

Вторичные эффекты в низкотемпературных теплообменных аппаратах

© Н.А. Лавров, С.С. Шереметьев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрена проблема вторичных эффектов в низкотемпературных теплообменных аппаратах. Проведено расчетное исследование влияния теплопритока из окружающей среды и осевой теплопроводности теплопередающей стенки на эффективность работы теплообменных аппаратов с целью выявления области безразмерных чисел, внутри которой вторичные эффекты оказывают существенное влияние на теплообмен. Исследованы стационарные режимы работы двухпоточного прямоточного и двухпоточного противоточного теплообменных аппаратов типа «труба в трубе». Приведены классическая и уточненная математические модели теплообмена в теплообменном аппарате, получены аналитические решения приведенных систем дифференциальных уравнений. Определены значения безразмерных комплексов чисел единиц переноса теплоты, модифицированных чисел Био и других факторов, при которых пренебрежение вторичными факторами приводит к потере точности используемой расчетной модели.

Ключевые слова: теплообменный аппарат, осевая теплопроводность, число единиц переноса теплоты, теплоприток из окружающей среды, вторичные эффекты, математическая модель

При расчете и проектировании теплообменных аппаратов низкотемпературной техники теплоприток и осевую теплопроводность вдоль стенки каналов теплообменного аппарата, называемые вторичными эффектами, обычно не учитывают, однако влияние этих факторов в некоторых случаях весьма значительно [1–6]. Эти факторы ведут к увеличению недорекуперации в теплообменном аппарате, что означает потери «холода» для установки, а значит, и дополнительные потери электроэнергии [7]. Классический расчет теплообменного аппарата не подразумевает учета вторичных эффектов, что связано с трудоемкостью решения сложных дифференциальных уравнений. На практике неточность расчета устраняют при изготовлении теплообменного аппарата добавлением запаса по площади теплообмена, тем самым нивелируя влияние вторичных эффектов и достигая требуемого режима работы теплообменного аппарата.

Однако при этом не оценивается степень влияния вторичных эффектов, обычно запас по теплообменной площади — величина фиксированная (равная примерно 1,4). Из этого вытекают две проблемы: 1) если влияние вторичных эффектов очень велико, данный запас может быть слишком мал и теплообменный аппарат не выйдет на требуемый

режим; 2) если влияние вторичных эффектов очень мало, данный запас по площади теплообмена приведет к необоснованным капитальным затратам на изготовление теплообменного аппарата. Для низкотемпературных теплообменных аппаратов эти проблемы наиболее существенны, поскольку незначительное изменение недорекуперации приводит к большому увеличению энергетических затрат, а избыточная металлоемкость — к большим капитальным затратам ввиду высокой стоимости материалов низкотемпературных теплообменных аппаратов [5].

Исходя из вышесказанного можно сформулировать две задачи, позволяющие решить изложенные проблемы. Первая — это определение области безразмерных чисел, внутри которой влияние вторичных эффектов чрезмерно, что позволит определить границу, вне которой допустимо проектировать теплообменные аппараты по классическим моделям. Вторая задача — получение аналитических решений уточненной математической модели, что позволит не прибегать к решению системы дифференциальных уравнений численными методами, а это значительно снизит трудоемкость расчета данных теплообменных аппаратов.

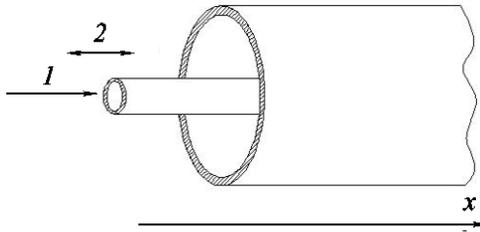


Рис. 1. Схема двухпоточного теплообменника типа «труба в трубе», прямой (1) и обратный (2) потоки хладагента

