать в любом случае, так что будущего инженера незачем слишком баловать, а надо готовить к работе в любых условиях. Например, в теме "графики функций" крайне полезно еще до рассмотрения соответствующих теорем научиться видеть все основные особенности функции (хотя бы грубо, в общих чертах). А в теме "экстремум функции" столь же полезно, не имея достаточных условий, пытаться установить наличие или отсутствие, а также вид экстремума из геометрических соображений или из здравого смысла.

В свете всего сказанного должно быть ясно, что наши преподавательские заботы должны носить не только математический, но и психологический характер. Как ни важно, ЧТО мы даем, еще более важно, ЧЕМУ на этом материале научим, какие качества воспитаем. Материал может и устареть, а инженерные качества — это вечные истины, которые не устаревают никогда. Отмечу, что даже самый старомодный в математическом смысле материал, как правило, содержит что-то качественно полезное. Например, метод подбора для неоднородного линейного дифференциального уравнения — математически это не так уж многим нужно, а вот умение организовать систему записей с попутным пошаговым контролем требуется практически всем (а ничего лучшего в этом плане в общем курсе высшей математики нет).

В заключение вспомню любимую фразу великого Нильса Бора: “На свете есть столь серьезные вещи, что говорить о них можно только шутя”. Целиком разделяя этот тезис, предлагаю дюжину фраз на тему “Какая разница между математиком и инженером?” с надеждой на двойную реакцию — серьезную и смешную, а еще лучше — сначала смешную, а потом серьезную.

1. Инженер ездит на работу на метро, математик — на Московском ордена Ленина метрополитене имени Владимира Ильича Ленина.

2. Если прошел теплый июльский дождь, то инженер идет в лес собирать грибы, а математик садится за стол доказывать теорему существования грибов в этом лесу.

3. Математик имеет право на глупость, инженер — нет. (Его ошибки сродни ошибкам футбольного вратаря — очень дорого обходятся.)

4. Математик, доказавший, что из Москвы в Подольск можно добраться через Хабаровск, заслуживает похвалы, а инженер за ту же “теорему” — сумасшедшего дома.

5. Если самолет разобьется, мост рухнет... — математик может спать спокойно, он ни за что не отвечает, а вот инженер отвечает за все.

6. Инженер четко осознает свою математическую слабость (глупость), математик органически не способен осознать свою инженерную слабость (глупость).

7. Образно говоря, математик имеет много денег и умеет их зарабатывать, но — не умеет их тратить (а зачастую даже не понимает, насколько это умение важно), инженер имеет мало денег, зарабатывает их с мучительным трудом, но уж все, что имеет, знает как потратить, так что в итоге он оказывается богаче — его малые деньги работают с максимальной отдачей, приносят реальный доход, а огромные деньги математика социально совершенно бесполезны (услада для него самого — все).

8. Если математик — дурак, то он обязательно стремится навязать свою глупость окружающим (порой с презрительно-снисходительным видом), инженер-дурак этим не грешит, да ему и не до того — надо дело делать.

9. Математика трудно (почти невозможно) убедить в том, что он дурак, инженер, если он дурак, все понимает и так, его убеждать в этом нет нужды.

10. Математик в своей работе относительно слабо связан со временем, а в инженерном деле это обычно фактор № 1.

11. Математик часто имеет право быть белоручкой, а то и бездельником, инженер обязан быть работником.

12. Разница между математиком и инженером такая же, как между биологом и сороконожкой: биолог должен знать и понимать, как ходит сороконожка, но сам он сороконожкой никогда не будет, да и не сможет; а сороконожка должна ходить, а насколько она это понимает, никого не интересует.

Все это (за исключением кое-каких перехлестов) должен осознавать каждый преподаватель математики в техническом университете.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К а з а н д ж а н Э. П. Школьник — абитуриент — студент — инженер. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1990. – 80 с.
2. К а з а н д ж а н Э. П., К а з а н д ж а н Г. П. Вычисление пределов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1995. – 40 с.
3. К а з а н д ж а н Э. П. Краткий конспект лекций по дифференциальному и интегральному исчислению: Учебное пособие / МГТУ им. Н.Э. Баумана. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. –365 с.
4. О с т р е ц о в а Л. И. Мой Акбар. – М.: Детская литература, 1985. – 62 с.

Статья поступила в редакцию 05.09.2012