Для двухпоточного теплообменного аппарата типа «труба в трубе» (рис. 1) с учетом осевой теплопроводности и теплопритока из окружающей среды система уравнений [8] имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx} T_1(x) + N_{12}(T_{w1}(x) - T_1(x)) = 0, \\ \pm \frac{d}{dx} T_2(x) + N_{21}(T_{w1}(x) - T_2(x)) + N_{22}(T_{w2}(x) - T_2(x)) = 0, \\ \frac{d^2}{dx^2} T_{w1}(x) + B_{11}(T_1(x) - T_{w1}(x)) + B_{21}(T_2(x) - T_{w1}(x)) = 0, \\ \frac{d^2}{dx^2} T_{w2}(x) + B_{22}(T_2(x) - T_{w2}(x)) + B_{02}(T_0 - T_{w2}(x)) = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $T_i(x)$ — температура i -го потока в точке x , К; $x = X/L$ — безразмерная координата (X — координата вдоль движения прямого потока, м; L — полная длина поверхности теплообмена); $N_{ij} = \frac{\alpha_{ij}\Pi_{ij}L}{G_i c_{pi}}$ — число единиц переноса теплоты со стороны i -го потока к j -й стенке (α_{ij} — коэффициент теплоотдачи от i -го потока к j -й стенке, Вт/(м² · К), Π_{ij} — периметр поверхности теплообмена между i -м потоком и j -й стенкой, м; G_i — массовый расход i -го потока, кг/с; c_{pi} — удельная массовая теплоемкость i -го потока, Дж/(кг · К)); $T_{wi}(x)$ — температура i -й стенки x , К; $B_{ij} = \frac{\alpha_{ij}\Pi_{ij}L^2}{\lambda_{wj}S_{wj}}$ — модифицированное число Био для i -го потока и j -й стенки (λ_{wj} — коэффициенты теплопроводности для материала j -й стенки, Вт/(м · К), S_{wj} — площадь поперечного сечения j -й стенки, м²).

Здесь индекс $i = 0$ соответствует окружающей среде, $i = 1$ — прямому потоку; $i = 2$ — обратному потоку; индекс $j = 1$ соответствует стенке теплопередающей трубки, $j = 2$ — корпусу теплообменного аппарата. Знак «минус» перед первым членом второго уравнения системы относится к прямоточному теплообменному аппарату, знак «плюс» — к противоточному теплообменнику.

В отличие от классической математической модели (4), уточненная математическая модель (1) имеет вторые производные в уравнениях теплопроводности для трубок теплообменного аппарата и предполагает наличие внешнего источника теплоты (окружающей среды) для внешней трубки.

Для однозначного решения системы (1) необходимо задать шесть граничных условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1(0) = T_{10}, \\ T_2(0) = T_{20} \text{ или } T_2(1) = T_{20}, \\ \lambda_{w1} \frac{d}{dx} T_{w1}(0) = 0, \\ \lambda_{w1} \frac{d}{dx} T_{w1}(1) = 0, \\ \lambda_{w2} \frac{d}{dx} T_{w2}(0) = 0, \\ \lambda_{w2} \frac{d}{dx} T_{w2}(1) = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Первые два выражения системы (2) определяют значения температур прямого и обратного потоков на входе в теплообменный аппарат. Для прямоточного теплообменного аппарата вход обратного потока имеет безразмерную координату $x = 0$, для противоточного — $x = 1$. Оставшиеся четыре определяют отсутствие теплового потока на концах теплопередающей стенки и корпуса теплообменного аппарата.

Аналитическое решение системы (1) в случае действительных некратных решений характеристического уравнения имеет вид:

$$\begin{cases} T_1(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} + \dots + C_6 e^{\lambda_6 x} + T_0, \\ T_2(x) = C_7 e^{\lambda_1 x} + C_8 e^{\lambda_2 x} + \dots + C_{12} e^{\lambda_6 x} + T_0, \end{cases} \quad (3)$$

где C_i — постоянные интегрирования ($i = 1, \dots, 12$), определяемые из граничных условий (2); λ_i — корни характеристического уравнения ($i = 1, \dots, 6$) системы (1).

Упрощенная система уравнений без учета вторичных эффектов имеет вид:

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx} T_1(x) + N_{12} (T_{w1}(x) - T_1(x)) = 0, \\ \pm \frac{d}{dx} T_2(x) + N_{21} (T_{w1}(x) - T_2(x)) = 0, \\ B_{11} (T_1(x) - T_{w1}(x)) + B_{12} (T_2(x) - T_{w1}(x)) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Для решения системы (4) необходимо задать только два граничных условия — значения температур потоков на входе в теплообменный аппарат:

$$\begin{cases} T_1(0) = T_{10}, \\ T_2(0) = T_{20} \text{ или } T_2(1) = T_{20}. \end{cases} \quad (5)$$

Решение системы (4):

$$T_1(x) = \frac{B_{21} N_1 T_{20} - B_1 N_{21} T_{10} e^D}{(B_{21} N_1 - e^D)} + \frac{(T_{10} - T_{20})}{(B_{21} N_1 - e^D)} B_{21} N_1 e^{Dx}; \quad (6)$$

$$T_2(x) = \frac{B_{21} N_1 T_{20} - B_1 N_{21} T_{10} e^D}{(B_{21} N_1 - e^D)} + \frac{(T_{10} - T_{20}) B_1 N_{21}}{(B_{21} N_1 - e^D)} e^{Dx},$$

где $D = (B_1 N_{21} - B_{21} N_1) / (B_1 + B_{21})$.

На основании полученных решений (3) и (6) было проведено расчетное исследование влияния вторичных эффектов на теплообмен в двухпоточных теплообменных аппаратах типа «труба в трубе». В ка-

честве критерия учета вторичных эффектов влияния была использована величина отношения недорекупераций, т. е. разности температур прямого и обратного потоков на конце теплообменника при учете вторичных факторов ΔT_λ и без их учета ΔT :

$$y = \frac{\Delta T_\lambda}{\Delta T}.$$

Для прямоточного теплообменника используется разность температур на выходе из теплообменника ($T_1(1) - T_2(1)$). Для противоточного теплообменника при соотношении водяных эквивалентов прямого и обратного потоков ($G_1 C_{p1} > G_2 C_{p2}$) используется та же разность, а при ($G_1 C_{p1} < G_2 C_{p2}$) — разность температур на входе прямого потока ($T_1(0) - T_2(0)$).

На рис. 2 показано, что при значениях чисел Био больше 100 влияние вторичных эффектов нивелируется при достаточно больших числах N для прямоточного теплообменного аппарата, при этом значение максимального числа N для теплообменного аппарата обычно не превышает 7. Для противоточного аппарата влияние осевой теплопроводности проявляется сильнее, поэтому допустимо пренебрегать вторичными эффектами при числах Био больше 450 (рис. 3).

При учете теплопритоков картина для прямоточного и противоточного аппарата не изменяется, при теплоизоляции, удовлетворяющей условию $B_0 < 1$, допустимо пренебрегать влиянием теплопритока (рис. 4).

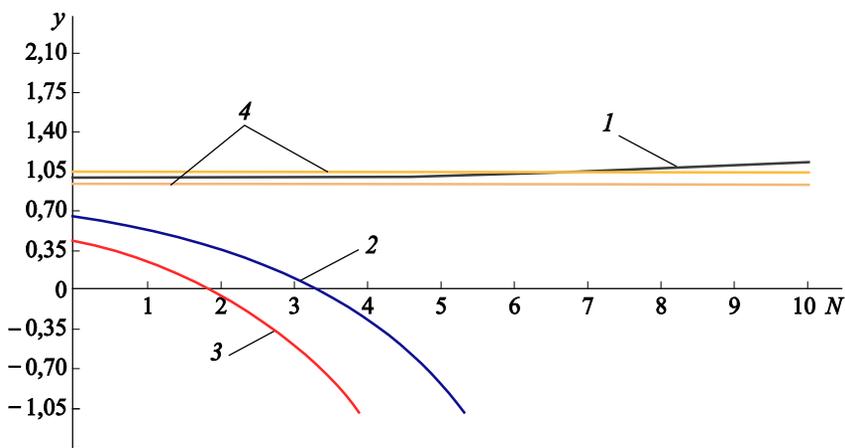


Рис. 2. Зависимость отношения недорекуперации y от числа N единиц переноса теплоты в прямоточном теплообменном аппарате для разных чисел Био: 1 — $B = 100$; 2 — $B = 1$; 3 — $B = 0,1$; 4 — зона допустимой погрешности

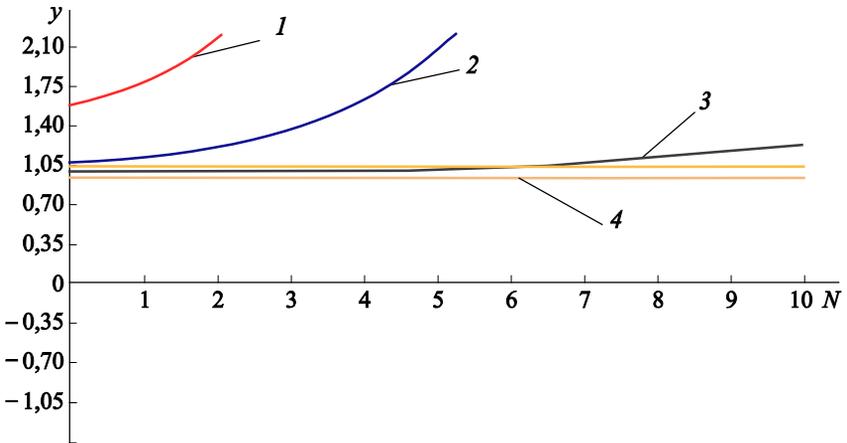


Рис. 3. Зависимость отношения недорекуперации y от числа N единиц переноса теплоты в противоточном теплообменном аппарате для разных чисел Био: 1 — $Bi = 1$; 2 — $Bi = 10$; 3 — $Bi = 400$; 4 — зона допустимой погрешности

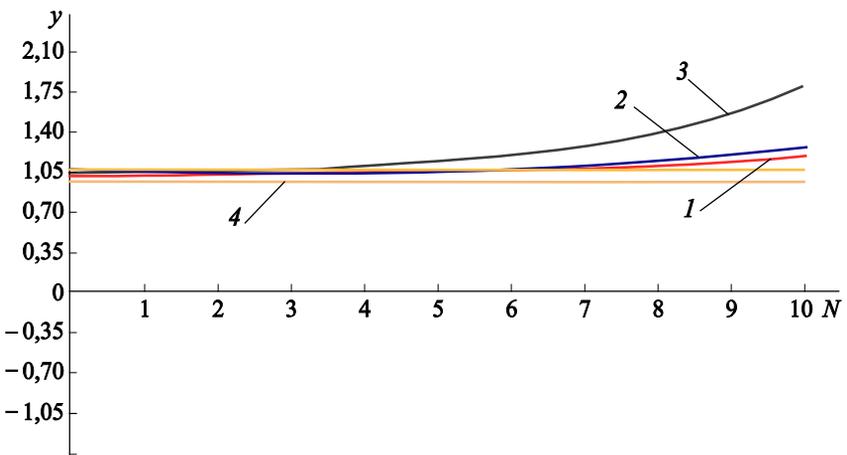


Рис. 4. Зависимость отношения недорекуперации y от числа N единиц переноса теплоты в противоточном теплообменном аппарате для разных чисел Био со стороны окружающей среды: 1 — $Bi_0 = 0$; 2 — $Bi_0 = 1$; 3 — $Bi_0 = 10$; 4 — зона допустимой погрешности

В связи с вышеизложенным можно сделать следующие выводы.

1. Получены аналитические решения для стационарных режимов двухпоточных теплообменных аппаратов с учетом вторичных эффектов, что позволит упростить анализ влияния вторичных эффектов, уменьшить капитальные затраты при проектировании теплообменных аппаратов и добиться требуемой недорекуперации в теплообменном аппарате.

2. Данные решения позволяют оценить области безразмерных чисел Био и числа единиц переноса теплоты, в которых пренебрежение вторичными эффектами приводит к большой погрешности расчетного результата. Для прямоточного аппарата при числах Био более 100 и для противоточного аппарата при числах Био более 450 допустимо пренебречь осевой теплопроводностью, при $Bo < 1$ допустимо пренебречь влиянием теплопритока из окружающей среды в двухпоточном аппарате типа «труба в трубе».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Хаузен Х. *Теплопередача при противотоке, прямотоке и перекрестном токе*. Москва, Энергоатомиздат, 1981, 384 с.
- [2] Ефимова Л.Н., Макаров А.М., Сухов В.И. Сравнительный анализ расчетных моделей нестационарных процессов теплообмена в различных теплообменных аппаратах. *Сб. научн. тр. НПО «Криогенмаш»*, 1975, вып. 17, с. 81–92.
- [3] Даниленко Т.К., Микулин Е.И., Козлов В.Н. Влияние теплопроводности стенки на процесс теплообмена в канале. *Труды МВТУ*, 1974, № 193, с. 160–165.
- [4] Шевич Ю.А. *Разработка и исследование высокоэффективных теплообменных аппаратов матричного и планарного типов для компактных низкотемпературных систем и установок*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2008, 243 с.
- [5] Архаров А.М., Архаров И.А., Беляков В.П., Бондаренко В.Л., Микулин Е.И., Никифоров Ю.В., Пронько В.Г. *Криогенные системы. В 2 т. Т. 2: Основы проектирования аппаратов, установок и систем*. Москва, Машиностроение, 1999, 720 с.
- [6] Гареева Д.Т., Лавров Н.А., Шереметьев С.С. Влияние осевой теплопроводности теплопередающей стенки в однопоточном теплообменном аппарате. *Деловой журнал NEFTEGAZ.RU*, 2016, вып. 5–6, с. 86–88.
- [7] Архаров А.М., Шишов В.В. Энтروпийно-статистический анализ распределения затрат энергии на компенсацию необратимости рабочих процессов систем кондиционирования. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2013, № 2 (91), с. 84–97.
- [8] Лавров Н.А. *Многоуровневая система моделирования нестационарных и меняющихся режимов работы низкотемпературных установок*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2013, 293 с.

Статья поступила в редакцию 08.02.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Лавров Н.А., Шереметьев С.С. Вторичные эффекты в низкотемпературных теплообменных аппаратах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 4.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-4-1603>

Лавров Николай Алексеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Холодильная, криогенная техника. Системы кондиционирования и жизнеобеспечения» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: 79035596471@yandex.ru

Шереметьев Станислав Сергеевич — ассистент и магистрант кафедры «Холодильная, криогенная техника. Системы кондиционирования и жизнеобеспечения» МГТУ им. Н.Э. Баумана, инженер научно-учебного комплекса «Энергомашиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: trmlvnos@gmail.com

Secondary effects in low-temperature heat exchangers

© N.A. Lavrov, S.S. Sheremetev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article deals with the problem of secondary effects in low-temperature heat exchangers. We carried out a computation-based study of the effect that environment heat gain and axial thermal conductivity of a wall subjected to heat transfer have on the heat exchanger operation efficiency, for the purpose of determining the range of dimensionless numbers within which the secondary effects influence the heat transfer considerably. We studied steady-state operational modes of double-entry parallel flow and counter flow double pipe heat exchangers. We supply classic and refined mathematical models of heat transfer in a heat exchanger; we obtained analytical solutions for the differential equation systems supplied. We determined the values of dimensionless groups defining the numbers of heat transfer units, modified Biot numbers and other factors identifying the conditions under which neglecting secondary factors leads to the computational model used losing its precision.

Keywords: heat exchanger, axial thermal conductivity, number of (heat) transfer units, environment heat gain, secondary effects, mathematical model

REFERENCES

- [1] Hausen H. *Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom* [Heat transfer in counter flow, parallel flow and cross flow]. Berlin, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1976, 432 p. [In Russ.: Hausen H. *Теплопередача при противотоке, прямотоке и перекрестном токе*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1981, 384 p.].
- [2] Efimova L.N., Makarov A.M., Sukhov V.I. *Sravnitelnyy analiz raschetnykh modeley nestatsionarnykh protsessov teploobmena v razlichnykh teploobmennykh apparatakh* [Comparative analysis of unsteady heat transfer process computational models in various heat exchangers]. *Sb. nauchn. trudov NPO Kriogenmash* [Proc. of the public joint-stock company “Cryogenmash”], 1975, no. 17, pp. 81–92.
- [3] Danilenko T.K., Mikulin E.I., Kozlov V.N. *Vliyanie teploprovodnosti stenki na protsess teploobmena v kanale* [Effect of the wall thermal conductivity on the heat transfer process inside a channel]. *Trudy MVTU* [Proc. of the MHTS]. 1974, no. 193, pp. 160–165.
- [4] Shevich Yu.A. *Razrabotka i issledovanie vysokoeffektivnykh teploobmennykh apparatov matrichnogo i planarnogo tipov dlya kompaktnykh nizkotemperaturnykh sistem i ustanovok*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Development and studies of highly efficient matrix and planar type heat exchangers for compact low-temperature systems and plants. Dr. eng. sc. diss.]. Moscow, 2008, 243 p.
- [5] Arkharov A.M. *Kriogennyye sistemy* [Cryogenic systems]. Vol. 2: *Osnovy proektirovaniya apparatov, ustanovok i sistem* [Foundations of unit, plant and system design]. Smorodin A.I., ed. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1999, 720 p.
- [6] Gareeva D.T., Lavrov N.A., Sheremetev S.S. *Delovoy zhurnal NEFTEGAZ.RU — NEFTEGAZ.RU Business Magazine*, 2016, iss. 5–6, pp. 86–88.
- [7] Arkharov A.M., Shishov V.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Mashinostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2013, no. 2 (91), pp. 84–97.

- [8] Lavrov N.A. *Mnogourovnevaya sistema modelirovaniya nestatsionarnykh i menyayushchikhsya rezhimov raboty nizkotemperaturnykh ustanovok*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Multi-level system for modeling unsteady-state and varying operational modes of low-temperature plants. Dr. eng. sc. diss.]. Moscow, 2013, 293 p.

Lavrov N.A., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Refrigeration, Cryogenic Engineering, Air Conditioning and Life Support Systems, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: 79035596471@yandex.ru

Sheremetev S.S., Assist. Lecturer, graduate student, Department of Refrigeration, Cryogenic Engineering, Air Conditioning and Life Support Systems, Bauman Moscow State Technical University. Engineer, Power Engineering Research and Education Centre, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: trmlvnos@gmail.com